欽定四庫全書

子部・天文算法類

九章算術

卷四至卷六

فن الحساب في تسعة فصول

٤--٦ المجلدات

Nine Chapters on the Mathematical Art — Volumes 4–6

漢代編纂

劉徽注（263 年）　李淳風疏（唐）

مُؤَلَّف في عهد هان • شرح ليو هُوِي (263 م)
تانغ) (عصر تْشُونْفِنْج لي فرعي: شرح

依《欽定四庫全書》本

卷四：少廣 — 開方、球積
卷五：商功 — 土方工程、立體體積
卷六：均輸 — 加權分配、工效問題

المجلد الرابع: شاوقوانق (الاتساع الأصغر) --- استخراج الجذور، حجم الكرة
الهندسية الأجسام أحجام --- البناء) (استشارات شانققونق الخامس: المجلد
العمل معدلات الموزون، التوزيع --- العادلة) (الضرائب جُونْشُو السادس: المجلد

Contents

引言

《九章算術》是中國最重要的古代數學典籍，編纂於漢代（公元前 202 年—公元 220 年）。全書分為九卷，每卷解決一類實際數學問題。
劉徽（約 225—295 年）於 **263 年**完成的注釋是數學史上最輝煌的著作之一。劉徽不僅解釋了算法，還運用**出入相補**的幾何方法給出了嚴格的證明，並以正 3072 邊形推算圓周率近似值。
唐代李淳風（602—670 年）奉詔率領學者團隊進一步疏解校正原文。
本文檔呈現**卷四至卷六**：

«فن الحساب في تسعة فصول» (جيوجانغ سوانشو) هو أهم نص رياضي صيني قديم، جُمع في عهد أسرة هان (202 ق.م -- 220 م). يتكون من تسعة فصول (مجلدات)، يعالج كل منها فئة مختلفة من المسائل الرياضية التطبيقية.
من هو ،م **263** عام المكتمل م)، 225--295 (حوالي **هُوِي ليو** شرح الخوارزميات هُوِي ليو يشرح لم الرياضيات. تاريخ في الأعمال أعظم الهندسي التقطيع طريقة باستخدام صارمة براهين قدم بل فحسب، مضلعات باستخدام π لـ شهيرا تقريبا وحسب شيانغبو)، (تشورو ضلعا. 3072 إلى يصل بما منتظمة
تانغ بلاط في وفريقه م) (602--670 **تشُونْفِنْج لي**لـ الفرعي الشرح وصحّحه. النص وضّح
٦ إلى ٤ المجلدات المستند هذا يقدم:

□□□□□□□	□□□□□□□□	□□□□□□□□	□□□□□□□□
4	□□□□□□□□□	少廣	□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□/□□□□□□□□ □□□ □□□□□
5	□□□□□□□□□	商功	□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□
6	□□□□□□□□□	均輸	□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□

每題依古典結構：

- **問**：題設
- **答**：答案
- **術**：算法
- **注**：劉徽注釋

كل مسألة تتبع البنية التقليدية:

- المسألة نص)問:(**وِنْ**
- الجواب)答:(**دا**
- الخوارزمية / الطريقة)術:(**شُو**
- هُوِي ليو شرح)注:(**جُو**

1 九章算術卷四 • 少廣—المجلد الرابع: الاتساع الأصغر

少廣以御積冪方圓

الاتساع الأصغر: لحساب المساحات والقوى والمربعات والدوائر

本章**少廣**處理已知矩形面積及部分邊長求另一邊長的問題，推廣至開平方、開立方，以及著名的球體積計算。標題意指由「廣」（面積/體積）求「少」（較小之邊長）。

يتناول فصل **شاوقوانق** («الاتساع الأصغر») إيجاد أحد أبعاد المستطيل بمعرفة مساحته وأبعاده الأخرى. يمتد إلى استخراج الجذور (التربيعي والتكعيبي) والمسألة الشهيرة لحساب حجم الكرة. يشير العنوان إلى إيجاد «الأصغر» (البعد الأصغر) بمعرفة «الأكبر» (المساحة/الحجم).

1.1 少廣術—خوارزمية الاتساع الأصغر

少廣術：置全步及分母子，以最下分母遍乘諸分子及全步。各以其母除其子，置之於左。命通分，內子。又以分母偏乘諸分子，及已通者，皆通而同之，并之為法。置所求步數，以全步積分乘之，為實。實如法而一，得從步。

劉徽注：此以田廣為法，以畝積步為實。術曰置全步及分母子者，通分而齊其子也。齊其子，則母同其母。以母乘全步者，通其分也。以母偏乘諸分子，各以其母除其子，置之於左。命通分內子者，通而同之也。

طريقة الاتساع الأصغر: ضع الخطوات الكاملة والبسوط والمقامات. اضرب جميع البسوط والخطوات الكاملة في أدنى مقام. لكل كسر، اقسم بسطه على مقامه، وضعه على اليسار. سمِّ هذا «توحيد الكسور وضم البسوط». ثم اضرب جميع البسوط في المقام مع التي وُحِّدت سابقا، وحِّدها جميعا واجمعها لتكون القاسم. ضع العدد المطلوب من الخطوات، واضربه في حاصل ضرب الخطوات الكاملة والكسور ليكون المقسوم. اقسم على القاسم تحصل على الطول بالخطوات.

