

ИДЗ № 3

Задача 1. Найти и изобразить на плоскости ХОУ область определения функции (0,5 б)

1. $z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 4)(9 - x^2 - y^2)}$

2. $z = \frac{\ln x}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$

3. $z = \arccos(x^2 + y^2 - y + 1) + \frac{1}{\sqrt{y - x}}$

4. $z = \frac{\sqrt{x - \sqrt{y}}}{\sqrt{3 - x^2 - y^2}}$

5. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x} - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

6. $z = \sqrt{4x + 4 - y^2} \cdot \ln(4 - x^2 - y^2)$

7. $z = \arcsin(x + y) + \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

8. $z = \frac{1}{y} + \sqrt{(x^2 - y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$

9. $z = \frac{\ln(x + y)}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$

10. $z = \arcsin(1 - x^2) + \arccos \frac{y}{x^2}$

11. $z = \arcsin(x^2 + y^2 - 2x + 1) + \frac{1}{\sqrt{2x - y}}$

12. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 4y} - \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

13. $z = \frac{\ln(1 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 - y}}$

14. $z = \sqrt{4y + 4 - x^2} \cdot \ln(4 - x^2 - y^2)$

15. $z = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

16. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} - \frac{1}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$

17. $z = \ln(y^2 - 4x + 8) + \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

18. $z = \frac{\ln(x^2 + y)}{\sqrt{4 - 2x^2 - y}} + \frac{y}{x^2}$

19. $z = \sqrt{\ln \frac{4}{x^2 + y^2}} - \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

20. $z = \arccos(x^2 + y^2 - 4y + 1) + \frac{1}{\sqrt{x}}$

21. $z = (x - \sqrt{16 - x^2 - y^2}) \ln(x^2 - y^2 - 1)$

22. $z = \frac{\sqrt{2y + 16 - x^2}}{x \cdot \ln(25 - x^2 - y^2)}$

23. $z = \arccos \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

24. $z = \arcsin(x^2 + y^2 - 4x - 1) + \frac{1}{\sqrt{y}}$

25. $z = \sqrt{x^2 - y^2 + 1} + \ln(4 - x^2 - y^2)$

26. $z = \ln(\cos x - y) + \sqrt{y - x^2 + \frac{9\pi^2}{4}}$

Задача 2. Найти дифференциал первого порядка и второго порядка функции $z(x,y)$ в заданной точке M (0,5 б)

1. $z = e^{x-2y} + x^2y^3 - xy^2; \quad M(2; 1)$
2. $z = \ln(x + 3y) + xy^3 - x^2y^2; \quad M(2; 1)$
3. $z = \sqrt{2x + 3y} - 3xy^2; \quad M(5; 2)$
4. $z = x^3y^2 + \sqrt{2xy - 2}; \quad M(3; 1)$
5. $z = x^2 + y^2x + \ln(1 + 2x + y); \quad M(1; 2)$
6. $z = x^3y^2 - 3x + \sqrt{3 + x^2y}; \quad M(1; 1)$
7. $z = e^x \ln y - yx^4; \quad M(1; e)$
8. $z = xy + (2x + y^2)^3; \quad M(1; -1)$
9. $z = 3x \cdot \sqrt{2y + 1} - 4xy^2; \quad M(1; 4)$
10. $z = x \cdot \sqrt{y} + x^2y + 3x - 5; \quad M(1; 4)$
11. $z = e^{3x-y} + x^4y^2 - 2xy + x; \quad M(1; 3)$
12. $z = \ln(2x - y) + 3\sqrt{x} - xy^2; \quad M(1; 1)$
13. $z = \sqrt{6x - 3y} + x^2y^5 - 3y; \quad M(2; 1)$
14. $z = xy^3 + y^2 + \sqrt{5xy^2 - 1}; \quad M(1; 1)$
15. $z = xy^2 - 9y^3x + \ln(5y - 3x); \quad M(-1; 1)$
16. $z = yx^3 + xy^2 + \sqrt{5 - x^2y}; \quad M(1; 1)$
17. $z = e^{y-1} \cdot \ln(x + 1) - y^2x + 2x; \quad M(1; 1)$
18. $z = x^4y + (x^2 - y)^4; \quad M(1; 3)$
19. $z = y^3 \cdot \sqrt{4x + 5} - 3xy; \quad M(1; 3)$
20. $z = x^2 \cdot \sqrt{y - 1} + xy^3 + 3y; \quad M(1; 2)$
21. $z = e^{5y-2x} + xy^4 - x^2y; \quad M(5; 2)$
22. $z = \ln(4x - 3y) + x^2y^2 - 3y^2; \quad M(1; 1)$
23. $z = \sqrt{7x + 3y} + 2x - 3xy; \quad M(1; -1)$
24. $z = xy^2 - 2x + \sqrt{xy^2 + 2}; \quad M(2; 1)$
25. $z = x^4y - 3yx + \ln(7x - 5y); \quad M(1; 1)$
26. $z = x^5y^4 + 2x^2 + \sqrt{9 - xy^3}; M \quad (1; 2)$

