2 Умови та рівняння рівноваги плоскої системи
(тема 1.1.2)

План

1. Геометричні умови рівнянь ПСЗС
2. Аналітичні умови рівноваги ПСЗС
3. Умови рівноваги плоскої системи пар
4. Аналітика та рівняння ПСДРС

Під час побудови силового многокутника можливі випадки, коли кінець останнього вектора збігається з початком першого. Тоді замикаючої сторони не буде, і такий многокутник називають замкненим.

Очевидно, що рівнодіюча В системи збіжних сид, які утворюють замкне н н й силовий многокутник, дорівнює нулю І, отже, ця система еквівалентна нулю, тобто перебуває у рівновазі. Звідси випливає умова, за якої плоска система збіжних сил иеребува* тиме у рівновазі. Ця умова записується:

$$R = P_1 + P_2 + \dots + P_n = \sum P_i = 0$$

і формулюється так:

для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб силовий многокутник був замкнений.

Умови рівноваги, записані у вигляді рівностей, які мають невідомі величини, називають рівняннями рівноваги.

Застосовуючи геометричну умову рівноваги, зручно розв'язувати задачі, в яких на тіло діють три сили, бо тоді силовий многокутник є трикутником.

Розв'язання більшості задач статики має три етапи:

1) вибирають тіло, рівновага якого розглядатиметься; '

2) відкидають зв'язки, замінюючи їх реакціями, і встановлюють, яка система сил діє на тіло;

3) з умов рівноваги знаходять невідомі величини.

Розв'язуючи задачі технічної механіки, треба суворо дотримуватися правила про те, що *розмірності й одиниці вимірювання усіх доданків і обох частин рівності мають бути однакові.*

Користуючись цим правилом, у сумнівних випадках доцільно перевіряти правильність ходу розв'язування задач. Для цього в доданки рівності потрібно поставити одиниці вимірювання усіх величин, що входять до нього, і, зробивши можливі скорочення, порівняти добуті ОДИНИЦІ вимірювання правої і лівої частин. Перевіримо в такий спосіб наведену в § 1.6 формулу $Q = gl$

$$[Q] = [g] \times [l], \quad H = (H/\text{м}) \times \text{м} = H$$

Одиниці вимірювання правої і лівої частин рівності однакові, отже, за розмірністю формула правильна. Треба зазначити, що така перевірка нічого не говорить про правильність числових коефіцієнтів, які часто входять у формули.

Якщо дана плоска система збіжних сил перебуває у рівновазі, то рівнодіюча Й такої системи, а отже, і проекції рівнодіючої на осі координат дорівнюють нулю:

$$R = 0, \quad R_x = 0, \quad R_y = 0$$

Враховуючи, що
$R_x = \sum X, \quad R_y = \sum Y,$ знаходимо рівності, що виражають аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил:

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0.$$

Формулюються ці умовк так:

для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно І достатньо, щоб алгебраїчна сума проекцій цих сил на кожну з двох координатних осей дорівнювала нулю. I

За допомогою рівнянь рівноваги можна визначити два невідомі елементи даної системи сил, наприклад модуль і напрям однієї сили або модулі двох сил, напрями яких відомі і т. д. Виведені умови рівноваги дійсні для будь-яких осей координат, але для спрощення розв'язування задач осі координат доцільно вибирати по можливості перпендикулярними до не
відомих сил, щоб кожне рівняння рівноваги мало одну невідому.

Коли напрям шуканої сили відомий, то її можна розкласти на дві складові за заданими напрямами, звичайно за напрямами координатних осей; за знайденими двома взаємно перпендикулярними складовими легко визначити невідому силу. Якщо під час аналітичного розв'язування задач шукана реакція виявиться від'ємною, то це означає, що дійсний її' напрям протилежний до напряму, взятого на рисунку.