شرح ليو هُوِي: هنا يُؤخذ عرض الحقل قاسما، ومساحة المو بالخطوات المربعة مقسوما. «ضع الخطوات الكاملة ومقامات الكسور وبسوطها» يعني توحيد الكسور ومساواة بسوطها. مساواة البسوط تجعل المقامات متشابهة. ضرب الخطوات الكاملة في المقام يوحّد الكسور. ضرب جميع البسوط في المقام، وقسمة كل على مقامه، ووضعها على اليسار --- «توحيد الكسور وضم البسوط» يعني توحيدها وجمعها.

1.2 第一問 :□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□

問：今有田，廣一步半。求田一畝，問從幾何？

答曰：答曰：一百六十步。

術曰：術曰：下有半，是二分之一。以一為二，半為一，并之得三，為法。置田二百四十步，亦以一為二乘之，為實。實如法得從步。

السؤال: لنفترض أن هناك حقلا عرضه خطوة ونصف. إذا أُريد مو واحد من الحقل، فكم يكون الطول؟

الجواب: الجواب: 160 خطوة.

الطريقة: الطريقة: الكسر الأدنى هو نصف، أي $\frac{1}{2}$. خذ الواحد كاثنين، والنصف كواحد؛ مجموعهما ثلاثة وهو القاسم. ضع مساحة الحقل 240 خطوة مربعة؛ اضربها بالمثل في اثنين (الواحد كاثنين) لتكون المقسوم. اقسم تحصل على الطول بالخطوات.

注：劉徽注：此以廣為法，以畝積步為實。術曰下有半是二分之一者，廣一步半，其半即二分之一也。以一為二者，通分也。半為一者，二分之一即一也。并之得三為法者，分母二通全步一為二，分子一，共三也。

الشرح: شرح ليو هُوِي: هنا العرض هو القاسم، ومساحة المو بالخطوات هي المقسوم. «الأدنى نصف، أي $\frac{1}{2}$»: العرض خطوة ونصف، ونصفها هو $\frac{1}{2}$. «الواحد كاثنين»: توحيد الكسور. «النصف كواحد»: $\frac{1}{2}$ تصبح واحدا. «المجموع ثلاثة وهو القاسم»: المقام 2 يحوّل الخطوة الكاملة 1 إلى 2، والبسط 1، فالمجموع 3.

1.3 [illegible] 開方問

問：今有積五萬五千二百二十五步。問為方幾何？

السؤال: لنفترض أن هناك مساحة قدرها 55,225 خطوة مربعة. ما هو ضلع المربع؟

答曰：答曰：二百三十五步。

الجواب: الجواب: 235 خطوة.

術曰：開方術：術曰：置積為實。借一算，步之，超二等。議所得，以一乘所借一算為法，而以除。除已，倍法為定法。其復除，折法而下。復置借算，步之如初。以復議一乘之，所得副，以加定法，以除。以所得副從定法。復除，折下如前。

الطريقة: طريقة استخراج الجذر: ضع المساحة مقسوما. استعر عودا حسابيا واحدا، حرّكه خطوة، وتجاوز مرتبتين. قدّر الناتج، اضربه في واحد مستخدما العود المُستعار قاسما، واقسم. بعد القسمة، ضاعف القاسم ليكون القاسم الثابت. للقسمة المتواصلة، اطوِ القاسم للأسفل. ضع العود المُستعار مجددا، وحرّكه كما في البداية. قدّر مجددا واضربه في واحد، الناتج هو المساعد، أضفه إلى القاسم الثابت واقسم. المساعد ينضم إلى القاسم الثابت. تابع القسمة والطيّ كما سبق.

注：劉徽注：開方術者，求方冪之一面也。凡冪，方圓之本也。方冪者，方之積也。開方者，求方之面數。言百之面十，萬之面百。術曰置積為實者，積即方冪也。借一算步之者，假以定位也。超二等者，方十自乘，冪一百；方百自乘，冪一萬。故超兩位也。

الشرح: شرح ليو هُوِي: طريقة استخراج الجذر تبحث عن ضلع واحد للقوة المربعة. جميع القوى هي أساس المربعات والدوائر. القوة المربعة هي مساحة المربع. استخراج الجذر يبحث عن عدد ضلع المربع. ضلع 100 هو 10؛ وضلع 10,000 هو 100. «ضع المساحة مقسوما»: المساحة هي القوة المربعة. «استعر عودا وحرّكه»: للتحديد الموضعي. «تجاوز مرتبتين»: 10 تربيع 100؛ و100 تربيع 10,000. لذلك نتجاوز مرتبتين.

1.4 [illegible] 立圓問

此為《九章算術》中最著名的問題之一，劉徽深入分析，為後世祖沖之、祖暅父子奠定基礎。

هذه من أشهر المسائل في «فن الحساب في تسعة فصول»، حلّلها ليو هُوِي بعمق، ووضع الأساس لعمل زُو تشُونْجِي وابنه زُو قِنْغ لاحقا.

