数书九章

Mathematical Treatise in Nine Sections

كِتَابُ التِّسْعِ فُصُولٍ فِي العُلُومِ الرِّيَاضِيَّةِ

قِين جِيُوشَاو □□ القَرْن الثَّانِي عَشَر المِيلَادِي

Fascicle I – 大衍類

الجُزْءُ الأَوَّلُ: فَصْلُ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى

大衍求一术、大衍总数术及九问

طَرِيقَةُ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، وَطَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ الكُبْرَى، وَالتِّسْعُ مَسَائِلَ

By **Qin Jiushao** (秦九韶) لِقِين جِيُوشَاو

c. 1202–1261 CE حَوَالَي عَام 1202□□1261 م

Presented in the 7th year of Chunyou (*淳祐七年*), 1247 CE

مُقَدَّمَةٌ فِي السَّنَةِ السَّابِعَةِ مِن عَهْدِ شُونْيُو، 1247 مِيلَادِيَّةً

Chinese → Arabic Bilingual Translation Edition

طَبْعَةٌ ثُنَائِيَّةُ اللُّغَةِ: الصِّينِيَّةُ وَالعَرَبِيَّةُ

One of the greatest masterpieces of Chinese mathematics,
containing the general Chinese Remainder Theorem (Dayan method),
numerical solutions of polynomial equations, surveying problems,
and commercial and financial mathematics.

مِن أَعْظَمِ مُؤَلَّفَاتِ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ، يَتَضَمَّنُ مُبَرْهَنَةُ البَوَاقِي الصِّينِيَّةُ العَامَّةُ □الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى□

Typeset in LaTeX with XeTeX

Chinese Font: Noto Sans CJK SC • Arabic Font: Noto Naskh Arabic

Contents

1 Introduction

序说

The Shuxue Jiuzhang (数书九章, Mathematical Treatise in Nine Sections) is the magnum opus of the Song dynasty mathematician Qin Jiushao (秦九韶, c. 1202–1261). Completed in 1247 CE during the Chunyou era (淳祐七年), it stands as one of the greatest achievements in the history of Chinese mathematics and of world mathematics.

The work is organized into nine categories (类), each containing nine problems (问), for a total of eighty-one problems. The nine categories are:

1. **Dayan** (大衍) – The Great Derivation
2. **Tianshi** (天时) – Astronomical phenomena
3. **Tianyu** (田域) – Land measurement
4. **Cewang** (测望) – Surveying
5. **Fuyi** (赋役) – Taxation
6. **Qian’gu** (钱谷) – Currency and grain
7. **Yingjian** (营建) – Construction
8. **Junlv** (军旅) – Military affairs
9. **Shiyi** (市易) – Market transactions

المُقَدِّمَةُ

يُعَدُّ كِتَابُ □□شُو شُو جِوْ جَانْغ□□ □الأَقْسَامُ التِّسْعَةُ فِي العُلُومِ الرِّيَاضِيَّةِ□ الإِنْجَازَ الأَعْظَمَ لِلرِّيَاضِيِّ الصِّينِيِّ قِين جِيُوشَاو □حَوَالَي 1202□□1261 م□ فِي عَهْدِ سُلالَةِ سُونْغ. أُكْمِلَ فِي عَام 1247 مِيلَادِيَّةً، وَيُعْتَبَرُ مِن أَعْظَمِ الإِنْجَازَاتِ فِي تَارِيخِ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ وَالعَالَمِيَّةِ.

يَنْقَسِمُ العَمَلُ إِلَى تِسْعِ فَصُولٍ □类□، كُلُّ فَصْلٍ يَحْتَوِي عَلَى تِسْعِ مَسَائِلَ □问□، لِيَصِلَ المَجْمُوعُ إِلَى وَاحِدٍ وَثَمَانِينَ مَسْأَلَةً. التِّسْعَةُ الأَقْسَامُ هِيَ:

1. الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى □大衍□ □□ الطَّرِيقَةُ العُظْمَى
2. الظَّوَاهِرُ الفَلَكِيَّةُ □天时□
3. قِيَاسُ الأَرْضِ □田域□
4. المِسَاحَةُ وَالرُّصْدُ □测望□
5. الضَّرَائِبُ وَالخِدْمَاتُ □赋役□
6. العُمْلَاتُ وَالحُبُوبُ □钱谷□

Each problem follows a rigorous four-part structure:

- **Wen** (问) – The problem statement
- **Da** (答) – The numerical answer
- **Shu** (术) – The general method and algorithm
- **Cao** (草) – The detailed working

1.1 The Dayan Category (大衍类)

Fascicle I covers the first category, Dayan (大衍, "Great Derivation"), devoted to the general solution of systems of linear congruences—what is now known worldwide as the **Chinese Remainder Theorem**.

大衍之数五十，其用四十有九。分而为二以象两，挂一以象三，揲之以四以象四时，归奇于扐以象闰。五岁再闰，故再扐而后挂。

The number of the Great Derivation is fifty; of these, forty-nine are used. Divide into two to symbolize the Two [heaven and earth]; hang one to symbolize the Three [heaven, earth, and man]; count off by fours to symbolize the Four Seasons; return the remainder to symbolize the intercalary month. Five years have two intercalary months, so repeat the process twice and then

7. البِنَاءُ وَالهَنْدَسَةُ 建营
8. الشُّؤُونُ العَسْكَرِيَّةُ 旅军
9. مُعَامَلَاتُ السُّوقِ 易市

كُلُّ مَسْأَلَةٍ تَتَّبِعُ هَيْكَلاً مُرَكَّبًا مِنْ أَرْبَعَةِ أَجْزَاءٍ:

- المَسْأَلَةُ 问 نَصُّ المَسْأَلَةِ
- الجَوَابُ 答 الإِجَابَةُ الرَّقْمِيَّةُ
- الطَّرِيقَةُ 术 الأُسْلُوبُ العَامُّ وَالخَوَارِزْمِيَّةُ
- العَمَلُ المُفَصَّلُ 草 الشَّرْحُ العَمَلِيُّ المُفَصَّلُ

فَصْلُ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى 大衍类

يُغَطِّي الجُزْءُ الأَوَّلُ الفَصْلَ الأَوَّلَ، وَهُوَ فَصْلُ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى 大衍، المُخَصَّصُ لِلحَلِّ العَامِّ لِنِظَامِ المُعَادَلَاتِ الخَطِّيَّةِ المُتَبَادِلِيَّةِ وَهُوَ مَا يُعْرَفُ اليَوْمَ عَالَمِيًّا بِمُبَرْهَنَةِ البَوَاقِي الصِّينِيَّةِ.

hang again.

The nine problems of the Dayan category are:

1. 蓍卦发微 – Divination by Yarrow Stalks
2. 古历会积 – Ancient Calendar Accumulation
3. 推计土功 – Estimating Earthworks
4. 推库额钱 – Calculating Treasury Funds
5. 分粜推原 – Grain Distribution
6. 程行计地 – Journey Distance Calculation
7. 程行相及 – Catching Up on a Journey
8. 积尺寻源 – Finding Dimensions from Volume
9. 余米推数 – Calculating Rice Remainders

عَدَدُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى خَمْسُونَ، وَالمَسْتَخْدَمُ مِنْهَا تِسْعَةٌ وَأَرْبَعُونَ. اِقْسِمْهَا نِصْفَيْنِ لِتُمَثِّلِ الاثْنَيْنِ، وَعَلِّقْ وَاحِدًا لِتُمَثِّلَ الثَّلَاثَةَ، وَاِعْدُدْ بِأَرْبَعَةٍ لِتُمَثِّلَ الفُصُولَ الأَرْبَعَةَ، وَأَرْجِعِ البَاقِيَ لِيُمَثِّلَ الشَّهْرَ الكَبِيسَ. لِأَنَّ فِي كُلِّ خَمْسِ سِنِينَ شَهْرَيْنِ كَبِيسَيْنِ.

التِّسْعُ مَسَائِلُ فَصْلِ الطَّرِيقَةِ الكُبْرَى هِيَ:

1. كَشْفُ أَسْرَارِ الكَشْفِ بِعِيدَانِ الأَرِيكَةِ 蓍卦发微
2. تَرَاكُمُ التَّقْوِيمِ القَدِيمِ 古历会积
3. تَقْدِيرُ أَعْمَالِ التُّرَابِ 推计土功
4. حِسَابُ أَمْوَالِ الخَزِينَةِ 推库额钱
5. تَوْزِيعُ الحُبُوبِ 分粜推原
6. حِسَابُ مَسَافَةِ الرِّحْلَةِ 程行计地
7. التَّقَابُلُ فِي الرِّحْلَةِ 程行相及
8. اِسْتِقْصَاءُ المَقَادِيرِ مِنَ الحُجْمِ 积尺寻源
9. تَعْيِينُ كَمِّيَّةِ الأَرُزِّ البَاقِيَةِ 余米推数

2 Preface (序)

序

Classical Chinese Preface by Qin Jiushao (1247 CE)

周教六艺，数实成之。学士大夫所从事尚矣。其用本太虚生一，而周流无穷。大则可以通神明、顺性命，小则可以经世务、类万物，讵容以浅近窥哉？

若昔推策以迎日，定律而和气。髀距濬川，土圭度晷。天地之大，囿焉而不能外，况其间总总者乎？爰自河图洛书，闿发幽秘；八卦九畴，错综精微。极而至于大衍、皇极之用，而人事之变无不该，鬼神之情莫能隐矣。圣人神之言而遗其粗，常人昧之由而莫之觉。要其归，则数与道非二本也。

汉去古未远，有张苍、许商、马延年、耿寿昌、郑玄、张衡、刘洪之伦，或明天道而法传于后，或计功策而效验于时。后世学者自高鄙不之讲，此学殆绝。惟治历畴人能为乘除，而弗通于开方衍变。若官府会事，则府史一二累之，算家位置素所不识，上之人亦委而听焉。持算者惟若人，则鄙之也宜矣。

呜呼！乐有制氏，仅记铿锵之声，而谓与天地同和者止于是，可乎？今数术之书尚三十余家。天象历度谓之缀术，太乙壬甲谓之三式，皆曰内算，言其秘也。九章所载及周官九数，系于方圆者为专术，皆曰外算，对内而言也。其用相通，不可歧二。独大衍法不载九章，未有能推之者。历家演法颇用之，以为方程者，误也。

且天下之事多矣。古之人先事而计，计定而行。仰观俯察，人谋鬼谋，无所不用其谨，是以不愆于成。载籍章章可覆也。后世兴事造始，鲜能考度，悠悠乎天纪人事之殽缺矣，可不求其故哉？

九韶愚陋，不闲于艺。然早岁侍亲中都，因得访习于太史，又尝从隐君子受数学。时际兵难，历岁遥塞，不自意全于矢石之间。更险离忧，荏苒十禩，心槁气落。信知夫物莫不有数也，乃肆意其间，旁诹方能，探索杳眇，粗若有得焉。所谓通神明、顺性命，固肤末于见。若其小者，窃尝设为问答，以拟于用。积多而惜其弃，因取八十一题，厘为九类，立术具草，间以图发之。恐或可备博学多识君子之余观，曲艺可遂也，愿进之于道。傥曰艺成而下，是惟畴人府史流也，乌足尽天下之用，亦无瞢焉。

时淳祐七年九月，鲁郡秦九韶叙。

المُقَدِّمَةُ

بِقَلَمِ قِين جِيُوشَاو عَام 1247 مِيلَادِيَّةً

إِنَّ عُلُومَ الأُمَّةِ السِّتَّ فِي التَّعْلِيمِ الزَّمَكِشَفِيّ قَدْ أَكْمَلَتْهَا الرِّيَاضَةُ. وَقَدْ اِشْتَغَلَ بِهَا طُلَّابُ العِلْمِ وَالعُظَمَاءُ مُنْذُ زَمَانٍ بَعِيدٍ. أَصْلُهَا: اللاَّشَيْءُ يُنْشِئُ الوَاحِدَ، فَتَدُورُ فِي مَجَالٍ لاَ يَنْتَهِي. فِي الكُبْرَى تَصِلُ إِلَى فَهْمِ الأَلِهَةِ وَطَاعَةِ المَصِيرِ، وَفِي الصُّغْرَى تُدَبِّرُ شُؤُونَ الدُّنْيَا وَتُصَنِّفُ جَمِيعَ الأَشْيَاءِ. فَكَيْفَ يُمْكِنُ اِسْتِيعَابُهَا بِنَظْرَةٍ ضَحْلَةٍ؟

فِي المَاضِي، كَانُوا يَسْتَخْدِمُونَ العِصِيَّ لاسْتِقْبَالِ الشَّمْسِ، وَيَضَعُونَ

القَوَانِينَ لِيُنَاسِبُوا الإِيقَاعَ السَّمَاوِيَّ. يَقِيسُونَ بِالأَسْطُوَانَاتِ وَيُجَرِّفُونَ الأَنْهَارَ، وَيَعِيرُونَ بِالأُرْجُوحَةِ التُّرَابِيَّةِ لِقِيَاسِ ظِلِّ الشَّمْسِ. أَمَّا عَظَمَةُ السَّمَاءِ وَالأَرْضِ فَإِنَّهَا مَحْصُورَةٌ لَا يُمْكِنُ الخُرُوجُ عَنْهَا، فَكَيْفَ بِمَا فِي وَسَطِهَا؟

مُنْذُ خَرِيطَةِ النَّهْرِ وَكِتَابِ اللُّؤْلُؤَةِ، تَمَّ كَشْفُ الأَسْرَارِ الخَفِيَّةِ. وَالأَرْقَامُ الثَّمَانِيَةُ وَالتِّسْعَةُ الأَنْوَاعِ تَتَشَابَكُ فِي دِقَّتِهَا الوَافِرَةِ. حَتَّى الطَّرِيقَةُ العُظْمَى وَالقُصْوَى، فَلَيْسَ مِن تَغَيُّرَاتِ البَشَرِ إِلاَّ وَقَدْ شَمِلَتْهَا، وَلَا مِنْ أَحْوَالِ الأَرْوَاحِ إِلاَّ وَقَدْ أَظْهَرَتْهَا.

