

Задача на запас міцності

Тема

Властивості газів, рідин і твердих тіл



Умова задачі

- Кронштейн виготовлений зі сталевих стрижнів з межею міцності сталі

Кронштейн утримує вантаж масою 6 тонн.
Визначити запас міцності у стрижнях,
якщо переріз горизонтального стрижня
5 см², а похилого 8 см², кут, який вони
утворюють, становить 60°.

Межа міцності сталі

$$\sigma_m = 5 \cdot 10^8 \text{ Па}$$



Запис умови задачі

$\sigma_m = 5 \cdot 10^8 \text{ Па}$ - межа міцності сталі

$m = 6 \cdot 10^3 \text{ кг}$ - маса вантажу

$S_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ - переріз горизонтального стрижня

$S_2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ - переріз похилого стрижня

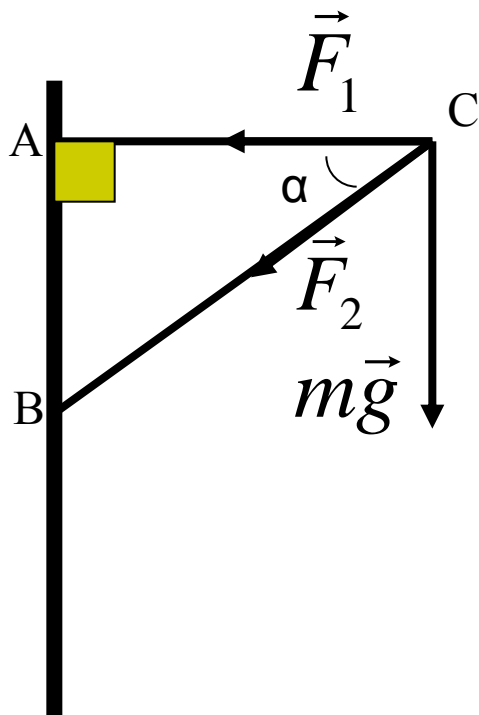
$\alpha = 60^\circ$

n_1 і n_2 - запаси міцності стрижнів

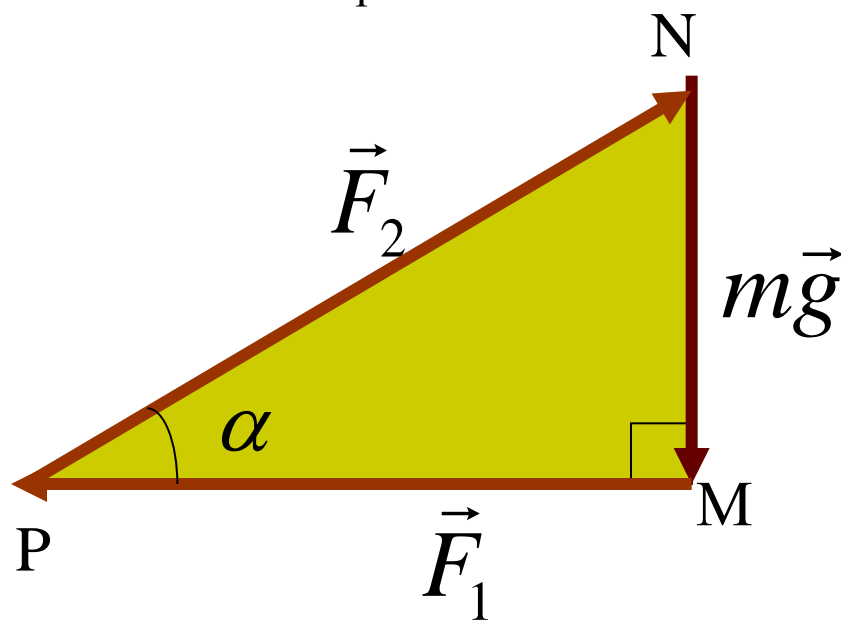


Побудова рисунків

АС – горизонтальний стрижень



BC – похилий стрижень



\vec{F}_1 - зусилля стрижня АС
 \vec{F}_2 - зусилля стрижня ВС

$m\vec{g}$ - вага вантажу
 $\triangle ABC \sim \triangle MNP$

$$\angle P = \alpha = 60^\circ$$



Розв'язання задачі

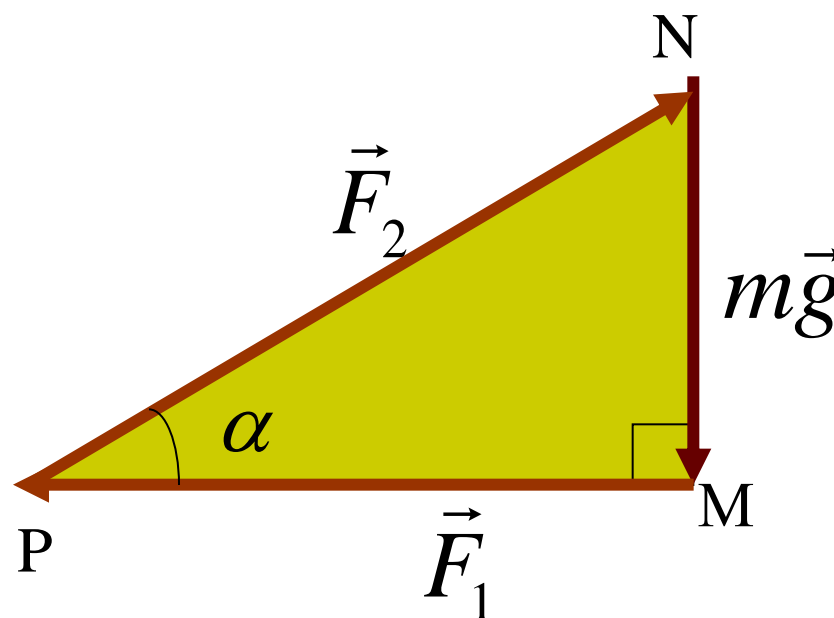
$$MN = mg$$

$$PM = F_1$$

$$NP = F_2$$

$$F_1 = mg \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$F_2 = \frac{mg}{\sin \alpha}$$



- за співвідношеннями між сторонами і кутами
в прямокутному трикутнику MNP



Продовження розв'язання

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{mg \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{S_1} \quad \text{- механічна напруга в горизонтальному стрижні}$$

$$\sigma_2 = \frac{mg}{S_2 \cdot \sin \alpha} \quad \text{- механічна напруга у похилому стрижні}$$

$$n_1 = \frac{\sigma_m}{\sigma_1} \quad \text{- запас міцності горизонтального стрижня}$$

$$n_2 = \frac{\sigma_m}{\sigma_2} \quad \text{- запас міцності похилого стрижня}$$



Результат

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \frac{\sigma_m S_1}{mg \operatorname{ctg} \alpha} \\ n_2 &= \frac{\sigma_m S_2 \sin \alpha}{mg} \end{aligned} \right\} \text{-- остаточні формули}$$

Перевірка розмірності

$$[n] = \frac{Pa \cdot m^2}{kg \cdot \frac{m}{c^2}} = \frac{\frac{H}{m^2} \cdot m^2}{H} = 1$$



Математичні розрахунки

$$n_1 = \frac{5 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = 7,3$$

$$n_2 = \frac{5 \cdot 10^8 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{6 \cdot 10^3 \cdot 9,8} = 5,9$$

Відповідь: Запас міцності горизонтального стержня 7,3, а похилого 5,9.

