

№	Задание	МАХ число Баллов
1	Вычислить пределы функции а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x}-1) \ln(1+tgx)}{(\sqrt{2+x}-\sqrt{2}) \sin 4x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} (3-2x)^{\frac{x}{1-x}}$	8
2	Дана функция $z = e^{-x-3y} \sin(x+3y)$. Показать, что $9 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.	8
3	Выяснить взаимное расположение прямой $L: \begin{cases} x+y+z-2=0 \\ 2x+y-z-1=0 \end{cases}$ и плоскости $P: x+z-1=0$. Если прямая параллельна плоскости, то найти расстояние между ними, а если прямая пересекает плоскость, то найти угол между ними и координаты точки их пересечения.	8
	Взаимное расположение прямых на плоскости. Написать формулу для нахождения расстояния от точки до прямой на плоскости.	3
4	Вычислить первую и вторую производные от функции заданной в параметрическом виде $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} \frac{t+1}{t-1}, \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$	8
	Определение производной функции, ее геометрический и физический смысл. Производная обратной функции. Вывести формулу $(\arccos)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.	6
5	Найти в векторном виде решение системы линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -1 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \\ 4x_1 - 10x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 7 \end{cases}$	8
	Дать определение обратной матрицы. Написать формулу для нахождения обратной матрицы.	3
6	Исследовать функцию $y = \frac{3 x }{2x^2+x-3}$ на непрерывность. Найти ее точки разрыва, исследовать их характер. Найти асимптоты. Построить эскиз графика функции.	10
	Сформулируйте необходимое и достаточное условия существования экстремума.	3
		65

№	Задание	МАХ число Баллов
1	Вычислите пределы а) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{2 \operatorname{ctg} x}$.	8
	Первый замечательный предел (с выводом).	6
2	Вычислить дифференциал функции $y = (\cos x - 3)^{\ln(x-3)}$	8
3	Выяснить взаимное расположение плоскостей $P_1: 2x + y + 5z - 3 = 0$ и $P_2: x - 2y - 3z + 1 = 0$. Если плоскости пересекаются, то найти угол между ними и параметрическое уравнение линии их пересечения, а если они параллельны, то найти расстояние между ними.	8
	Взаимное расположение прямых в пространстве. Написать формулу для нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми.	3
4	Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 - 2y^2 - 3\ln z + 14 = 0$ в точке $M(2; -3; z_0)$.	8
	Необходимое и достаточное условия существования экстремума функции двух переменных.	3
5	Найти в векторном виде решение системы линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ 5x_2 - 8x_3 - 11x_4 = -2 \\ x_1 - 2x_2 = 3 \\ x_1 - 3x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$	8
	Написать формулы Крамера для нахождения решения системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными.	3
6	Задана функция $f(x) = \frac{4(x-1)^2}{(x+1)^2}$. Найдите область ее определения, точки пересечения графика функции с осями координат, области постоянства знака значений функции; исследуйте поведение функции на границе области определения и найдите асимптоты (выпишите их уравнения). Найдите точки экстремума и точки перегиба функции. С учетом всей полученной информации постройте график этой функции.	10
		65

Заведующий кафедрой математики

Давыдов А.А.

Экзаменаторы