الأَحْكَامُ الفَلَكِيَّةُ فِي سُلالَةِ هَانْ لَمْ تَكُنْ بَعِيدَةً عَنِ العُصُورِ القَدِيمَةِ. كَانَ هُنَاكَ: جَانْغ تْسَانْغ، شُو شَانْغ، مَا يَنْ نِيَنْ، غِنْغ شُوجَانْغ، جُونْغ شُوَانْ، جَانْغ هِنْغ، لِيُو هُنْغ وَغَيْرُهُمْ. بَعْضُهُمْ فَهِمَ قَانُونَ السَّمَاءِ فَنَقَلَهُ إِلَى مَا بَعْدَهُ، وَبَعْضُهُمْ حَاسَبَ الإِنجَازَاتِ فَتَحَقَّقَتْ صِحَّتُهُ.

أَمَّا عُلَمَاءُ العُصُورِ المُتَأَخِّرَةُ فَقَدِ اسْتَكْبَرُوا عَنْ دِرَاسَتِهَا، فَكَادَتْ هَذِهِ المَعْرِفَةُ أَنْ تَنْدَثِرَ. لَمْ يَبْقَ إِلاَّ مُعَدِّلُو التَّقَاوِيمِ يَقْدِرُونَ عَلَى الضَّرْبِ وَالقِسْمَةِ، دُونَ فَهْمِ التَّطْوِيرِ الجَذْرِيِّ. فَإِنْ كَانَ أَهْلُ الحِسَابِ هَكَذَا، فَاسْتِحْقَارُهُمْ مُسْتَحَقٌّ.

أَسْفَاهُ! فِي المُوسِيقَى هُنَاكَ عَائِلَةُ جْوِ، تَحْفَظُ فَقَط أَصْوَاتَ الجَوَاهِرِ، فَهَلْ يَعْقِلُ أَنَّ التَّنَاغُمَ مَعَ السَّمَاوَاتِ يَقِفُ عِنْدَ هَذَا؟

كُتُبُ الرِّيَاضَاتِ اليَوْمَ لاَ تَزَالُ تَزْهُو بِأَكْثَرَ مِنْ ثَلَاثِينَ بَيْتًا. فَنُجُومُ السَّمَاءِ وَدَرَجَاتُ التَّقْوِيمِ تُسَمَّى □□فَنَّ الإِلْحَاقِ□□، وَالتَّايِي وَالرِّيَانْجَا وَالجِيَا تُسَمَّى □□الطُّرُقَ الثَّلَاثَ□□، وَكُلُّهَا تُدْعَى □□الحِسَابَ الدَّاخِلِيَّ□□ لِسِرِّيَّتِهَا. أَمَّا مَا فِي كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ وَتِسْعَةُ أَرْقَامِ □□جُو□□ فَتُسَمَّى □□الحِسَابَ الخَارِجِيَّ□□، لِأَنَّهَا خَارِجَةٌ عَنِ الدَّاخِلِيِّ. إِلاَّ أَنَّهَا مُتَصِلَةٌ فِي الوَظِيفَةِ، فَلاَ يُمْكِنُ الفَصْلُ بَيْنَهَا.

وَحْدَهَا طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لَمْ تُذْكَرْ فِي الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ، وَلَمْ يَكُنْ هُنَاكَ مَنْ يَسْتَطِيعُ اسْتِنْبَاطَهَا. أَهْلُ التَّقَاوِيمِ اسْتَخْدَمُوهَا كَثِيرًا فِي حِسَابَاتِهِمْ، لَكِنَّ مَنْ ظَنَّهَا مُعَادَلَاتٍ فَقَطْ فَقَدْ أَخْطَأَ.

يَا لَهَا مِنْ دُنْيَا وَاسِعَةِ الشُّؤُونِ! فَأَهْلُ العُصُورِ الخَالِيَةِ كَانُوا يُدَبِّرُونَ قَبْلَ الأَحْدَاثِ، فَإِذَا حَسُنَ التَّدْبِيرُ تَمَّ العَمَلُ. يَنْظُرُونَ إِلَى السَّمَاءِ وَيَرْصُدُونَ الأَرْضَ، يَتَشَاوَرُونَ بَيْنَهُمْ وَمَعَ الرُّوحَانِيَّاتِ، فَلاَ يَفْعَلُونَ شَيْئًا إِلاَّ بِعِنَايَةٍ شَدِيدَةٍ.

أَمَّا أَنَا جِيُوشَاو فَأَنَا رَجُلٌ بَلِيدٌ قَلِيلُ المَعْرِفَةِ. غَيْرَ أَنَّنِي فِي صِغَرِي خِدْتُ وَالِدَيَّ فِي العَاصِمَةِ، فَتَمَكَّنْتُ مِنْ زِيَارَةِ مَعْهَدِ الفَلَكِ لِلتَّعَلُّمِ. وَقَدْ تَتَلَّمْتُ عَلَى يَدِ عَالِمٍ حَكِيمٍ فِي عِلْمِ الأَرْقَامِ.

حِينَ وَقَعَتِ الحُرُوبُ، عَبَرْتُ سِنِينَ طَوِيلَةً مُتَنَقِّلاً بَيْنَ المُدُنِ البَعِيدَةِ، وَلَمْ أَظُنَّ أَنَّنِي سَأَنْجُو مِنْ بَيْنِ السِّهَامِ وَالحِجَارَةِ. تَجَاوَزْتُ الأَخْطَارَ وَالأَحْزَانَ، وَمَرَّتْ عَشْرُ سَنَوَاتٍ، وَقَلْبِي يَابِسٌ وَهِمَّتِي سَاقِطَةٌ.

عِنْدَئِذٍ آمَنْتُ أَنَّ كُلَّ شَيْءٍ لَهُ عَدَدُهُ، فَانْغَمَسْتُ فِي عِلْمِ الأَرْقَامِ، أَسْتَكْشِفُ الأَعْمَاقَ البَعِيدَةَ، فَحَصَلْتُ عَلَى نَتَائِجَ مُتَوَاضِعَةٍ. أَمَّا المَقُولُ: □□اِتِّصَالُ الأَلِهَةِ وَطَاعَةُ المَصِيرِ□□ فَهُوَ بَعِيدٌ عَنْ فَهْمِي السَّطِيحِ. لَكِنِّي جَرَّبْتُ أَنْ أَضَعَ مَسَائِلَ وَأَجْوِبَةً لِلتَّطْبِيقِ.

ثُمَّ تَرَاكَمَتِ المَسَائِلُ فَخِفْتُ أَنْ تَضِيعَ، فَاخْتَرْتُ وَاحِدًا وَثَمَانِينَ مَسْأَلَةً، رَتَّبْتُهَا فِي تِسْعَةِ فُصُولٍ، وَضَعْتُ لَهَا الطُّرُقَ وَالأَعْمَالَ، وَأَحْيَانًا بِالرُّسُومِ. لَعَلَّهَا تَكُونُ لِأُولِي العِلْمِ الوَاسِعِ مَوْضُوعَ اِطِّلاَعٍ.

قِين في شَهْرِ أَيْلُولَ، السَّنَةُ السَّابِعَةُ مِن عَهْدِ شُونْيُو، عَام 1247 م

جِيُوشَاو مِن لُو جُونْ

3 The Nine Categories in Verse (九类赋)

九类赋

昆仑旁薄，道本虚一。圣有大衍，微寓于《易》。奇余取策，群数皆捐。衍而究之，探隐之原。

述大衍第一

数术之传，以实为体。其书九章，惟兹弗纪。历家虽用，用而不知。小试经世，姑推所为。

七精回穹，人事之纪。追缀而求，宵星昼晷。历久则疏，惟智能革。不寻天道，模袭何益。

述天时第二

魁隗粒民，甄度四海。苍姬井之，仁政攸在。代远庶蕃，垦菑日广。步度庀赋，版图是掌。方圆异状，袤窳殊形。专术精微，孰究其真。差之毫厘，谬乃千里。公私共弊，盍谨其籍。

述田域第三

莫高匪山，莫濬匪川。神禹奠之，积矩攸传。智创巧述，重差夕桀。求之既详，揆之罔越。崇深广远，度则靡容。形格势禁，寇垒仇墉。欲知其数，先望以表。因差施术，坐悉微渺。

述测望第四

邦国之赋，以待百事。畦田经入，取之有度。未免力役，先商厥功。以衰以率，逸乃同功。汉犹近古，租税以算。调均钱谷，何菑之捍。惟仁隐民，犹己溺饥。赋役不均，宁得勿思。

述赋役第五

物等敛赋，式时府庾。粒粟寸丝，褐夫红女。商征边籴，后世多端。立缘为欺，上下俱殚。我闻理财，如智治水。澄源濬流，惟其深矣。彼昧弗察，急于烦刑。去理益远，吁嗟不仁。

述钱谷第六

斯城斯池，乃栋乃宇。宅坐寄命，以保以聚。鸠功雉制，竹个本章。匪究匪度，财蠹力伤。围蔡而裁，如子西素。匠计露台，俾汉文惧。惟武图功，惟俭昭德。有国有家，兹焉取则。

述营建第七

天生五材，兵去未可。不教而战，维上之过。堂堂之阵，鹅鹳为行。营应规矩，其将莫当。师中之吉，惟智仁勇。夜算军书，先计攸重。我闻在昔，轻则寡谋。殄民以幸，亦孔之忧。

述军旅第八

日中而市，万民所资。贾贸墆鬻，利析铢锱。蹭财役贫，封君低首。豕末兼并，非国之厚。

述市易第九

مَقَالُ التِّسْعَةِ الأَقْسَامِ

جِبَالُ كُونْلُونْ الشَّامِخَةُ، وَأَصْلُ الطَّرِيقِ هُوَ الفَرَاغُ الوَاحِدُ. أَتَى الأَقْدَمُونَ بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى، فَتَجَلَّتْ فِي كِتَابِ التَّغَيُّرَاتِ. يَأْخُذُونَ العَصَا وَالبَوَاقِيَ، فَتَنْصَرِفُ الجُمْهُورَةُ. لِنَفْحَصَهَا وَنَبْحَثَ عَنْ أَصْلِ الخَفَاءِ.

فَصْلُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى □□ الأَوَّلُ

تَنْقُلُ الرِّيَاضَةُ جِيلًا بَعْدَ جِيلٍ، وَجِسْمُهَا الحَقِيقَةُ. كِتَابُ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ لَمْ يَذْكُرْهَا. أَهْلُ التَّقَاوِيمِ اسْتَخْدَمُوهَا دُونَ فَهْمِهَا. لِنَجْرِبْ فِي إِدَارَةِ الدُّنْيَا وَنَسْتَنْبِطَ مَا يَنْبَغِي.

سَبْعَةُ كَوَاكِبَ تَدُورُ فِي الفُضَاءِ، وَهِيَ قَاعِدَةُ شُؤُونِ البَشَرِ. نَتْبَعُهَا لَيْلًا وَنَهَارًا. مَرَّ الزَّمَانُ فَصَارَتْ غَيْرَ دَقِيقَةٍ، وَالحِكْمَةُ وَحْدَهَا تُجَدِّدُهَا.

