Задача 1. Расставить пределы интегрирования двумя способами в двойном интеграле $\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy$, и вычислить данный интеграл

1.1. $D: x+y=2,\ y=x^2,\ y=0,\quad f(x,y)=x-y$.

1.2. $D: y=2x^2,\ y=x+3,\ y=0\quad f(x,y)=2x-y$.

1.3. $D: y=4-x^2,\ y=-3x,\quad f(x,y)=x+2y$

1.4. $D: yx=1,\ y=0,\ y=x,\ x=2,\quad f(x,y)=x+y$.

1.5. $D: y=2-x^2,\ y=2x-1,\quad f(x,y)=xy$.

1.6. $D: y=\sqrt{9-x^2},\ y=\sqrt{25-x^2},\ |x|=3,\quad f(x,y)=y$

1.7. $D: y=6x,\ y=3x^2, x=1\quad f(x,y)=x-4y$.

1.8. $D: x^2-2x+y^2+2y+1=0, y=x-1\,(y\le x-1),\quad f(x,y)=2$.

1.9. $D: x^2+y^2=4, y=\sqrt{3x}(y^2\ge 3x), y=0,\quad f(x,y)=y$

1.10. $D:\ x^2+y^2=2x,\ y=x,\ y=0,\quad f(x,y)=y$.

1.11. $D:\ y=13-x^2,\ y=5x-1, y=-\sqrt{x}-1\quad f(x,y)=x-2y$.

1.12. $D:\ y=2-x^2,\ y=2x-1,\quad f(x,y)=x-y$

1.13. $D:\ xy=8,\ y=x^2, y=16.,\quad f(x,y)=x-2y$.

1.14. $D:\ y=x-1,\ y^2=x+1,\quad f(x,y)=2y$.

1.15. $D:\ y=x^3,\ y=x-3,\ x=0,\ x=2,\quad f(x,y)=2y$

1.16. $D:\ y=x^2+1, y=x, x=0, y=3-x,\quad f(x,y)=x+2y$.

1.17. $D:\ y=\sqrt{x},\ y=2-x,\ y=0,\quad f(x,y)=3x-y$.

1.18. $D:\ y=2\sqrt{x+1}, y+x=2, y=0,\quad f(x,y)=2x-y$

1.19. $D:\ y=x^2-2x,\ y=4x-x^2,\quad f(x,y)=x$

1.20. D : треугольник с вершинами A(1,2), B(3,2), C(0,1), $f(x,y)=2x-y$.

1.21. $D: \; yx = 2, \; y = x, \; y = 2x \quad f(x,y) = x$

1.22. $D:. \; x = y^2, \; y = x - 2, \quad f(x,y) = 2x - 3y$

1.23. $D: \; x = 4, \; y = x, \; y = 2x, \quad f(x,y) = xy + 2x$.

1.24. $D: 2y^2 - 2x^2 = 1, y = 2x^2, \quad f(x,y) = x - y$

1.25. $D: \; y^2 = x, \; x^2 + y^2 = 2x, \; y = 0, (y \ge 0), \quad f(x,y) = y$

1.26. $D: yx = 9, \; y = x, \; x = 5 \quad f(x,y) = \dfrac{9x}{y^3}$

1.27. $D: \; y^2 = 2x + 2, y^2 = 2 - x, \quad f(x,y) = \dfrac{1}{y+2}$.

1.28. $D: \; yx = 1, \; y = x, \; x = 3 \quad f(x,y) = \dfrac{y^2}{x^2}$.

1.29. $D: x^2 - y^2 = 2\left(x^2 - y^2 \ge 2\right), \; x + 4 = y^2, \quad f(x,y) = x - y$

1.30. $D: \; y = \sqrt{x+2}, \; y = x, \; y = 0, \quad f(x,y) = x - 5y$

1.31. $D: \; y = x^2/2, \; y = 4 - x, \quad f(x,y) = y$

Задача 2. Изменить порядок интегрирования.

2.1. $\displaystyle\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f \; dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x^2} f \; dy$

2.2. $\displaystyle\int_{0}^{1/\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\arcsin y} f \; dx + \int_{1/\sqrt{2}}^{1} dy \int_{0}^{\arccos y} f \; dx$

2.3. $\displaystyle\int_{0}^{1} dy \int_{-y}^{0} f \; dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f \; dx$

2.4. $\displaystyle\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x^2} f \; dy + \int_{1}^{2} dx \int_{0}^{2-x} f \; dy$

2.5. $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{-\sqrt{2+y}}^{0} f\ dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{-y}}^{0} f\ dx$

2.6. $\int\limits_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} f\ dy + \int\limits_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int\limits_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}} f\ dy$

2.7. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt[3]{y}} f\ dx + \int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{2-y} f\ dx$

2.8. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x^2} f\ dy + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f\ dy$

2.9. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{y}} f\ dx + \int\limits_{1}^{e} dy \int\limits_{\ln y}^{1} f\ dx$

2.10. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x} f\ dy + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f\ dy$

2.11. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^{0} f\ dx + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f\ dx$

2.12. $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} dx \int\limits_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} f\ dy + \int\limits_{\sqrt{3}}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} f\ dy$

2.13. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{y}} f\ dx + \int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{2-y}} f\ dx$

2.14. $\int\limits_{0}^{\pi/4} dx \int\limits_{0}^{\sin x} f\ dy + \int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int\limits_{0}^{\cos x} f\ dy$

2.15. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{y} f\ dx + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f\ dx$

2.16. $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{x}} f\ dy + \int_{1}^{2} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x}} f\ dy$

2.17. $\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f\ dx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\ln y} f\ dx$

2.18. $\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} fdy + \int_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} fdy$

2.19. $\int_{0}^{\pi/4} dy \int_{0}^{\sin y} f\ dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int_{0}^{\cos y} f\ dx.$

2.20. $\int_{0}^{1} dx \int_{1-x^2}^{1} f\ dy + \int_{1}^{e} dx \int_{\ln x}^{1} f\ dy$

2.21. $\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f\ dx + \int_{1}^{2} dy \int_{-\sqrt{2-y}}^{0} f\ dx$

2.22. $\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f\ dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{0} f\ dy$

2.23. $\int_{-2}^{-1} dy \int_{0}^{\sqrt{2+y}} f\ dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-y}} f\ dx$

2.24. $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^{0} f\ dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{\sqrt[3]{x}}^{0} f\ dy$

2.25. $\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} f\ dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f\ dx$

2.26. $\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y} f\ dx + \int_{1}^{e} dy \int_{\ln y}^{1} f\ dx$

2.27. $\int\limits_0^{\sqrt{3}} dx \int\limits_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f\ dy + \int\limits_{\sqrt{3}}^{2} dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x^2}} f\ dy$

2.28. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{y^3} f\ dx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{2-y} f\ dx$

2.29. $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{-(2+y)}^{0} f\ dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt[3]{y}}^{0} f\ dx$

2.30. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\sqrt{x}}^{0} f\ dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_{-\sqrt{2-x}}^{0} f\ dy$

2.31. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f\ dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{y}^{0} f\ dx$.

Задача 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

3.1. $x^2 + y^2 = 36,\ \ 3\sqrt{2}y = x^2\ \ (y \ge 0)$.

3.2. $y = \sqrt{12 - x^2},\ y = 2\sqrt{3} - \sqrt{12 - x^2},\ x = 0\ \ (x \ge 0)$.

3.3. $y = \dfrac{3}{2}x,\ y = 4 - (x-1)^2, x = 0$.

3.4. $y = \dfrac{3}{2}\sqrt{x},\ y = \dfrac{3}{2x},\ x = 4$.

3.5. $y = 3/x,\ y = 4e^x,\ y = 3,\ y = 4$.

3.6. $y^2 = 10x + 25, y^2 = -6x + 9$

3.7. $x^2 + y^2 = 12,\ \ \ x\sqrt{6} = y^2\ \ (x \ge 0)$.

3.8. $y = 6 - \sqrt{36 - x^2},\ y = \sqrt{36 - x^2},\ x = 0\ \ (x \ge 0)$.

3.9. $y = 20 - x^2,\ y = -8x$.

3.10. $y=\dfrac{3}{x},\ y=8e^{x},\ y=3,\ y=8.$

3.11. $x=\sqrt{36-y^{2}},\ x=6-\sqrt{36-y^{2}}.$

3.12. $y=2/x,\ y=7e^{x},\ y=2,\ y=7.$

3.13. $y=\sqrt{6-x^{2}},\ y=\sqrt{6}-\sqrt{6-x^{2}}.$

3.14. $x^{2}+y^{2}=72,\ 6y=-x^{2}\ \ (y\le 0).$

3.15. $y=25/4-x^{2},\ y=x-5/2.$

3.16. $x=8-y^{2},\ x=-2y.$

3.17. $y=11-x^{2},\ y=-10x.$

3.18. $x^{2}+y^{2}=12,\quad -\sqrt{6}y=x^{2}\ \ (y\le 0).$

3.19. $y=\dfrac{\sqrt{x}}{2},\ y=\dfrac{1}{2x},\ x=16.$

3.20. $\dfrac{x^{2}}{4}-\dfrac{y^{2}}{25}=1,\ x=4$

3.21. $y=\dfrac{3}{2}\sqrt{x},\ y=\dfrac{3}{2x},\ x=9.$

3.22. $x=5-y^{2},\ x=-4y.$

3.23. $y=\dfrac{1}{x},\ y=6e^{x},\ y=1,\ y=6.$

3.24. $y=\sqrt{24-x^{2}},\ 2\sqrt{3}y=x^{2},\ x=0\ \ (x\ge 0).$

3.25. $y=\sqrt{18-x^{2}},\ y=3\sqrt{2}-\sqrt{18-x^{2}}.$

3.26. $y=3\sqrt{x},\ y=3/x,\ x=4.$

3.27. $y = 32 - x^2$, $y = -4x$.

3.28. $x = 27 - y^2$, $x = -6y$.

3.29. $x = \sqrt{72 - y^2}$, $6x = y^2$, $y = 0$ $(y \geq 0)$.

3.30. $y = 3\sqrt{x}$, $y = 3/x$, $x = 9$.

3.31. $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $(x \leq 0)$.

Задача4. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

4.1. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

4.2. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

4.3. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $x = 0$.

4.4. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x/\sqrt{3}$.

4.5. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $x = 0$.

4.6. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $x = 0$.

4.7. $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{3}x$.

4.8. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

4.9. $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 6x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

4.10. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 6x + y^2 = 0$, $y = 0$, $y = x$.

4.11. $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

4.12. $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $x = 0$.

4.13. $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x$, $x = 0$.