ПЛОСКА СИСТЕМА ПАРАЛЕЛЬНИХ СИЛ І МОМЕНТ СИЛИ

Систему сил, лінії дії яких паралельні і лежать в одній площині, називають плоскою системою паралельних сил,

Застосувавши доведену в попередньому параграфі теорему до плоскої системи пар, яка перебуває у стані рівноваги, запишемо

$$m = \sum m_i = 0.$$

Тому умову рівноваги плоскої системи пар у загальному вигляді можна записати і сформулювати так: *для рівноваги плоскої системи пар необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів даних пар дорівнювала нулю.*

Плоска система довільно розміщених сил перебуває у рівновазі, коли головний вектор і головний моме$\sum m_i = 0$нт дорівнюють нулю:

$$R = 0, \quad M = 0$$

Але $\boldsymbol{R} = \sum P_i$ і те, що R = 0, означає, що силовий многокутник, побудований на силах даної системи, має бути замкненим. Отже, алгебраїчна сума проекцій сил на кожну з двох осей координат *x* і *y* має дорівнювати нулю, тобто

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0.$$

Якщо головний момент $M = \sum M_0(P_i)$ $\quad M = 0$

то це означає, що алгебраїчна сума моментів сил даної системи відносно будь-якого центра зведення дорівнює нулю:

$$M = \sum M_0(P_i)$$

Отже, *для рівноваги плоскої системи довільно розміщених сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проекцій усіх сил на осі коорди-нат x І y дорівнювали нулю і щоб алгебраїчна сума моментів цих сил відносно будь-якої точки площини також дорівнювала нулю.* Спрощено умови рівноваги запишемо у вигляді рівностей

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0, \quad \sum M = 0.$$

Зазначимо, що знайдені умови рівноваги системи збіжних сил, системи паралельних сил і системи пар є окремими випадками умов рівноваги, розглянутими у цьому параграфі. Під час розв’язування деяких задач буває доцільно замість одного або двох рівнянь проекцій складати рівкяннямоментів. ,

Якщо одне рівняння проекцій замінити, то умови рівноваги плоскої | системи довільно розміщених сил матимуть вигляд: |

$$\sum X = 0, \quad \sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0.$$

Але треба пам’ятати, що ці умови недостатні для рівноваги, якщо центри моментів *A* і *B* лежать на одному перпендикулярі до осі x і *y* цьому випадку навіть тоді, коли зазначені умови дійсні, система - сил може мати рівнодіючу, яка проходить через ці точки, і, отже, не бути у стані рівноваги. Якщо замінити два рівняння проекцій, то умови . рівноваги плоскої системи довільно розміщених сил матимуть вигляд:

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0, \quad \sum M_C = 0.$$

Проте ці умови недостатні для рівноваги, коли центри моментів *A, і B* І С лежать на одній прямій; у цьому випадку навіть тоді, коли зазначені умови залишаються дійсними, система сил може мати рівнодіючу, ; яка проходить через ці точки, і не бути у рівновазі.

Умови рівноваги плоскої системи паралельних сил є окремим випадком умов рівноваги, розглянутих у цьому параграфі. Якщо вісь *y* напрямити паралельно лініям дії системи паралельних сил, то рівняння рівноваги $\sum X = 0$ перетвориться на тотожність, а $\sum Y = \sum P_i$ тобто алгебраїчна сума проекцій сил системи на вісь *y* дорівнюватиме алгебраїчній сумі цих сил. Тоді умови рівноваги плоскої системи паралельних сил можна записати:

$$\sum P_i = 0, \qquad \sum M = 0$$ ▪

і сформулювати так: *для рівноваги, плоскої системи паралельних сил необхідно і достатньо, шрб алгебраїчна сума всіх сил дорівнювала нулю І щоб алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно будь-якої точки площини також дорівнювала нулю.*

Оскільки всі види аналітичних умов рівноваги дійсні для будь-яких прямокутних осей координат, то в процесі розв'язування однієї задачі або під час перевірки розв'язку осі координат можна змінювати, тобто 1 одні рівняння проекцій сил скласти для однієї системи координат, Інші — і для нової системи координат. Цей прийом у деяких випадках спрощує і розв'язування і перевірку розв'язку задач. При цьому треба пам'ятати, що кількість рівнянь рівноваги, складених для розв'язання (але не для перевірки розв'язку), не може бути більшою від кількості умов рівноваги, що відповідають системі поданих у задачі сил. Під час розв'язування задач статики аналітичним способом доцільно рівняння рівноваги складати так, щоб у кожному була тільки одна невідома величина. У багатьох випадках цього можна домогтися, раціонально вибравши осі координат і центри моментів.

Питання для самоконтролю

1. Замкнутість силового многокутника
2. Аналітичні умови рівноваги ПСЗС
3. Умови рівноваги плоскої системи пар.
4. Аналітичні умови рівноваги ПСДРС