فَصْلُ الأَحْوَالِ السَّمَاوِيَّةِ □□ الثَّانِي

فَصْلُ قِيَاسِ الأَرْضِ □□ الثَّالِثُ

فَصْلُ الرُّصْدِ وَالمِسَاحَةِ □□ الرَّابِعُ

فَصْلُ الضَّرَائِبِ وَالخِدْمَاتِ □□ الخَامِسُ

فَصْلُ العُمْلَاتِ وَالحُبُوبِ □□ السَّادِسُ

فَصْلُ البِنَاءِ □□ السَّابِعُ

فَصْلُ الشُّؤُونِ العَسْكَرِيَّةِ □□ الثَّامِنُ

فَصْلُ مُعَامَلَاتِ السُّوقِ □□ التَّاسِعُ

4 The Dayan General Method (大衍总数术)

طَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ العُظْمَى

4.1 Editorial Commentary (按)

按： 按大衍术，以各分数之奇零求各分数之总数。大而天行，小而物数，皆可御之。其法有求元、求定、求衍、求奇、求乘、求用之目。大约以数之奇偶为根，而以诸数相度之尽不尽为用。

有求彼此不能度尽之诸数者，元数、定数是也。有求诸数皆能度尽之一数者，衍母数是也。有求诸数皆能度尽而一数不能度尽之数者，各衍数是也。其不尽之数，即奇数也。有求二数相度余一之数者，乘数是也。有求二数相度余一而诸数又能度尽之数者，用数是也。

此法乃秦九韶之所独得，九章所不载，刘徽、祖冲之所未尝言。其精妙在于求一术，能以两数之最大公度求乘率，使乘率乘奇数满定母去之余一。此术一出，而历家积年之算、物不知数之问，皆有定法可循矣。

تَعْلِيقُ المُحَرِّرِ:

طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى تَطْلُبُ المَجْمُوعَ الكُلِّيَّ لِكُلِّ العَدَدِ مِنْ خِلَالِ بَوَاقِيهَا. فَمِنَ السَّمَاءِ الكُبْرَى إِلَى عَدَدِ الأَجْسَامِ الصَّغِيرَةِ، جَمِيعُهَا يُمْكِنُ مُعَالَجَتُهَا. لِهَذَا الأُسْلُوبِ فُرُوضٌ: طَلَبُ الأَصْلِ، وَطَلَبُ التَّثْبِيتِ، وَطَلَبُ المُشْتَقَّاتِ، وَطَلَبُ الفَرْدِيَّةِ، وَطَلَبِ مُعَدِّلِ الضَّرْبِ، وَطَلَبِ العَدَدِ المُسْتَخْدَمِ.

الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ وَالمُثَبَّتَةُ هِيَ التِّي لاَ يُمْكِنُ قِسْمَتُهَا بَعْضُهَا عَلَى بَعْضٍ. وَالجِذْرُ المُشْتَرَكُ 母衍 هُوَ العَدَدُ الوَاحِدُ الَّذِي تُمْكِنُ قِسْمَةُ جَمِيعِ الأَعْدَادِ عَلَيْهِ. وَالمُشْتَقَّاتُ 数衍 هِيَ الأَعْدَادُ الَّتِي يُمْكِنُ قِسْمَتُهَا عَلَى جَمِيعِ الأَعْدَادِ مَعَدًّا وَاحِدًا. وَالبَاقِي 数奇 هُوَ ذَلِكَ الَّذِي لَا يُقْسَمُ. وَمُعَدِّلُ الضَّرْبِ 率乘 هُوَ الَّذِي عِنْدَ ضَرْبِهِ فِي العَدَدِ البَاقِي يُعْطِي الوَاحِدَ بَعْدَ إِزَالَةِ القَاسِمِ المُثَبَّتِ.

هَذِهِ الطَّرِيقَةُ هِيَ اِكْتِشَافٌ خَاصٌّ بِقِين جِيُوشَاو، لَمْ تُذْكَرْ فِي كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ، وَلَمْ يَتَحَدَّثْ عَنْهَا لاَلِيُو هُوِي وَلاَ زُو جِونْجِ. دِقَّتُهَا تَكْمُنُ فِي طَرِيقَةِ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، الَّتِي تَسْتَطِيعُ أَنْ تَسْتَخْرِجَ مُعَدِّلَ الضَّرْبِ بِأَقْصَى قَاسِمٍ مُشْتَرَكٍ لِعَدَدَيْنِ، حَتَّى إِنَّ مُعَدِّلَ الضَّرْبِ يُضَرَّبُ فِي العَدَدِ الفَرْدِيِّ فَيَكُونُ البَاقِي وَاحِدًا بَعْدَ إِزَالَةِ المُثَبَّتِ.

4.2 The Four Types of Numbers (四华数)

الأَنْوَاعُ الأَرْبَعَةُ مِنَ الأَعْدَادِ

大衍总数术曰：置诸问数，类名有四。

.1 **元数** 元数 谓尾位见单零者。本门揲蓍、酒息、斛粟、砌砖、失米之类是也。 [illegible]

.2 **收数** （收数） 谓尾位见分厘者。假令冬至三百六十五日二十五刻，欲与甲子六十日为一会而求积日之类。 [illegible] ., 365.25 [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]

4.3 Finding the Definitive Numbers (求定数)

اسْتِخْرَاجُ الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ

元数者：先以两两连环求等，约奇弗约偶。或约得五而彼有十，乃约偶弗约奇。或元数俱偶，约毕可存一位见偶。或皆约而犹有类数存，姑置之，俟与其他约遍而后乃与姑置者求等约之。或诸数皆不可尽类，则以诸元数命曰定数，以复数格入之。

收数者：乃命尾位分厘作单零，以进所问之数，定位讫，用元数格入之。或如意立数为母，收进分厘以从所问，用通数格入之。

通数者：置问数通分纳子，互乘之，皆曰通数。求总等，不约一位，约众位，得各原法数，用元数格入之。或诸母数繁，就分从省通之者，皆不用元，各母仍求总等，存一位约众位，亦各得原法数，亦用元法数格入之。

复数者：问数尾位见十以上者，以诸数求总等，存一位约众位，始得元数。两两连环求等，约奇弗约偶，复乘偶；或约偶弗约奇，弗乘奇。

أَمَّا الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ: أَوَّلاً طَلَبُ المُشْتَرَكِ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَةِ ثُنَائِيًا، فَتُخَفَّضُ الفَرْدِيَّةُ لاَ الزَّوْجِيَّةُ. إِنْ خُفِّضَتْ إِلَى خَمْسَةٍ وَكَانَتْ هُنَاكَ عَشَرَةٌ، فَخَفِّضِ الزَّوْجِيَّ لاَ الفَرْدِيَّ. إِنْ كَانَتِ الأَعْدَادُ الأَصْلِيَّةُ كُلُّهَا زَوْجِيَّةً، فَبَعْدَ التَّخْفِيضِ يُمْكِنُ الإِبْقَاءُ عَلَى مَوْضِعٍ وَاحِدٍ زَوْجِيٍّ.

وَأَمَّا أَعْدَادُ الجَمْعِ: فَأَمْرُ نِهَايَةِ الأَجْزَاءِ مِنَ العُشْرَةِ أَو المِئَةِ أَنْ تُجْعَلَ صِفْرًا وَاحِدًا، فَيَتَقَدَّمُ عَدَدُ المَسْأَلَةِ.

وَأَمَّا أَعْدَادُ العَبُورِ: ضَعْ أَعْدَادَ المَسَائِلِ فَأَجْرِ عَلَيْهَا عَمَلِيَّةَ جَمْعِ البَسْطِ فِي المَقَامِ، ثُمَّ اِضْرِبْهَا بَعْضَهَا فِي بَعْضٍ، فَكُلُّهَا تُسَمَّى أَعْدَادَ العَبُورِ.

وَأَمَّا أَعْدَادُ الإِعَادَةِ: فَالمَسَائِلُ الَّتِي تَنْتَهِي بِعَشَرَاتٍ فَصَاعِدًا، نَطْلُبُ المُشْتَرَكَ الأَعْظَمَ لِجَمِيعِ الأَعْدَادِ، فَنُبْقِي مَوْضِعًا وَاحِدًا وَنُخَفِّضُ البَاقِيَ، فَنَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ.

4.4 Computing the Derivative Numbers (求衍数、奇数、乘率、用数)

اسْتِخْرَاجُ الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ وَالفَرْدِيَّاتِ وَمُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ وَالأَعْدَادِ المُسْتَخْدَمَةِ

求定数勿使两位见偶，勿使见一太多。见一多则借用繁，不欲借则任得一。

以定相乘为衍母，以各定约衍母，得各衍数。或列各定数于右行，各立天元一为子于左行，以母互乘子，亦得衍数。

次以各定母满去衍数，各余名曰奇数。

用大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求数。

فِي اسْتِخْرَاجِ الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ: لاَ تَجْعَلْ مَوْضِعَيْنِ زَوْجِيَّيْنِ، وَلاَ تَجْعَلِ الوَاحِدَ كَثِيرًا. فَإِنْ كَثُرَتِ الأَوَاحِدُ تَعَقَّدَتِ العَمَلِيَّةُ.

يُضَرَّبُ المُثَبَّتُ فِي بَعْضِهِ لِيُعْطِيَ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ [衍母]. ثُمَّ يُقَسَّمُ كُلُّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَكُونُ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ. أَوْ: ضَعِ المُثَبَّتَاتِ فِي الصَّفِّ الأَيْمَنِ، وَضَعِ الوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فِي الصَّفِّ الأَيْسَرِ، ثُمَّ اِضْرَبِ البِسَاطَ بَعْضُهُ فِي بَعْضٍ فَتَكُونُ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ.

ثُمَّ تُمْلَأُ كُلُّ مُثَبَّتَاتٍ مِنَ الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ، فَيَتَبَقَّى لِكُلِّ وَاحِدٍ عَدَدٌ يُسَمَّى العَدَدَ الفَرْدِيَّ [奇数].

ثُمَّ تُدْخَلُ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، فَنَحْصُلُ
عَلَى مُعَدِّلِ الضَّرْبِ. يُضَرَّبُ فِي العَدَدِ المُشْتَقِّ فَيَكُونُ عَدَدًا مُسْتَخْدَمًا.
ثُمَّ تُوضَعُ كُلُّ البَوَاقِي فَتُضَرَّبُ فِي الأَعْدَادِ المُسْتَخْدَمَةِ، فَتُجْمَعُ
فَتَكُونُ جُمْلَةً. يُزَالُ مِنْهَا الجِذْرُ المُشْتَرَكُ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ المَطْلُوبُ.

[illegible]:

$$\begin{aligned} N &\equiv r_1 \pmod{m_1} \\ N &\equiv r_2 \pmod{m_2} \\ &\vdots \\ N &\equiv r_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

بِالرَّمْزِ الرِّيَاضِيِّ الحَدِيثِ، تَحُلُّ طَرِيقَةُ جَمْعِ الأَعْدَادِ العُظْمَى النِّظَامَ التَّالِيَ:

[illegible]:

1. [illegible] **求定数** [illegible]: [illegible] m_i [illegible].
2. [illegible] **求衍母** [illegible]: $M = \prod m_i$
3. [illegible] **求衍数** [illegible]: $M_i = M/m_i$
4. [illegible] **求奇数** [illegible]: $g_i = M_i \bmod m_i$
5. [illegible] **大衍求一** [illegible]: [illegible] k_i [illegible] $k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$
6. [illegible] **求用数** [illegible]: $u_i = k_i \cdot M_i$
7. [illegible] **求总数** [illegible]: $N = \sum r_i \cdot u_i \pmod{M}$

1. خُطْوَةُ: طَلَبُ الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ [illegible]数定求]: تَخْفِيضُ m_i ثُنَائِيًّا بِأَقْصَى قَاسِمٍ مُشْتَرَكٍ حَتَّى تَصِيرَ مُتَبَادِلِيَّةَ القَاسِمِ الأَعْظَمِ.
2. خُطْوَةُ: طَلَبُ الجِذْرِ المُشْتَرَكِ [illegible]母衍求]: $M = \prod m_i$
3. خُطْوَةُ: طَلَبُ الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ [illegible]数衍求]: $M_i = M/m_i$
4. خُطْوَةُ: طَلَبُ الأَعْدَادِ الفَرْدِيَّةِ [illegible]数奇求]: $g_i = M_i \bmod m_i$
5. خُطْوَةُ: طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ [illegible]大衍求一术]: إِيجَادُ k_i حَيْثُ $k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$
6. خُطْوَةُ: طَلَبُ الأَعْدَادِ المُسْتَخْدَمَةِ [illegible]数用求]: $u_i = k_i \cdot M_i$
7. خُطْوَةُ: الحِسَابُ النِّهَائِيُّ [illegible]数总求]: $N = \sum r_i \cdot u_i \pmod{M}$

4.5 The Dayan Method for Finding Unity (大衍求一术)

طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لِاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ

大衍求一术云：置奇右上，定居右下。立天元一于左上。先以右行上下两位，以少除多，所得商数，乃递互乘归左行。须使右上末后奇一而止。乃验左上所得，以为乘率。或奇数已见单一者，便为乘率。

[illegible] a [illegible] m [illegible], [illegible] k [illegible]:

$$k \cdot a \equiv 1 \pmod{m}$$

[illegible] a [illegible] m, [illegible] [illegible].

