d

Задача 5. Вычислить пределы используя формулу Тейлора (0,5 б.)

5.8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x \sin x - x - x^2}{\operatorname{arctg} x - x}$;

Узнать на консультации

Можно ли найти онлайн калькулятор?

Задание 6. Методами дифференциального исчисления исследовать заданные функции и построить их графики (1,5 балла):

6.8. a) $y=\sqrt[3]{(x-6)^2 x}$, b) $y=\dfrac{12-3x^2}{x^2+12}$ → 0

$x\to\infty$ $\dfrac{(x^2+3x):x^2}{(4x^2+5x):x^2} = \dfrac{1+\frac{3}{x}}{4+\frac{5}{x}}$ → 0

Задача 1. Вычислить $\dfrac{dy}{dx}, \dfrac{d^2y}{dx^2}$ (0,5 б)

1.8. a) $y = 7^{\ln(\sin 6x)}$, b) $\ln y = arctg\frac{x}{y}$.

Задача 2. Вычислить пределы функций используя правило Лопиталя (0,5 б) *

2.8 a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{3arctg\ x}$, b) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2 e^{-x^2}$.

Задача 3. (0,5 б.) *
А) Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра t = t0;

Б) Вычислить (0,5 б) $\dfrac{dy}{dx}, \dfrac{d^2y}{dx^2}$ в точке, соответствующей значению параметра t = t0;

3.8. $\begin{cases} x = t(t\cos t - 2\sin t), \\ y = t(t\sin t + 2\cos t), \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

Задание 6. Методами дифференциального исчисления исследовать заданные функции и построить их графики (1,5 балла):

6.8. a) $y=\sqrt[3]{(x-6)^2 x}$, b) $y=\dfrac{12-3x^2}{x^2+12}$

1. $D_f: x \in \mathbb{R}$

2. $f(-x) = -3 + \frac{48}{(-x)^2+12} = -3 + \frac{48}{x^2+12}$ – четная, значит симметрия относительно оси Оу

3. $\cap\ Oy\ (0;1)$ $\quad \cap\ Ox\ (-2;0)\ (2;0)$

4. Вертикальной ассимптоты нет, так как знам неравен 0

Горизонтальная ассимптота равна = - 3, но можно ее найти и по определению через предел

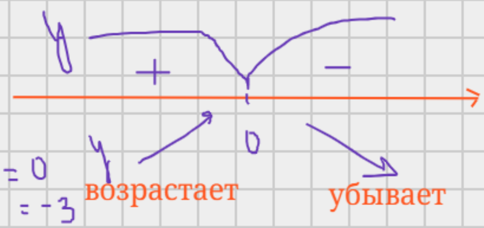
$$\lim_{x\to\infty}\frac{(12-3x^2):x^2}{(x^2+12):x^2} = \lim_{x\to\infty}\frac{-3+\frac{12}{x^2}}{1+\frac{12}{x^2}} = -3$$

$\frac{12}{x^2} \to 0$

5 и 6

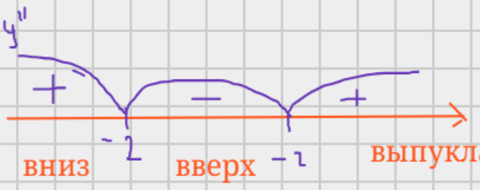
$$y' = \left(-3 + \frac{48}{x^2+12}\right)' = 48\cdot\left(\frac{1}{x^2+12}\right)' = -48\cdot\frac{2x}{(x^2+12)^2} = \frac{-96x}{(x^2+12)^2}$$

$y' = 0 \quad x = 0 \quad y = -3$



$$y'' = \left(\frac{-96x}{(x^2+12)^2}\right)' = -\frac{96(x^2+12)^2 + 96x\cdot 2(x^2+12)\cdot 2x}{(x^2+12)^4} = \frac{96(x^2+12)(-x^2-12+4x^2)}{(x^2+12)^4}$$

$$= \frac{96(3x^2-12)}{(x^2+12)^3} = \frac{3\cdot 96(x^2-4)}{(x^2+12)^3} = \frac{3\cdot 96(x-2)(x+2)}{(x^2+12)^3}$$



$x = \pm 2$ т. перегиба

. Вычислить (0,5 б) $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$

a) $y = 7^{ln(sin\,6x)}$, b) $ln\,y = arctg\,\frac{x}{y}$.

Тут неявное дифференцирование используем. Обе части дифференцируем.

$$\ln y = \operatorname{arctg}\frac{x}{y}$$

$$\frac{d(\ln y)}{dx} = \frac{d\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{y}\right)}{dx}$$ так как это сложная функция

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+\left(\frac{x}{y}\right)^2}\boxed{\frac{d\left(\frac{x}{y}\right)}{dx}}$$ – рассмотрим это отдельно потом подставим

$$\boxed{\frac{d\left(\frac{x}{y}\right)}{dx}} = \frac{y - x\cdot\frac{dy}{dx}}{y^2}$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{\cancel{y^2}}{y^2+x^2}\cdot\frac{y-x\frac{dy}{dx}}{\cancel{y^2}}$$

$$\frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx} = \frac{y-x\frac{dy}{dx}}{y^2+x^2} \quad \Big|\cdot(y^2+x^2)$$

$$\frac{y^2+x^2}{y}\cdot\frac{dy}{dx} + x\frac{dy}{dx} = y$$

$$\left(\frac{y^2+x^2}{y}+x\right)\frac{dy}{dx} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = y : \left(\frac{y^2+x^2}{y}+x\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = y : \left(\frac{y^2+x^2+xy}{y}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = y\cdot\frac{y}{y^2+x^2+xy} \qquad \frac{dy}{dx} = \boxed{\frac{y^2}{x^2+y^2+xy}}$$

Это первая производная была. По тому же принципу вторая.

Текст