

4 Визначення опорних реакцій просторової системи сил.

(тема 1.1.3)

План

1. Розв'язування задач.

На горизонтальний вал (рис. 7.7), що лежить у підшипниках A і B , діє вантаж вагою $Q=25$ Н, прив'язаний тросом до шківів C радіусом $r=0,2$ м. Вантаж вагою $P=100$ Н, насаджений на стрижень ED , незмінно зв'язаний з валом AB . Дано розміри: $AC=0,2$ м, $CD=0,7$ м, $BD=0,1$ м. У стані рівноваги стрижень ED відхилений від вертикалі на кут $\alpha=30^\circ$. Визначити відстань l центра тяжіння вантажу вагою P від осі вала AB , а також реакції підшипників A і B .

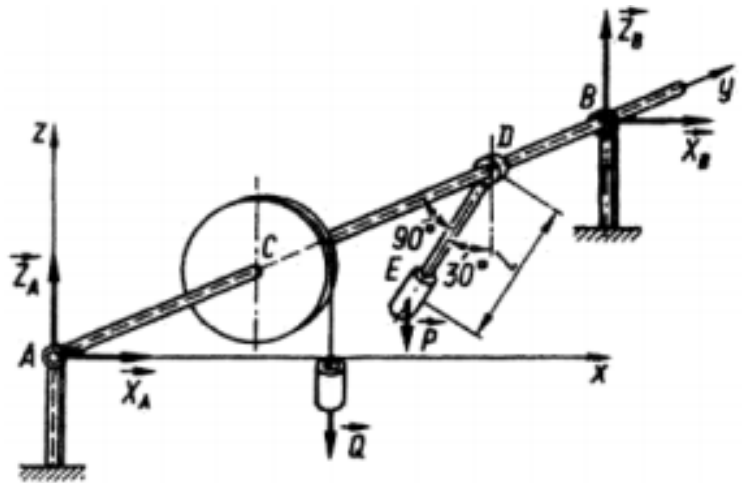


Рис. 7.7.

Дано:

$Q = 25$ Н, $P = 100$ Н,
 $r = 0,2$ м, $AC = 0,2$ м,
 $CD = 0,7$ м, $BD = 0,1$ м,
 $\alpha = 30^\circ$

l, \vec{R}_A, \vec{R}_B — ?

Розв'язання:

Розглянемо рівновагу вала, на який діють активні сили \vec{P} і \vec{Q} . В'язями для нього є підшипники A і B . Згідно з *Аксиомою VI*, звільняємо вал від в'язей та замінюємо їх реакціями \vec{R}_A і \vec{R}_B , що лежать у площинах, перпендикулярних до осі підшипників A і B .

Візьмемо систему координат, як показано на рис. 7.7. Невідомі реакції \vec{R}_A і \vec{R}_B подамо складовими \vec{X}_A і \vec{Z}_A та \vec{X}_B і \vec{Z}_B , які треба визначити.

Складемо таблицю, в яку занесемо проекції всіх сил на осі координат та моменти цих сил відносно осей координат:

	\vec{P}	\vec{Q}	\vec{R}_A	\vec{R}_B
X	$P_x = 0$	$Q_x = 0$	$R_{Ax} = X_A$	$R_{Bx} = X_B$
Y	$P_y = 0$	$Q_y = 0$	$R_{Ay} = 0$	$R_{By} = 0$
Z	$P_z = -P$	$Q_z = -Q$	$R_{Az} = Z_A$	$R_{Bz} = Z_B$
M_x	$M_x(\vec{P}) =$ $= -P \cdot (AC + CD)$	$M_x(\vec{Q}) = -Q \cdot AC$	$M_x(\vec{R}_A) = 0$	$M_x(\vec{R}_B) = Z_B \cdot AB$
M_y	$M_y(\vec{P}) =$ $= -P \cdot l \cdot \sin \alpha$	$M_y(\vec{Q}) = Q \cdot r$	$M_y(\vec{R}_A) = 0$	$M_y(\vec{R}_B) = 0$
M_z	$M_z(\vec{P}) = 0$	$M_z(\vec{Q}) = 0$	$M_z(\vec{R}_A) = 0$	$M_z(\vec{R}_B) = -X_B \cdot AB$

