Задача 4. Составить уравнения касательной (0,5 б.) *

4.8. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - 4x^2 - 3x$, перпендикулярной прямой $x + 7y - 2 = 0$.

Прямые перпендикулярны, если k1 * к2 = - 1

$x + 7y - 2 = 0 \quad y = -\frac{1}{7}x + \frac{2}{7} \quad k_1 = -\frac{1}{7} \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow k_2 = 7$

$y = -4x^2 - 3x + 4 \quad y' = -8x - 3 \Rightarrow y' = 7 \Rightarrow -8x_0 - 3 = 7$

$x_0 = \frac{10}{-8} = -1{,}25 = -\frac{5}{4}$

– это точка, к которой построена касательная.
Составим уравнение касательной

$y_к = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$

$y(x_0) = y\left(-\frac{5}{4}\right) = -4\left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 3\left(-\frac{5}{4}\right) + 4 =$

$= -\frac{25}{4} + \frac{15}{4} + \frac{16}{4} = \frac{31 - 25}{4} = \frac{6}{4} = 1{,}5$

$y_к = 7\left(x + \frac{5}{4}\right) + 1{,}5$

$y_к = 7x + \frac{35}{4} + \frac{6}{4}$

$y_к = 7x + \frac{41}{4}$

Задача 5. Вычислить пределы используя формулу Тейлора (0,5 б.)

5.8. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x \sin x - x - x^2}{\operatorname{arctg} x - x}$; $\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x \sin x - x - x^2}{\operatorname{arctg} x - x} =$

Разложим все функции в окрестностях точки 0

$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \ldots$

$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \ldots$

$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots$

$e^x \cdot \sin x = x + x^2 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{6} - \frac{x^5}{6} - \frac{x^7}{6} + \ldots$

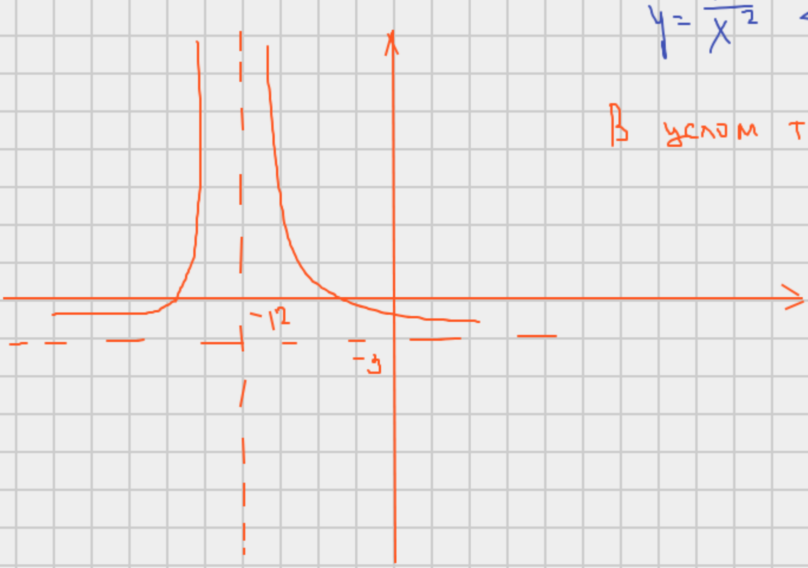
$e^x \sin x - x - x^2 \approx \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{6}$

$$\operatorname{arctg} x - x \approx -\frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^3}{3} + \dots}{-\frac{x^3}{3} + \dots} \approx \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^3}{3}}{-\frac{x^3}{3}} = \lim_{x\to 0} (-1) = -1$$

b) $y = \frac{12-3x^2}{x^2+12} = \frac{-3x^2-36}{x^2+12} + \frac{48}{x^2+12} = -3 + \frac{48}{x^2+12} = \frac{48}{x^2+12} - 3$

$y = \frac{48}{x^2}$ $\xleftarrow{12}$ $\downarrow 3$



В целом так, подробнее потом