

5 Рівновага абсолютно твердого тіла, коефіцієнт стійкості.

(тема 1.1.4)

План

1. Поняття рівноваги абсолютно твердого тіла.
2. Види рівноваги.
3. Коефіцієнт стійкості.

Будь яке тверде тіло може перебувати під дією зовнішніх сил у стані:

- 1) стійкої рівноваги(рис. 8.23), коли, після незначного відхилення від положення рівноваги, прикладені до тіла сили повертають його в попереднє положення. Ознакою стійкої рівноваги є таке положення тіла, за якого його центр тяжіння займає найнижче положення порівняно з іншими найближчими можливими положеннями;
- 2) нестійкої рівноваги(рис. 8.24), коли, після незначного відхилення від положення рівноваги, тіло вже не повертається в попереднє положення. Ознакою нестійкої рівноваги є таке положення тіла, за якого його центр тяжіння займає найвище положення порівняно з іншими найближчими можливими положеннями;
- 3) байдужої рівноваги(рис. 8.25), коли, після незначного відхилення від положення рівноваги, тіло фактично зберігає своє попереднє положення. Ознакою байдужої рівноваги є таке положення тіла, за якого його центр тяжіння займає однакове положення порівняно з іншими найближчими можливими положеннями, тому всі найближчі положення тіла є рівноправними положеннями рівноваги.

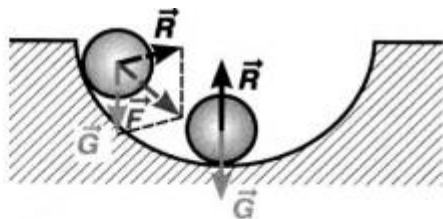


Рис. 8.23.

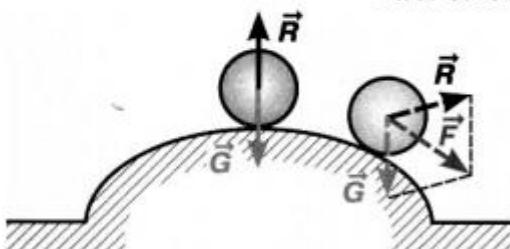
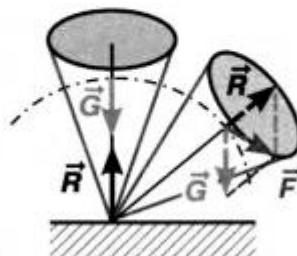
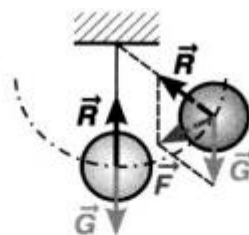


Рис. 8.24.



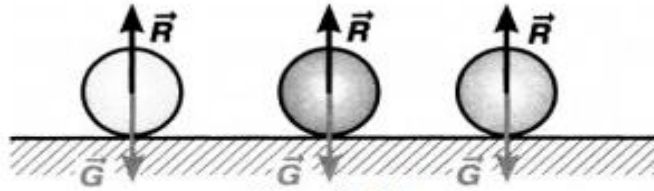


Рис. 8.25.

В загальному випадку, **положення статичної рівноваги абсолютно твердого тіла називається статично стійким**, якщо при невеликих відхиленнях тіла від цього положення момент, що повертає тіло в положення рівноваги, буде більшим за збурюючий момент, що відхиляє тіло від цього положення.

Поняття стійкості статичної рівноваги тіла — це лише необхідна умова стійкості положення рівноваги, коли відсутній рух тіла, тобто без урахування його динаміки і збурення початкових умов.

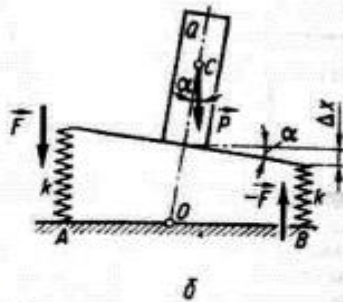
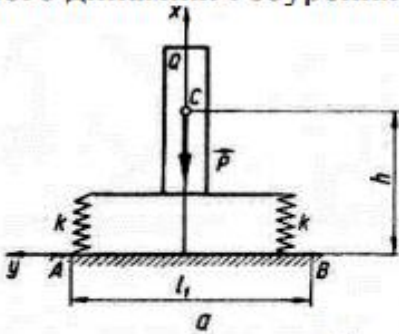


Рис. 8.26.

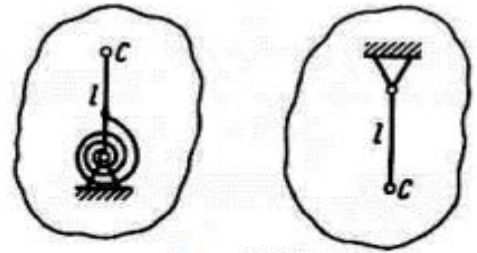


Рис. 8.27.