4.14. $y^2-6y+x^2=0, \quad y^2-8y+x^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.15. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-6x+y^2=0, \quad y=0,\ y=x/\sqrt{3}.$

4.16. $x^2-4x+y^2=0, \quad x^2-8x+y^2=0, \quad y=0,\ y=x/\sqrt{3}.$

4.17. $y^2-4y+x^2=0, \quad y^2-8y+x^2=0, \quad y=x,\ \ x=0.$

4.18. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-4x+y^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.19. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-4x+y^2=0, \quad y=0,\ y=x.$

4.20. $y^2-2y+x^2=0, \quad y^2-4y+x^2=0, \quad y=\sqrt{3}x,\ \ x=0.$

4.21. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-10x+y^2=0, \quad y=0,\ y=\sqrt{3}x.$

4.22. $x^2-4x+y^2=0, \quad x^2-8x+y^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.23. $x^2-4x+y^2=0, \quad x^2-8x+y^2=0, \quad y=0,\ y=x.$

4.24. $y^2-2y+x^2=0, \quad y^2-6y+x^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ x=0.$

4.25. $x^2-6x+y^2=0, \quad x^2-10x+y^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.26. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-6x+y^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.27. $y^2-4y+x^2=0, \quad y^2-10y+x^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.28. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-8x+y^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.29. $y^2-2y+x^2=0, \quad y^2-10y+x^2=0, \quad y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

4.30. $x^2-2x+y^2=0, \quad x^2-4x+y^2=0, \quad y=0,\ \ y=\sqrt{3}x.$

4.31. $y^2-6y+x^2=0, \quad y^2-8y+x^2=0, \quad y=x,\ \ x=0.$

Задача 5. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ - поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

5.1. $D:\ y = x^2 - 3x,\ y = 5x - x^2;\quad \mu = 3x.$

5.2. $D:\ |y| \le 2(1 - |x|);\quad \mu = x^4 + y^4.$

5.3. $D:\ x^2 + y^2 = 1,\ x = 0 (x \ge 0)\ ;\quad \mu = (x + y)^2$

5.4. $D:\ x = 0, y = 0, x + y = 2;\quad \mu = \sqrt{1 + x + y}.$

5.5. $D:\ x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 16,\ x = 0,\ y = 0\ (x \le 0,\ y \ge 0);\quad \mu = \dfrac{2y - 3x}{x^2 + y^2}.$

5.6, $D:\ x = 2,\ y = 0,\ y^2 = 2x\ (y \ge 0);\quad \mu = 7x^2/8 + 2y.$

5.7. $D:\ y = x^2 - 2x,\ y = 6x - 3x^2;\quad \mu = 6x.$

5.8. $D:\ y = \dfrac{3}{x^2}, y = 16(1 - x^2), (x \ge 0);\quad \mu = 2.$

5.9. $D:\ y = x^2 - 6x,\ y = 2x - x^2;\quad \mu = x.$

5.10. $D:\ y = x^2,\ x = y^2;\quad \mu = x^2 + y^2.$

5.11. $D:\ y = -x^2,\ y = \sqrt{x}, x = 1;\quad \mu = x.$

5.12. $D:\ y = x^2 - 4,\ y = x + 2;\quad \mu = 2y + 1.$

5.13. $D:\ yx = 4,\ y + x = 5;\quad \mu = 2xy.$

5.14. $D:\ y = 2x^3,\ y = 2x\ (x \ge 0);\quad \mu = 7y.$

5.15. $D:\ x^2 + y^2 = 4x,\ y = x\ (y \ge x);\ \mu = x^2 + y^2.$

5.16. $D:\ x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 16,\ x = 0,\ y = 0\ (x \ge 0,\ y \ge 0);\quad \mu = \dfrac{x + y}{x^2 + y^2}.$

5.17. $D: x^2+y^2=2x,\ x^2+y^2=4x,\ y=0\ \left(y\ge 0\right);\ \mu=\sqrt{x^2+y^2}.$

5.18. $D: y=x^2-2x,\ y=2x;\quad \mu=x.$

5.19. $D: x^2+y^2=2x,\ y=x,\ y=0\ \left(0\le y\le x\right);\ \mu=y.$

5.20. $D: y=\dfrac{1}{3}x,\ y=\sqrt{x},\ x=1\ ;\ \mu=\dfrac{y^3}{x^3}.$

5.21. $D: x-2y=0,\ 2x-y=0,\ xy=2\ ;\ \mu=x^2+y.$

5.22. D: трапеция с вершинами $A(1;1), B(5;1), C(10;2), D(2;2)$; $\mu=\sqrt{xy-y^2}.$

5.23. $D: x+y=2,\ x^2+y^2=2y, (x>0)\ ;\ \mu=xy.$

5.24. $D: x=1,\ y=0,\ y^2=4x\ \ \left(y\ge 0\right);\ \ \mu=x+3y^2.$

5.25. $D: y=x,\ yx=1,\ x=2\ ;\ \mu=\dfrac{x^2}{y^2}.$

5.26. $D: x^2+y^2=2x,\ y=x,\ y=0\ \left(0\le y\le x\right);\ \mu=x.$

5.27. $D: x^2+y^2=2y,\ x^2+y^2=3y,\ x=0\ \left(x\ge 0\right);\ \mu=\sqrt{x^2+y^2}.$

5.28. $D: x^2+y^2=4x;\ \mu=\sqrt{16-x^2-y^2}.$

5.29. $D: x=\dfrac{1}{2},\ y=0,\ y^2=8x\ \ \left(y\ge 0\right);\ \ \mu=7x+3y^2.$

5.30. $D: x^2+y^2=2y,\ y=x,\ \left(y\ge x\right);\ \mu=\sqrt{x^2+y^2}.$

5.31. $D: x=2,\ y=0,\ y^2=x/2\ \ \left(y\ge 0\right);\ \mu=7x^2/2+8y.$

Задача 6.

В вариантах 1-10 найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

В вариантах 11-31 найти массу пластинки D, заданной неравенствами, если μ - поверхностная плотность.

6.1. $D: xy=1, xy=4, y=2, y=9$.

6.2. $D: x^2=y, x^2=5y, y^2=7x, y^2=9x$

6.3. $D: xy=25, xy=9, y=4, y=7$

6.4. $D: xy=3, xy=5, y^2=7x, y^2=9x$

6.5. $D: xy=7, xy=9, x=3, x=11$

6.6. $D: x^2=11y, x^2=13y, y^2=12x, y^2=7x$

6.7. $D: xy=17, xy=5, x^2=7y, x^2=13y$

6.8. $D: xy=9, xy=17, y=2, y=19$

6.9. $D: x^2=9y, x^2=15y, y^2=17x, y^2=8x$

6.10. $D: xy=25, xy=5, x=2, x=17$

6.11. $D:\ 1\le x^2/9+y^2/4\le 4;\ y\ge 0,\ y\le x/2;\ \mu=8y/x^3$.

6.12. $D:\ 1\le x^2/9+y^2/4\le 3;\ y\ge 0,\ y\le \frac{2}{3}x;\ \mu=y/x$.

6.13. $D:\ x^2/4+y^2\le 1;\ \mu=4y^4$.

6.14. $D:\ 1\le x^2/9+y^2/4\le 5;\ x\ge 0,\ y\ge 2x/3;\ \mu=x/y$.

6.15. $D:\ 1\le x^2/9+y^2/4\le 2;\ y\ge 0,\ y\le \frac{2}{3}x;\ \mu=y/x$.

6.16. $D:\ x^2/4+y^2/9\le 1;\ x\ge 0,\ y\ge 0;\ \mu=x^3y$.

6.17. $D:\ 1\le x^2/16+y^2\le 3;\ x\ge 0,\ y\ge x/4;\ \mu=x/y^5$.

6.18. D: $x^2/9 + y^2/25 \le 1$; $y \ge 0$; $\mu = x^2 y$.

6.19. D: $1 \le x^2/16 + y^2/4 \le 4$; $x \ge 0$, $y \ge x/2$; $\mu = x/y$.

6.20. D: $x^2/9 + y^2 \le 1$; $x \ge 0$; $\mu = 7xy^6$.

6.21. D: $1 \le x^2 + y^2/16 \le 9$; $y \ge 0$, $y \le 4x$; $\mu = y/x^3$.

6.22. D: $1 \le x^2/4 + y^2 \le 25$; $x \ge 0$, $y \ge x/2$; $\mu = x/y^3$.

6.23. D: $x^2/16 + y^2 \le 1$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $\mu = 5xy^7$.

6.24. D: $1 \le x^2/4 + y^2/9 \le 4$; $x \ge 0$, $y \ge 3x/2$; $\mu = x/y$.

6.25. D: $x^2 + y^2/9 \le 1$; $y \ge 0$; $\mu = 35x^4y^3$.

6.26. D: $x^2/4 + y^2 \le 1$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $\mu = 6x^3y^3$.

6.27. D: $1 \le x^2/4 + y^2/16 \le 5$; $x \ge 0$, $y \ge 2x$; $\mu = x/y$.

6.28. D: $x^2/9 + y^2/4 \le 1$; $\mu = x^2y^2$.

6.29. D: $1 \le x^2/4 + y^2/9 \le 36$; $x \ge 0$, $y \ge \dfrac{3}{2}x$; $\mu = 9x/y^3$.

6.30. D: $1 \le x^2/9 + y^2/16 \le 2$; $y \ge 0$, $y \le \dfrac{4}{3}x$; $\mu = 27y/x^5$.

6.31. D: $x^2/100 + y^2 \le 1$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $\mu = 6xy^9$.

Задача 7. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

7.1. $x = 4\sqrt{2y}$, $x = \sqrt{2y}$, $z = 0$, $z + y = 1$.

7.2. $x^2 + y^2 = 8$, $x = \sqrt{2y}$, $x = 0$, $z = 3y$, $z = 0$.

7.3. $x + y = 6$, $x = \sqrt{3y}$, $z = 4x/5$, $z = 0$.

7.4. $y=\sqrt{x}\big/3,\ \ y=x/9,\quad z=0,\ \ z=\left(3+\sqrt{x}\right)\big/9.$

7.5. $x+y=6,\ \ y=\sqrt{3x},\quad z=4y,\ \ z=0.$

7.6. $x^2+y^2=2,\ \ y=\sqrt{x},\ \ y=0,\quad z=0,\ \ z=5x.$

7.7. $x=7\sqrt{3y},\ \ x=2\sqrt{3y},\quad z=0,\ \ z+y=3.$

7.8. $x+y=2,\ \ y=\sqrt{x},\quad z=7y,\ \ z=0.$

7.9. $y=3\sqrt{x},\ \ y=x,\quad z=0,\ \ z=3+\sqrt{x}.$

7.10. $y=\sqrt{x},\ \ y=\dfrac{1}{3}x,\quad z=0,\ \ z=\dfrac{1}{6}\left(3+\sqrt{x}\right).$

7.11. $x=16\sqrt{2y},\ \ x=\sqrt{2y},\quad z+y=2,\ \ z=0.$

7.12. $y=6\sqrt{3x},\ \ y=\sqrt{3x},\quad z=0,\ \ x+z=3.$

7.13. $y=16\sqrt{2x},\ \ y=\sqrt{2x},\quad z=0,\ \ x+z=2.$

7.14. $x^2+y^2=50,\ \ x=\sqrt{5y},\quad x=0,\ \ z=0,\ \ z=6y/11.$

7.15. $x=5\sqrt{y}\big/2,\ \ x=5y/6,\quad z=0,\ \ z=\dfrac{5}{6}\left(3+\sqrt{y}\right).$

7.16. $x^2+y^2=8,\ \ y=\sqrt{2x},\ \ y=0,\quad z=0,\ \ z=5x.$

7.17. $x^2+y^2=2,\ \ x=\sqrt{y},\ \ x=0,\quad z=0,\ \ z=6y.$

7.18. $x^2+y^2=50,\ \ y=\sqrt{5x},\quad y=0,\ \ z=0,\ \ z=7x.$

7.19. $x+y=2,\ \ x=\sqrt{y},\quad z=11x,\ \ z=0.$

7.20. $y=17\sqrt{2x},\ \ y=2\sqrt{2x},\quad z=0,\ \ 2x+2z=1.$

7.21. $x=5\sqrt{y},\ \ x=5y,\quad z=0,\ \ z=15\left(1+\sqrt{y}\right).$

7.22. $x+y=4,\ \ y=\sqrt{2x},\quad z=y,\ \ z=0.$

7.23. $x=\sqrt{y},\ \ x=\dfrac{1}{3}y,\quad z=0,\ \ z=\dfrac{1}{18}\left(3+\sqrt{y}\right).$