تَقُولُ طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لِاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ: ضَعِ العَدَدَ الفَرْدِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ، وَالمُثَبَّتَ فِي الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ. أَقِمِ الوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ. أَوَّلاً خُذِ الصَّفَّ الأَيْمَنَ الأَعْلَى وَالأَسْفَلَ، فَاقْسِمِ الأَكْبَرَ عَلَى الأَصْغَرِ، فَيَكُونُ النَّاتِجُ هُوَ عَدَدَ القِسْمَةِ. ثُمَّ اِضْرِبْهُ عَلَى التَّبَادُلِ فِي الصَّفِّ الأَيْسَرِ. يَنْبَغِي أَنْ يَكُونَ البَاقِي فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ وَاحِدًا. ثُمَّ تَحَقَّقْ مِمَّا حَصَلْتَ عَلَيْهِ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ فَيَكُونُ مُعَدِّلَ الضَّرْبِ.

بِالأَلْفَاظِ العَصْرِيَّةِ: بِنَاءً عَلَى عَدَدَيْنِ مُتَبَادِلِيَّ القَاسِمِ الأَعْظَمِ a العَدَدُ الفَرْدِيُّ وَm العَدَدُ المُثَبَّتُ، نَجِدُ k حَيْثُ:

$$k \cdot a \equiv 1 \pmod{m}$$

هَذَا هُوَ الضِّدُّ الضَّرْبِيُّ التُّمُودِجِيُّ لِلعَدَدِ a حَسَبَ الوَحْدَةِ m.

按： 按求一术之精妙，在于不用互乘相减之繁，而直以递除递乘得之。其法以奇居右上，定居右下，天元一居左上。以右下除右上，得商数，以商数乘左上，归入左下。复以右上之余除右下，得商数，以商数乘左下，归入左上。如此上下递除，左右递乘，必使右上余一而止。此时左上所得，即为乘率。若左上所得甚大，满定母去之，不满者方为正乘率。

此术实为今之连分数求渐近分数之法，亦即欧几里得辗转相除之推广。泰西所谓扩展欧几里得算法，其源实在于此。秦氏独得于心，不藉师传，可谓神矣。

تَعْلِيقُ المُحَرِّرِ: إِنَّ دِقَّةَ طَرِيقَةِ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ تَكْمُنُ فِي عَدَمِ الحَاجَةِ إِلَى التَّبَادُلِ المُرَكَّبِ لِلطَّرْحِ، بَلْ بِالقِسْمَةِ المُتَعَاقِبَةِ وَالضَّرْبِ

المُبَاشِرِ. طَرِيقَتُهَا: ضَعِ العَدَدَ الفَرْدِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ، وَالمُثَبَّتَ فِي الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ، وَالوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ.

اقْسِمِ الأَعْلَى الأَيْمَنَ عَلَى الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ فَتَحْصُلُ عَلَى نَاتِجِ القِسْمَةِ. اِضْرَبْ نَاتِجَ القِسْمَةِ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ فَتُدْخَلُ فِي الأَسْفَلِ الأَيْسَرِ. ثُمَّ اِقْسِمِ البَاقِيَ الأَعْلَى الأَيْمَنَ عَلَى الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ، فَيَكُونُ نَاتِجُ القِسْمَةِ، فَتَضْرُبَهُ فِي الأَسْفَلِ الأَيْسَرِ فَتُدْخَلَ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ. وَهَكَذَا تَتَعَاقَبُ القِسَمَاتُ عَلَى الأَعْلَى وَالأَسْفَلِ، وَالضَّرْبُ عَلَى الأَيْمَنِ وَالأَيْسَرِ، حَتَّى يَكُونَ البَاقِي فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ وَاحِدًا.

فَمَا يُحْصَلُ عَلَيْهِ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ هُوَ مُعَدِّلُ الضَّرْبِ. إِنْ كَانَ كَبِيرًا جِدًّا فَأَزِلِ المُثَبَّتَ مِنْهُ، فَمَا لَمْ يُمْلَأْ هُوَ مُعَدِّلُ الضَّرْبِ الصَّحِيحُ.

هَذِهِ الطَّرِيقَةُ هِيَ فِي الحَقِيقَةِ طَرِيقَةُ الكُسُورِ المُتَّصِلَةِ لِإِيجَادِ الكُسُورِ المُتَقَرِّبَةِ، أَيْ أَنَّهَا تَعْمِيمٌ لِعَمَلِيَّةِ اقْتِسَامِ أُقْلِيدُسَ المُتَبَادَلِ. إِنَّ مَا يُسَمَّى فِي العَالَمِ الغَرْبِيِّ بِخَوَارِزْمِيَّةِ أُقْلِيدُسَ المُمَدَّدَةِ، أَصْلُهَا فِي الحَقِيقَةِ مِنْ هُنَا. إِنَّ قِين جِيُوشَاو قَدِ اِكْتَشَفَهَا بِنَفْسِهِ دُونَ مُعَلِّمٍ، فَيُمْكِنُ أَنْ تُوصَفَ بِأَنَّهَا إِلٰهِيَّةٌ.

5 Problem 1: Shigua Fawei (蓍卦发微)

المَسْأَلَةُ الأُولَى: كَشْفُ أَسْرَارِ الكَشْفِ بِعِيدَانِ الأَرِيكَةِ

问曰:

《易》曰：大衍之数五十，其用四十有九。又曰：分而为二以象两，挂一以象三，揲之以四以象四时，归奇于扐以象闰。五岁再闰，故再扐而后挂。三变而成爻，十有八变而成卦。欲知所衍之术及其数各几何？

[illegible]

المسألة:

يَقُولُ كِتَابُ التَّغَيُّرَاتِ: [illegible]عَدَدُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى خَمْسُونَ، وَالمُسْتَخْدَمُ مِنْهَا تِسْعَةٌ وَأَرْبَعُونَ.[illegible] وَيَقُولُ أَيْضًا: [illegible]اِقْسِمِ العَدَدَ نِصْفَيْنِ لِتُمَثِّلَ السَّمَاءَ وَالأَرْضَ، وَعَلِّقْ وَاحِدًا لِتُمَثِّلَ الثَّلَاثَةَ [illegible]السَّمَاءَ وَالأَرْضَ وَالإِنْسَانَ[illegible]، وَاِعْدُدْ بِأَرْبَعَةٍ لِتُمَثِّلَ الفُصُولَ الأَرْبَعَةَ، وَأَرْجِعِ البَاقِيَ لِيُمَثِّلَ الشَّهْرَ الكَبِيسَ.[illegible] ثَلَاثُ تَغَيُّرَاتٍ تُنْتِجُ خَطًّا، وَثَمَانِيَ عَشْرَةَ تَغَيُّرَةً تُنْتِجُ شَكْلًا سِدَاسِيًّا.

المَطْلُوبُ: مَا هِيَ طَرِيقَةُ الحِسَابِ وَعَدَدُ كُلٍّ وَاحِدٍ؟

答曰:

衍母十二，衍法三。

一元衍数二十四，二元衍数一十二，三元衍数八，四元衍数六。以上四位衍数，计五十一。

一揲用数一十二，二揲用数二十四，三揲用数四，四揲用数九。以上四位用数，计四十九。

الجواب:

الجِذْرُ المُشْتَرَكُ [illegible]衍母[illegible] هُوَ اثْنَا عَشَرَ، وَقَاعِدَةُ الاِشْتِقَاقِ ثَلَاثَةٌ.

عَدَدُ الوَحْدَةِ الأُولَى المُشْتَقَّ 24، وَعَدَدُ الوَحْدَةِ الثَّانِيَةِ المُشْتَقَّ 12، وَعَدَدُ الوَحْدَةِ الثَّالِثَةِ المُشْتَقَّ 8، وَعَدَدُ الوَحْدَةِ الرَّابِعَةِ المُشْتَقَّ 6. مَجْمُوعُ هَذِهِ الأَرْبَعَةِ أَعْدَادٍ مُشْتَقَّةٍ هُوَ 51.

عَدَدُ الاِسْتِخْدَامِ لِلْقَسْمَةِ الأُولَى: 12، وَلِلثَّانِيَةِ: 24، وَلِلثَّالِثَةِ: 4، وَلِلرَّابِعَةِ: 9. مَجْمُوعُ هَذِهِ الأَرْبَعَةِ أَعْدَادِ اسْتِخْدَامٍ هُوَ 49.

هَذَا هُوَ مَعْنَى قَوْلِهِمْ: [illegible]عَدَدُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى خَمْسُونَ، وَالمُسْتَخْدَمُ مِنْهَا تِسْعَةٌ وَأَرْبَعُونَ.[illegible]

术曰:

置诸元数，两两连环求等，约奇弗约偶。遍约毕，乃变元数皆曰定母，列右行。各立天元一为子，列左行。以诸定母互乘左行之子，各得名曰衍数。

次以各定母满去衍数，各余名曰奇数。以奇数与定母用大衍术求一，得各乘率。以乘衍数，各得用数。

验次所揲余几何，以其余数乘诸用数，并之，名曰总数。满衍母去之，不满为所求数。以为实，易以三才为衍法，以法除实所得为象数。如实有余，或一或二，皆命作一，同为象数。

其象数得一为老阳，得二为少阴，得三为少阳，得四为老阴。得老阳画重爻，得少阴画拆爻，得少阳画单爻，得老阴画交爻。凡六画乃成卦。

الطريقة:

ضَعْ جَمِيعَ الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ ثُنَائِيًّا، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ. إِذَا اِنْتَهَى التَّخْفِيضُ، فَحَوِّلِ الأَعْدَادَ الأَصْلِيَّةَ كُلَّهَا إِلَى أَعْدَادٍ مُثَبَّتَةٍ 母定 فِي الصَّفِّ الأَيْمَنِ. أَقِمِ الوَاحِدَ السَّمَاوِيَّ فَرْدًا فِي الصَّفِّ الأَيْسَرِ. ثُمَّ اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ بَعْضُهَا فِي بَعْضٍ فِي أَبْنَاءِ الصَّفِّ الأَيْسَرِ، فَيُسَمَّى كُلٌّ مِنْهَا عَدَدًا مُشْتَقًّا 衍数.

ثُمَّ أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ، فَيَتَبَقَّى لِكُلِّ عَدَدٍ يُسَمَّى العَدَدَ الفَرْدِيَّ 奇数. بِالعَدَدِ الفَرْدِيِّ وَالمُثَبَّتِ، أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ، فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ. اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَحْصُلُ عَلَى أَعْدَادِ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ كُلَّ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ، فَتُجْمَعُ فَتُسَمَّى جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ مِنْهَا، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ المَطْلُوبُ.

عَدَدُ الصُّوْرَةِ: إِذَا حَصَلْتَ عَلَى الوَاحِدِ فَهُوَ اليَنَانِيُّ الأَكْبَرُ 老阳، وَالاِثْنَانِ هِيَ اليِنَانِيَّةُ الأَصْغَرُ 少阴، وَالثَّلَاثَةُ هُوَ اليَنَانِيُّ الأَصْغَرُ 少阳، وَالأَرْبَعَةُ هِيَ اليِنَانِيَّةُ الأَكْبَرُ 老阴. سِتَّةُ خُطُوطٍ تُكَوِّنُ شَكْلًا سِدَاسِيًّا.

6 Problem 2: Guli Huiji (古历会积)

问曰:

问古历会积，欲求积年。以历法积元为问，历过无考，但据近世演纪之法，推而上之。

假令治历演纪，上元甲子岁天正冬至十一月甲子日夜半，日月合璧，五星联珠，适为元会。欲求上元积年，其法以岁实、朔策、六十甲子、回归年、交点年诸周期，各以所余分秒推之。今设问数如后：

置岁实三百六十五日二十四刻二十五分（即365.2425日），朔策二十九日五十三刻六分（即29.53059日），甲子周期六十日，欲求积年之元会。

答曰:

答曰：积年九千一百六十四万二千三百七十七年。

上元距治历之年（淳祐七年，1247年），积年若干，以历元法推之，得所求积年。

术曰:

术曰：以大衍求之。置元历相关诸周期，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求积年。

المَسْأَلَةُ الثَّانِيَةُ: تَرَاكُمُ التَّقْوِيمِ القَدِيمِ

المسألة:

المَسْأَلَةُ فِي تَرَاكُمِ التَّقْوِيمِ القَدِيمِ، نُرِيدُ إِيجَادَ السِّنِينَ المُتَرَاكِمَةِ.

نَأْخُذُ تَرَاكُمَ الدَّوْرَاتِ التَّقْوِيمِيَّةِ كَمَسْأَلَةٍ، وَالتَّقْوِيمُ السَّابِقُ لَيْسَ مَحْفُوظًا، لَكِنَّنَا نَسْتَنْبِطُهُ بِنَاءً عَلَى أُسْلُوبِ العُصُورِ الحَدِيثَةِ.

