

11 Вступ до динаміки

(тема 1.3.1)

План

1. Поняття про динаміку.
2. Закони динаміки.
3. Основні задачі динаміки

Динаміка — це частина теоретичної механіки, яка вивчає механічний рух тіл залежно від сил що, впливають на цей рух.

Встановлення основних законів динаміки почалося з часів італійського вченого Галілея (1564—1642); далі його продовжив Ньютон. Галілей спростував погляд, який панував у науці з часів Арістотеля (IV ст. до н. е.), про те, що з двох падаючих на Землю тіл важче те, яке падає швидше. Галілей виявив, що причиною зміни швидкості є сила, тобто причина виникнення прискорення.

Динаміка ґрунтується на ряді положень, що є аксіомами і називаються законами динаміки. Перед тим, як перейти до вивчення цих законів, введемо поняття ізолюваної матеріальної точки, тобто точки, на яку не діють інші матеріальні точки. Насправді, ізолюваних тіл у природі не існує і поняття Ізолюваної матеріальної точки цілком умовне.

Перший закон динаміки, який називають аксіомою Інерції або першим законом Ньютона, стосовно матеріальної точки формулюється так: *Ізолювана матеріальна точка перебуває або у стані спокою, або рухається прямолінійно і рівномірно.*

У кінематиці було встановлено, що прямолінійний рівномірний рух — це єдиний вид руху, в якому прискорення дорівнює нулю. Тому аксіому інерції можна сформулювати так: *прискорення Ізолюваної матеріальної точки дорівнює нулю.*

Отже, ізолювана від впливу навколишніх тіл точка сама собі не може надати прискорення. Цю властивість тіл називають інерцією, або інертністю. Можна сказати, що інерція, або інертність, — це властивість тіла зберігати свою швидкість незмінною за модулем і напрямом (у тому числі і швидкість, яка дорівнює нулю).

Змінити швидкість, тобто надати прискорення, може лише прикладена до тіла сила. Залежність між силою і наданим нею прискоренням виражається другим законом динаміки, або другим законом ом Ньютона, який формулюється так: прискорення, якого надає матеріальній точці сила, має напрям сили і пропорційне її модулю.

Якщо сила P_1 надає матеріальній точці прискорення a_1 , а сила P_2 — прискорення a_2 , то за другим законом можна записати

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{a_1}{a_2} \text{ або } \frac{P_1}{a_1} = \frac{P_2}{a_2}.$$

Отже, для даної матеріальної точки відношення сили до прискорення і є величина

стала. Це відношення позначимо m і назовемо масою даної точки:

$$\frac{P}{a} = m = \text{const}$$

Ця рівність означає, що дві матеріальні точки мають однакові маси, якщо від однієї і тієї самої сили вони набувають однакового прискорення; чим більша маса точки, тим більшу силу треба прикласти, щоб надати їй потрібного прискорення. Маса — одна з основних характеристик будь-якого матеріального об'єкта, що визначає його інертні і гравітаційні властивості. Ньютон називав масою кількість матерії в тілі і вважав масу сталою величиною.

У сучасних поглядах маса тіла (відношення сили до прискорення) — величина змінна, яка залежить від швидкості руху. Так, наприклад, і спостереженнями за рухом у прискорювачах заряджених частинок доведено, що Інертність частинки, тобто здатність зберігати свою швидкість, зростає із збільшенням її швидкості.

Теорія відносності встановила таку залежність між масою тіла, що перебував у стані спокою і в русі:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2},$$

де m — маса рухомого тіла, m_0 — маса спокою, v — швидкість руху тіла, c — швидкість світла. З цієї формули видно, що чим більша швидкість руху тіла, тим більша його маса і тому тим важче надати йому дальшого прискорення.

Спираючись на висновки теорії відносності, сучасна наука дає таке означення маси: *маса — це міра Інертності тіла*. Проте маса змінюється помітно лише при дуже великих швидкостях, близьких до швидкості світла, тому далі цю зміну звичайно не братимемо до уваги і вважатимемо масу величиною сталою.

Другий закон Ньютона має вигляд $P = ma$.