問：今有立圓，徑四尺。問為積幾何？

السؤال: لنفترض أن هناك كرة صلبة قطرها 4 أقدام (تشي). ما حجمها؟

答曰：答曰：九尺五寸八分寸之一。

الجواب: الجواب: $\frac{1}{8}$ تسون 5 تشي 9 (باستخدام الصيغة القديمة $V = \frac{9}{16}d^3$).

術曰： 術曰：圓徑自乘，九之，十六而一。开立圓术：置圓徑四尺，自乘，得一十六尺。九之，得一百四十四尺。十六而一，得九尺。餘十六分尺之八，約之為八分尺之一。并之，為積。

注： 劉徽注：按此術，圓徑自乘者，先得圓冪。九之十六而一者，以圓冪為方冪，九之十六而一，即圓積也。然此術以圓徑為方徑，誤也。何以驗之？取立方棋八枚，皆令立方一寸，積之為立方二寸。規之為圓，徑二寸。又横規之，徑亦二寸。然後并立圓棋二枚，規之為圓，徑二寸。又横規之，徑亦二寸。是為圓積也。
牟合方蓋者，方率也。丸居牟合方蓋，則圓率也。按合蓋者，方率也。其中則圓周率也。方圓相纏，周徑相直。

譯注： 劉徽在此指出古代公式 $V = \frac{9}{16}d^3$ 的謬誤（暗示 $\pi = 3$ 的特定配置）。他提出**牟合方蓋**（兩垂直圓柱相交體）的概念，作為求球體積的關鍵。他指出球內切於此立體，但未能完成計算。這一工作後由五世紀的**祖暅**完成，證明牟合方蓋體積為外切立方體的 $\frac{2}{3}$，從而得到正確公式 $V = \frac{\pi}{6}d^3$。

الطريقة: الطريقة: ربّع القطر، اضربه في 9، واقسم على 16. لإيجاد حجم الكرة: ضع القطر 4 تشي، ربّعه تحصل على 16 تشي. اضربه في 9 تحصل على 144 تشي. اقسم على 16 تحصل على 9 تشي. الباقي $\frac{8}{16}$ تشي، يُختزل إلى $\frac{1}{8}$ تشي. أضفه تحصل على الحجم.

الشرح: شرح ليو هُوِي: وفقا لهذه الطريقة، تربيع القطر يعطي أولا القوة الدائرية. ضربها في 9 وقسمتها على 16، باعتبار القوة الدائرية قوة مربعة، يعطي الحجم الدائري. لكن هذه الطريقة تأخذ قطر الدائرة كقطر المربع --- وهذا خطأ. كيف نتحقق؟ خذ 8 مكعبات، كل منها بحجم 1 تسون مكعب، مجموعها 2 تسون مكعب. قطّعها دائريا فيكون القطر 2 تسون. قطّعها عرضيا فالقطر أيضا 2 تسون. ثم اجمع كرتين، قطّعهما دائريا فالقطر 2 تسون.
المحتواة الكرة المربعة. النسبة له المزدوج) المظلة (غطاء فانغقاي مُوخِه متشابكان، والدائرة المربع الدائرية. النسبة لها فانغقاي مُوخِه داخل متناظران. والقطر والمحيط

ملاحظة توضيحية: يحدد ليو هُوِي هنا الخطأ في الصيغة القديمة $V = \frac{9}{16}d^3$. يقدم مفهوم **مُوخِه فانغقاي** («غطاء المظلة المزدوج»)، وهو تقاطع أسطوانتين متعامدتين، كمفتاح لإيجاد حجم الكرة. يقرر بصواب أن الكرة محاطة بهذا الجسم، لكنه لم يتمكن من إكمال الحساب. أتمّ هذا العمل لاحقا زُو قِنْغ في القرن الخامس، الذي أثبت أن حجم مُوخِه فانغقاي يساوي $\frac{2}{3}$ من المكعب المحيط، مما أدى إلى الصيغة الصحيحة $V = \frac{\pi}{6}d^3$.

2 九章算術卷五 • 商功—المجلد الخامس: استشارات البناء

商功以御功程積實

استشارات البناء: لحساب العمل والهندسة وأحجام الأجسام

本章**商功**處理工程營建中各類立體的體積計算：土方工程、城牆、堤壩、溝渠、糧倉，以及豐富的幾何立體。劉徽注釋在此尤為詳盡，以割補法提供幾何證明。

يتناول فصل **شانققونق** («استشارات البناء») حساب أحجام الأجسام المختلفة في الهندسة والبناء: أعمال التراب، أسوار المدن، السدود، الخنادق، القنوات، المخازن، ومجموعة غنية من الأجسام الهندسية. شرح ليو هُوِي هنا مفصّل بشكل خاص، يقدم براهين هندسية باستخدام طرق التقطيع.

2.1 □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ 穿地率

術曰：穿地四，為壤五，為堅三。墟謂穿坑，此皆其常率。

الطريقة: للتراب المحفور: 4 وحدات [محفورة] تصبح 5 وحدات [مكوّمة]، أو 3 وحدات [مضغوطة]. «الخرائب» تعني الحُفَر المحفورة --- هذه هي المعدّلات المعيارية.