7.24. $x+y=8,\ \ y=\sqrt{4x},\ z=3y,\ \ z=0.$

7.25. $x=19\sqrt{2y},\ \ x=4\sqrt{2y},\quad z=0,\ \ z+y=2.$

7.26. $x+y=4,\ \ x=\sqrt{2y},\quad z=x,\ \ z=0.$

7.27. $x=17\sqrt{2y},\ \ x=2\sqrt{2y},\quad z=0,\ \ z+y=1/2.$

7.28. $x^2+y^2=18,\ \ y=\sqrt{3x},\ \ y=0,\quad z=0,\ \ z=3x.$

7.29. $x=\sqrt{y}/3,\ \ x=y/9,\quad z=0,\ \ z=7\left(3+\sqrt{y}\right)/9.$

7.30. $x^2+y^2=18,\ \ x=\sqrt{3y},\ \ x=0,\quad z=0,\ \ z=5y/7.$

7.31. $y=\sqrt{5x},\ \ y=\sqrt{5}x,\quad z=0,\ \ z=1+\sqrt{x}.$

Задача 8. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

8.1. $x^2+y^2=7x,\ \ x^2+y^2=10x,\ z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0,\ y=0\ \ (y\le 0)$

8.2. $x^2+y^2=4\sqrt{2}x,\quad z=x^2+y^2-16,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.3. $x^2+y^2=4y,\quad z=6-x^2,\ \ z=0.$

8.4. $x^2+y^2=3y,\ \ x^2+y^2=6y,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0.$

8.5. $x^2+y^2=8\sqrt{2}x,\quad z=x^2+y^2-64,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.6. $x^2+y^2=4\sqrt{2}y,\quad z=x^2+y^2-16,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.7. $x^2+y^2=2y,\quad z=5/4-x^2,\ \ z=0.$

8.8. $x^2+y^2=10x,\ \ x^2+y^2=13x,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0,\quad y=0\ \ (y\ge 0)$

8.9. $x^2+y^2=y,\ \ x^2+y^2=4y,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0.$

8.10. $x^2+y^2+2x=0,\quad z=17/4-y^2,\ \ z=0.$

8.11. $x^2+y^2=2y,\ \ x^2+y^2=5y,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0.$

8.12. $x^2+y^2+4x=0,\quad z=8-y^2,\ \ z=0.$

8.13. $x^2+y^2=2x,\quad z=21/4-y^2,\ \ z=0.$

8.14. $x^2+y^2=6x,\ \ x^2+y^2=9x,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0, y=0\ \ (y\le 0)$

8.15. $x^2+y^2=4y,\ \ x^2+y^2=7y,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0.$

8.16. $x^2+y^2=4x,\quad z=10-y^2,\ \ z=0.$

8.17. $x^2+y^2=6\sqrt{2}y,\quad z=x^2+y^2-36,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.18. $x^2+y^2+2\sqrt{2}y=0,\quad z=x^2+y^2-4,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.19. $x^2+y^2=2\sqrt{2}x,\quad z=x^2+y^2-4,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.20. $x^2+y^2=2y,\quad z=9/4-x^2,\ \ z=0.$

8.21. $x^2+y^2=2\sqrt{2}y,\quad z=x^2+y^2-4,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.22. $x^2+y^2=8\sqrt{2}y,\quad z=x^2+y^2-64,\quad z=0\ \ (z\ge 0).$

8.23. $x^2+y^2=5y,\ \ x^2+y^2=8y,\quad z=\sqrt{x^2+y^2},\ \ z=0.$

8.24. $x^2+y^2=2y,\quad z=13/4-x^2,\ \ z=0.$

8.25. $x^2+y^2+2x=0,\quad z=25/4-y^2,\ \ z=0.$

8.26. $x^2+y^2=6\sqrt{2}x, \quad z=x^2+y^2-36, \quad z=0 \quad (z\ge 0).$

8.27. $x^2+y^2=4x, \quad z=12-y^2, \quad z=0.$

8.28. $x^2+y^2=8x, \quad x^2+y^2=11x, \quad z=\sqrt{x^2+y^2}, \quad z=0, \quad y=0 \quad (y\le 0)$

8.29. $x^2+y^2=4y, \quad z=4-x^2, \quad z=0.$

8.30. $x^2+y^2=9x, \quad x^2+y^2=12x, \quad z=\sqrt{x^2+y^2}, \quad z=0, \quad y=0 \quad (y\ge 0)$

8.31. $x^2+y^2+2\sqrt{2}x=0, \quad z=x^2+y^2-4, \quad z=0 \quad (z\ge 0).$

Задача 9. Вычислить интегралы.

9.1. $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, где D: $x^2+y^2\le 4x, \ y\ge -x/\sqrt{3}, \ y\le x$

9.2. $\iint\limits_D (1-\frac{y^2}{x^2})dxdy$, где D: $x^2+y^2\le 9, \ y\le \frac{x}{\sqrt{3}}, \ y\ge 0$..

9.3. $\iint\limits_D \ln(1+x^2+y^2)dxdy$, где D: $x^2+y^2\ge 1, \ x^2+y^2\le 9, \ y\ge -x, \ y\le\sqrt{3}x.$

9.4. $\iint\limits_D \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2}dxdy$, где D: $1\le x^2+y^2\le e^2, \ -\sqrt{3}x\le y\le 0$.

9.5. $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy$, где D: $1\le x^2+y^2\le 4, \ x\le y\le\sqrt{3}x$

9.6. $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, где D: $x^2+y^2\le 2y, \ y\ge -\sqrt{3}x, \ y\ge x$

9.7. $\iint\limits_D \cos(x^2+y^2)dxdy$, где D: $x^2+y^2=\pi/6, y\ge -x, y\ge x$.

9.8. $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, где D: $x^2+y^2=4y, \ x^2+y^2=2y$

9.9. $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$, где D: $x^2+y^2-2x\ge 0, \ x^2+y^2-4x\le 0, \ y\ge 0, y\le\sqrt{3}x$

9.10. $\iint\limits_D (x-y)dxdy$, где D: $x^2-2x+y^2=0, \ x^2-2y+y^2=0$.

9.11. $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D: $x^2+y^2=6y, y=x \ (y \ge x)$.

9.12. $\iint\limits_D \sqrt{16-x^2-y^2}dxdy$, где D: $x^2+y^2=16, \ x^2+y^2=4y, y=0 \ (y \ge 0, x \ge 0)$.

9.13. $\iint\limits_D (x+y)dxdy$, где D: $x^2-2y+y^2=0, \ x^2-10y+y^2=0, \ x=0, \ y=x$

9.14. $\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\ dxdy$, где D: $x^2+y^2=9$, $y \ge \sqrt{3}x, \ y \ge 0$.

9.15. $\iint\limits_D x^2y^3dxdy$, где D: $x^2+y^2 \le 25$, $y \le 2x, \ y \ge x$.

9.16. $\iint\limits_D \sqrt{\frac{9-x^2-y^2}{9+x^2+y^2}}dxdy$, где $D: 1 \le x^2+y^2 \le 9, \quad x \ge 0, \quad y \ge 0$

9.17. $\iint\limits_G \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где D: $x^2+y^2 \le 4y$, $y \ge x$

9.18. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$, где $D: \ x^2+y^2 \le 9, \quad y \ge x, \quad y \ge 0$

9.19. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$, где $D: \ x^2+y^2=4, \quad x^2+y^2=2x, \quad x=0 \ (y \ge 0)$

9.20. $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$, где D: $x^2+y^2=2x, x^2+y^2=4x, \ y=x \ (y \ge x)$.

9.21. $\iint\limits_D \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2}dxdy$, где D: $e^2 \le x^2+y^2 \le e^4, \ -x \le y \le x/\sqrt{3}$

9.22. $\iint\limits_D \ln(4+x^2+y^2)dxdy$, где D: $x^2+y^2 \ge 4, \ x^2+y^2 \le 25, \ y \ge x, \ y \ge -\sqrt{3}x$.

9.23. $\iint\limits_D e^{4+x^2+y^2}dxdy$, где D: $9 \le x^2+y^2 \le 16, \ -\sqrt{3}x \le y \le x$

9.24. $\iint\limits_D (x+3y)dxdy$, где D: $x^2-4x+y^2=0, \ x^2-4y+y^2=0$

9.25. $\iint\limits_D \sqrt{9-x^2-y^2}dxdy$, где D: $x^2+y^2=9, \ x^2+y^2=3x, x=0 \ (x \ge 0, y \ge 0)$.

9.26. $\iint\limits_D y\sqrt{x^2+y^2}dxdy$, где D: $x^2+y^2=3x, x^2+y^2=6x, \ y=\sqrt{3}x, \ y=-x$.

9.27. $\iint\limits_D \ln(1+x^2+y^2)dxdy$, где D: $4 \le x^2+y^2 \le 25,\ y \ge -\sqrt{3}x$

9.28. $\iint\limits_D e^{-(x^2+y^2)}dxdy,\quad D: x^2+y^2=2,\ x\le 0,\ y\ge 0.$

9.29. $\iint\limits_D \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy, D: y=x, x^2+y^2-2y=0,\ \ x^2+y^2-y=0(y\le x).$

9.30. $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}e^{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy,\quad D: y=\sqrt{1-x^2},\ \ y=0, x=0\,(x\le 0).$

9.31. $\iint\limits_D \arcsin(x^2+y^2)dxdy,\quad D: x^2+y^2=1, y\le 0, x\ge 0;$

Задача 10. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

10.1. $z=\sqrt{81-x^2-y^2},\ z=5,\quad x^2+y^2=45$ (внутри цилиндра).

10.2. $z=3\sqrt{x^2+y^2},\quad z=10-x^2-y^2.$

10.3. $z=\sqrt{64-x^2-y^2},\quad 12z=x^2+y^2.$

10.4. $z=12\sqrt{x^2+y^2},\quad z=28-x^2-y^2.$

10.5. $z=\sqrt{9-x^2-y^2},\quad 9z/2=x^2+y^2.$

10.6. $z=\sqrt{64-x^2-y^2},\ z=4,\quad x^2+y^2=39$ (внутри цилиндра).

10.7. $z=\sqrt{36-x^2-y^2},\quad z=\sqrt{\left(x^2+y^2\right)/3}.$

10.8. $z=15\sqrt{x^2+y^2}\,/2,\quad z=17/2-x^2-y^2.$

10.9. $z=\sqrt{4/9-x^2-y^2},\quad z=x^2+y^2.$

10.10. $z=\sqrt{4-x^2-y^2},\quad z=\sqrt{\left(x^2+y^2\right)/255}.$

10.11. $z=\sqrt{100-x^2-y^2},\ z=6,\quad x^2+y^2=51$ (внутри цилиндра).

10.12. $z = 9\sqrt{x^2+y^2}\Big/2, \quad z = 11/2 - x^2 - y^2.$

10.13. $z = \sqrt{\dfrac{16}{9} - x^2 - y^2}, \quad 2z = x^2 + y^2.$

10.14. $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, \; z = 1, \quad x^2 + y^2 = 60 \quad$ (внутри цилиндра).

10.15. $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad 9z = x^2 + y^2.$

10.16. $z = 21\sqrt{x^2+y^2}\Big/2, \quad z = 23/2 - x^2 - y^2.$

10.17. $z = \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \; z = 3, \quad x^2 + y^2 = 33$(внутри цилиндра).

10.18. $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\left(x^2+y^2\right)\big/99}.$

10.19. $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}, \quad 6z = x^2 + y^2.$

10.20. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\left(x^2+y^2\right)\big/80}.$

10.21. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \quad 3z/2 = x^2 + y^2.$

10.22. $z = 3\sqrt{x^2+y^2}\Big/2, \quad z = 5/2 - x^2 - y^2.$

10.23. $z = 6\sqrt{x^2+y^2}, \quad z = 16 - x^2 - y^2.$

10.24. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\left(x^2+y^2\right)\big/35}.$

10.25. $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \; z = 1, \quad x^2 + y^2 = 21$(внутри цилиндра).