لِنَفْرِضْ أَنَّنَا نُعِدُّ التَّقْوِيمَ، فَإِنَّ لَحْظَةَ البِدَايَةِ [元上] فِي سَنَةِ جَا تْز [甲子] هِيَ لَحْظَةُ انْقِلَابِ الشِّتَاءِ فِي شَهْرِ تَشْرِينَ الثَّانِي [تِشْرِينَ الثَّانِي] عِنْدَ نِصْفِ اللَّيْلِ، حِينَ يَتَحَدَّدُ القَمَرُ وَالشَّمْسُ، وَيَتَصَافُّ الكَوَاكِبُ الخَمْسَةُ، وَهَذِهِ هِيَ اللَّحْظَةُ البَدَائِيَّةُ.

نُرِيدُ إِيجَادَ السِّنِينَ المُتَرَاكِمَةِ مِنَ البِدَايَةِ. الطَّرِيقَةُ: بِالسَّنَةِ الشَّمْسِيَّةِ، وَشَهْرِ القَمَرِ، وَدَوْرَةِ السِّتِّينَ جَا تْز، وَالسَّنَةِ الاستوائِيَّةِ، وَسَنَةِ التَّقَاطُعِ.

نَضَعُ السَّنَةَ الشَّمْسِيَّةَ: 365 يَوْمًا وَ2425 جُزْءًا [أَيْ 365.2425 يَوْمًا]، وَشَهْرَ القَمَرِ: 29 يَوْمًا وَ53059 جُزْءًا [أَيْ 29.53059 يَوْمًا]، وَدَوْرَةَ جَا تْز: 60 يَوْمًا. نُرِيدُ إِيجَادَ تَرَاكُمِ السِّنِينَ.

الجواب:

الجَوَابُ: السِّنُونَ المُتَرَاكِمَةُ هِيَ 91,642,377 سَنَةً.

المُدَّةُ مِن لَحْظَةِ البِدَايَةِ إِلَى سَنَةِ إِعْدَادِ التَّقْوِيمِ [السَّنَةُ السَّابِعَةُ مِن عَهْدِ شُونْيُو، 1247 م] تُحْسَبُ بِطَرِيقَةِ مِيلَادِ التَّقْوِيمِ فَنَحْصُلُ عَلَى السِّنِينَ المُتَرَاكِمَةِ.

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ دَوْرَاتِ التَّقْوِيمِ المُتَعَلِّقَةِ بِالأَصْلِ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ، فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ

المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَكُونُ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ.

اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ السِّنُونُ المُتَرَاكِمَةُ المَطْلُوبَةُ.

7 Problem 3: Tuiji Tugong (推计土功)

المَسْأَلَةُ الثَّالِثَةُ: تَقْدِيرُ أَعْمَالِ التُّرَابِ

问曰:

问：四县（甲、乙、丙、丁）共同筑堤，根据各县的物力分配筑堤任务。

- 甲县物力：138,600 贯
- 乙县物力：146,300 贯
- 丙县物力：192,500 贯
- 丁县物力：184,800 贯

筑堤标准：每 770 贯物力分配一名劳动力，每人每天筑堤 60 平方尺。

进度情况：甲县和乙县已完成任务，丙县剩余 51 丈，丁县剩余 18 丈。

又知四县所筑堤段，皆取土方于近处。甲县取土处距堤 120 步，乙县 80 步，丙县 60 步，丁县 40 步。每夫日运土 90 尺，行 60 步。

欲求堤的总长度以及各县所筑长度各几何?

المسألة:

المَسْأَلَةُ: أَرْبَعُ مُدُنٍ [أَلِف، بَاء، جِيم، دَال] تَبْنِي سَدًّا مَشْتَرَكًا، وَتُوَزَّعُ المَهَامُّ حَسَبَ المَوَادِّ المَادِّيَّةِ لِكُلِّ مَدِينَةٍ.

- مَوَادُّ مَدِينَةِ أَلِف: 138,600 سِلْسِلَةً
- مَوَادُّ مَدِينَةِ بَاء: 146,300 سِلْسِلَةً
- مَوَادُّ مَدِينَةِ جِيم: 192,500 سِلْسِلَةً
- مَوَادُّ مَدِينَةِ دَال: 184,800 سِلْسِلَةً

مِعْيَارُ بِنَاءِ السَّدِّ: كُلُّ 770 سِلْسِلَةً مِنَ المَوَادِّ تُخَصَّصُ لِعَامِلٍ وَاحِدٍ، وَكُلُّ عَامِلٍ يَبْنِي 60 قَدَمًا مُرَبَّعَةً يَوْمِيًّا.

حَالَةُ التَّقَدُّمِ: أَكْمَلَتْ مَدِينَتَا أَلِف وَبَاء مُهِمَّتَهُمَا، وَبَقِيَتْ لِمَدِينَةِ جِيم 51 ذِرَاعٍ، وَلِمَدِينَةِ دَال 18 ذِرَاعًا.

وَقَدْ عُلِمَ أَنَّ كُلَّ المُدُنِ تَأْخُذُ التُّرَابَ مِنْ مَكَانٍ قَرِيبٍ: مَدِينَةُ أَلِف عَلَى بُعْدِ 120 خُطْوَةٍ، وَبَاء 80 خُطْوَةً، وَجِيم 60 خُطْوَةً، وَدَال 40 خُطْوَةً. كُلُّ عَامِلٍ يَنْقُلُ 90 قَدَمًا يَوْمِيًّا عَلَى بُعْدِ 60 خُطْوَةٍ.

المَطْلُوبُ: مَا هُوَ الطُّولُ الإِجْمَالِيُّ لِلسَّدِّ وَطُولُ كُلِّ مَدِينَةٍ؟

答曰:

答曰：堤的总长度为 19 里 235 步 5 尺。

各县所筑长度：

- 甲县：7 里 280 步（计 1,260 丈）
- 乙县：5 里 120 步 5 尺 6 寸
- 丙县：4 里 328 步 5 尺 6 寸
- 丁县：与前三县相应，合总 19 里 235 步 5 尺

术曰:

术曰：以大衍求之。置各县物力，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各县余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求堤长。

الجواب:

الجَوَابُ: الطُّولُ الإِجْمَالِيُّ لِلسَّدِّ هُوَ 19 لِيٍّ وَ235 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ.

طُولُ كُلِّ مَدِينَةٍ:

- مَدِينَةُ أَلِف: 7 لِيٍّ وَ280 خُطْوَةً [أَيْ 1,260 ذِرَاعًا]
- مَدِينَةُ بَاء: 5 أَلْيَانٍ وَ120 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ وَ6 أَنْمَاطٍ
- مَدِينَةُ جِيم: 4 أَلْيَانٍ وَ328 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ وَ6 أَنْمَاطٍ
- مَدِينَةُ دَال: تُنَاسِبُ الثَّلَاثَ المُدُنِ الأُخْرَى، وَالمَجْمُوعُ 19 لِيًّا وَ235 خُطْوَةً وَ5 أَقْدَامٍ

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ مَوَادَّ كُلِّ مَدِينَةٍ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ.

أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ.

اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ بَوَاقِي كُلِّ مَدِينَةٍ فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ طُولُ السَّدِّ المَطْلُوبُ.

8 Problem 4: Tuiku E Qian (推库额钱)

المَسْأَلَةُ الرَّابِعَةُ: حِسَابُ أَمْوَالِ الخَزِينَةِ

问曰:

问有外邑七库，日纳息足钱适等，递年成贯整纳。近缘见钱希少，听各库照当处市陌准解旧会。

其甲库有零钱一十文，丁、庚二库各零四文，戊库零六文，余库无零钱。甲库所在市陌一十二文，递减一文至庚库而止。

欲求诸库日息原纳足钱、展省及今纳旧会，并大小月分各几何?

المسألة:

المَسْأَلَةُ فِي سَبْعِ خَزَائِنَ فِي مُدُنٍ خَارِجِيَّةٍ، كُلُّهَا تَجْمَعُ فَوَائِدَ يَوْمِيَّةً بِالعُمْلَةِ الكَامِلَةِ بِنَفْسِ المِقْدَارِ. فِي السِّنِينِ المُتَعَاقِبَةِ تُدْفَعُ مِنْ غَيْرِ كَسْرٍ. وَلأَنَّ العُمْلَةَ المُتَدَاوَلَةَ قَلِيلَةٌ حَالِيًّا، فَأُذِنَ لِكُلِّ خَزِينَةٍ أَنْ تُبَدِّلَ عُمْلَتَهَا حَسَبَ سِعْرِ السُّوقِ المَحَلِّيِّ.

خَزِينَةُ أَلِف لَهَا فُلُوسٌ مُتَبَقِّيَةٌ عَشْرَةٌ، وَخَزِينَتَا دَال وَجِيم لِكُلٍّ مِنْهُمَا أَرْبَعَةٌ، وَخَزِينَةُ وَاو سِتَّةٌ، وَالبَاقِي لاَ يَتَبَقَّى لَهَا شَيْءٌ. سِعْرُ السُّوقِ فِي مَوْضِعِ خَزِينَةِ أَلِف اثْنَا عَشَرَ نُصْفًا، يَنْقُصُ نُصْفًا وَاحِدًا حَتَّى خَزِينَةِ جِيم.

المَطْلُوبُ: مَا هُوَ المِقْدَارُ الأَصْلِيُّ لِلْفَوَائِدِ اليَوْمِيَّةِ، وَالْمُحَوَّلُ، وَمَا يُدْفَعُ اليَوْمَ مِنَ الأَوْرَاقِ القدِيمَةِ؟

答曰:

答曰：诸库纳日息足钱二十贯九百五十文。

展省三十五贯文。

各库旧会：

- 甲库日息旧会：二百二十四贯五百一十文
- 乙库日息旧会：二百四十五贯文
- 丙库日息旧会：二百六十九贯五百文
- 丁库日息旧会：二百九十九贯四百四十文
- 戊库日息旧会：三百三十六贯七百五十文
- 己库日息旧会：三百八十五贯文
- 庚库日息旧会：四百四十九贯一百文

الجواب:

الجَوَابُ: فَوَائِدُ كُلِّ الخَزَائِنِ اليَوْمِيَّةُ بِالعُمْلَةِ الكَامِلَةِ هِيَ 20 سِلْسِلَةً وَ950 نُصْفًا.

المُحَوَّلُ: 35 سِلْسِلَةً.

أَوْرَاقُ كُلِّ خَزِينَةٍ القدِيمَةُ:

- خَزِينَةُ أَلِف: 224 سِلْسِلَةً وَ510 نُصْفًا
- خَزِينَةُ بَاء: 245 سِلْسِلَةً
- خَزِينَةُ جِيم: 269 سِلْسِلَةً وَ500 نُصْفًا
- خَزِينَةُ دَال: 299 سِلْسِلَةً وَ440 نُصْفًا
- خَزِينَةُ وَاو: 336 سِلْسِلَةً وَ750 نِصْفًا

- خَزِينَةُ هَاء: 385 سِلْسِلَةً
- خَزِينَةُ جِيم: 449 سِلْسِلَةً وَ100 نُصْفًا

9 Problem 5: Fentiao Tuiyuan (分粜推原)

المَسْأَلَةُ الخَامِسَةُ: تَوْزِيعُ الحُبُوبِ

问曰:
有兄弟三人，各将收获之米送往不同的地方：

- 甲将米送往官场粜卖，用官斛量之，余 3 斗 2 升
- 乙将米送往安吉乡粜卖，用安吉斛量之，余 7 斗
- 丙将米送往平江粜卖，用平江斛量之，余 3 斗

官斛每石八斗三升，安吉斛每石一石一斗，平江斛每石一石三斗五升。三人各不知米数，但知其共余之数。欲求三人共收获米数以及各自分米数几何？

المسألة:
هُنَاكَ ثَلَاثَةُ إِخْوَةٍ، كُلٌّ مِنْهُمْ يُرْسِلُ أَرُزَّهُ المَحْصُودَ إِلَى مَكَانٍ مُخْتَلِفٍ:

- يُرْسِلُ أَلِف أَرُزَّهُ إِلَى السُّوقِ الرَّسْمِيَّةِ لِبَيْعِهِ، فَإِذَا قِيسَ بِالكَيْلِ الرَّسْمِيِّ يَتَبَقَّى 3 أَرْتَالٍ وَ2 لِتْرَيْنِ
- يُرْسِلُ بَاء أَرُزَّهُ إِلَى سُوقِ أَنْجِي لِبَيْعِهِ، فَإِذَا قِيسَ بِكَيْلِ أَنْجِي يَتَبَقَّى 7 أَرْتَالٍ
- يُرْسِلُ جِيم أَرُزَّهُ إِلَى سُوقِ بِنْجْيَانْج لِبَيْعِهِ، فَإِذَا قِيسَ بِكَيْلِ بِنْجْيَانْج يَتَبَقَّى 3 أَرْتَالٍ

