

№	Задание	МАХ число баллов
1	Найдите общее решение дифференциального уравнения $(2x + 1)y' = 4x + 2y$.	8
2	Решите задачу Коши $y'' = 8\sin^3 y \cdot \cos y, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 2$.	8
3	Найти общее решение системы дифференциальных уравнений, исследовать положение равновесия данной системы ДУ и изобразить ее фазовые траектории на плоскости XOY $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 7x - 4y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y. \end{cases}$	8
4	Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sin \frac{1}{n}}{\sqrt{n^2 + 3}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x - 3)^n}{n^2 + n}$.	8
5	Используя разложения в ряд, подсчитайте приближенно интеграл $\int_0^{0,2} e^{-2x^2} dx$ с точностью до $\varepsilon = 0,01$. Ответ обосновать.	8
6	Вычислить интеграл, используя теорему Коши о вычетах $\oint_{\gamma^+} \frac{z^2 - 1}{(z - 2)^2 (z - 2i)(z - 10)} dz.$ По контуру $\gamma = \{z \in \mathbb{C} \text{ такое, что } z = 8\}$.	10
Теоретические вопросы:		
7	Понятия устойчивого по Ляпунову и асимптотически устойчивого решений системы ДУ.	4
8	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и их решение. Уравнения сводящиеся к однородным ДУ.	4
9	Определение вычета в бесконечности. Привести пример вычисления вычета в бесконечности.	7
		65

Заведующий кафедрой

А.А. Давыдов

Экзаменаторы

Ю.М. Алексенцев, О.Н. Тюленева

На экзамене нельзя иметь при себе и нельзя пользоваться электронными приборами (кроме калькулятора, не встроенного в другие электронные приборы), мобильными телефонами, наушниками и гарнитурой, конспектами, книгами и другими печатными и рукописными материалами, разговаривать и пользоваться помощью соседей.

№	Задание	МАХ число баллов
1	Решите задачу Коши $y^2 = (xy - x^2)y'; \quad y(1) = 1$	8
2	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x}.$	8
3	Найти и исследовать на устойчивость особые точки системы ДУ по первому приближению $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \ln(y^2 - x), \\ \frac{dy}{dt} = x - y - 1. \end{cases}$	8
4	Восстановите аналитическую функцию $f(z)$ по заданной ее мнимой части: $\text{Im } f = v(x; y) = x^2 - y^2 - 2x + y.$	8
5	Решить квадратное уравнение в комплексных числах $z^2 - 2z - 3iz + 4i - 2 = 0.$	8
6	Разложить $f(x) = x^2 - x$ в ряд Фурье по синусам на отрезке $[0; 1]$, построить график ряда Фурье $S(x)$, найти $S(3)$ (ответ обосновать).	10
Теоретические вопросы:		
7	Комплексная экспонента (определение), формула Эйлера, теоремы о связи комплексной экспоненты с комплексным синусом и косинусом.	4
8	Общий вид ряда Фурье. Формулы для коэффициентов ряда Фурье.	4
9	Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка (ОЛДУ). Свойства решений ОЛДУ. Линейно зависимые и линейно независимые решения ОЛДУ. Определитель Вронского и его свойства. Теорема Остроградского-Лиувилля и ее следствия (доказательство для ДУ 2-го порядка). Фундаментальная система решений (ФСР) ОЛДУ. Теорема о структуре общего решения ОЛДУ (доказать).	7
		65

Заведующий кафедрой

А.А. Давыдов

Экзаменаторы

Ю.М. Алексенцев, О.Н. Тюленева

На экзамене нельзя иметь при себе и нельзя пользоваться электронными приборами (кроме калькулятора, не встроенного в другие электронные приборы), мобильными телефонами, наушниками и гарнитурой, конспектами, книгами и другими печатными и рукописными материалами, разговаривать и пользоваться помощью соседей.