Додаючи елементи кожного рядка даної таблиці та прирівнюючи суму відповідного рядка до нуля, одержимо умови рівноваги просторової системи сил $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}_A, \vec{R}_B)$ в аналітичній формі

1. $\sum_{i=1}^4 F_{ix} = P_x + Q_x + R_{Ax} + R_{Bx} = 0 + 0 + X_A + X_B = 0 \Rightarrow X_A + X_B = 0;$
2. $\sum_{i=1}^4 F_{iy} = P_y + Q_y + R_{Ay} + R_{By} = 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0;$
3. $\sum_{i=1}^4 F_{iz} = P_z + Q_z + R_{Az} + R_{Bz} = -P - Q + Z_A + Z_B = 0 \Rightarrow Z_A + Z_B - P - Q = 0;$
4. $\sum_{i=1}^4 M_x(\vec{F}_i) = M_x(\vec{P}) + M_x(\vec{Q}) + M_x(\vec{R}_A) + M_x(\vec{R}_B) =$
 $= -P \cdot (AC + CD) - Q \cdot AC + 0 + Z_B \cdot AB = 0, \Rightarrow$
 $\Rightarrow -Q \cdot AC - P \cdot (AC + CD) + Z_B \cdot AB = 0;$
5. $\sum_{i=1}^4 M_y(\vec{F}_i) = M_y(\vec{P}) + M_y(\vec{Q}) + M_y(\vec{R}_A) + M_y(\vec{R}_B) =$
 $= -P \cdot l \cdot \sin \alpha + Q \cdot r + 0 + 0 = 0, \Rightarrow -P \cdot l \cdot \sin \alpha + Q \cdot r + 0 + 0 = 0;$

$$6. \sum_{i=1}^4 M_z(\vec{F}_i) = M_z(\vec{P}) + M_z(\vec{Q}) + M_z(\vec{R}_A) + M_z(\vec{R}_B) = 0 + 0 + 0 - X_B \cdot AB = 0,$$

$$\Rightarrow -X_B \cdot AB = 0.$$

В даному випадку друга умова рівноваги є тотожністю, оскільки проекції всіх сил, у тому числі й реакцій в'язей, на вісь Ay дорівнюють нулю. З п'яти умов рівноваги, що залишилися, слід визначити п'ять невідомих величин: \vec{X}_A , \vec{Z}_A , \vec{X}_B , \vec{Z}_B та l — задача статично визначена.

Розв'язуючи рівняння рівноваги, одержимо:

а) з шостого і першого рівняння $X_B = X_A = 0$;

б) з п'ятого рівняння $l = \frac{Q \cdot r}{P \cdot \sin \alpha} = \frac{Q \cdot r}{P \cdot \sin 30^\circ} = \frac{25 \cdot 0,2}{100 \cdot 0,5} = 0,1 \text{ (м)}$;

в) з четвертого рівняння

$$Z_B = \frac{Q \cdot AC + P \cdot (AC + CD)}{AB} = \frac{Q \cdot AC + P \cdot (AC + CD)}{AC + CD + DB} =$$

$$= \frac{25 \cdot 0,2 + 100 \cdot (0,2 + 0,7)}{0,2 + 0,7 + 0,1} = \frac{5 + 90}{1} = 95 \text{ (Н)};$$

г) з третього рівняння $Z_A = P + Q - Z_B = 100 + 25 - 95 = 30 \text{ (Н)}$.

Відповідь: $X_B = X_A = 0$, $Z_B = \frac{Q \cdot AC + P \cdot (AC + CD)}{AC + CD + DB} = 95 \text{ Н}$,

$Z_A = P + Q - Z_B = 30 \text{ Н}$,

$$l = \frac{Q \cdot r}{P \cdot \sin \alpha} = 0,1 \text{ м}.$$



Завдання для самоконтролю

1. Розв'язати задачу, змінивши дані умови.