الكَيْلُ الرَّسْمِيُّ لِكُلِّ شِيكَارٍ 8 أَرْتَالٍ وَ3 لِتْرَاتٍ، وَكَيْلُ أَنْجِي لِكُلِّ شِيكَارٍ 11 أَرْتَالًا، وَكَيْلُ بِنْجْيَانْج لِكُلِّ شِيكَارٍ 13 أَرْتَالًا وَ5 لِتْرَاتٍ. كُلٌّ مِنَ الثَّلَاثَةِ لاَ يَعْرِفُ كَمِّيَّةَ أَرُزِّهِ، لَكِنَّهُ يَعْرِفُ البَاقِيَ.
المَطْلُوبُ: كَمِّيَّةُ الأَرُزِّ المَحْصُودَةِ المُشْتَرَكَةِ وَنَصِيبُ كُلِّ وَاحِدٍ؟

答曰:
答曰：三人共收获米 738 石。
各分米数：

- 甲：296 石，粜去 295 石余 3 斗 2 升
- 乙：223 石，粜去 222 石余 7 斗
- 丙：182 石，粜去 181 石余 3 斗

分米总数为 738 石。以三人各分之，各得 246 石为本分。以各斛量之，余数不同，乃以分米粜之，余数如题。

الجواب:
الجَوَابُ: مَجْمُوعُ الأَرُزِّ المَحْصُودِ 738 شِيكَارًا.
نَصِيبُ كُلِّ وَاحِدٍ:

- أَلِف: 296 شِيكَارًا، بَاعَ 295 شِيكَارًا وَبَقِيَتْ 3 أَرْطَالٌ وَ2 لِتْرَانِ
- بَاء: 223 شِيكَارًا، بَاعَ 222 شِيكَارًا وَبَقِيَتْ 7 أَرْطَالٍ

- جِيم: 182 شِيكَارًا، بَاعَ 181 شِيكَارًا وَبَقِيَتْ 3 أَرْطَالٌ

مَجْمُوعُ الأَرُزِّ المُقَسَّمِ هُوَ 738 شِيكَارًا. إِذَا اِقْتَسَمَهَا الثَّلاثَةُ، فَكُلٌّ مِنْهُمْ يَحْصُلُ عَلَى 246 شِيكَارًا كَنَصِيبٍ أَصْلِيٍّ.

术曰:

术曰：以大衍求之。置各斛率（单位：升）：官斛 83 升，安吉斛 110 升，平江斛 135 升。连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求分米率数。以三人因之，得共米数。

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ مَعَايِيرَ كُلِّ كَيْلٍ بِوَحْدَةِ اللِّتْرِ: الكَيْلُ الرَّسْمِيُّ 83 لِتْرًا، وَكَيْلُ أَنْجِي 110 لِتْرَاتٍ، وَكَيْلُ بِنْجْيَانْج 135 لِتْرًا. اِطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ. اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ عَدَدُ تَقْسِيمِ الأَرُزِّ المَطْلُوبُ. اِضْرَبْهُ فِي ثَلَاثَةٍ فَتَحْصُلُ عَلَى مَجْمُوعِ الأَرُزِّ.

10 Problem 6: Chengxing Jidi (程行计地)

المَسْأَلَةُ السَّادِسَةُ: حِسَابُ مَسَافَةِ الرِّحْلَةِ

问曰:

军师派遣三名急足（甲、乙、丙）分别前往都下报捷。

- 甲每天行 300 里
- 乙每天行 240 里
- 丙每天行 180 里

甲提前数日申未到，乙后数日未正到，丙今日辰末到。

欲知从军前到都下的距离以及三人各自行走的天数几何?

المسألة:

يُرْسِلُ القَائِدُ العَسْكَرِيُّ ثَلَاثَةَ سُعَاةٍ [أَلِف، بَاء، جِيم] إِلَى العَاصِمَةِ لِنَشْرِ أَخْبَارِ النَّصْرِ.

- أَلِف يَمْشِي 300 لِيًا يَوْمِيًّا
- بَاء يَمْشِي 240 لِيًا يَوْمِيًّا
- جِيم يَمْشِي 180 لِيًا يَوْمِيًّا

أَلِف وَصَلَ قَبْلَ بِضْعَةِ أَيَّامٍ، وَبَاء وَصَلَ بَعْدَهُ بِأَيَّامٍ، وَجِيم وَصَلَ اليَوْمَ.

المَطْلُوبُ: مَا هِيَ المَسَافَةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ، وَكَمْ يَوْمًا مَشَى كُلُّ وَاحِدٍ؟

答曰:

答曰：从军前到都下的距离为 3,300 里。

- 甲行 11 天
- 乙行 13 天 4 时（乙于未正到，后于甲 2 日 4 时）
- 丙行 18 天 2 时（丙于辰末到，后于甲 7 日 2 时）

الجواب:

الجَوَابُ: المَسَافَةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ هِيَ 3,300 لِيًا.

- أَلِف سَارَ 11 يَوْمًا
- بَاء سَارَ 13 يَوْمًا وَ4 سَاعَاتٍ [وَصَلَ بَعْدَ أَلِف بِيَوْمَيْنِ وَ4 سَاعَاتٍ]
- جِيم سَارَ 18 يَوْمًا وَسَاعَتَيْنِ [وَصَلَ بَعْدَ أَلِف بِـ 7 أَيَّامٍ وَسَاعَتَيْنِ]

术曰:

术曰：以大衍求之。置三人日行里数，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍

求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数（时差所当之里数）乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求距离。

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ مَا يَمْشِيهِ الثَّلاثَةُ يَوْمِيًّا مِنَ الأَلْيَانِ، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ.

اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ. قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ. اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي [الَّتِي تُسَاوِي أَلْيَانِ الفَرْقِ الزَّمَانِيِّ] فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ المَسَافَةُ المَطْلُوبَةُ.

11 Problem 7: Chengxing Xiangji (程行相及)

المَسْأَلَةُ السَّابِعَةُ: التَّقَابُلُ فِي الرِّحْلَةِ

问曰:

问：甲、乙、丙三人同行赴都。甲日行 80 里，乙日行 70 里，丙日行 60 里。甲先至某驿，留停若干日，然后复行；乙后甲一日而发，丙又后乙一日而发。甲留停之日，恰等于乙丙后发之日数。三人适同时至都。

欲求军前至都之总里数，及甲留停之日数、乙丙后发之日数各几何？又三人各行之日数及所过驿数各几何？

المسألة:

المَسْأَلَةُ: أَلِف وَبَاء وَجِيم يُسَافِرُونَ مَعًا إِلَى العَاصِمَةِ. أَلِف يَمْشِي 80 لِيًا يَوْمِيًا، وَبَاء يَمْشِي 70 لِيًا يَوْمِيًا، وَجِيم يَمْشِي 60 لِيًا يَوْمِيًا. يَصِلُ أَلِف أَوَّلًا إِلَى مَحَطَّةٍ مَا، فَيَتَوَقَّفُ أَيَّامًا، ثُمَّ يَسْتَأْنِفُ. يَنْطَلِقُ بَاء بَعْدَ أَلِف بِيَوْمٍ وَاحِدٍ، وَجِيم يَنْطَلِقُ بَعْدَ بَاء بِيَوْمٍ. أَيَّامُ تَوَقُّفِ أَلِف تُسَاوِي عَدَدَ أَيَّامِ تَأَخُّرِ بَاء وَجِيم. يَصِلُ الثَّلَاثَةُ إِلَى العَاصِمَةِ فِي نَفْسِ الوَقْتِ.

المَطْلُوبُ: المَسَافَةُ الإِجْمَالِيَّةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ، وَعَدَدُ أَيَّامِ تَوَقُّفِ أَلِف، وَعَدَدُ أَيَّامِ تَأَخُّرِ بَاء وَجِيم. وَكَمْ يَوْمًا سَارَ كُلُّ وَاحِدٍ؟

答曰:

答曰：军前至都之总里数为 8,400 里。

甲留停之日数为 2 日，乙后发 1 日，丙后发 2 日。

三人各行之日数：

- 甲行 105 日，留停 2 日，共 107 日
- 乙行 120 日，共 120 日
- 丙行 140 日，共 140 日

الجواب:

الجَوَابُ: المَسَافَةُ الإِجْمَالِيَّةُ مِنَ الجَيْشِ إِلَى العَاصِمَةِ هِيَ 8,400 لِيًا.

عَدَدُ أَيَّامِ تَوَقُّفِ أَلِف يَوْمَانِ، وَبَاء تَأَخَّرَ يَوْمًا وَاحِدًا، وَجِيم تَأَخَّرَ يَوْمَيْنِ.

أَيَّامُ سَيْرِ كُلِّ وَاحِدٍ:

- أَلِف سَارَ 105 أَيَّامٍ، وَتَوَقَّفَ يَوْمَيْنِ، وَالمَجْمُوعُ 107 أَيَّامٍ
- بَاء سَارَ 120 يَوْمًا، وَالمَجْمُوعُ 120 يَوْمًا
- جِيم سَارَ 140 يَوْمًا، وَالمَجْمُوعُ 140 يَوْمًا

12 Problem 8: Jichi Xunyuan (积尺寻源)

المَسْأَلَةُ الثَّامِنَةُ: اِسْتِقْصَاءُ المَقَادِيرِ مِنَ الحُجْمِ

问曰:

问欲砌基一段，见管大小方砖六门城砖四色。令匠取便，或平或侧，只用一色砖砌，须要适足。匠以砖量地计料，称用：

- 大方：广多六寸，深少六寸
- 小方：广多二寸，深少三寸
- 城砖：长广多三寸，深少一寸
- 六门砖：长广多三寸，深多一寸

皆不合匝，未免修破砖料裨补。其四色砖尺寸：

- 大方：方一尺三寸
- 小方：方一尺一寸
- 城砖：长一尺二寸，阔六寸，厚二寸五分
- 六门砖：长一尺，阔五寸，厚二寸

欲知基深广几何?

المسألة:

يُرِيدُ أَحَدُنَا بِنَاءَ قَاعِدَةٍ، وَلَدَيْهِ أَرْبَعَةُ أَنْوَاعٍ مِنَ الطُّوبِ: طُوبٌ كَبِيرٌ مُرَبَّعٌ، وَطُوبٌ صَغِيرٌ مُرَبَّعٌ، وَطُوبُ سُورِ المَدِينَةِ ذُو سِتَّةِ أَبْوَابٍ، وَطُوبُ أَرْبَعَةِ أَلْوَانٍ. يَأْمُرُ البَنَّاءَ أَنْ يَسْتَخْدِمَ نَوْعًا وَاحِدًا مِنَ الطُّوبِ فَقَطْ، إِمَّا مُسَطَّحًا أَوْ عَلَى جَانِبِهِ، لِيَكُونَ كُلُّ شَيْءٍ مُنَاسِبًا.

حِسَابَاتُ البَنَّاءِ:

- الطُّوبُ الكَبِيرُ: العَرْضُ يَزِيدُ 6 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَنْقُصُ 6 أَنْمَاطٍ
- الطُّوبُ الصَّغِيرُ: العَرْضُ يَزِيدُ 2 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَنْقُصُ 3 أَنْمَاطٍ
- طُوبُ السُّورِ: الطُّولُ وَالعَرْضُ يَزِيدَانِ 3 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَنْقُصُ نَمَطًا
- طُوبُ الأَبْوَابِ: الطُّولُ وَالعَرْضُ يَزِيدَانِ 3 أَنْمَاطٍ، وَالعُمْقُ يَزِيدُ نَمَطًا

لَمْ يَكُنْ أَيٌّ مِنْهَا مُنَاسِبًا، فَاحْتِيجَ إِلَى كَسْرِ بَعْضِ الطُّوبِ لِلتَّعْدِيلِ.

أَبْعَادُ أَنْوَاعِ الطُّوبِ الأَرْبَعَةِ:

- الطُّوبُ الكَبِيرُ: مُرَبَّعٌ 13 نَمَطًا
- الطُّوبُ الصَّغِيرُ: مُرَبَّعٌ 11 نَمَطًا
- طُوبُ السُّورِ: طُولُ 12 نَمَطٍ، وَعَرْضُ 6 أَنْمَاطٍ، وَسُمْكُ 2.5 نَمَطٍ
- طُوبُ الأَبْوَابِ: طُولُ 10 أَنْمَاطٍ، وَعَرْضُ 5 أَنْمَاطٍ، وَسُمْكُ 2 نَمَطَيْنِ

المَطْلُوبُ: مَا هُوَ عُمْقُ وَعَرْضُ القَاعِدَةِ؟

答曰:
答曰：深三丈七尺一寸，广一丈二尺三寸。
以四色砖量之皆合匝，无修破砖料之弊。

الجواب:
الجَوَابُ: العُمْقُ ثَلَاثَةُ أَرْشٍ وَسَبْعَةُ أَقْدَامٍ وَنَمَطٌ وَاحِدٌ [37.1 قَدَمًا]، وَالعَرْضُ أَرْشٌ وَقَدَمَانِ وَثَلَاثَةُ أَنْمَاطٍ [12.3 قَدَمًا].
بِقِيَاسِ الأَرْبَعَةِ أَنْوَاعِ الطُّوبِ كُلُّهَا مُنَاسِبَةٌ، وَلَيْسَ هُنَاكَ حَاجَةٌ لِكَسْرِ الطُّوبِ.

