Найти предел числовой последовательности или предел функции:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-x^3+x^2-1}{x^2+x-2}$; 2. $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{n}\left(\sqrt{n-2}-\sqrt{n+1}\right)$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{4-3x}-16}{\sqrt{9+3\sin\pi x}-3}$;

4. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln\sin x}{2^{\cos^2 x}-1}$; 5. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\left(tg\dfrac{x}{2}\right)^{\frac{3}{\cos 3x}}$; 6. $\lim\limits_{x\to -3}\left(\dfrac{2-x}{3x+14}\right)^{\frac{1}{\sin\pi x}}$;

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(5x-x^2\right)\cdot arctg 3x}{\left(e^{-3x}-1\right)\left(1-\cos\pi x\right)}$.

8. Найти асимптоты графика функции $y=\dfrac{x^2+2x}{|x-4|}$ и построить эскиз графика (без применения производных).

9. Исследовать на непрерывность функцию $y=e^{\frac{|x-2|}{4-x^2}}$. Найти точки разрыва функции и указать их характер. Построить эскиз графика функции в окрестности точек разрыва.

10. Исследовать на непрерывность функцию, найти ее точки разрыва. Найти все асимптоты и с учетом полученной информации построить эскиз графика функции (без применения производных).

$$y=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-x}-2}{x^2-9}, & x<0,\\[2ex] arctg\dfrac{1}{x-1}, & x\ge 0.\end{cases}$$

1.Найти первую производную функции:

a) $y=(\sqrt[5]{1-7x^2}+7)\log_2^4(3+\operatorname{tg}\frac{\pi}{x})+\operatorname{arcctg}\sqrt{e}$, b) $y=(\operatorname{ctg}x+x)^{\log_3(x^2-\sqrt{x})}$

2.Найти производную 23 порядка функции $y=(x^3+x)\sin\frac{\pi x}{3}+\log_3(2+x)$

3.Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции $y=\frac{x^3}{4(2-x)^2}$. Записать уравнение касательной в одной из найденных точек, построить касательную и эскиз графика в окрестности этой точки.

4.Разложить по формуле Маклорена до $o(x^n)$ функцию $f(x)=\frac{1}{3-x}$ и найти $f^{(10)}(0)$.

5.Найти предел с помощью правила Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}x^2}}$.

6.Найти с помощью формулы Тейлора $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-\sqrt{1+2x}}{\ln\cos x+\sin x-x}$.

7. Найти значения параметров a и b, при которых функция $y=a\ln x+bx^2+x-9$ имеет экстремумы в точках $x_1=1$ и $x_2=2$. Будет это максимум или минимум?

8. Написать уравнение касательной и уравнение нормали к графику функции, заданной параметрически: $\{x=(1+\ln t)/t^2,\ y=(3+2\ln t)/t\}$ в точке $x_0=x(t_0)$, $t_0=1$.

Вариант типовой

1.Найти второй дифференциал функции $f(x,y) = x^4 y + 3xy^2 - y + 9$
в точке M(1,-1).

2.Вычислить производную функции $z = \ln(e^{-x} + e^{5y})$ в точке M(0,0)
по направлению вектора ***l***=(-3,4) .

3.Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности
$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ в точке $M_o(1,2,2)$

4.Исследовать на локальный экстремум функцию $z = xy + x^2 - \frac{1}{12}y^3$.

5. Найти область определения функции и изобразить ее в координатной плоскости $z = \sqrt{y \cdot \sin x}$.

6. Доказать, что $z = \frac{\sin(x-y)}{x}, \frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x}\right) = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$