10.26. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\left(x^2+y^2\right)\big/8}.$

10.27. $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\left(x^2+y^2\right)\big/63}.$

10.28. $z=\sqrt{144-x^2-y^2}, \quad 18z=x^2+y^2.$

10.29. $z=9\sqrt{x^2+y^2}, \quad z=22-x^2-y^2.$

10.30. $z=\sqrt{16-x^2-y^2}, \quad z=\sqrt{\left(x^2+y^2\right)/15}.$

10.31 $z=\sqrt{36-x^2-y^2}, \; z=2, \quad x^2+y^2=27\left(\text{внутри цилиндра}\right).$

Задача 11. Найти объем тела, заданного неравенствами.

11.1. $49 \le x^2+y^2+z^2 \le 169, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}} \le z \le 0, \quad y \ge 0, \quad y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.2. $16 \le x^2+y^2+z^2 \le 100, \quad \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{15}} \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}, \quad \sqrt{3}x \le y \le 0.$

11.3. $16 \le x^2+y^2+z^2 \le 100, \quad 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}}, \quad y \le 0, \quad y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.4. $49 \le x^2+y^2+z^2 \le 144, \quad z \le -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{99}}, \quad y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \ge -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.5. $36 \le x^2+y^2+z^2 \le 100, \quad z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{63}}, \quad \dfrac{x}{\sqrt{3}} \le y \le \sqrt{3}x.$

11.6. $1 \le x^2+y^2+z^2 \le 49, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{35}} \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}, \quad -x \le y \le 0.$

11.7. $9 \le x^2+y^2+z^2 \le 81, \quad 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{24}}, \quad y \le 0, \quad y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.8. $1 \le x^2+y^2+z^2 \le 64, \quad \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{15}} \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}, \quad -\sqrt{3}x \le y \le 0.$

11.9. $64 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 169, \quad z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad y \ge 0, \quad y \ge -\sqrt{3}x.$

11.10. $36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 144, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{24}} \le z \le 0, \quad y \ge \sqrt{3}x, \quad y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.11. $4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \quad z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{63}}, \quad 0 \le y \le -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.12. $1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49, \quad 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{24}}, \quad y \le -\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \le -\sqrt{3}x.$

11.13. $64 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 144, \quad z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{63}}, \quad 0 \le y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.14. $4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \quad z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \quad -\dfrac{x}{\sqrt{3}} \le y \le 0.$

11.15. $25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 121, -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{24}} \le z \le 0, \quad y \ge -\dfrac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \ge -\sqrt{3}x.$

11.16. $1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \quad z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad -\sqrt{3}x \le y \le \sqrt{3}x.$

11.17. $4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49, \quad z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad y \le 0, \quad y \le \sqrt{3}x.$

11.18. $25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \quad z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad \sqrt{3}x \le y \le -\sqrt{3}x.$

11.19. $64 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 196, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{15}}, \quad 0 \le y \le \sqrt{3}x.$

11.20. $4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{35}} \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \quad x \le y \le 0.$

11.21. $16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \quad z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \quad -\sqrt{3}x \le y \le -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.22. $36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 144, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{35}}, \quad 0 \le y \le -\sqrt{3}x.$

11.23. $16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \quad z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{63}}, \quad -\dfrac{x}{\sqrt{3}} \le y \le -\sqrt{3}x.$

11.24. $4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \quad 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{24}}, \quad y \le \sqrt{3}x, \quad y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.25. $36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 121, \quad z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad y \ge 0, \quad y \ge \sqrt{3}x.$

11.26. $9 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 81, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{35}}, \quad 0 \le y \le -x.$

11.27. $36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 144, \quad z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \quad \sqrt{3}x \le y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.28. $9 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \quad z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \le -\dfrac{x}{\sqrt{3}}.$

11.29. $16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \quad -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{35}}, \quad 0 \le y \le x.$

11.30. $64 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 196, \quad z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \quad \dfrac{x}{\sqrt{3}} \le y \le 0.$

11.31. $16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 81, \quad z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{99}}, \quad y \le 0, \quad y \le -\sqrt{3}x.$

Задача 12. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, μ - плотность.

Найти массу тела.

12.1. $z^2 = 4\left(x^2 + y^2\right), \quad z = 6,\ y = 0 \ \left(y \ge 0\right),\ \mu = z.$

12.2. $z = 2\left(x^2 + y^2\right), \quad z = 8,\ x = 0 \ \left(x \ge 0\right),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

12.3. $z = 8 - 2\left(x^2 + y^2\right), \quad z = 0,\ y = 0 \ \left(y \ge 0\right),\ \mu = z.$

12.4. $z = \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right), \quad x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,\ x = 0 \ \left(x \ge 0\right),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

12.5. $z^2 = 9\left(x^2 + y^2\right), \quad x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,\ x = 0 \ \left(z \ge 0, x \ge 0\right),\ \mu = z.$

12.6. $z^2 = x^2 + y^2, \quad z = 6 - x^2 - y^2,\ y = 0 \ \left(z \ge 0, y \ge 0\right),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

12.7. $z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 20,\ x = 0 \ \left(x \ge 0\right),\ \mu = z.$

12.8. $z = 2\left(x^2 + y^2\right), \quad z^2 = 4\left(x^2 + y^2\right),\ y = 0 \ \left(y \ge 0\right),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2}$

12.9. $x^2 + y^2 - z^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 9,\ z = 0 \ \left(z \ge 0\right),\ \mu = z$

12.10. $x^2 + y^2 - z^2 = -1,\ x^2 + y^2 = 4,\ z = 0 \ \left(z \ge 0\right),\ \mu = z$

12.11. $x^2 + y^2 - z^2 = -1,\ z = 2 \ ,\ \mu = z$

12.12. $z = 2\left(x^2 + y^2\right),\ z = 16 - 2\left(x^2 + y^2\right),\ y = 0 \ \left(y \ge 0\right),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2}$

12.13. $x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ x = 0,\ z = 0 \ \left(z \ge 0, x \ge 0\right),\ \mu = z$

12.14. $x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ x^2 + y^2 = z^2 (x^2 + y^2 \le z^2),\ z \ge 0,\ \mu = z$

12.15. $x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ z = 0, y = 0\ (z \ge 0, y \ge 0),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

12.16. $x^2 + y^2 + z^2 = 16,\ x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ z = 0, x = 0\ (z \ge 0, x \ge 0),\ \mu = z$

12.17. $x^2 + y^2 + z^2 = 2z,\ y = 0\ (y \ge 0),\ \mu = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

12.18. $x^2 + y^2 + z^2 = 4z,\ x = 0\ (x \ge 0),\ \mu = z$

12.19. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad \left(x^2 + y^2 \le 1\right), \quad x = 0 \ \left(x \ge 0\right); \quad \mu = 4|z|.$

12.20. $z^2 = 64\left(x^2 + y^2\right), \quad x^2 + y^2 = 4, \quad y = 0, \quad z = 0 \ \left(y \ge 0,\ z \ge 0\right), \mu = x^2 + y^2.$

12.21. $x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad x^2 + y^2 = 4 \quad \left(x^2 + y^2 \le 4\right); \quad \mu = |z|.$

12.22. $z^2 = 4\left(x^2 + y^2\right),\ x^2 + y^2 = 1,\ y = 0,\ z = 0\left(y \ge 0,\ z \ge 0\right), \quad \mu = 10\left(x^2 + y^2\right).$

12.23. $x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 4z^2, \quad x = 0,\ y = 0, \quad \left(x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0\right); \mu = 20z.$

12.24. $x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 8z, \quad x = 0,\ y = 0,\ z = 0 \ \left(x \ge 0,\ y \ge 0\right); \quad \mu = 5x.$

12.25. $x^2 + y^2 = \frac{1}{25}z^2, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{5}z, \quad x = 0,\ y = 0 \ \left(x \ge 0,\ y \ge 0\right); \quad \mu = 14yz.$

12.26. $z^2 = 36\left(x^2 + y^2\right),\ x^2 + y^2 = 1, x = 0,\ z = 0 \ \left(x \ge 0,\ z \ge 0\right), \mu = x^2 + y^2.$

12.27. $x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad \left(x^2 + y^2 \le 4\right); \quad \mu = 2|z|.$

12.28. $x^2+y^2=1,\ \ x^2+y^2=6z, x=0,\ \ y=0,\ \ z=0\ \ \left(x\ge 0,\ \ y\ge 0\right);\quad \mu=y.$

12.29. $x^2+y^2=\frac{4}{25}z^2,\quad x^2+y^2=\frac{2}{5}z,\quad x=0,\ \ y=0,\ \ \left(x\ge 0,\ \ y\ge 0\right);\quad \mu=xz.$

12.30. $x^2+y^2+z^2=9,\quad x^2+y^2=4, \left(x^2+y^2\le 4\right),\quad y=0\ \ \left(y\ge 0\right);\quad \mu=\left|z\right|.$

12.31.

$z^2=9\left(x^2+y^2\right),\ x^2+y^2=4,\ \ x=0,\ y=0,\ z=0\left(x\ge 0, y\ge 0,\ z\ge 0\right), \mu=x^2+y^2.$

Задача 13. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

13.1. $z=4+\sqrt{x^2+y^2},\quad z\ge \frac{x^2+y^2}{2}$

13.2. $z=x^2+y^2, z=\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right), \left|x+y\right|=1, \left|x-y\right|=1$

13.3. $x^2+y^2+z^2-4\le 0, x^2+y^2+4z-4\le 0$

13.4. $x^2+y^2+z^2\le 25,\ -4\le z\le 4$

13.5. $z^2=3(x^2+y^2),\ 3z^2=x^2+y^2,\ \ x^2+y^2+z^2=2z$

13.6. $x^2+y^2+z^2=25, \left(\ x^2+y^2\right)^2=25\left(x^2-y^2\right), \left|x\right|=\left|y\right|\left(\ \left|x\right|\ge\left|y\right|\right)$

13.7. $x^2+y^2+z^2\le 4z,\ \ x^2+y^2+z^2\ge 1,\ \ z\ge\sqrt{3(x^2+y^2)}$

13.8. $x^2+y^2+(z-2)^2\le 4,\ \ x^2+y^2\ge\frac{z^2}{2}$

13.9. $x^2+y^2+z^2=4,\ \ x^2+y^2=4(1-z), z\ge 0$

13.10. $z\le 6-\sqrt{x^2+y^2}, 3z\ge x^2+y^2$

13.11. $x^2+y^2\ge 1, x^2+y^2\le 16,\ \ y\ge x/\sqrt{3}, y\le\sqrt{3}x,\ \ z\ge 0, z\le\ln\left(x^2+y^2+1\right)$

13.12. $z=x^2+y^2, z=x^2+2y^2, y=x, y=2x, x=1$

13.13. $x^2+y^2+z^2\le 9,\ \ x^2+y^2\ge 3\left|x\right|$

13.14. $x^2+y^2-4z\ge 0,\ \ x^2+y^2+z^2\le 14$

13.15. $x^2+y^2\le z^2-4z+4,\ \ z\ge 1-x^2-y^2, 0\le z\le 1$

13.16. $x^2+y^2+z^2\le 25,\ \ 9(x^2+y^2)\ge 16z^2, z\le 0$

13.17. $\frac{x^2}{9}+\frac{z^2}{25}=1,\ \ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$