注：劉徽注：以穿地求壤，五之；求堅，三之。皆四而一。以壤求穿，四之；求堅，三之。皆五而一。以堅求穿，四之；求壤，五之。皆三而一。此術皆其常率也。穿地四為壤五者，掘地四尺，出壤五尺，壤虛而堅實也。

الشرح: شرح ليو هُوِي: من المحفور إلى المكوّم: اضرب في 5؛ إلى المضغوط: اضرب في 3. الكل يُقسم على 4. من المكوّم إلى المحفور: اضرب في 4؛ إلى المضغوط: اضرب في 3. الكل يُقسم على 5. من المضغوط إلى المحفور: اضرب في 4؛ إلى المكوّم: اضرب في 5. الكل يُقسم على 3. هذه معدلات معيارية. «المحفور 4 يصبح مكوّما 5»: حفر 4 أقدام من التراب يُخرج 5 أقدام من التراب السائب، لأن التراب السائب كبير الحجم والمضغوط كثيف.

2.2 :□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□□□□ 城垣問

問：今有城，下廣四丈，上廣二丈，高五丈，袤一百二十六丈。問積幾何？

السؤال: لنفترض أن هناك سور مدينة: العرض السفلي 4 جانغ، والعرض العلوي 2 جانغ، والارتفاع 5 جانغ، والطول 126 جانغ. ما حجمه؟

答曰：答曰：一百八十九萬尺。

الجواب: الجواب: 1,890,000 قدم مكعب (تشي).

術曰：術曰：并上下廣而半之，以高若深乘之，又以袤乘之，即積尺。

الطريقة: الطريقة: اجمع العرضين العلوي والسفلي وانصفهما؛ اضرب في الارتفاع أو العمق؛ ثم اضرب في الطول تحصل على الحجم بالأقدام المكعبة.

注：劉徽注：按此術，并上下廣而半之者，以盈補虛，得中平之廣。以高乘之，得截而為直棱之積。又以袤乘之者，廣袤相乘為一截之積，以高乘之為積。

الشرح: شرح ليو هُوِي: جمع العرضين وتنصيفهما يعطي «العرض الأوسط» بمبدأ تعويض الزيادة بالنقصان (يِي يِنْغ بُو شُو). الضرب في الارتفاع يعطي مساحة المقطع العرضي كمنشور قائم. الضرب في الطول: العرض في الطول يعطي مساحة المقطع، في الارتفاع يعطي الحجم.

2.3 :□□□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ 塹堵問

問：今有塹，上廣一丈六尺，下廣一丈，深六尺，袤五丈七尺。問積幾何？

السؤال: لنفترض أن هناك خندقا: العرض العلوي 1 جانغ 6 تشي، والعرض السفلي 1 جانغ، والعمق 6 تشي، والطول 5 جانغ 7 تشي. ما حجمه؟

答曰：答曰：積七千一百一十二尺。

الجواب: الجواب: الحجم 7,112 قدم مكعب.

術曰：術曰：并上下廣，半之，以高若深乘之，又以袤乘之，即積尺。

الطريقة: الطريقة: اجمع العرضين العلوي والسفلي وانصفهما، اضرب في الارتفاع أو العمق، ثم اضرب في الطول تحصل على الحجم بالأقدام المكعبة.

2.4 □□□□□□□□□ (陽馬) □□□□□□□□□□ (鱉臑) —□□□□□ □□□□□□ 陽馬與鱉臑

此為中國數學中最重要的幾何立體之一，由長方體分割而來。

هذه من أهم الأجسام الهندسية في الرياضيات الصينية، تنشأ من تقطيع منشور مستطيل.

術曰：陽馬術：廣袤相乘，以高乘之，三而一。

الطريقة: طريقة اليانغما (هرم الزاوية): اضرب العرض في الطول، ثم اضرب في الارتفاع، واقسم على 3.

此為**陽馬**（yangma）體積公式，一種底面為矩形且一側棱垂直於底面的角錐：

هذه صيغة حجم **اليانغما**، وهو هرم ذو قاعدة مستطيلة وحافة جانبية واحدة عمودية على القاعدة:

$$V = \frac{1}{3} \times \text{廣} \times \text{袤} \times \text{高}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \text{العرض} \times \text{الطول} \times \text{الارتفاع}$$

注：劉徽注：按此術，陽馬者，隅角之椎也。解立方得兩塹堵，解塹堵得一陽馬、一鱉臑。陽馬居二，鱉臑居一，不易之率也。故立方三而一，即陽馬之積也。
合二塹堵成一陽馬者，試令廣袤各六尺，高六尺。中分其高，令廣袤各三尺。

الشرح: شرح ليو هُوِي: اليانغما هو هرم الزاوية. تقطيع منشور مستطيل يعطي اثنين من تشيان-دو (أجسام إسفينية)، تقطيع كل تشيان-دو يعطي يانغما واحدا وبِيناو واحدا (رباعي الأوجه). نسبة اليانغما إلى البِيناو دائما 2:1 --- وهي نسبة ثابتة. لذلك المكعب مقسوما على 3 يعطي حجم اليانغما.
والطول العرض لنفترض واحد: يانغما لتكوين اثنين تشيان-دو لجمع العرض فيصبح الارتفاع ننصّف تشي. 6 والارتفاع تشي، 6 منهما كل تشي. 3 منهما كل والطول

