

Теоретические вопросы по курсу «Дифференциальные уравнения».

1. Определение дифференциального уравнения и его решения. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Уравнения вида $y' = f(ax + by + c)$. Однородные уравнения.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной). Уравнения Я. Бернулли.
4. Уравнения в полных дифференциалах.
5. Теоремы о существовании и единственности решений ДУ первого и второго порядков (без доказательства).
6. Типы уравнений, допускающих понижение порядка.
7. Свойства решений линейных однородных ДУ высших порядков. Понятие линейной независимости решений. Определитель Вронского.
8. Формула Остроградского–Лиувилля и ее следствие для линейно независимых решений уравнения.
9. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка.
10. Интегрирование линейного однородного ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
11. Интегрирование линейного однородного ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами.
12. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Структура общего решения. Теорема о наложении решений.
13. Метод вариации произвольной постоянной для линейного неоднородного ДУ второго порядка.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида.
15. Модели неограниченного и ограниченного роста.
16. Система линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера отыскания решений системы. Формула для общего решения системы в случае, когда матрица системы имеет n линейно независимых собственных векторов.
17. Понятие о жордановом базисе. Структура общего решения системы линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами.
18. Неоднородная линейная система ДУ с постоянными коэффициентами. Теоремы о структуре общего решения. Построение частного решения неоднородной системы в случае, когда правая часть является векторным квазимногочленом.
19. Свойства решений линейных однородных систем. Определение фундаментальной матрицы системы.
20. Метод вариации постоянных решений линейных неоднородных систем. Формула для решений задачи Коши.
21. Определения устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Примеры исследования устойчивости.
22. Устойчивость линейной системы с постоянными коэффициентами.
23. Теоремы об устойчивости линейных неоднородных систем.
24. Необходимое условие устойчивости многочлена. Критерий Рауса–Гурвица.
25. Критерий Михайлова устойчивости многочлена. Критерий Эрмита–Михайлова.

26. Исследование устойчивости при помощи функции Ляпунова. Определение производной в силу системы. Теорема Ляпунова об устойчивости.
27. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости (без доказательства).
28. Теорема об устойчивости по первому приближению (без доказательства).
29. Метод изоклин. Геометрический смысл уравнения $y' = f(x, y)$. Определение особой точки.
30. Типы особых точек линейных систем.
31. Особые точки нелинейных систем. Теорема о свойствах траекторий (без доказательства). Модель Лотки–Вольтерра.
32. Разложение решений в степенные ряды. Теорема Коши о ДУ с аналитической правой частью (без доказательства).
33. Метод малого параметра.