Незважаючи на вузькість самого поняття статичної стійкості, воно може бути корисним при розв'язуванні багатьох прикладних задач статички, що зводяться до схеми одноланкового механізму. Більшість одноланкових механізмів або тіл зводяться до схеми фізичного маятника з верхньою чи нижньою маятниковістю (рис. 8.26). Прикладами системи з верхньою маятниковістю є, зокрема, підймальні крани на рухомій основі (на шасі автомобіля чи іншого рухомого об'єкту) (рис. 8.27), або й самі об'єкти, що рухаються по поверхні Землі, уводі чи повітрі.

Якщо жорсткість пружинних опор (колес чи упорів) позначити k , то при повороті на невеликий кут α (рис. 8.27, б) в опорах A і B виникнуть сили $(\vec{F}, -\vec{F})$, що створять пару сил з моментом $M(\vec{F}, -\vec{F}) = l_1 \cdot F$, який протилежно направлений моменту сили тяжіння P тіла Q відносно точки O — $M_O(\vec{P})$.

Очевидно, що тіло Q утримається у вертикальному положенні, якщо момент пари пружних опор буде більшим за момент сили тяжіння P , яка намагається перекинути (збурити) тіло. Знайдемо співвідношення між ними.

При повороті тіла на кут α , згідно з законом Гука, в пружних опорах виникнуть сили:

$$F = k \cdot \Delta x = k \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \alpha, \quad (8.69)$$

де $\Delta x = \frac{l_1}{2} \cdot \alpha$; k — коефіцієнт лінійної жорсткості опор.

Момент пари сил пружних опор дорівнюватиме:

$$M(\vec{F}, -\vec{F}) = l_1 \cdot F = l_1 \cdot k \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot k \cdot l_1^2 \cdot \alpha. \quad (8.70)$$

Момент сили тяжіння P , що намагається перекинути тіло:

$$M_O(\vec{P}) = h \cdot \alpha \cdot P. \quad (8.71)$$

Для стійкості системи необхідно, щоб момент пари сил пружних опор був більший за момент повертаючої сили тяжіння, тобто:

$$M(\vec{F}, -\vec{F}) > M_O(\vec{P}). \quad (8.72)$$

З урахуванням співвідношень (8.70) і (8.71), нерівність (8.72), скоротивши на α , перепишемо у вигляді: $\frac{1}{2} \cdot k \cdot l_1^2 > h \cdot P$, або $k > \frac{2 \cdot h \cdot P}{l_1^2}$. (8.73)

Як видно з умови (8.73), стійкість системи забезпечити тим легше, чим більша жорсткість опор k і більша відстань l_1 між опорами.

Цей факт використовується на практиці. Наприклад, крани на автомобільних шасі ставлять на додаткові жорсткі металеві опори, які виносять за межі габаритів автомобіля, щоб збільшити l_1 .

При русі автомобіля по кривій до збурюючих сил слід додати ще збурюючий момент від відцентрових сил.

Системи з нижньою маятниковістю реалізують, наприклад, у рухомих об'єктах, що переміщуються по воді або у воді (кораблі, підводні човни). Геометрію цих об'єктів і розташування мас у них вибирають так, щоб центр прикладання гідростатичних сил Архімеда (точка O) був завжди вище центра тяжіння цієї конструкції (точка C) (рис. 8.28), тобто реалізують схему фізичного маятника. До схеми з верхньою маятниковістю зводяться також будівельні конструкції, що прикріплені до основи.

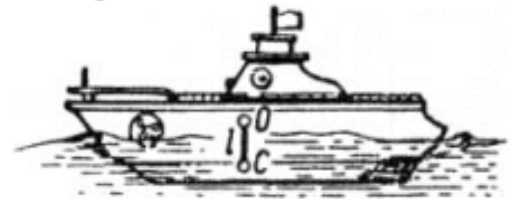


Рис. 8.28.

Якщо тверде тіло не прикріплене до основи, то умова його статичної рівноваги така, що сила тяжіння не повинна виходити за межі основи (рис. 8.29) і створювати момент сили тяжіння, який перекидає тіло. У положенні a і b на рис. 8.29 конструкція є стійкою, а в положенні $в$ — нестійкою.

Кут повернення тіла із стійкого положення рівноваги в нестійке називається кутом стійкості α (рис. 8.30). Здатність тіла чинити опір порушенню його рівноваги називається статичною стійкістю тіла.