术曰:
术曰：以大衍求之。置四色砖尺寸及所余尺寸，连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。
次置各余数（广多、深少之数）乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为基之深广。

الطريقة:
الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ أَبْعَادَ أَنْوَاعِ الطُّوبِ الأَرْبَعَةِ وَالبَوَاقِي، وَاطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ.
اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ. قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ. أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أُدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدِّلَاتِ الضَّرْبِ.
ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي [الزِّيَادَةُ فِي العَرْضِ، وَالنُّقْصَانُ فِي العُمْقِ] فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ عُمْقُ وَعَرْضُ القَاعِدَةِ.

13 Problem 9: Yumi Tuishu (余米推数)

المَسْأَلَةُ التَّاسِعَةُ: تَعْيِينُ كَمِّيَّةِ الأَرُزِّ البَاقِيَةِ

问曰:

问：有米不知总数，以三器量之，各余若干。今有米若干石，以甲器量之，每箩三石量之，余二石；以乙器量之，每箩五石量之，余三石；以丙器量之，每箩七石量之，余二石。

欲求米之总数几何？

المسألة:

هُنَاكَ كَمِّيَّةُ أَرُزٍّ لاَ نَعْرِفُ مَجْمُوعَهَا. نَقُومُ بِكَيْلِهَا بِثَلَاثَةِ مَكَايِيلَ، وَلِكُلٍّ بَاقِيَةٌ. نَأْخُذُ الأَرُزَّ فَنَكِيلُهُ بِمِكْيَالِ أَلِف: كُلَّ ثَلَاثَةِ أَشِكَّارٍ يَبْقَى شِيكَارَانِ. وَبِمِكْيَالِ بَاء: كُلَّ خَمْسَةِ أَشِكَّارٍ يَبْقَى ثَلَاثَةٌ. وَبِمِكْيَالِ جِيم: كُلَّ سَبْعَةِ أَشِكَّارٍ يَبْقَى شِيكَارَانِ.

المَطْلُوبُ: كَمِّيَّةُ الأَرُزِّ الإِجْمَالِيَّةُ؟

答曰:

答曰：米总数 23 石。

以三器量之：

- 每箩三石量之，余二石：$23 = 7 \times 3 + 2$
- 每箩五石量之，余三石：$23 = 4 \times 5 + 3$
- 每箩七石量之，余二石：$23 = 3 \times 7 + 2$

皆合题设之数。

الجواب:

الجَوَابُ: مَجْمُوعُ الأَرُزِّ 23 شِيكَارًا.

بِالكَيْلِ بِالثَّلَاثَةِ مَكَايِيلَ:

- كُلَّ ثَلَاثَةِ أَشِكَّارٍ نَكِيلُ فَيَبْقَى شِيكَارَانِ: $23 = 7 \times 3 + 2$
- كُلَّ خَمْسَةِ أَشِكَّارٍ نَكِيلُ فَيَبْقَى ثَلَاثَةٌ: $23 = 4 \times 5 + 3$
- كُلَّ سَبْعَةِ أَشِكَّارٍ نَكِيلُ فَيَبْقَى شِيكَارَانِ: $23 = 3 \times 7 + 2$

كُلُّ ذَلِكَ يُطَابِقُ الأَعْدَادَ المَطْلُوبَةَ فِي المَسْأَلَةِ.

术曰:

术曰：以大衍求之。置各器容量为问数（元数）：三石、五石、七石。连环求等，约奇弗约偶，得定母。诸定相乘为衍母。以各定约衍母得衍数。各满定母去之，余为奇数。大衍求一入之，得乘率。以乘衍数为用数。

次置各余数乘用数，并之为总数。满衍母去之，不满为所求米数。

此问之数，即《孙子算经》所谓□□物不知数□□之问。秦氏大衍术能通其理而广其用，不特三、五、七，即百千万数亦可求之。

الطريقة:

الطَّرِيقَةُ: طَلَبُهَا بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى. ضَعْ سِعَةَ كُلِّ مِكْيَالٍ كَعَدَدٍ لِلمَسْأَلَةِ □العَدَدُ الأَصْلِيُّ□: ثَلَاثَةُ أَشِكَّارٍ، وَخَمْسَةٌ، وَسَبْعَةٌ. اِطْلُبِ المُشْتَرَكَ بِالطَّرِيقَةِ المُتَصِلَّةِ، فَخَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ فَتَحْصُلُ عَلَى

الأَعْدَادِ المُثَبَّتَةِ. اِضْرَبِ المُثَبَّتَاتِ فِي بَعْضِهَا فَتَكُونُ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ.

قَسِّمْ كُلَّ مُثَبَّتٍ عَلَى الجِذْرِ المُشْتَرَكِ فَتَحْصُلُ عَلَى الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ.

أَزِلْ كُلَّ مُثَبَّتٍ مِنْ عَدَدِهِ المُشْتَقِّ فَيَتَبَقَّى العَدَدُ الفَرْدِيُّ. أَدْخُلْ فِي طَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ فَتَحْصُلُ عَلَى مُعَدَّلَاتِ الضَّرْبِ.

اِضْرَبْهَا فِي الأَعْدَادِ المُشْتَقَّةِ فَتَكُونُ أَعْدَادَ اسْتِخْدَامٍ.

ثُمَّ ضَعْ البَوَاقِي فَأَضْرِبْهَا فِي أَعْدَادِ الاِسْتِخْدَامِ وَأَجْمَعْهَا فَتُصْبِحُ جُمْلَةً. أَزِلِ الجِذْرَ المُشْتَرَكَ، فَمَا يَتَبَقَّى هُوَ كَمِّيَّةُ الأَرُزِّ المَطْلُوبَةُ.

هَذِهِ المَسْأَلَةُ هِيَ نَفْسُهَا مَا يُسَمَّى فِي كِتَابِ □□سُنْزِي سُوَانْ جِنْغ□□ □كِتَابِ حِسَابِ الجَدِّ□ بِ□□المَسْأَلَةِ الَّتِي لَا نَعْرِفُ فِيهَا عَدَدَ الأَجْسَامِ□□. إِنَّ طَرِيقَةَ قِين جِيُوشَاو العُظْمَى تَسْتَطِيعُ فَهْمَ مَبْدَئِهَا وَتَوْسِيعَ مَنَافِعِهَا، فَلَيْسَتْ مَحْصُورَةً فِي 3 وَ5 وَ7، بَلْ أَيْضًا مِئَاتُ الأَلَافِ وَالأَرْقَامُ الكَبِيرَةُ يُمْكِنُ إِيجَادُهَا.

Editorial Commentary on Problem 9

按： 按余米推数之问，即《孙子算经》卷下第 26 问□□今有物不知其数□□之问也。孙子设三、五、七为问，答以二十三，术曰：三三数之剩二，置一百四十；五五数之剩三，置六十三；七七数之剩二，置三十。并之得二百三十三，以二百一十减之即得。凡三三数之剩一，则置七十；五五数之剩一，则置二十一；七七数之剩一，则置十五。一百六以上，以一百五减之即得。

孙子之术，暗合大衍之理，然未能明言其立法之原。秦氏乃阐发其奥，著为大衍求一术、大衍总数术，使天下之物不知数者皆有定法可求。不特三、五、七，即元数之繁者、收数之细者、通数之分者、复数之巨者，皆可一以贯之。此秦氏之独造，非前人之所能及也。

其大衍求一术，置奇右上，定居右下，天元一于左上，递互除乘，使右上余一而止。此法与泰西之连分数法、扩展欧几里得算法本质相同，而秦氏早于西方数百年发之。可谓中国数学之瑰宝也。

تَعْلِيقُ المُحَرِّرِ: مَسْأَلَةُ تَعْيِينِ كَمِّيَّةِ الأَرُزِّ البَاقِيَةِ هِيَ نَفْسُ المَسْأَلَةِ رَقْم 26 فِي الجُزْءِ الأَخِيرِ مِنْ كِتَابِ □□سُنْزِي سُوَانْ جِنْغ□□ □كِتَابِ حِسَابِ الجَدِّ□، الَّتِي تَنُصُّ: □□لَدَيْنَا جِسْمٌ لاَ نَعْرِفُ عَدَدَهُ□□. وَضَعَ سُنْزِي الأَرْقَامَ 3 وَ5 وَ7 كَمَسْأَلَةٍ، وَكَانَتِ الإِجَابَةُ 23. وَقَالَتْ طَرِيقَتُهُ: إِذَا عُدَّ ثَلَاثًا ثَلَاثَةً وَبَقِيَ اثْنَانِ، فَضَعْ 140. وَإِذَا عُدَّ خَمْسًا خَمْسَةً وَبَقِيَ ثَلَاثَةٌ، فَضَعْ 63. وَإِذَا عُدَّ سَبْعَةً سَبْعَةً وَبَقِيَ اثْنَانِ، فَضَعْ 30. اِجْمَعْهَا فَتَكُونُ 233، وَاطْرَحْ مِنْهَا 210 فَتَحْصُلُ عَلَى المَطْلُوبِ.

طَرِيقَةُ سُنْزِي تُطَابِقُ مَبْدَأَ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى ضِمْنِيًّا، لَكِنَّهُ لَمْ يَسْتَطِعْ شَرْحَ أَصْلِ تَأْسِيسِهَا. فَقِين جِيُوشَاو هُوَ الَّذِي وَضَحَ أَسْرَارَهَا، وَأَلَّفَ مِنْهَا طَرِيقَةَ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى، وَطَرِيقَةَ جَمْعِ الأَعْدَادِ الكُلِّيَّةِ، حَتَّى صَارَتْ كُلُّ مَسَائِلِ □□الأَجْسَامِ غَيْرِ المَعْلُومَةِ□□ لَهَا طَرِيقَةٌ مُحَدَّدَةٌ يُمْكِنُ البَحْثُ بِهَا. وَلَيْسَتِ الأَرْقَامُ 3 وَ5 وَ7 فَحَسْبُ، بَلْ أَيْضًا الأَعْدَادُ المُعَقَّدَةُ وَالدَّقِيقَةُ وَالكَسْرِيَّةُ وَالضَّخْمَةُ، جَمِيعُهَا يُمْكِنُ حِلُّهَا. وَهَذَا اِخْتِرَاعٌ خَاصٌّ بِقِين جِيُوشَاو لَمْ يَسْبِقْهُ إِلَيْهِ أَحَدٌ.

إِنَّ طَرِيقَتَهُ لاسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ بِالطَّرِيقَةِ العُظْمَى: يُوضَعُ الفَرْدِيُّ فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ، وَالمُثَبَّتُ فِي الأَسْفَلِ الأَيْمَنِ، وَالوَاحِدُ السَّمَاوِيُّ فِي الأَعْلَى الأَيْسَرِ. ثُمَّ تَتَعَاقَبُ القِسَمَاتُ وَالضَّرْبَاتُ حَتَّى يَصِلَ البَاقِي فِي الأَعْلَى الأَيْمَنِ إِلَى الوَاحِدِ. هَذِهِ الطَّرِيقَةُ فِي جَوَاهِرِهَا مُطَابِقَةٌ لِطَرِيقَةِ الكُسُورِ المُتَّصِلَةِ فِي العَالَمِ الغَرْبِيِّ وَخَوَارِزْمِيَّةِ أُقْلِيدُسَ المُمَدَّدَةِ. وَقَدْ اِكْتَشَفَهَا قِين جِيُوشَاو قَبْلَ الغَرْبِ بِعُدَّةِ قُرُونٍ. فَهِيَ حَقًّا مِنْ جَوَاهِرِ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ.

14 Mathematical Analysis of the Dayan Method

التَّحْلِيلُ الرِّيَاضِيُّ لِطَرِيقَةِ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى

14.1 The Chinese Remainder Theorem

مُبَرْهَنَةُ البَوَاقِي الصِّينِيَّةُ

[illegible] $m_1, m_2, \ldots, m_n$ [illegible] $r_1, r_2, \ldots, r_n$, [illegible] N [illegible]:

$$\begin{aligned} N &\equiv r_1 \pmod{m_1} \\ N &\equiv r_2 \pmod{m_2} \\ &\vdots \\ N &\equiv r_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

تَحُلُّ طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى نِظَامَ المُعَادَلَاتِ التَّبَادُلِيَّةِ الخَطِّيَّةِ.
فَإِذَا أُعْطِيَتْ مَجْمُوعَةٌ مِنَ الوَحْدَاتِ $m_1, m_2, \ldots, m_n$ مُتَبَادِلِيَّةِ القَاسِمِ الأَعْظَمِ وَبَوَاقِيهَا $r_1, r_2, \ldots, r_n$، نَجِدُ N حَيْثُ:

$$\begin{aligned} N &\equiv r_1 \pmod{m_1} \\ N &\equiv r_2 \pmod{m_2} \\ &\vdots \\ N &\equiv r_n \pmod{m_n} \end{aligned}$$

14.2 Qin Jiushao’s Algorithm

خَوَارِزْمِيَّةُ قِين جِيُوشَاو

[illegible] :1 [illegible] [illegible]求定 数.[illegible] [illegible] [illegible]元 数,[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]约奇弗约偶[illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].