Задача 3. (0,5 б)

1. Дана функция $z = x e^{y/x}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

2. Дана функция $z = \ln(x + e^{-y})$. Показать, что $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

3. Дана функция $z = \arctg \frac{x}{y}$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

4. Дана функция $z = \sqrt{xy} e^{x/y}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

5. Дана функция $z = \sin^2(y - ax)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

6. Дана функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2xy + 1)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

7. Дана функция $z = e^{xy}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

8. Дана функция $z = \frac{y}{x}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

9. Дана функция $z = e^{-\cos(ax+y)}$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

10. Дана функция $z = y \sqrt{\frac{y}{x}}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

11. Дана функция $z = \frac{\sin(x-y)}{x}$. Показать, что $\frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

12. Дана функция $z = \sqrt{\frac{x}{y}}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 0$.

13. Дана функция $z = e^{y/x}$. Показать, что $\frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

14. Дана функция $z = e^{-x-3y} \sin(x+3y)$. Показать, что $9 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

15. Дана функция $z = e^{xy}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0$.

16. Дана функция $z = x e^{-(x^2+y^2)/2}$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (x+y) \frac{\partial z}{\partial x} + (x^2-1)z = 0$.

17. Дана функция $z = \ln(e^x + e^y)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2 = 0$.

18. Дана функция $z = e^x (x \cos y - y \sin y)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

19. Дана функция $z = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

20. Дана функция $z = \frac{y}{y^2 - 4x^2}$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

21. Дана функция $z = xy e^{xy}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

22. Дана функция $z = \ln(e^x + e^{-y})$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

23. Дана функция $z = \arctg(xy)$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

24. Дана функция $z = e^{\sqrt{xy}}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

25. Дана функция $z = \cos^2(x-3y)$. Показать, что $9 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

26. Дана функция $z = \sqrt{\frac{x}{y}}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 0$.

Задача 4. Вычислить производную функции $u = u(x, y, z)$ в точке M

А) по направлению вектора \vec{a} ;

Б) по направлению наибыстрейшего роста функции (0,5 б)