13.18. $z\ge 2-\sqrt{x^2+y^2}, z\le 2+\sqrt{x^2+y^2}, z\ge x^2+y^2$

13.19. $x^2+y^2+z^2+4z\le 0, z\le -\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{3}$

13.20. $z\le 2-\sqrt{x^2+y^2}, z\ge x^2+y^2$

13.21. $x^2+y^2+z^2\le 4,\ \ x^2+y^2\ge 2|y|$

13.22. $x^2+z^2=12z,\ \ x^2+z^2=12y,\ \ y=0$

13.23. $3x^2+3y^2-z^2=0,\ \ x^2+y^2-z=0$

13.24. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{1}=1,\ \ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=z$

13.25. $x^2+y^2+z^2=1, \left(x^2+y^2\right)^2=x^2-y^2, |x|=|y|\left(|x|\ge|y|\right)$

13.26. $z\le 10-\sqrt{x^2+y^2}, 5z\ge x^2+y^2$

13.27. $x^2+y^2+z^2\le 16,\ \ x^2+y^2\ge 4|x|$

13.28. $z\ge 6-\sqrt{x^2+y^2}, z\le 6+\sqrt{x^2+y^2}, z\ge\dfrac{x^2+y^2}{3}$

13.29. $x^2+y^2+z^2\le 4,\ \ x^2+y^2\le 4-4z$

13.30. $y^2+z^2=12z,\ \ y^2+z^2=12x,\ \ x=0$

13.31. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{z^2}{36}=1,\ \ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{36}=1$

Задача 14. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через часть поверхности S, вырезаемую плоскостями P_1 и P_2 или плоскостью Р (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

14.1. $\vec{A}=(x+y)\vec{i}-(x-y)\vec{j}+xyz\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, P_1:\ z=0,\ P_2:\ z=4.$

14.2. $\vec{A}=(x+xy)\vec{i}+\left(y-x^2\right)\vec{j}+(z-1)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=z^2\ \ (z\ge 0),\quad P:\ z=3.$

14.3. $\vec{A}=x\vec{i}+y\vec{j}+\sin z\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, P_1:\ z=0,\ P_2:\ z=5.$

14.4. $\vec{A}=(xz+y)\vec{i}+(yz-x)\vec{j}+\left(z^2-2\right)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=z^2\ \ (z\ge 0),\quad P:\ z=3.$

14.5. $\vec{A}=\left(x+xz^2\right)\vec{i}+y\vec{j}+\left(z-zx^2\right)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2+z^2=9,\quad P:\ z=0\ \ (z\ge 0).$

14.6. $\vec{A}=x\vec{i}+\left(y+yz^2\right)\vec{j}+\left(z-zy^2\right)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2+z^2=4,\quad P:\ z=0\ \ (z\ge 0).$

14.7. $\vec{A}=x\vec{i}+(y+z)\vec{j}+(z-y)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2+z^2=9,\quad P:\ z=0\ \ (z\ge 0).$

14.8. $\vec{A}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, P_1:\ z=0,\ P_2:\ z=2.$

14.9. $\vec{A}=xyz\vec{i}-x^2z\vec{j}+3\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=z^2\ \ (z\ge 0),\quad P:\ z=2.$

14.10. $\vec{A}=x\vec{i}+y\vec{j}+z^3\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, P_1:\ z=0,\ P_2:\ z=1.$

14.11. $\vec{A} = x\vec{i} + (y + yz)\vec{j} + (z - y^2)\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

14.12. $\vec{A} = (x^3 + xy^2)\vec{i} + (y^3 + x^2 y)\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, \ P_2: z = 3.$

14.13. $\vec{A} = (x + xy)\vec{i} + (y - x^2)\vec{j} + z\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

14.14. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}; \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, \ P_2: z = 4.$

14.15. $\vec{A} = (x + xy^2)\vec{i} + (y - yx^2)\vec{j} + (z - 3)\vec{k}, \ S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 1.$

14.16. $\vec{A} = (x + z)\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (z - x - y)\vec{k}, \ S: x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

14.17. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + xyz\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, \ P_2: z = 5.$

14.18. $\vec{A} = xz\vec{i} + yz\vec{j} + (z^2 - 1)\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 4.$

14.19. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, \ P_2: z = 3.$

14.20. $\vec{A} = (x + xy^2)\vec{i} + (y - yx^2)\vec{j} + z\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

14.21. $\vec{A} = y\vec{i} - x\vec{j} + \vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 4.$

14.22. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + \vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, \ P_2: z = 2.$

14.23. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + (z - 2)\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 1.$

14.24. $\vec{A} = xy\vec{i} - x^2\vec{j} + 3\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 1.$

14.25. $\vec{A} = (x + y)\vec{i} + (y - x)\vec{j} + (z - 2)\vec{k}, \ S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 2.$

14.26. $\vec{A} = (x + y)\vec{i} + (y - x)\vec{j} + z\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

14.27. $\vec{A} = y^2 x\vec{i} - yx^2\vec{j} + \vec{k}, \ S: x^2 + y^2 = z^2 \ (z \geq 0), \quad P: z = 5.$

14.28. $\vec{A} = (x - y)\vec{i} + (x + y)\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, \ P_2: z = 2.$

14.29. $\vec{A} = (x + xz)\vec{i} + y\vec{j} + (z - x^2)\vec{k}, \ S: x^2 + y^2 + z^2 = 4 \ (z \geq 0), \quad P: z = 0.$

14.30. $\vec{A} = (x + z)\vec{i} + y\vec{j} + (z - x)\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

14.31. $\vec{A} = (x - y)\vec{i} + (x + y)\vec{j} + z\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad P: z = 0 \ (z \geq 0).$

Задача 15. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через часть плоскости P, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

15.1. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ x + 2y + 2z = 2.$

15.2. $\vec{A} = -2x\vec{i} + y\vec{j} + 4z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 6y + 3z = 6.$

15.3. $\vec{A} = x\vec{i} - y\vec{j} + 6z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 4y + z = 2.$

15.4. $\vec{A} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 6y + 3z = 6.$

15.5. $\vec{A} = x\vec{i} + 4y\vec{j} + 5z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 4y + z = 2.$

15.6. $\vec{A} = x\vec{i} - y\vec{j} + 6z\vec{k}, \quad P:\ 3x + 2y + 6z = 6.$

15.7. $\vec{A} = x\vec{i} + 9y\vec{j} + 8z\vec{k}, \quad P:\ x + 2y + 3z = 1.$

15.8. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 3y + z = 1.$

15.9. $\vec{A} = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ x + y + z = 1.$

15.10. $\vec{A} = x\vec{i} + 2y\vec{j} + 5z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 4y + z = 2.$

15.11. $\vec{A} = y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ x + y + z = 1.$

15.12. $\vec{A} = 8x\vec{i} + 11y\vec{j} + 17z\vec{k}, \quad P:\ x + 2y + 3z = 1.$

15.13. $\vec{A} = x\vec{i} + 3y\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad P:\ x + y + z = 1.$

15.14. $\vec{A} = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 3y + z = 1.$

15.15. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ x + y + z = 1.$

15.16. $\vec{A} = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 6x + 3y + 2z = 6.$

15.17. $\vec{A} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j}, \quad P:\ x + y + z = 1.$

15.18. $\vec{A} = -x\vec{i} + y\vec{j} + 12z\vec{k}, \quad P:\ 4x + y + 2z = 2.$

15.19. $\vec{A} = x\vec{i} + 2y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ x + 2y + 2z = 2.$

15.20. $\vec{A} = x\vec{i} + 3y\vec{j} - z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 6y + 3z = 6.$

15.21. $\vec{A} = 2x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}, \quad P:\ 4x + y + 2z = 2.$

15.22. $\vec{A} = y\vec{j} + 3z\vec{k}, \quad P:\ x + 2y + 2z = 2.$

15.23. $\vec{A} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} + 4z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 3y + z = 1.$

15.24. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 6x + 3y + 2z = 6.$

15.25. $\vec{A} = 2x\vec{i} + 5y\vec{j} + 5z\vec{k}, \quad P:\ 3x + 2y + 6z = 6.$

15.26. $\vec{A} = 3x\vec{i} + 2z\vec{k}, \quad P:\ 6x + 3y + 2z = 6.$

15.27. $\vec{A} = x\vec{i} + 3y\vec{j} + 8z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 4y + z = 2.$

15.28. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 4x + y + 2z = 2.$

15.29. $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad P:\ 4x + y + 2z = 2.$

15.30. $\vec{A} = -x\vec{i} + 2y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ x + 2y + 3z = 1.$

15.31. $\vec{A} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P:\ 2x + 3y + z = 1.$

Задача 16. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через часть плоскости P, расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

16.1. $\vec{A} = (2x+1)\vec{i} - y\vec{j} + 3\pi z\vec{k}, \quad P:\ x + 3y + 6z = 3.$

16.2. $\vec{A} = 2\pi x\vec{i} + \pi y\vec{j} + (8-4z)\vec{k}, \quad P:\ 12x + 4y + 3z = 12.$

16.3. $\vec{A} = 9\pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + 8\vec{k} \quad P:\ 6x + 24y + z = 3.$

16.4. $\vec{A} = \dfrac{7\pi}{2} x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + (z+1)\vec{k} \quad P:\ 4x + 3y + 12z = 12.$

16.5. $\vec{A} = 9\pi y\vec{j} + (7z+1)\vec{k}, \quad P:\ x + y + z = 1.$

16.6. $\vec{A} = 3(\pi-1)x\vec{i} + 6\pi y\vec{j} + 3(1-\pi z)\vec{k} \quad P:\ 3x + 6y + 4z = 12.$

16.7. $\vec{A} = \pi x\vec{i} + \dfrac{1}{5}(9y+1)\vec{j} + \dfrac{4}{5}\pi z\vec{k}, \quad P:\ 3x + 2y + 3z = 6.$

16.8. $\vec{A} = 2\pi x\vec{i} + \pi y\vec{j} + \dfrac{10}{3}\vec{k} \quad P:\ 12x + 3y + 2z = 6.$

16.9. $\vec{A} = x\vec{i} + \dfrac{1}{7}(5\pi y+2)\vec{j} + \dfrac{4}{7}\pi z\vec{k}, \quad P:\ 2x + y + 8z = 2.$

16.10. $\vec{A} = \left(9\pi - \dfrac{1}{3}\right)x\vec{i} + \left(\dfrac{34}{3}\pi y + 1\right)\vec{j} + \dfrac{20}{3}\pi z\vec{k}, \quad P:\ 27x + y + 9z = 9.$

16.11. $\vec{A} = \left(3\pi - \dfrac{1}{7}\right)x\vec{i} + \dfrac{62}{7}\pi y\vec{j} + \dfrac{1}{7}(1-2\pi z)\vec{k} \quad P:\ 48x + 3y + 2z = 6.$

16.12. $\vec{A} = \pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + \dfrac{10}{3}\vec{k} \quad P:\ 6x + 3y + z = 3.$

16.13. $\vec{A} = \dfrac{1}{7}\pi x\vec{i} + \left(y + \dfrac{2}{7}\right)\vec{j} + \pi z\vec{k}, \quad P:\ 6x + 3y + 2z = 6.$

16.14. $\vec{A} = 7\pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + (7z+2)\vec{k}, \quad P:\ 2x + 2y + z = 2.$

16.15. $\vec{A} = \dfrac{5}{2}\pi x\vec{i} + \left(\dfrac{1}{2} - y\right)\vec{j} + 2\pi z\vec{k} \quad P:\ 3x + 24y + 2z = 6.$

16.16. $\vec{A} = \pi x\vec{i} + \frac{1}{9}\vec{j} - \frac{1}{3}z\vec{k}, \quad P: \; x + 3y + 3z = 3.$