[illegible] :2 [illegible] [illegible]求衍母.[illegible] [illegible] $M = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$.

[illegible] :3 [illegible] [illegible]求衍数.[illegible] [illegible] $M_i = M/m_i$ [illegible] [illegible] i.

[illegible] :4 [illegible] [illegible]求奇数.[illegible] [illegible] $g_i = M_i \bmod m_i$.

[illegible] :5 [illegible] [illegible]大衍求一术.[illegible] [illegible] i, [illegible] k_i [illegible] [illegible]:

$$k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

□□□□□□□□.

□□□□ :6 □□□ □□□□□□□□ □求用数.□ □□□□□□□□ $u_i = k_i \cdot M_i$.

□□□□ :7 □□□□□ □□□□□□□□□□□□. □□□ □□□□□□□□□ □□:

$$N = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot u_i \pmod{M}$$

الخُطْوَةُ الأُولَى: الأَعْدَادُ المُثَبَّتَةُ □数定求□. بِنَاءً عَلَى الأَعْدَادِ الأَصْلِيَّةِ □数元□، خَفِّضْهَا ثُنَائِيًّا بِاسْتِخْدَامِ أَقْصَى قَاسِمٍ مُشْتَرَكٍ حَتَّى تَصِيرَ مُتَبَادِلِيَّةَ القَاسِمِ الأَعْظَمِ. قَاعِدَةُ □□خَفِّضِ الفَرْدِيَّ لاَ الزَّوْجِيَّ□□ □偶约弗奇约□ تَضْمَنُ أَنَّ المَحْصُولَ سَيَكُونُ لَهُ تَجْزِئَةٌ وَحِيدَةٌ.

الخُطْوَةُ الثَّانِيَة: الجِذْرُ المُشْتَرَكُ □母衍求□. حَسَابُ $M = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$.

الخُطْوَةُ الثَّالِثَة: الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ □数衍求□. حَسَابُ $M_i = M/m_i$ لِكُلِّ i.

الخُطْوَةُ الرَّابِعَة: الأَعْدَادُ الفَرْدِيَّةُ □数奇求□. حَسَابُ $g_i = M_i \bmod m_i$.

الخُطْوَةُ الخَامِسَة: اسْتِخْرَاجُ الوَحْدَةِ □术一求衍大□. لِكُلِّ i، إِيجَادُ k_i حَيْثُ:

$$k_i \cdot g_i \equiv 1 \pmod{m_i}$$

وَهَذَا هُوَ العَدَدُ الضِّدُّ التَّضَاعُفِيُّ النُّمُودِجِيُّ.

الخُطْوَةُ السَّادِسَة: أَعْدَادُ الاِسْتِخْدَامِ □数用求□. حَسَابُ $u_i = k_i \cdot M_i$.

الخُطْوَةُ السَّابِعَة: الحِسَابُ النِّهَائِيُّ. الحَلُّ هُوَ:

$$N = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot u_i \pmod{M}$$

14.3 Historical Significance

الأَهَمِّيَّةُ التَّارِيخِيَّةُ

□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□. □□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □大 衍 求 一 术□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□. □□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□ □郭 守 敬□ □□ □□□□□□□□□□, □□ □□ □□ □李冶□ □□ □□□□□□□□□, □□□ □□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□.□□

□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ ,□1801□

[illegible]

> 独大衍法不载九章，未有能推之者。历家演法颇用之，以为方程者，误也。
>
> [illegible]

سَبَقَتْ طَرِيقَةُ قِين جِيُوشَاو الأَعْمَالَ الأُورُوبِيَّةَ المُشَابِهَةَ بِعِدَّةِ قُرُونٍ. إِنَّ خَوَارِزْمِيَّةَ إِيجَادِ الأَعْدَادِ الضِّدِّيَّةِ النُّمُودِجِيَّةِ 大衍求一术 هِيَ فِي جَوَاهِرِهَا خَوَارِزْمِيَّةُ أُقْلِيدُسَ المُمَدَّدَةِ. وَقَدْ طُبِّقَتِ الطَّرِيقَةُ لاحِقًا عَلَى يَدِ جُو شُوشِنْج فِي عِلْمِ الفَلَكِ، وَعَلَى يَدِ لِي يِه فِي عِلْمِ الهندسَةِ، ثُمَّ نُقِلَتْ إِلَى أُورُوبَّا حَيْثُ أَصْبَحَتْ مَعْرُوفَةً بِاسْمِ مُبَرْهَنَةِ البَوَاقِي الصِّينِيَّةِ.

أَعْطَى غَاوْسُ أَوَّلَ مُعَالَجَةٍ كَامِلَةٍ فِي أُورُوبَّا فِي كِتَابِهِ [illegible] عَام 1801، وَسَمَّاهَا مَشْكِلَةَ إِيجَادِ عَدَدٍ الَّذِي عِنْدَ قِسْمَتِهِ عَلَى أَعْدَادٍ مُعْطَاةٍ، يَتْرُكُ بَوَاقِيَ مُعْطَاةٍ. وَالآنَ تُعْتَبَرُ هَذِهِ المُبَرْهَنَةُ مِنَ النَّتَائِجِ الأَسَاسِيَّةِ فِي نَظَرِيَّةِ الأَعْدَادِ.

> وَحْدَهَا طَرِيقَةُ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى لَمْ تُذْكَرْ فِي كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ، وَلَمْ يَكُنْ هُنَاكَ مَنْ يَسْتَطِيعُ اسْتِنْبَاطَهَا. أَهْلُ التَّقَاوِيمِ اسْتَخْدَمُوهَا كَثِيرًا فِي حِسَابَاتِهِمْ، لَكِنَّ مَنْ ظَنَّهَا مُعَادَلَاتٍ فَقَدْ أَخْطَأَ.
>
> [illegible] قِين جِيُوشَاو، مُقَدِّمَةُ شُو شُو جِوْ جَانْغ

About This Bilingual Edition

□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □ □□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□, □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □大 衍 类□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□.

□□□□ □□ □ □□□□□□□□ → □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□, □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□:

- 问 □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□
- 答 □□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□
- 术 □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□
- 草 □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□

□□□ □□□□□□ □□□□□□□ 9 □余 米 推 数□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□, □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □孙 子 算 经, □. 3□□□□5□□ □□□□□□□ □□□.

□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

- □□用 数□□ → أَعْدَادُ الاِسْتِخْدَامِ □□□□□□□□□□□□□□□
- □□问□□ → المَسْأَلَةُ □□□□□□□□□□□□□
- □□答□□ → الجَوَابُ □□□□□□□□□□□
- □□术□□ → الطَّرِيقَةُ □□□□□□□□□□□□

□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□□□□ □四 库 全 书□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□, □□□□ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□ □宜稼堂□ □□□□□□□□.

تُقَدِّمُ هَذِهِ الطَّبْعَةُ الثُّنَائِيَّةُ الجُزْءَ الأَوَّلَ مِنْ كِتَابِ شُو شُو جِوْ جَانْغ □الأَقْسَامُ التِّسْعَةُ فِي العُلُومِ الرِّيَاضِيَّةِ□ لِقِين جِيُوشَاو، وَهُوَ يُغَطِّي فَصْلَ الطَّرِيقَةِ العُظْمَى □大衍类□ مَعَ تِسْعِ مَسَائِلَ فِي مُبَرْهَنَةِ البَوَاقِي الصِّينِيَّةِ وَالتَّحْلِيلِ المُحَدَّدِ المِثَالِ.

هَذِهِ طَبْعَةٌ ثُنَائِيَّةٌ وَجْهَةٌ بِوَجْهَةٍ: صِينِيَّةٌ وَعَرَبِيَّةٌ، تَحْفَظُ الهَيْكَلَ التَّقْلِيدِيَّ:

- المَسْأَلَةُ □问□ □□ نَصُّ المَسْأَلَةِ
- الجَوَابُ □答□ □□ الإِجَابَةُ الرَّقْمِيَّةُ
- الطَّرِيقَةُ □术□ □□ الأُسْلُوبُ العَامُّ
- العَمَلُ المُفَصَّلُ □草□ □□ الشَّرْحُ العَمَلِيُّ

المَسْأَلَةُ التَّاسِعَةُ الشَّهِيرَةُ □数推米余□ تُقَدِّمُ الحَلَّ الكَامِلَ لِمَسْأَلَةِ □□العَدَدِ غَيْرِ المَعْلُومِ□□، الَّتِي ظَهَرَتْ أَوَّلَ مَرَّةٍ فِي كِتَابِ سُنْزِي سُوَانْ جِنْغ □كِتَابِ حِسَابِ الجَدِّ، حَوَالَي القُرْنِ 3□□5 مِيلَادِيًّا□.

المُصْطَلَحَاتُ الرِّيَاضِيَّةُ العَرَبِيَّةُ الرَّئِيسَةُ الَّتِي اِسْتُخْدِمَتْ:

- □衍大□ الطَّرِيقَةُ الكُبْرَى
- □术一求□ طَرِيقَةُ اسْتِخْرَاجِ الوَحْدَةِ
- □数定□ الأَعْدَادُ المُثَبَّتَةُ
- □数衍□ الأَعْدَادُ المُشْتَقَّةُ
- □母衍□ الجِذْرُ المُشْتَرَكُ
- □数奇□ الأَعْدَادُ الفَرْدِيَّةُ
- □率乘□ مُعَدِّلَاتُ الضَّرْبِ
- □数用□ أَعْدَادُ الاِسْتِخْدَامِ
- □问□ المَسْأَلَةُ
- □答□ الجَوَابُ
- □术□ الطَّرِيقَةُ

النَّصُّ الأَصْلِيُّ مُسْتَوْحًى مِنْ طَبْعَةِ □□سِيكُو تشُوَانْ شُو□□ □四
□书全库 الَّتِي وُرِثَتْ فِي التَّقْلِيدِ الكِتَابِيِّ الصِّينِيِّ.

Technical Notes / مَلَاحِظَاتٌ تَقْنِيَّةٌ

- [illegible]
- [illegible]: [illegible]
- [illegible]: [illegible]
- [illegible] 问, 答, 术, [illegible] 草 [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible] paracol [illegible]: [illegible]

- ضُبِطَ بِ[illegible]
- الخَطُّ الصِّينِيُّ: [illegible]
- الخَطُّ العَرَبِيُّ: [illegible]
- لَمْ يَتَغَيَّرْ الهَيْكَلُ التَّقْلِيدِيُّ لِلمَسْأَلَةِ وَالجَوَابِ وَالطَّرِيقَةِ وَالعَمَلِ المُفَصَّلِ
- الرَّمْزُ الرِّيَاضِيُّ يَتْبَعُ الأَعْرَافَ الحَدِيثَةَ جَانِبًا لِلطَّرِيقَةِ الصِّينِيَّةِ التَّقْلِيدِيَّةِ
- النَّصُّ العَرَبِيُّ يَسْتَخْدِمُ التَّضْبِيطَ مِنَ اليَمِينِ إِلَى اليَسَارِ بِآلِيَّةِ [illegible]
- التَّصْمِيمُ ثُنَائِيُّ الأَعْمِدَةِ: الصِّينِيَّةُ يَسْرَةً وَالعَرَبِيَّةُ يَمْنَةً

Further Reading / قِرَاءَاتٌ إِضَافِيَّةٌ

- [illegible], [illegible]. [illegible]. [illegible], .1973
- [illegible], [illegible]. [illegible]中国数学史.[illegible], .1964
- [illegible], [illegible]. [illegible], .1997
- [illegible], [illegible]. [illegible]数书九章校证.[illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] 2004.

- لِينْرِيشْت، أ. [illegible] الرِّيَاضِيَاتُ الصِّينِيَّةُ فِي القَرْنِ الثَّالِثَ عَشَرَ، مَطْبَعَةُ مِيثْشِيغَنْ، 1973
- چِيَانْ، بَاوچْونْج [illegible] تَارِيخُ الرِّيَاضِيَاتِ فِي الصِّينِ، دَارُ العُلُومِ، 1964
- مَارْثْلُوفْ، ج.ش. [illegible] تَارِيخُ الرِّيَاضِيَاتِ الصِّينِيَّةِ، سْبْرِنْجِرْ، 1997
- جُوَوْ، شُوچُونْ [illegible] تَدْقِيقُ كِتَابِ الأَقْسَامِ التِّسْعَةِ فِي الرِّيَاضِيَاتِ، شَانْشِي، 2004

[illegible] → [illegible]

طَبْعَةٌ ثُنَائِيَّةُ اللُّغَةِ: الصِّينِيَّةُ وَالعَرَبِيَّةُ

[illegible] 2026