術曰：鱉臑術：廣袤相乘，以高乘之，六而一。

此為**鱉臑**（bienao）體積公式，一種三條棱兩兩垂直的四面體：

$$V = \frac{1}{6} \times a \times b \times c$$

注：劉徽注：鱉臑者，推之明理也。按陽馬之積，三分立方之一。鱉臑者，又半陽馬也。故六而一。凡立方，高一尺，廣袤各一尺，積一尺。陽馬廣袤各一尺，高一尺，積三分之一尺。鱉臑三邊各一尺，積六分之一尺。

الطريقة: طريقة البِيناو (رباعي الأوجه): اضرب العرض في الطول، ثم اضرب في الارتفاع، واقسم على 6.

هذه صيغة حجم **البِيناو**، وهو رباعي أوجه له ثلاث حواف متعامدة:

$$V = \frac{1}{6} \times a \times b \times c$$

الشرح: شرح ليو هُوِي: البِيناو يوضح مبادئ واضحة. حجم اليانغما هو ثلث المكعب. البِيناو نصف اليانغما. لذلك نقسم على 6. لمكعب ارتفاعه 1 تشي، وعرضه وطوله كل منهما 1 تشي، حجمه 1 تشي مكعب. يانغما بعرض وطول 1 تشي وارتفاع 1 تشي، حجمه $\frac{1}{3}$ تشي مكعب. بِيناو بثلاث حواف كل منها 1 تشي، حجمه $\frac{1}{6}$ تشي مكعب.

2.5 □□□□□□□□□□ (芻甍) □□□□□□□□□□□□ (芻童) —□□□□□ □□□□□□□□ 芻甍與芻童

問：今有芻甍，下廣三丈，袤四丈，上袤二丈，無廣，高一丈。問積幾何？

答曰：答曰：積五千尺。

術曰：術曰：倍下袤，上袤從之，以廣乘之，又以高乘之，六而一。

注：劉徽注：推明義理者，舊說云：凡積芻甍有上下廣曰童甍，謂其屋蓋之苫也。假令下廣二尺，袤三尺，上袤一尺，無廣，高一尺。其用棋也，中央壍堵二，兩端陽馬各二。倍下袤為六，上袤從之為七。以廣二尺乘之，得一十四尺。以高乘之，得十四尺。六而一，即得積也。

السؤال: لنفترض أن هناك سقفا من القش: العرض السفلي 3 جانغ، والطول السفلي 4 جانغ، والطول العلوي 2 جانغ، بلا عرض علوي، والارتفاع 1 جانغ. ما حجمه؟

الجواب: الجواب: الحجم 5,000 قدم مكعب.

الطريقة: الطريقة: ضاعف الطول السفلي، وأضف الطول العلوي، واضرب في العرض، ثم اضرب في الارتفاع، واقسم على 6.

الشرح: شرح ليو هُوِي: لتوضيح المبادئ: النصوص القديمة تقول أن تشُومِنْغ بعرضين علوي وسفلي يسمى «تُونْغ مِنْغ» (شبيه السقف). لنفترض العرض السفلي 2 تشي، والطول 3 تشي، والطول العلوي 1 تشي، بلا عرض علوي، والارتفاع 1 تشي. باستخدام القطع: اثنان من تشيان-دو في الوسط، واثنان من اليانغما في كل طرف. نضاعف الطول السفلي إلى 6، ونضيف الطول العلوي إلى 7. نضربه في العرض 2 تحصل على 14. نضربه في الارتفاع تحصل على 14. نقسم على 6 نحصل على الحجم.

問：今有芻童，下廣二丈，袤三丈，上廣三丈，袤四丈，高三丈。問積幾何？

答曰：答曰：積一萬六千五百尺。

術曰：術曰：倍上袤，下袤從之；亦倍下袤，上袤從之。各以其廣乘之，并，以高乘之，六而一。

السؤال: لنفترض أن هناك كومة من القش: العرض السفلي 2 جانغ، والطول السفلي 3 جانغ، والعرض العلوي 3 جانغ، والطول العلوي 4 جانغ، والارتفاع 3 جانغ. ما حجمه؟

الجواب: الجواب: الحجم 16,500 قدم مكعب.

الطريقة: الطريقة: ضاعف الطول العلوي وأضف الطول السفلي؛ وكذلك ضاعف الطول السفلي وأضف الطول العلوي. اضرب كلا منهما في عرضه المقابل، واجمعهما، واضرب في الارتفاع، واقسم على 6.