16.17. $\vec{A} = 4\vec{i} - 2y\vec{j} + 3\pi z\vec{k}, \quad P: \; 4x + 12y + 3z = 12.$

16.18. $\vec{A} = 2\pi x\vec{i} + \frac{7}{2}\pi y\vec{j} + \left(z + \frac{1}{2}\right)\vec{k}, \quad P: \; 6x + y + 6z = 3.$

16.19. $\vec{A} = 5x\vec{i} + 5(\pi z - 1)\vec{k}, \quad P: \; 12x + 3y + 2z = 6.$

16.20. $\vec{A} = \frac{3}{4}\pi y\vec{i} + \left(3 - \frac{3}{2}z\right)\vec{k}, \quad P: \; 24x + 4y + 3z = 12.$

16.21. $\vec{A} = \pi x\vec{i} + 2\pi y\vec{j} + (8 - 4z)\vec{k} \quad P: \; 12x + 4y + 3z = 12.$

16.22. $\vec{A} = \left(\pi - \frac{1}{3}\right)x\vec{i} + \left(3\pi y + \frac{1}{3}\right)\vec{j} + 2\pi z\vec{k}, \quad P: \; 9x + 6y + 2z = 18.$

16.23. $\vec{A} = \vec{i} + 5y\vec{j} + 11\pi z\vec{k}, \quad P: \; 3x + 3y + z = 3.$

16.24. $\vec{A} = \frac{9}{2}\pi x\vec{i} + \frac{(5y+1)}{2}\vec{j} + \pi z\vec{k}, \quad P: \; 27x + 9y + z = 9.$

16.25. $\vec{A} = 14x\vec{i} + 18\pi y\vec{j} + 2\vec{k}, \quad P: \; 3x + y + 3z = 3.$

16.26. $\vec{A} = (5y + 3)\vec{j} + 11\pi z\vec{k}, \quad P: \; 3x + y + 12z = 3.$

16.27. $\vec{A} = 3\pi y\vec{j} + (3 - 6z)\vec{k}, \quad P: \; x + 2y + 4z = 4.$

16.28. $\vec{A} = \frac{1}{2}\pi x\vec{i} + \vec{j} + \pi z\vec{k}, \quad P: \; 3x + 2y + 6z = 6.$

16.29. $\vec{A} = \frac{3}{2}\pi x\vec{i} - 3y\vec{j} + \frac{3}{2}\vec{k} \quad P: \; 12x + y + 6z = 6.$

16.30. $\vec{A} = \frac{1}{2}\pi x\vec{i} + \pi y\vec{j} + \vec{k} \quad P: \; 6x + 3y + 4z = 12.$

16.31. $\vec{A} = \frac{7\pi}{4}x\vec{i} + \left(y + \frac{1}{4}\right)\vec{j} + \frac{1}{2}\pi z\vec{k} \quad P: \; x + 6y + 3z = 3.$

Задача 17. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

17.1. $\vec{A}=\left(y-\frac{5}{2}x\right)\vec{i}+\frac{x-1}{2}\vec{j}+\left(\sqrt{xy}+z\right)\vec{k},\ S: x+y-\frac{1}{2}z=2, x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.2. $\vec{A}=\left(e^{2y}+x\right)\vec{i}+\left(x-2y\right)\vec{j}+\left(y^2+3z\right)\vec{k},\ S: x-y+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.3. $\vec{A}=\left(4e^{y}+8x\right)\vec{i}+\left(4xz-4y\right)\vec{j}+\left(e^{xy}-z\right)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2+z^2=2y+3.$

17.4. $\vec{A}=\frac{\sqrt{z}+y}{3}\vec{i}+x\vec{j}+\left(z+\frac{5}{3}x\right)\vec{k},\ S:\ z^2=8\left(x^2+y^2\right),\ z=2.$

17.5. $\vec{A}=2\left(x+z\right)\vec{i}+\left(xz+y\right)\vec{j}+\left(4xy-8\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2+z^2=4x-2y+4z-8.$

17.6. $\vec{A}=\left(4e^{z}+x\right)\vec{i}+\left(4\ln x+y\right)\vec{j}+z\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2+z^2=2x+2y-2z-2.$

17.7. $\vec{A}=\frac{5x-6y}{2}\vec{i}+\frac{11x^2+2y}{2}\vec{j}+\frac{x^2-4z}{2}\vec{k}, S: x+y+2z=2,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.8. $\vec{A}=\left(\sin z+x\right)\vec{i}+\left(x-\frac{2}{3}y\right)\vec{j}+\left(z+y^2\right)\vec{k},\quad S:\ z^2=36\left(x^2+y^2\right),\ z=6.$

17.9. $\vec{A}=\left(yz+\sqrt{z}\right)\vec{i}+\left(y-\sqrt{x}\right)\vec{j}+x^2y\vec{k},\quad S:\ z^2=4\left(x^2+y^2\right),\ z=3.$

17.10. $\vec{A}=\left(\sin z+x\right)\vec{i}+\frac{7\ln x+2y}{7}\vec{j}+\frac{e^{xy}-2z}{7}\vec{k},\ S: x^2+y^2+z^2=2x+2y+2z-2.$

17.11. $\vec{A}=\left(y^3z-3x\right)\vec{i}+\left(\ln z+6y\right)\vec{j}+\left(x^2+3z\right)\vec{k},\ S:\ y-x+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.12. $\vec{A}=\left(e^{y}+10x\right)\vec{i}+\left(\sin x-5y\right)\vec{j}+\left(10z-xy\right)\vec{k}, S:\ x+2y+z=2,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.13. $\vec{A}=\left(e^{z}+x\right)\vec{i}+(z-e^{x})\vec{j}+(x^3+3e^{y})\vec{k},\quad S:\ x+y+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.14. $\vec{A}=\left(yz^3-x\right)\vec{i}+\left(\sin x+\frac{1}{2}y\right)\vec{j}+\left(\ln x-z\right)\vec{k},\ S: x+2y-3z=6, x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.15. $\vec{A}=\left(y\sqrt{z}-7x\right)\vec{i}+\left(x^2-7y\right)\vec{j}+\left(y^3-7z\right)\vec{k},\ S:\ 3x-2y+z=6,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.16. $\vec{A}=\left(x-\cos^3 y\right)\vec{i}-\left(e^{-3x}+\sqrt[3]{z}\right)\vec{j}+\left(2y^3-\frac{1}{2}z\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=z^2,\ z=1,\ z=2.$

17.17. $\vec{A}=\left(ye^{-4z}-3x\right)\vec{i}+\left(xz+9y\right)\vec{j}+\left(3z+\ln x\right)\vec{k}, S: 2x+y+z=2,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.18. $\vec{A}=\left(yz^2+\frac{1}{2}x\right)\vec{i}+\left(ze^{x}-y\right)\vec{j}+\left(z-xy^3\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=z^2,\ z=1,\ z=4.$

17.19. $\vec{A}=\left(x-y^3\right)\vec{i}+\left(x\ln z-y\right)\vec{j}+\left(x+3z/16\right)\vec{k}, \quad S:\ x^2+y^2+z^2=2x+3.$

17.20. $\vec{A}=\left(y\ln z+9x\right)\vec{i}+\left(x^2+9y\right)\vec{j}+\left(x-7y^2+9z\right)\vec{k}, \quad S:\ x^2+y^2+z^2=2z.$

17.21. $\vec{A}=\left(y\cos z+x\right)\vec{i}+\left(ze^x+y\right)\vec{j}+\left(z-x^2y\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2+z^2=2z+3.$

17.22. $\vec{A}=\left(\sqrt{z}+y^3+3x\right)\vec{i}+\left(2x+3y\right)\vec{j}+\left(\sin x+3z\right)\vec{k},\ S:\ z^2=x^2+y^2,\ z=1.$

17.23. $\vec{A}=\left(y^2z^2+3x\right)\vec{i}+\left(xe^z-y\right)\vec{j}+\left(x+y-\frac{1}{2}z\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=z^2,\ z=1,\ z=3.$

17.24. $\vec{A}=\left(3\sqrt{yz}-2x\right)\vec{i}+\left(x^2-2y\right)\vec{j}+\left(12z-xy^3\right)\vec{k},\ S:\ z^2=9\left(x^2+y^2\right),\ z=3.$

17.25. $\vec{A}=\left(8x+1\right)\vec{i}+\left(zx-4y\right)\vec{j}+\left(e^x-z\right)\vec{k}, \quad S:\ x^2+y^2+z^2=2y.$

17.26. $\vec{A}=\left(yz^3+2x\right)\vec{i}+\left(z\sin x-3y\right)\vec{j}+\left(2\sin y+2z\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=z^2,\ z=3,\ z=6.$

17.27. $\vec{A}=\left(\sqrt[5]{y}+\ln z^2\right)\vec{i}+\left(x^2+7y\right)\vec{j}+xy\vec{k}, \quad S:\ x^2+y^2+z^2=2x.$

17.28. $\vec{A}=\left(3x+7z^2\right)\vec{i}+\left(5z^2-2y\right)\vec{j}+\left(\sqrt[3]{xy}+2z\right)\vec{k}, \quad S:\ z^2=4\left(x^2+y^2\right),\ z=2.$

17.29. $\vec{A}=\left(8y^3z-x\right)\vec{i}+\left(x^2-z^3\right)\vec{j}+\left(xy-2z\right)\vec{k},\ S: 2x+3y-z=6,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

17.30. $\vec{A}=\left(x+z^5y^2\right)\vec{i}+\left(x\ln z+y\right)\vec{j}+\left(\sqrt{x^2+y^2}+z\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=z^2,\ z=2,\ z=3.$

17.31. $\vec{A}=\left(\sqrt{y+z}-2x\right)\vec{i}+\left(ze^x+3y\right)\vec{j}+\sqrt{y^3+x}\,\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=z^2,\ z=2,\ z=5.$

Задача 18. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через замкнутую поверхность S в направлении внешней нормали двумя способами: непосредственно и по формуле Гаусса -Остроградского).

18.1. $\vec{A}=\left(x+z\right)\vec{i}+y\vec{k}, \quad S:\ z=8-x^2-y^2,\ z=x^2+y^2.$

18.2. $\vec{A}=x\vec{i}+z\vec{j}-y\vec{k}, \quad S:\ z=4-2\left(x^2+y^2\right), z=2\left(x^2+y^2\right).$

18.3. $\vec{A}=6x\vec{i}-2y\vec{j}-z\vec{k}, \quad S: z=3-2\left(x^2+y^2\right),\ z=x^2+y^2\ \left(z\geq 0\right).$

18.4. $\vec{A}=x^3\vec{i}+y^3\vec{j}+z^3\vec{k}, \quad S:\ x^2+y^2+z^2=1.$

18.5. $\vec{A}=z\vec{i}+x\vec{j}-z\vec{k}, \quad S:\ 4z=x^2+y^2, z=4.$

18.6. $\vec{A} = z\vec{i} + yz\vec{j} - xy\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 4, z = 0, \ z = 1.$

18.7. $\vec{A} = x^2\vec{i} + xy\vec{j} + 3z\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = z^2, z = 4.$

18.8. $\vec{A} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = z^2 \ \left(z \ge 0\right).$

18.9. $\vec{A} = xz\vec{i} + z\vec{j} + y\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 1 - z, \ z = 0.$

18.10. $\vec{A} = \left(y + 2z\right)\vec{i} - y\vec{j} + 3x\vec{k}, \ S: 3z = 27 - 2\left(x^2 + y^2\right), z^2 = x^2 + y^2, \ \left(z \ge 0\right).$

18.11. $\vec{A} = \left(x^2 + xy\right)\vec{i} + \left(y^2 + yz\right)\vec{j} + \left(z^2 + xz\right)\vec{k}, S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ x^2 + y^2 = z^2 \ \left(z \ge 0\right).$

18.12. $\vec{A} = 3x\vec{i} - z\vec{j}, \quad S: z = 6 - x^2 - y^2, \ z^2 = x^2 + y^2 \ \left(z \ge 0\right)$.

