

# 8 Способи передачі обертового руху

(тема 1.2.2)

## План

1. Рівномірний обертальний рух
2. Нерівномірний обертальний рух
3. Рівнозмінний обертальний рух

**Рівномірний обертальний рух.** Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі з сталою кутовою швидкістю, то такий рух називають рівномірним. Формули рівномірного обертального руху:

$$\omega = \text{const}, \quad \varphi = \omega t$$

Дотичне, нормальне і повне прискорення будь-якої точки тіла, яке рівномірно обертається, можна записати так:

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = 0, \\ a_n &= \frac{v^2}{\rho} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r, \\ a &= \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_n = \omega^2 r. \end{aligned}$$

Приклад 10.4. Махове колесо обертається рівномірно з кутовою швидкістю  $4\pi$  рад/с. Скільки обертів зробить колесо за 2 хв?

Розв'язання. Застосуємо формулу рівномірного обертального руху і визначимо кутове прискорення переміщення колеса за час  $t = 2 \text{ хв} = 120 \text{ с}$ :

$$\varphi = \omega t = 4\pi \times 120 = 480\pi \text{ рад.}$$

Тепер знайдемо кількість обертів  $N$  тіла за той самий проміжок часу:

$$N = \varphi / (2\pi) = 480\pi / (2\pi) = 240 \text{ об.}$$

**Нерівномірний обертальний рух.** Якщо кутова швидкість обертового тіла з часом змінюється, то такий рух називають нерівномірним. У загальному вигляді формули нерівномірного обертального руху можна записати так:

$$\varphi = f(t), \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Дотичне прискорення будь-якої точки нерівномірного обертального руху тіла визначають так:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}.$$

Вираз позначають  $\frac{d\omega}{dt}$  називають кутовим прискоренням. Кутове прискорення — це кінематична міра зміни кутової швидкості обертального тіла:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

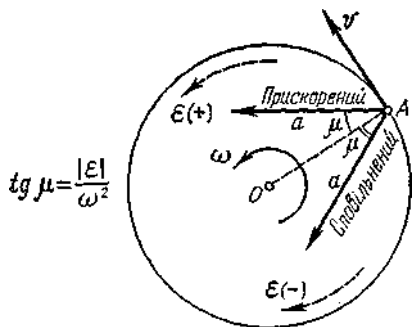
*Кутове прискорення дорівнює першій похідній кутової швидкості або другій похідній кутового переміщення за часом. Одиниця кутового прискорення*

$$[\varepsilon] = \frac{[\omega]}{[t]} = \frac{[\varphi]}{[t]^2}$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{плоский кут}}{\text{час у квадраті}} = \text{радіан на секунду в квадраті} \\ = \text{рад/с}^2$$

### точки нерівномірного руху обертового тіла

$$a_t = \varepsilon r.$$



**Рис. 10.5**

## Напрямний тангенс

$$tg(a, a_n) = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\varepsilon r}{\omega^2 r}, \text{ звідки}$$

$$tg(a, a_n) = \varepsilon/\omega^2$$

Якщо напрям кутового прискорення збігається з напрямом обертання, то обертальний рух є прискоренням, і навпаки (рис. 10,5).

**Рівнозмінний обертальний рух.** Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі з сталим кутовим прискоренням, то такий рух називають рівнозмінним. Формули цього виду обертального руху можна скласти само як і для випадку рівнозмінного руху точки тобто за допомогою інтегрального числення.

КОЛИ тверде ТІЛО обертається навколо нерухомої ОСІ рівномірно, ТО

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \text{const},$$

ЗВІДКИ

$$d\omega = \varepsilon dt.$$

Інтегруючи цю рівність за  $t$ , дістаємо

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^1 \varepsilon dt,$$

де  $\omega_0$  — початкова кутова швидкість. Остаточно формулу кутової швидкості запишемо:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

Тепер складемо формулу кутового переміщення. Оскільки за будь-якого обертального руху

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega, \quad d\varphi = \omega dt$$

то, Інтегруючи цю рівність за  $t$ , дістаємо

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_0^1 \omega dt = \int_0^1 (\omega_0 + \varepsilon t) dt = \int_0^1 \omega_0 dt + \int_0^1 \varepsilon t dt,$$

$$\varphi - \varphi_0 = \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2.$$

Де  $\varphi_0$  — початкове кутове переміщення

Якщо  $\varphi_0 = 0$ , то формула кутового переміщення матиме вигляд

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2$$

Отже, формули рівнозмінного обертального руху твердого тіла запишемо так:

$$\varepsilon = \text{const},$$

$$\varphi = \omega_0 + \varepsilon t,$$

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2$$

З цих формул можна скласти формулу кутового переміщення

$$\varphi = (\omega^2 - \omega_0^2) / (2\varepsilon)$$

$$\varphi = (\omega_0 + \omega)t / 2.$$

Приклад 10.6. В Інерційному акумуляторі Уфимцева \* маховик обертається в глибокому вакуумі з частотою 20 000 хв<sup>-1</sup>. Залишений сам на себе, він продовжує обертатися до повної зупинки протягом двох тижнів. Визначити кутове прискорення маховика, вважаючи його сталим.

Р о з в' я з а н н я. Визначимо початкову кутову швидкість маховика і час обертання: \*

$$\omega_0 = \pi n / 30 = \pi 20\,000 / 30 \text{ рад/с};$$

$$t = 2 \times 7 \times 86400 \text{ с.}$$

Розділивши початкову кутову швидкість на час, дістанемо кутове прискорення

$$\varepsilon = -\pi \cdot 20\,000 / (30 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 864) = -0,00174 \text{ рад/с}^3.$$

Знак мінус показує, що обертання маховика було сповільненням.

---

1 А. Г. Уфимцев (1880—1936), якого О. М. Горький назвав поетом у галузі наукової техніки, побудував у м. Курську вітроелектростанцію з інерційним акумулятором механічної енергії У лабораторії при кафедрі теоретичної механіки Курського політехнічного інституту в 1973 р було (обладнано експериментальний автобус з інерційним акумулятором механічної енергії, що значно економить паливе і зменшує кількість вихлопних газів, які викидаються в атмосферу.

## Питання для самоконтролю

1. Який рух називається рівномірним?
2. Який рух називається не рівномірним ?
3. Формула для визначення кутового прискорення.