1. $u = \arctg \frac{x}{y} - y^2 z$; $M(2; 2; 4)$; $\vec{a} = \{-1; 2; 2\}$
2. $u = x \arctg \frac{y}{z} - y^2 z^3$; $M(2; 2; 1)$; $\vec{a} = \{-1; 2; 2\}$
3. $u = (y^2 + 2)^{4x - \sqrt{z}}$; $M(1; -1; 4)$; $\vec{a} = \{-1; 2; -2\}$
4. $u = \arctg \frac{z}{x} + \sqrt{2y - 7x}$; $M(1; 4; 1)$; $\vec{a} = \{0; 4; -3\}$
5. $u = z \cdot \arctg(2x - y^2)$; $M(1; 1; 3)$; $\vec{a} = \{4; -3; 0\}$
6. $u = x \cdot \ln(5 - z^2 y)$; $M(2; 1; 2)$; $\vec{a} = \{4; 2; 0\}$
7. $u = z \cdot \sqrt{xy^3 - 4}$; $M(1; 2; 2)$; $\vec{a} = \{-1; 1; 0\}$
8. $u = \arctg \frac{yz}{x^2}$; $M(2; 2; -1)$; $\vec{a} = \{4; -3; 0\}$
9. $u = \arctg \frac{xy}{z}$; $M(1; 2; 1)$; $\vec{a} = \{0; -4; 1\}$
10. $u = \frac{x\sqrt{y}}{z} - e^{(x^2 - y^2)}$; $M(-1; 1; 2)$; $\vec{a} = \{2; 2; 4\}$
11. $u = (x^2 + y^2)^z$; $M(1; -2; 3)$; $\vec{a} = \{1; -1; 0\}$
12. $u = (x - \sqrt{yz})^{4 - z}$; $M(1; 1; 4)$; $\vec{a} = \{2; 1; -1\}$
13. $u = \sqrt{2x + y} + y \arctg z$; $M(3; -2; 1)$; $\vec{a} = \{4; 0; -3\}$
14. $u = 3z^3 \cdot \sqrt[3]{x} + \cos\left(\frac{\pi}{6} - xy\right)$; $M(8; 0; -1)$; $\vec{a} = \{4; 1; 1\}$
15. $u = (x^2 + y^2)^{2z}$; $M(1; 2; -1)$; $\vec{a} = \{4; 0; 3\}$
16. $u = ye^{(xz^2 - 8)}$; $M(2; -1; 2)$; $\vec{a} = \{2; 2; 4\}$
17. $u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$; $M(1; -2; 2)$; $\vec{a} = \{4; -3; 0\}$
18. $u = (x^2 + xy)^{2 - z}$; $M(1; 2; 0)$; $\vec{a} = \{2; -2; 0\}$
19. $u = \ln(e^x + 2e^y + 2e^z)$; $M(0; 0; 0)$; $\vec{a} = \{2; -2; 1\}$
20. $u = \sqrt{zx - y} + \ln(3 - xy^3)$; $M(1; 1; 2)$; $\vec{a} = \{3; 0; -4\}$
21. $u = 3^{x^2 - y^2 - z^2}$; $M(2; 1; -1)$; $\vec{a} = \{4; -1; 0\}$
22. $u = \arctg \frac{xz^2}{y}$; $M(2; -2; 1)$; $\vec{a} = \{-1; 2; -2\}$
23. $u = z \ln(x^2 - 4y^2 + z^2)$; $M(1; -1; 2)$; $\vec{a} = \{2; -2; 1\}$
24. $u = x \arctg \frac{y}{z}$; $M(-1; 2; 2)$; $\vec{a} = \{-1; 2; 2\}$
25. $u = z \log_2(1 + 2\sqrt{xy})$; $M(1; 4; 2)$; $\vec{a} = \{-4; 3; 0\}$
26. $u = (5x + 2)^{\sqrt{y}} \cdot \cos(\pi z)$; $M\left(1; 1; \frac{1}{4}\right)$; $\vec{a} = \{2; -2; 0\}$

Задача 5. Вычислить производную сложной функции. (0,5 б)

1. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = e^{2x-3y}$, $x = tg\ t$, $y = t^2 + 2t$.
2. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = \ln(e^u + e^{2v})$, $u = x^3$, $v = y^2 - 2x$.
3. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^{2y}$, $x = \ln\ t$, $y = \sin\ t$.
4. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 \ln v$, $u = \frac{y}{x}$, $v = y^2 + x^2$.
5. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $x = e^{3t}$, $y = e^{2t} + 1$.
6. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = \ln(e^x + e^y)$, $y = x^3 + 3x - 1$.
7. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u^2 v - uv^2$, $u = x \sin y$, $v = y \cos x$.
8. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = \operatorname{arctg} \frac{x + \sqrt{y}}{x}$, $y = e^{x^2 + 3x}$.
9. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = \sin^2(xy)$, $x = e^t$, $y = e^{2t} - 3$.
10. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = x 2^{xy}$, $y = x^2 - 3x + 1$.
11. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = 3^{2x-y}$, $x = \sin 2t$, $y = \cos 2t$.
12. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \ln(tg\ u + 2\ ctg\ v)$, $u = 3x^2 + y$, $v = y^2 - 2x$.
13. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^{\ln y}$, $x = t^2$, $y = \cos t$.
14. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \arcsin(2u + v)$, $u = xy$, $v = x^2 + xy$.
15. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = tg\ \frac{y}{x}$, $x = 2^{3t}$, $y = 3^{2t}$.
16. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = \sin(e^x + y)$, $y = e^{3x} + 3$.
17. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = u^2 \cos v$, $u = x e^y$, $v = y e^x$.
18. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = \operatorname{arctg} \frac{x + \sqrt{y}}{x}$, $y = e^x$.
19. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = 3^{2xy}$, $x = \ln t$, $y = \ln(2t + 1)$.
20. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = xy e^{xy}$, $y = x^2 - 2x$.
21. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = \arcsin(2x - 5y)$, $x = \ln t$, $y = t^2$.
22. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = \ln(u^2 + 2v)$, $u = (x + 1)^2 + y^2$, $v = y - 2x$.
23. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^{\sin y}$, $x = 2^t$, $y = t^2$.
24. Вычислить $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 + \ln(3u + v)$, $u = xy$, $v = x^2 - y^2$.
25. Вычислить $\frac{dz}{dx}$, если $z = \cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$, $y = e^{2x} - 1$.

26. Вычислить $\frac{dz}{dt}$, если $z = 6^{7x-2y}$, $x = \sin 8t$, $y = \cos 8t$.

Задача 6. (0,5 б)

1. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $xy + z^2 + xz = 20$, параллельных плоскости $x + 2z = y$.

2. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $9xy + 9z^2 + 9xz = 5$, перпендикулярных к прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z}{-2}$.

3. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 189$, параллельных плоскости $6x + y + 4z = 13$.

4. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = xy$, перпендикулярной к прямой $L: \{x = 2t - 2, y = 2t - 2, z = 1 - t\}$.

5. Написать уравнения касательной плоскости к поверхности $x^2 + z^2 + 2x - 5y - 8z = 0$, параллельной плоскости $2x + 5y - 2z = 2$.

6. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $4x^2 + 6y^2 + z^2 - 4 = 365$, перпендикулярных к прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

7. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$, перпендикулярных вектору $\vec{a} = (1; 4; 6)$.

8. Написать уравнения касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 - 2x - 12y + 8z - 3 = 0$, параллельной плоскости $x - y + z = 9$.

9. Написать уравнения касательных плоскостей к сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 1$, перпендикулярных плоскостям $x - y - z = 2$, $2x - 2y - z = 4$.

10. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $x^2 + 2y^2 + z^2 = 22$, параллельных плоскости $x - y + 2z = 0$.

11. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 - 12x + y^2 - 2y + 8z - 11 = 0$, перпендикулярной прямой $L: \frac{x+3}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z}{-1}$.

12. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $z^2 + y^2 + xy + xz - 18 = 0$, параллельных плоскости $x + y + 3z = 8$.

13. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $3x^2 + y^2 + 2z^2 - 114 = 0$, перпендикулярных к прямой $L: \{x = 7 + 6t, y = 1 - 4t, z = t + 2\}$.

14. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $xy + z^2 + xz = 8$, параллельных плоскости $x - 2y + 2z = 7$.

15. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 - 6y - 3z = 0$, перпендикулярной к прямой $L: \frac{x+9}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{2}$.

16. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 525 = 0$, параллельных плоскости $x + 4y + 6z = 7$.

17. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $xy + xz + z^2 - 1 = 0$, перпендикулярных к прямой $L: \{x = t, y = 5 - 3t, z = t - 3\}$.

18. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $2x^2 + 3y^2 + z^2 - 36 = 0$, параллельных плоскости $4x + 6y - 4z = -5$.

19. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 84$, перпендикулярных к прямой $L: \frac{x-8}{-6} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-4}$.

20. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 12x - 24z = 105$, параллельных плоскости $2x - y + z = 5$.

21. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 + 16x + y^2 - 18y - 20z = 15$, перпендикулярной к прямой $L: \{x = 3 + t, y = 1 - t, z = 9 - 5t\}$.

22. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 7z - 7 = 0$, параллельных плоскости $2x - y - 2z = -3$.

23. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 - 9x + y - 3z - 2 = 0$, перпендикулярной к прямой $L: \{x = -4 - t, y = 6 + t, z = -2 + t\}$.

24. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $2x^2 + y^2 + 3z^2 - 2x - 4z = 0$, параллельных плоскости $x + y - z = 12$.

25. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 + z^2 + 2x + 7y = -5$, перпендикулярной к прямой $L: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z+7}{-6}$.

26. Написать уравнения касательных плоскостей к поверхности $xz + x^2 + yz = 13$, параллельных плоскости $2x - y - z = 7$.

Задача 7. Найдите точки локального экстремума (0,5 б)

1.	$z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$	2.	$z = 2(x+y) - x^2 - y^2$
3.	$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$	4.	$z = xy(6 - x - y)$
5.	$z = (x-1)^2 + 2y^2$	6.	$z = x^2 + 3(y+2)^2$
7.	$z = x^2 + y^2 - xy + x + y$	8.	$z = xy - 3x^2 - 2y^2$
9.	$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$	10.	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$
11.	$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$	12.	$z = xy - x^2 - y^2 + 9$
13.	$z = xy(12 - x - y)$	14.	$z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$
15.	$z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$	16.	$z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$
17.	$z = x^3 + y^3 - 3xy$	18.	$z = (x-5)^2 + y^2 - 1$
19.	$z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10$	20.	$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$
21.	$z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2$	22.	$z = 4(x-y) - x^2 - y^2$
23.	$z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1$	24.	$z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$
25.	$z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$	26.	$z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$

Задача 8. Определить наименьшее и наибольшее значения функции $z = f(x, y)$ в области, ограниченной заданными линиями. (0,5 балла)

1. $z = x^2 - y^2 - x + y$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 1$.

2. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, $x = 0$, $y = 0$, $5x - 3y + 45 = 0$.

3. $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$, $x = 0$, $y = 0$, $2x + 3y = 12$.

4. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$, $x = 1$, $y = 1$, $x + y = 1$.

5. $z = x^2y$, $y = 0$, $y = 1 - x^2$.

6. $z = 4 - 2x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \leq 1$.

7. $z = xy - 2x - y$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 3$, $y = 4$.

8. $z = x^3 + y^3 - 3xy$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$, $y = 3$.

9. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$, $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 3$.

10. $z = x^2 + xy$, $x = -1$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 3$.

$$11. z = -3x^2 + 2xy - 2y^2 + 5, \quad x = -1, \quad y = -1, \quad x + y = 5.$$

$$12. z = 3xy - 6x^2 - 6y^2 + 15x, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x = 2, \quad y = 1.$$

$$13. z = -3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad 3x + 4y = 12.$$

$$14. z = \frac{1}{2}x^2 - xy, \quad y = \frac{x^2}{3}, \quad y = 3.$$

$$15. z = 1 + xy^2, \quad x = 0, \quad y = -1, \quad x = 1, \quad y = 2.$$

$$16. z = x^2 - 2y^2 + 4, \quad x^2 + y^2 \leq 1.$$

$$17. z = x^2 - xy + 5, \quad y = 0, \quad x^2 + y = 1.$$

$$18. z = x^2 + 6xy - x + 3y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x = 3, \quad y = 3.$$

$$19. z = x^2 + y^2 - 4xy + 6y, \quad x = 4, \quad y = x, \quad y = 0.$$

$$20. z = 5xy - y^2, \quad x = 4, \quad y^2 = 5x + 5.$$

$$21. z = -xy - 2x + 3y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad 3x - 4y = 12.$$

$$22. z = 2x + y - xy, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x = 4, \quad y = 4.$$

$$23. z = x^2 + 2xy - 4x + 8y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad y = 2.$$

$$24. z = x^2 + y^2 - xy + x + y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x + y = -3.$$

$$25. z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1, \quad x = 0, \quad y = -1, \quad x = 2, \quad y = 1.$$

$$26. z = 1 + xy^2, \quad x = 0, \quad y = -2, \quad x = 2, \quad y = 1.$$