18.13. $\vec{A} = -x\vec{i} + 2y\vec{j} + yz\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = z^2, z = 4.$

18.14. $\vec{A} = 2xy\vec{i} + 2xy\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}, \ z = 0 \ \left(z \ge 0\right).$

18.15. $\vec{A} = x\vec{i} - \left(x + 2y\right)\vec{j} + y\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 1, \ z = 0, \ \ x + 2y + 3z = 6.$

18.16. $\vec{A} = x\vec{i} - 2y\vec{j} + 3z\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = z, z = 2x.$

18.17. $\vec{A} = y\vec{i} + 2zy\vec{j} + 2z^2\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 1 - z, \ z = 0.$

18.18. $\vec{A} = \left(2x + y\right)\vec{i} + \left(y + 2z\right)\vec{k}, \quad S: \ z = 2 - 4\left(x^2 + y^2\right), z = 4\left(x^2 + y^2\right).$

18.19. $\vec{A} = z\vec{i} - 4y\vec{j} + 2x\vec{k}, \quad S: \ z = x^2 + y^2, z = 1.$

18.20. $\vec{A} = 3y^2x\vec{i} + 3x^2y\vec{j} + z^3\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, z = 0, \ \left(z \ge 0\right).$

18.21. $\vec{A} = \left(x^2 + y^2\right)\vec{i} + \left(x^2 + y^2\right)\vec{j} + \left(x^2 + y^2\right)\vec{k}, \quad S: \ z = x^2 + y^2, z = 0, \ z = 1.$

18.22. $\vec{A} = y^2x\vec{i} + z^2y\vec{j} + x^2z\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 1.$

18.23. $\vec{A} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + zx\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 16, \ \ x^2 + y^2 = z^2 \ \left(z \ge 0\right).$

18.24. $\vec{A} = \left(zx + y\right)\vec{i} + \left(zy - x\right)\vec{j} - \left(x^2 + y^2\right)\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ z = 0 \ \left(z \ge 0\right).$

18.25. $\vec{A} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 2, z = 0 \ \left(z \ge 0\right).$

18.26. $\vec{A} = \left(3x - y - z\right)\vec{i} + 3y\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad S: \ z = x^2 + y^2, \ z = 2y.$

18.27. $\vec{A} = \left(zx + y\right)\vec{i} - \left(2y - x\right)\vec{j} - \left(x^2 + y^2\right)\vec{k}, \ S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, z = 0 \ \left(z \ge 0\right).$

18.28. $\vec{A} = x^2\vec{i}, \quad S: \ z = 1 - x - y, \, x = 0, \ y = 0, \ z = 0.$

18.29. $\vec{A} = x^2\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, z = 0 \ (z \geq 0).$

18.30. $\vec{A} = y\vec{i} + y^2\vec{j} + yz\vec{k}, \quad S: \ z = x^2 + y^2, \ z = 1, x = 0, \ y = 0$ (1 октант).

18.31. $\vec{A} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ x = 0, \ y = 0, \ z = 0$ (1 октант).

Задача 19. Найти поток векторного поля $\vec{A}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

19.1. $\vec{A} = (x + y + z)\vec{i} + (2y - x)\vec{j} + (3z + y)\vec{k}, S: \ z = x^2 + y^2, y = x, \ y = 2x, \ x = 1, z = 0.$

19.2. $\vec{A} = 17x\vec{i} + 7y\vec{j} + 11z\vec{k}, \quad S: z = x^2 + y^2, \ z = 2\left(x^2 + y^2\right), y = x^2, \ y = x.$

19.3. $\vec{A} = 7x\vec{i} + z\vec{j} + (x - y + 5z)\vec{k}, \ S: \ z = x^2 + y^2, z = x^2 + 2y^2, y = x, \ y = 2x, \ x = 1.$

19.4. $\vec{A} = (x + y)\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (z + x)\vec{k}, \quad S: \ y = 2x, \ y = 4x, \ x = 1, z = y^2, z = 0.$

19.5. $\vec{A} = (zx + y)\vec{i} + (xy - z)\vec{j} + \left(x^2 + yz\right)\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 2, z = 0, \ z = 1.$

19.6. $\vec{A} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + zx\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, x = 0, \ y = 0, \ z = 0$ (1 октант).

19.7. $\vec{A} = -2x\vec{i} + z\vec{j} + \vec{k}(x + y), \quad S: x^2 + y^2 = 2y, \ z = x^2 + y^2, z = 0.$

19.8. $\vec{A} = (y + 6x)\vec{i} + 5(x + z)\vec{j} + 4y\vec{k}, \quad S: y = x, \ y = 2x, \ y = 2, \ z = x^2 + y^2, \ z = 0.$

19.9. $\vec{A} = 3xz\vec{i} - 2x\vec{j} + y\vec{k}, \quad S: \ x + y + z = 2, \ x = 1, x = 0, \ y = 0, \ z = 0.$

19.10. $\vec{A} = (y + z)\vec{i} + (x - 2y + z)\vec{j} + x\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 1, z = x^2 + y^2, z = 0.$

19.11. $\vec{A} = y\vec{i} + 5y\vec{j} + z\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 1, z = x, \ z = 0 \ (z \geq 0).$

19.12. $\vec{A} = x^2\vec{i} + x\vec{j} + xz\vec{k}, \quad S: z = x^2 + y^2, \ z = 1, \ x = 0, \ y = 0$ (1 октант).

19.13. $\vec{A} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = \dfrac{1}{4}, z = 0, \ z = 2.$

19.14. $\vec{A} = (2y - 15x)\vec{i} + (z - y)\vec{j} - (x - 3y)\vec{k}, \ S: \ z = 3x^2 + y^2 + 1, \ z = 0, x^2 + y^2 = \dfrac{1}{4}.$

19.15. $\vec{A} = \left(y^2 + z^2\right)\vec{i} + \left(xy + y^2\right)\vec{j} + (xz + z)\vec{k}, \quad S: \ x^2 + y^2 = 1, z = 0, \ z = 1.$

19.16. $\vec{A}=\left(y^2+xz\right)\vec{i}+\left(yx-z\right)\vec{j}+\left(yz+x\right)\vec{k},\quad S: x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=\sqrt{2}.$

19.17. $\vec{A}=\left(2y-3z\right)\vec{i}+\left(3x+2z\right)\vec{j}+\left(x+y+z\right)\vec{k},\ S:\ x^2+y^2=1, z=4-x-y, z=0.$

19.18. $\vec{A}=xy^2\vec{i}+x^2y\vec{j}+z\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=1, x=0,\ y=0\left(1\text{ октант}\right).$

19.19. $\vec{A}=3x^2\vec{i}-2x^2y\vec{j}-\left(1-2x\right)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, z=0,\ z=1.$

19.20. $\vec{A}=\left(x+z\right)\vec{i}+\left(z+y\right)\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=9, z=x,\ z=0\ \left(z\geq 0\right).$

19.21. $\vec{A}=\left(z+y\right)\vec{i}+\left(x-z\right)\vec{j}+z\vec{k},\quad S:\ x^2+4y^2=4, 3x+4y+z=12,\ z=1.$

19.22. $\vec{A}=y\vec{i}+\left(x+2y\right)\vec{j}+x\vec{k},\quad S: x^2+y^2=2x,\ z=x^2+y^2, z=0.$

19.23. $\vec{A}=4x\vec{i}-2y\vec{j}-z\vec{k},\quad S:\ 3x+2y=12,\ 3x+y=6,\ y=0, x+y+z=6,\ z=0.$

19.24. $\vec{A}=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=4, z=0,\ z=1.$

19.25. $\vec{A}=z\vec{i}+\left(3y-x\right)\vec{j}-z\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, z=x^2+y^2+2,\ z=0.$

19.26. $\vec{A}=3x^2\vec{i}-2x^2y\vec{j}+\left(2x-1\right)z\vec{k},\quad S:\ x^2+y^2=1, z=0,\ z=1.$

19.27. $\vec{A}=8x\vec{i}-2y\vec{j}+x\vec{k},\quad S:\ x+y=1,\ x=0,\ y=0, z=x^2+y^2,\ z=0.$

19.28. $\vec{A}=2x\vec{i}+z\vec{k},\quad S:\ z=3x^2+2y^2+1, x^2+y^2=4,\ z=0.$

19.29. $\vec{A}=2\left(z-y\right)\vec{j}+\left(x-z\right)\vec{k},\quad S: z=x^2+3y^2+1,\ z=0,\ x^2+y^2=1.$

19.30. $\vec{A}=2x\vec{i}+2y\vec{j}+z\vec{k},\quad S:\ y=x^2,\ y=4x^2,\ y=1\ \left(x\geq 0\right), z=y,\ z=0.$

19.31. $\vec{A}=\left(z+y\right)\vec{i}+y\vec{j}-x\vec{k},\quad S:\ x^2+z^2=2y, y=2.$

Задача 20. Найти работу силы $\vec{F}$ при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N.

20.1. $\vec{F}=x^2\vec{j},\quad L:\ x^2+y^2=9\ \left(x\geq 0,\ y\geq 0\right), M\left(3,0\right),\ N\left(0,3\right).$

20.2. $\vec{F}=\left(x+y\right)\vec{i}+\left(x-y\right)\vec{j},\quad L:\ y=x^2, M\left(-1,1\right),\ N\left(1,1\right).$

20.3. $\vec{F}=\left(x^2+y^2\right)\vec{i}+\left(x^2-y^2\right)\vec{j},\quad L:\ y=\begin{cases} x,\ 0\leq x\leq 1; \\ 2-x,\ 1\leq x\leq 2; \end{cases} M\left(2,0\right),\ N\left(0,0\right).$

20.4. $\vec{F}=\left(x+y\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{i}+\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{j}, L:\ x^2+y^2=16\left(x\geq 0,\ y\geq 0\right), M\left(4,0\right), N\left(0,4\right).$

20.5. $\vec{F}=-y\vec{i}+x\vec{j}, \quad L:\ y=x^3, M(0,0),\ N(2,8).$

20.6. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=1\ (y\geq 0), M(1,0),\ N(-1,0).$

20.7. $\vec{F}=\left(x^2+y^2\right)\vec{i}+2\left(x^2+y^2\right)\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=R^2\ \ (y\geq 0), M(R,0),\ N(-R,0).$

20.8. $\vec{F}=\left(y^2-y\right)\vec{i}+\left(2xy+x\right)\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=9\ (y\geq 0), M(3,0),\ N(-3,0).$

20.9. $\vec{F}=\left(x^2+2y\right)\vec{i}+\left(y^2+2x\right)\vec{j}, \quad L:$ отрезок $MN, M(-4,0),\ N(0,2).$

20.10. $\vec{F}=x^2y\vec{i}-y\vec{j}, \quad L:$ отрезок $MN, M(-1,0),\ N(0,1).$

20.11. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}, \quad L:\ 2x^2+y^2=1\ (y\geq 0), M\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0\right),\ N\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},0\right).$

20.12. $\vec{F}=\left(x^2-2y\right)\vec{i}+\left(y^2-2x\right)\vec{j}, \quad L:$ отрезок $MN, M(-4,0),\ N(0,2).$

20.13. $\vec{F}=\left(x+y\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{i}+\left(y-x\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{j}, L:\ x^2+y^2=1(y\geq 0), M(1,0), N(-1,0).$