注：劉徽注：按此術，假令芻童上廣一尺，袤二尺；下廣二尺，袤三尺；高一尺。其用棋也，中央立方一，兩旁壍堵各一，四角陽馬各一。倍上袤為四，下袤從之為七。以下廣乘之，得一十四。倍下袤為六，上袤從之為八。以上廣乘之，得八。并之，得二十二。以高乘之，得二十二。六而一，即積也。此術與芻甍曲池盤池冥谷皆同術。

الشرح: شرح ليو هُوِي: وفقا لهذه الطريقة: لنفترض تشُوتُونْغ بعرض علوي 1 تشي، وطول 2 تشي؛ عرض سفلي 2 تشي، وطول 3 تشي؛ ارتفاع 1 تشي. باستخدام القطع: مكعب واحد في الوسط، وتشيان-دو واحد على كل جانب، ويانغما واحد في كل زاوية من الزوايا الأربع. نضاعف الطول العلوي إلى 4، ونضيف الطول السفلي فنحصل على 7. نضربه في العرض السفلي 2 نحصل على 14. نضاعف الطول السفلي إلى 6، ونضيف الطول العلوي فنحصل على 8. نضربه في العرض العلوي 1 نحصل على 8. المجموع: 22. نضربه في الارتفاع: 22. نقسم على 6 نحصل على المجم. هذه الطريقة ذاتها تُستخدم لتشُومِنْغ والبركة المنحنية والحوض والوادي.

2.6 ▯▯▯▯▯▯▯ ▯▯▯▯▯▯▯▯ 圓窖問

問：今有圓窖，下周五丈四尺，深一丈八尺。問受粟幾何？

السؤال: لنفترض أن هناك مخزنا دائريا: المحيط 5 جانغ 4 تشي، والعمق 1 جانغ 8 تشي. كم يتسع من الحبوب؟

答曰：答曰：二千九百六十二斛二十七分斛之二十六。

الجواب: الجواب: $2962\frac{26}{27}$ هُو.

術曰：術曰：置周自相乘，以高乘之，十二而一。以斛法一尺六寸二分除之，即斛數。

الطريقة: الطريقة: ضع المحيط وربّعه، واضرب في الارتفاع، واقسم على 12. اقسم على مقياس الهُو (1 تشي 6 تسون 2 فِن) تحصل على عدد الهُو.

注：劉徽注：按此術，圓窖下周自乘，以高乘之，十二而一者，以圓周率三乘之，十二而一，即圓積也。此猶圓堢壔之積也。于徽術，當令下周自乘以高乘之，又以二十五乘之，三百一十四而一。以斛法除之，即斛數。

الشرح: شرح ليو هُوِي: تربيع المحيط السفلي وضربه في الارتفاع، ثم القسمة على 12، يستخدم النسبة الدائرية 3 ويقسم على 12 للحصول على المساحة الدائرية. هذا مثل حجم التحصين الدائري. في طريقة ليو هُوِي، يجب تربيع المحيط السفلي وضربه في الارتفاع، ثم ضربه في 25 وقسمته على 314. اقسم على مقياس الهُو تحصل على عدد الهُو.

3 九章算術卷六 • 均輸—المجلد السادس: الضرائب العادلة

均輸以御遠近勞費

الضرائب العادلة: لتدبير التوزيع العادل حسب المسافة والجهد والتكلفة

本章**均輸**處理加權分配問題，各地區按人口數、運距等因素公平分攤稅賦。另含著名的工作效率問題，如「五渠注池」問題。

يتناول فصل **جُونْشُو** («الضرائب العادلة») مسائل التوزيع الموزون، حيث يجب توزيع المساهمات بعدل بين الأطراف التي تختلف في عدد السكان والمسافة عن الوجهة وعوامل أخرى. يحتوي أيضا على مسائل معدلات العمل الشهيرة، بما فيها مسألة «خمس قنوات تملأ بركة».

3.1 四縣均輸粟 :□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□

問：今有均輸粟，甲縣一萬戶，行道八日；乙縣九千五百戶，行道十日；丙縣一萬二千三百五十戶，行道十三日；丁縣一萬二千二百戶，行道二十日。各到輸所。凡四縣賦，當輸二十五萬斛，用車一萬乘。欲以道里遠近、戶數多少，衰出之。問粟、車各幾何？

السؤال: لنفترض أن هناك توزيعا عادلا للحبوب: المقاطعة أ فيها 10,000 أسرة، ومدة السفر 8 أيام؛ المقاطعة ب فيها 9,500 أسرة، والسفر 10 أيام؛ المقاطعة ج فيها 12,350 أسرة، والسفر 13 يوما؛ المقاطعة د فيها 12,200 أسرة، والسفر 20 يوما. الجميع يصلون إلى نقطة التسليم. إجمالي الضريبة: 250,000 هُو، باستخدام 10,000 عربة. وزّع حسب المسافة وعدد الأسر. كم من الحبوب والعربات لكل مقاطعة؟

答曰：答曰：甲縣粟八萬三千一百斛，車三千三百二十四乘。乙縣粟六萬三千一百七十五斛，車二千五百二十七乘。丙縣粟六萬三千一百七十五斛，車二千五百二十七乘。丁縣粟四萬一千九百一十九斛，車一千六百二十二乘。

الجواب: الجواب: المقاطعة أ: 83,100 هُو من الحبوب، 3,324 عربة. المقاطعة ب: 63,175 هُو، 2,527 عربة. المقاطعة ج: 63,175 هُو، 2,527 عربة. المقاطعة د: 41,919 هُو، 1,622 عربة.