Його називають основним рівнянням динаміки і формулюють так: *сила — це вектор, що дорівнює добутку маси точки, на її прискорення*. Основне рівняння динаміки — це рівняння руху матеріальної точки у векторній формі. З досліду відомо, що під дією притягання Землі тіла падають у пустоті в даному місці з однаковим прискоренням, яке називають прискоренням вільного падіння. Сила тяжіння тіла дорівнює його масі, помноженій на прискорення вільного падіння. Якщо сила

тяжіння одного тіла $G_1 = m_1 g$, а другого $G_2 = m_2 g$, то

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{m_1 g}{(m_2 g)} = \frac{m_1}{m_2}$$

тобто сили тяжіння тіл пропорційні їх масам; це дає змогу порівнювати маси тіл зважуванням.

Прискорення вільного падіння g у різних місцях земної поверхні різне; воно зменшується від полюса до екватора, бо земна куля сплюснута в напрямі полюсів. Іншою причиною зменшення прискорення вільного падіння при переміщенні від полюсів до екватора є відцентрова сила, інерція, про яку буде сказано в § 14,2. Для Москви $g = 9,8156 \text{ м/с}^2$, на полюсах $g = 9,83 \text{ м/с}^2$, на екваторі $g = 9,78 \text{ м/с}^2$. З цього випливає, що сила тяжіння тіла залежить від місця, в якому зважують тіла.

Із другого закону Ньютона виходить, що під впливом сталої \vec{c} і \vec{v} вільна матеріальна точка, яка була у стані спокою, рухатиметься прямолінійно рівномірно. Рух під дією сталої сили може бути прямолінійним і криволінійним (в останньому випадку матеріальна точка має початкову швидкість, вектор якої не збігається з лінією дії сил, див. § 13.3). Прикладом руху під впливом сталої сили є вільне падіння тіл.

До основних законів динаміки відносять відому із статички аксіому взаємодії, або третій закон Ньютона. Стосовно матеріальної точки закон формулюють так: *сили взаємодії двох матеріальних точок за модулем рівні між собою і мають протилежні напрями*.

Принцип незалежності дії сил формулюється так: *коли на матеріальну точку одночасно діє кілька сил, то її прискорення дорівнює векторній сумі прискорень, що їх набувала б ця точка від кожної сили окремо*.

Нехай до матеріальної точки A прикладені сили \vec{P}_1 і \vec{P}_2 , рівнодіюча яких \vec{P} . За аксіомою паралелограма запишемо

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}.$$

Поділивши обидві частини рівності на масу точки m , дістанемо

$$\frac{\vec{P}_1}{m} + \frac{\vec{P}_2}{m} = \frac{\vec{P}}{m}, \text{ звідки } \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{a}$$

Застосовуючи послідовно аксіому паралелограма, можемо сказати, що коли на матеріальну точку одночасно діє кілька сил, то прискорення руху буде таким, якого б надавала рівнодіюча сила

$$\vec{P} = \sum \vec{P}_i$$

За принципом незалежності дії сил складемо рівняння руху матеріальної точки в диференціальному вигляді. Нехай матеріальна точка A масою m рухається у площині

рисунка під дією сили $\vec{P} = \sum \vec{P}_i$ з прискоренням \vec{a} , тоді

$$\vec{P} = m\vec{a}.$$

Спроектуємо цю векторну рівність на дві взаємно перпендикулярні осі координат x і y (осі і вектор сили \vec{P} лежать в одній площині). Тоді запишемо рівняння плоского руху матеріальної точки у координатному вигляді:

$$P_x = \sum X = ma_x, \quad P_y = \sum Y = ma_y$$

Застосовуючи теорему про проекцію прискорення на координатну вісь, ці рівняння можемо записати у вигляді диференціальних рівнянь плоского руху матеріальної точки:

$$\sum X = m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad \sum Y = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

У цих рівняннях $\sum X$ і $\sum Y$ — алгебраїчні суми проекцій сил, які діють на точку, на відповідні координатні осі, x і y — біжучі координати точки. За допомогою знайдених рівнянь розв'язують динамічні задачі.

1) за заданим рухом точки визначити сили, які діють на неї;

2) знаючи сили, які діють на точку, визначити її рух. Коли під час розв'язування задач маємо справу з невільною матеріальною точкою, треба застосовувати принцип звільнюваності, тобто відкинути зв'язки і і замінити їх реакціями, враховуючи їх у рівняннях руху так само, як активні сили, що діють на точку.

Питання для самоконтролю

1. Що вивчає динаміка ?
2. Охарактеризувати основні задачі динаміки.
3. Назвати основні закони динаміки.