20.14. $\vec{F}=\left(x^2+2y\right)\vec{i}+\left(y^2+2x\right)\vec{j}, \quad L:\ y=2-\frac{x^2}{8}, M(-4,0),\ N(0,2).$

20.15. $\vec{F}=\left(x^2-y^2\right)\vec{i}+\left(x^2+y^2\right)\vec{j}, \quad L:\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\ (y\geq 0), M(3,0),\ N(-3,0).$

20.16. $\vec{F}=\left(xy-x\right)\vec{i}+\frac{x^2}{2}\vec{j}, \quad L:\ y=2\sqrt{x}, M(0,0),\ N(1,2).$

20.17. $\vec{F}=\left(x-y\right)\vec{i}+\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=4\ (y\geq 0), M(2,0),\ N(-2,0).$

20.18. $\vec{F}=\left(x+y\right)\vec{i}+2x\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=4\ (y\geq 0), M(2,0),\ N(-2,0).$

20.19. $\vec{F}=x^3\vec{i}-y^3\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=4\ (x\geq 0,\ y\geq 0), M(2,0),\ N(0,2).$

20.20. $\vec{F}=\left(2xy-y\right)\vec{i}+\left(x^2+x\right)\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=9\ (y\geq 0), M(3,0),\ N(-3,0).$

20.21. $\vec{F}=\left(x+y\right)\vec{i}+\left(x-y\right)\vec{j}, \quad L:\ x^2+\frac{y^2}{9}=1\ (x\geq 0,\ y\geq 0), M(1,0),\ N(0,3).$

20.22. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=2\ (y\geq 0), M\left(\sqrt{2},0\right),\ N\left(-\sqrt{2},0\right).$

20.23. $\vec{F}=xy\vec{i}+2y\vec{j}, \quad L:\ x^2+y^2=1\ (x\geq 0,\ y\geq 0), M(1,0),\ N(0,1).$

20.24. $\vec{F}=x^2y\vec{i}-xy^2\vec{j},\quad L:\ x^2+y^2=4\ (x\ge 0,\ y\ge 0), M(2,0),\ N(0,2).$

20.25. $\vec{F}=y^2\vec{i}-x^2\vec{j},\quad L:\ x^2+y^2=9\ (x\ge 0,\ y\ge 0), M(3,0),\ N(0,3).$

20.26. $\vec{F}=(x+y)^2\vec{i}-(x^2+y^2)\vec{j},\quad L:$ отрезок $MN, M(1,0),\ N(0,1).$

20.27. $\vec{F}=(x^2+y^2)\vec{i}+y^2\vec{j},\quad L:$ отрезок $MN, M(2,0),\ N(0,2).$

20.28. $\vec{F}=xy\vec{i},\quad L:\ y=\sin x, M(\pi,0),\ N(0,0).$

20.29. $\vec{F}=(xy-y^2)\vec{i}+x\vec{j},\quad L:\ \mathrm{y}=2x^2, M(0,0),\ N(1,2).$

20.30. $\vec{F}=x\vec{i}+y\vec{j},\quad L:$ отрезок $MN, M(1,0),\ N(0,3).$

20.31. $\vec{F}=-x\vec{i}+y\vec{j},\quad L:\ x^2+\dfrac{y^2}{9}=1\ (x\ge 0,\ y\ge 0), M(1,0),\ N(0,3).$

Задача 21. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}$ вдоль контура $\mathbf{\Gamma}$ (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t).

21.1. $\vec{A}=2y\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=2\sin t, z=2-2\cos t-2\sin t\}.$

21.2. $\vec{A}=2y\vec{i}-z\vec{j}+x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=\sin t, z=4-\cos t-\sin t\}$

21.3. $\vec{A}=x\vec{i}-2z^2\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=3\cos t,\ y=4\sin t, z=6\cos t-4\sin t+1\}$

21.4. $\vec{A}=3y\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=3\cos t,\ y=3\sin t, z=3-3\cos t-3\sin t\}.$

21.5. $\vec{A}=x\vec{i}-z^2\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=3\sin t, z=4\cos t-3\sin t-3\}.$

21.6. $\vec{A}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=3\cos t,\ y=3\sin t, z=2(1-\cos t)\}.$

21.7. $\vec{A}=x\vec{i}-3z^2\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=4\sin t, z=2\cos t-4\sin t+3\}.$

21.8. $\vec{A}=x\vec{i}+2z^2\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=3\sin t, z=2\cos t-3\sin t-2\}.$

21.9. $\vec{A}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=4\cos t,\ y=4\sin t, z=1-\cos t\}.$

21.10. $\vec{A}=-2z\vec{i}-x\vec{j}+x^2\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\left\{x=\dfrac{1}{3}\cos t,\ y=\dfrac{1}{3}\sin t, z=8\right\}.$

21.11. $\vec{A}=y\vec{i}-x\vec{j}+z^2\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\left\{x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t,\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t, z=\sin t\right\}.$

21.12. $\vec{A}=\dfrac{y}{3}\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=2\sin t, z=1-2\cos t-2\sin t\}.$

21.13. $\vec{A}=-x^2y^3\vec{i}+\vec{j}+z\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\sqrt[3]{4}\cos t,\ y=\sqrt[3]{4}\sin t, z=3\}.$

21.14. $\vec{A}=x^2\vec{i}+y\vec{j}-z\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\left\{x=\cos t,\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin t, z=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t\right\}.$

21.15. $\vec{A}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=2\sin t, z=3(1-\cos t)\}.$

21.16. $\vec{A}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=\sin t, z=2(1-\cos t)\}.$

21.17. $\vec{A}=-x^2y^3\vec{i}+2\vec{j}+xz\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\sqrt{2}\cos t,\ y=\sqrt{2}\sin t, z=1\}.$

21.18. $\vec{A}=2z\vec{i}-x\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=2\sin t, z=1\}.$

21.19. $\vec{A}=x\vec{i}+z^2\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=2\sin t, z=2\cos t-2\sin t-1\}.$

21.20. $\vec{A}=-x^2y^3\vec{i}+4\vec{j}+x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=2\sin t, z=4\}.$

21.21. $\vec{A}=y\vec{i}-x\vec{j}+z\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=\sin t, z=3\}.$

21.22. $\vec{A}=6z\vec{i}-x\vec{j}+xy\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=3\cos t,\ y=3\sin t, z=3\}.$

21.23. $\vec{A}=z\vec{i}+y^2\vec{j}-x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\sqrt{2}\cos t,\ y=2\sin t, z=\sqrt{2}\cos t\}.$

21.24. $\vec{A}=7z\vec{i}-x\vec{j}+yz\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=6\cos t,\ y=6\sin t, z=1/3\}.$

21.25. $\vec{A}=3x\vec{i}-z^2\vec{j}+3y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\left\{x=\dfrac{1}{2}\cos t,\ y=\dfrac{1}{3}\sin t,\ z=\cos t-\dfrac{1}{3}\sin t-\dfrac{1}{4}\right\}.$

21.26. $\vec{A}=-z\vec{i}-x\vec{j}+xz\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=5\cos t,\ y=5\sin t, z=4\}.$

21.27. $\vec{A}=xz\vec{i}+x\vec{j}+z^2\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=\sin t, z=\sin t\}.$

21.28. $\vec{A}=4y\vec{i}-3x\vec{j}+x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=4\cos t,\ y=4\sin t, z=4-4\cos t-4\sin t\}.$

21.29. $\vec{A}=z\vec{i}+x\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=2\cos t,\ y=2\sin t, z=0\}.$

21.30. $\vec{A}=-x^2y^3\vec{i}+3\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=\sin t, z=5\}.$

21.31. $\vec{A}=xy\vec{i}+x\vec{j}+y^2\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\{x=\cos t,\ y=\sin t, z=\sin t\}.$

Задача 22. Найти модуль циркуляции векторного поля $\vec{A}$ вдоль контура $\mathbf{\Gamma}$ (непосредственно и по формуле Стокса).

22.1. $\vec{A} = yz\vec{i} - xz\vec{j} + xy\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$

22.2. $\vec{A} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 4. \end{cases}$

22.3. $\vec{A} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} - x^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9 \ (z > 0). \end{cases}$

22.4. $\vec{A} = y\vec{i} + 3x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1, \\ z = 3. \end{cases}$

22.5. $\vec{A} = 4\vec{i} + 3x\vec{j} + 3xz\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 3. \end{cases}$

22.6. $\vec{A} = 4x\vec{i} - yz\vec{j} + x\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

22.7. $\vec{A} = 2y\vec{i} + \vec{j} - 2yz\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 2. \end{cases}$

22.8. $\vec{A} = \left(x^2 - y\right)\vec{i} + x\vec{j} + \vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$

22.9. $\vec{A} = -y\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ z = 1. \end{cases}$

22.10. $\vec{A} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} z = 5\left(x^2 + y^2\right) - 1, \\ z = 4. \end{cases}$

22.11. $\vec{A} = y\vec{i} - 2x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} z = 4\left(x^2 + y^2\right) + 2, \\ z = 6. \end{cases}$

22.12. $\vec{A} = yz\vec{i} + 2xz\vec{j} + y^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16 \ (z > 0). \end{cases}$

22.13. $\vec{A} = yz\vec{i} + 2xz\vec{j} + xy\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9 \ (z > 0). \end{cases}$

22.14. $\vec{A} = x\vec{i} + yz\vec{j} - x\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

22.15. $\vec{A} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} - z\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$

22.16. $\vec{A} = 4x\vec{i} + 2\vec{j} - xy\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} z = 2\left(x^2 + y^2\right) + 1, \\ z = 7. \end{cases}$

22.17. $\vec{A} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$

22.18. $\vec{A} = -y\vec{i} + x\vec{j} + 3z^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 1 \ (z > 0). \end{cases}$

22.19. $\vec{A} = x^2\vec{i} + yz\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ z = 4. \end{cases}$

22.20. $\vec{A} = 3z\vec{i} - 2y\vec{j} + 2y\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 2x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$

22.21. $\vec{A} = y\vec{i} + (1 - x)\vec{j} - z\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = 1 \ (z > 0). \end{cases}$

22.22. $\vec{A} = (x + y)\vec{i} - x\vec{j} + 6\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 2. \end{cases}$

22.23. $\vec{A} = y\vec{i} - x\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} x^2 + y^2 - \dfrac{z^2}{4} = 0, \\ z = 2. \end{cases}$

22.24. $\vec{A} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad \mathbf{\Gamma}: \begin{cases} z = 3\left(x^2 + y^2\right) + 1, \\ z = 4. \end{cases}$

22.25. $\vec{A}=\left(x-y\right)\vec{i}+x\vec{j}+\vec{k}z^2,\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} x^2+y^2-4z^2=0, \\ z=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

22.26. $\vec{A}=2y\vec{i}-3x\vec{j}+z^2\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} x^2+y^2=z, \\ z=1. \end{cases}$

22.27. $\vec{A}=\left(2-xy\right)\vec{i}-yz\vec{j}-xz\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} x^2+y^2=4, \\ x+y+z=1. \end{cases}$

22.28. $\vec{A}=2yz\vec{i}+xz\vec{j}+y^2\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} x^2+y^2+z^2=25, \\ x^2+y^2=16\ \left(z>0\right). \end{cases}$

22.29. $\vec{A}=xz\vec{i}-\vec{j}+y\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ z=1. \end{cases}$

22.30. $\vec{A}=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x+y+z=1. \end{cases}$

22.31. $\vec{A}=2y\vec{i}+5z\vec{j}+3x\vec{k},\quad \mathbf{\Gamma}:\ \begin{cases} 2x^2+2y^2=1, \\ x+y+z=3. \end{cases}$