術曰：術曰：令縣戶數，各如其本行道日數而一，以為衰。甲衰一百二十五，乙、丙衰各九十五，丁衰六十一。副并為法。以賦粟、車數，未并者各自為實。實如法得一。按此均輸，猶均運也。令戶率出車，以行道日數為均，發粟為輸。

الطريقة: الطريقة: خذ عدد أسر كل مقاطعة واقسمه على عدد أيام السفر لتكون «الانحدار» (الوزن). وزن أ: 125؛ ب وج: 95 لكل منهما؛ د: 61. اجمعها احتياطيا لتكون القاسم. عدد الحبوب الضريبية والعربات، التي لم تُجمع بعد، كل منها يصبح مقسوما. اقسم على القاسم تحصل على حصة واحدة. هذا التوزيع العادل يشبه النقل المتساوي: كل أسرة تساهم بعربات تناسبيا، باستخدام أيام السفر كمُعادِل، وإرسال الحبوب كنقل.

注：劉徽注：此戶以率當各計車之錢分也。淳風等按：縣戶有多少之差，行道有遠近之異。欲其均等，故令戶數各以行道日數約之，為衰。行道多者，其戶少；行道少者，其戶多。故各令約戶為衰。并戶為法者，以戶數多寡為差，行道遠近為衰，以此均之，則勞逸齊等。

الشرح: شرح ليو هُوِي: كل أسرة بمعدلها تساهم بمال العربات تناسبيا. لي تشُونْفِنْج وآخرون: المقاطعات تختلف في أعداد الأسر ومسافات السفر. لجعل الأمر عادلا، اقسم أعداد الأسر على أيام السفر لتكون أوزان الانحدار. المقاطعات ذات السفر الأطول لها أسر فعّالة أقل، وذات السفر الأقصر لها أكثر. لذلك اختزل الأسر بأيام السفر لتكون أوزانا. جمع الأسر كقاسم، واستخدام أعداد الأسر كفروق ومسافة السفر كأوزان، والموازنة بهذا يجعل الجهد والراحة متساويين.

3.2 程人功問

問：今有程人功，甲七日成功了五分之一；乙五日成功了三分之一；丙四日成功了二分之一。問三人合作，幾何日成功？

السؤال: لنفترض أن هناك عمّالا: أ يُنجز خمس العمل في 7 أيام، ب يُنجز ثلثه في 5 أيام، ج يُنجز نصفه في 4 أيام. كم يوما إذا عملوا جميعا معا؟

答曰：答曰：二十三日六十三分日之二十六。

الجواب: الجواب: $23\frac{26}{63}$ يوما.

術曰：術曰：置甲七日的五分之一，乙五日的三分之一，丙四日的二分之一，各為率。以一日为法，以所为实。实如法而一，各得一日之功。并一日之功，为法。以一日为实。实如法而一，即得日数。

الطريقة: الطريقة: ضع خُمس أ في 7 أيام، وثُلث ب في 5 أيام، ونصف ج في 4 أيام، كل منها كمعدل. خذ يوما واحدا قاسما والإنجاز مقسوما، واقسم تحصل على مساهمة كل عامل في يوم واحد. اجمع مساهمات اليوم الواحد لتكون القاسم. خذ يوما واحدا مقسوما. اقسم تحصل على عدد الأيام.

3.3 五渠注池

此為《九章算術》中最負盛名的問題之一，見於卷六末題。

هذه من أشهر المسائل في «فن الحساب في تسعة فصول»، وهي المسألة الأخيرة في المجلد السادس.

問：今有池，五渠注之。其一渠開之，少半日一滿；次，一日一滿；次，二日半一滿；次，三日一滿；次，五日一滿。今并決之，問幾何日滿池？

السؤال: لنفترض أن هناك بركة تملؤها خمس قنوات. القناة الأولى وحدها تملؤها في ثلث يوم، الثانية في يوم واحد، الثالثة في يومين ونصف، الرابعة في ثلاثة أيام، الخامسة في خمسة أيام. إذا فُتحت جميعها معا، كم يوما لملء البركة؟

答曰：答曰：七十四分日之十五。

الجواب: الجواب: $\frac{15}{74}$ من يوم.

術曰：術曰：各置渠一日滿池之數，并，以為法。以一為實。實如法而一，即得日數。

الطريقة: الطريقة: ضع معدل ملء كل قناة في اليوم [أي $\frac{1}{1/3}$، $\frac{1}{1}$، $\frac{1}{2.5}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{5}$]، واجمعها لتكون القاسم، خذ 1 مقسوما. اقسم تحصل على الأيام.

注：劉徽注：按此術，一渠少半日滿者，是一日三滿也。次一日一滿者，是一日一滿也。次二日半滿者，是一日五分滿之二也。次三日一滿者，是一日三分滿之一也。次五日一滿者，是一日五分滿之一也。并之，得四滿十五分滿之十四也。此為法。以一滿為實。實如法而一，即得滿池之日數也。

الشرح: شرح ليو هُوِي: القناة الأولى تملأ 3 أحواض في اليوم، الثانية تملأ 1، الثالثة تملأ $\frac{2}{5}$، الرابعة تملأ $\frac{1}{3}$، الخامسة تملأ $\frac{1}{5}$. المجموع: $3+1+\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{74}{15}$ حوض في اليوم. إذن حوض واحد يحتاج $\frac{15}{74}$ يوم.