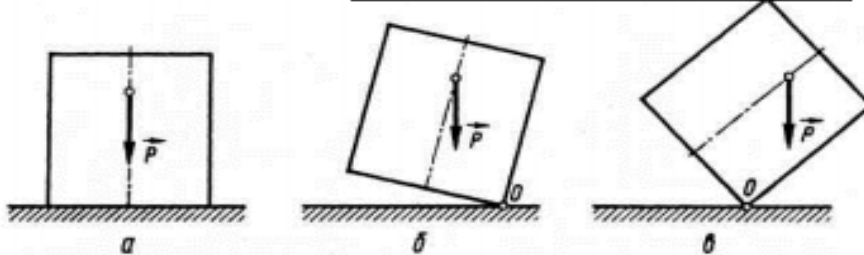


Рис. 8.29.

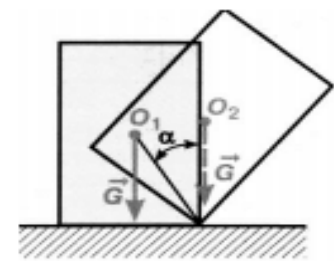


Рис. 8.30.

Таким чином, умови статичної стійкості незакріпленого абсолютно твердого тіла, яке спирається на площину, забезпечують співвідношення між значеннями діючих сил і геометричними розмірами тіла.

Розглянемо це більш детально. Нехай на незакріплене тверде тіло $ABCD$ (рис. 8.31) діють сила тяжіння \vec{G} і зсувна сила \vec{F} , яка направлена під кутом α до горизонту. Добуток сили тяжіння на її плече відносно точки D можливого обертання тіла називається моментом стійкості тіла: $M_{ст} = b \cdot G$. (8.74)

Добуток модуля перекидної сили на її плече відносно точки D можливого обертання тіла називається перекидним моментом тіла: $M_{пер} = a \cdot F$. (8.75)

Для статичної стійкості тіла потрібно, щоб момент стійкості тіла був більшим за перекидний момент: $M_{ст} > M_{пер}$. (8.76)

Відношення моменту стійкості до перекидного моменту називається **кое-**

фіцієнтом стійкості:
$$K = \frac{M_{\text{ст}}}{M_{\text{пер}}} \quad (8.77)$$

За можливих відхилень у значеннях діючих сил коефіцієнт стійкості беруть $K \geq 1,3 \div 1,5$. Таким чином, **при $K > 1$** (рис. 8.32) **незакріплене абсолютно тверде тіло, яке спирається на площину, перебуває в стані стійкої рівноваги. При $K = 1$** (рис. 8.33) **тіло перебуває в стані байдужої рівноваги. При $K < 1$** (рис. 8.34) **тіло перебуває в стані нестійкої рівноваги (воно перекидається).**

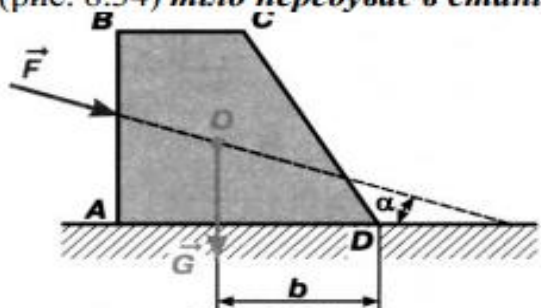


Рис. 8.31.

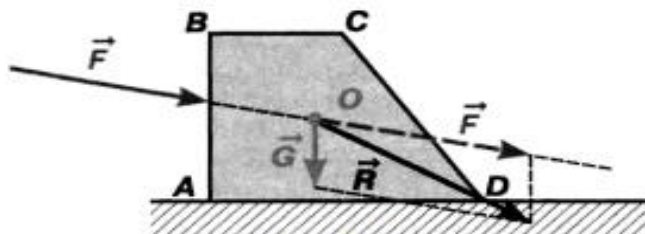


Рис. 8.33.

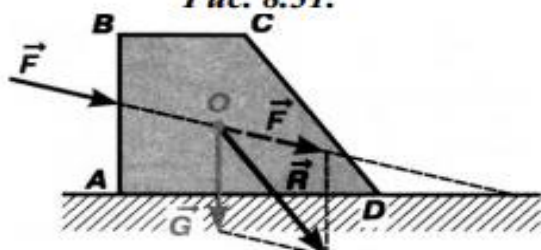


Рис. 8.32.

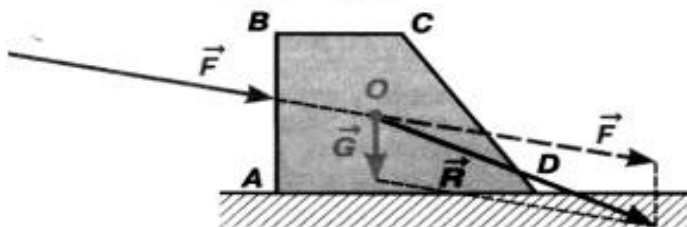


Рис. 8.34.

Питання для самоконтролю

1. Що таке рівновага ?
2. Назвіть види рівноваги.
3. Охарактеризуйте по рисунках 8.23, 8.24.
4. Формула для визначення коефіцієнта стійкості.