3.4 兔犬追及問 (□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□:)

問：今有兔先走一百步，犬追之二百五十步，不及三十步而止。問犬不止，復行幾何步及之？

答曰：答曰：一百七步七分步之一。

術曰：術曰：置犬先行步數，以不及步數減之，餘為法。以不及步數乘兔先走步数，為實。實如法得一步。

السؤال: أرنب سبق بمائة خطوة. كلب يلاحقه لمسافة 250 خطوة، لكنه لا يزال متأخرا بـ 30 خطوة. إذا لم يتوقف الكلب، كم خطوة إضافية يجب أن يقطع ليلحق بالأرنب؟

الجواب: الجواب: $107\frac{1}{7}$ خطوة.

الطريقة: الطريقة: ضع عدد خطوات الكلب إلى الأمام، واطرح خطوات التأخر، الباقي هو القاسم. اضرب خطوات التأخر في سبق الأرنب ليكون المقسوم. اقسم تحصل على عدد الخطوات.

3.5 金銀重率問 (□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□:)

問：今有金九枚，銀一十一枚，稱之適等。交易其一，金輕十三兩。問金、銀各一枚重幾何？

答曰：答曰：金重二斤三兩一十八銖，銀重一斤十三兩六銖。

術曰：術曰：假令金重三斤，銀重二斤三分斤之二。不足四兩，令之如此。盈不足術為之。

السؤال: لنفترض أن هناك 9 قطع من الذهب و11 قطعة من الفضة، وزنها متساوٍ. إذا بُودلت قطعة واحدة [بينهما]، يصبح جانب الذهب أخف بـ 13 ليانغ. كم وزن كل قطعة ذهب وفضة؟

الجواب: الجواب: الذهب: 2 جين 3 ليانغ 18 جُو؛ الفضة: 1 جين 13 ليانغ 6 جُو.

الطريقة: الطريقة: لنفترض أن الذهب يزن 3 جين، والفضة تزن $2\frac{2}{3}$ جين. العجز 4 ليانغ؛ اضبط وفقا لذلك. استخدم طريقة الزيادة والنقصان (ينْغ بُو زُو شُو).

數學內容總結—ملخص المحتوى الرياضي

卷四：少廣 (□□□□□□□□□)

- **開方**（平方根）：迭代算法，本質等同現代開方長除法
- **開立方**（立方根）：推廣至 $\sqrt[3]{N}$
- **球體積**：古術 $V = \frac{9}{16}d^3$；劉徽批判與牟合方蓋構造
- 分數運算的幾何詮釋

- **التربيعي الجذر استخراج**: طريقة جوهريا تعادل تكرارية خوارزمية للجذور الحديثة المطولة القسمة
- **التكعيبي الجذر استخراج**: إلى امتداد $\sqrt[3]{N}$
- **الكرة حجم**: القديمة الصيغة $V = \frac{9}{16}d^3$، مُوخِه وبناء هُوِي ليو نقد فانغقاي
- هندسي بتفسير الكسري الحساب

卷五：商功 (□□□□□□□□□)

- **土方體積**：城、垣、堤、溝、渠、塹
- **糧倉體積**：倉、圓窖、圓囤
- **幾何立體**：立方、壍堵、陽馬、鱉臑、芻甍、芻童
- 劉徽以**割補法**證明各立體體積公式

- **التراب أعمال أحجام**: الخنادق، السدود، الجدران، المدينة، سور القنوات
- **المخازن أحجام**: الدائرية الصومعة الدائري، المخزن المخزن،
- **الهندسية الأجسام**: تشُومِنْغ، البِيناو، اليانغما، تشيان-دو، المكعب، تشُوتُونْغ
- حجم صيغة لكل هُوِي لليو **الهندسي التقطيع براهين**

卷六：均輸 (□□□□□□□□□)

- **加權分配**：按人口 × 運距分攤稅賦
- **工作效率問題**：多人異速合作
- **追及問題**：相對速度（兔犬問題）
- **聯立方程**：金銀重率、糧食交換
- 著名的**五渠注池**工作效率問題

- **الموزون التوزيع**: السكان حسب المقاطعات بين الضرائب توزيع × المسافة
- **العمل معدلات مسائل**: مختلفة بمعدلات متعددون عمّال
- **المطاردة مسائل**: (الأرنب النسبية السرعة والكلب)
- **المتزامنة المعادلات**: الحبوب تبادل والفضة، الذهب أوزان
- الشهيرة **بركة تملأ قنوات خمس** مسألة

「九章之法，算之綱紀。」
«طرق الفصول التسعة هي أساس كل حساب.»
--- 劉徽《九章算術注序》
الشرح مقدمة هُوِي، ليو ---

九章算術卷四至卷六完

نهاية فن الحساب في تسعة فصول --- المجلدات ٤ إلى ٦