

Пр.Зан. МС -3. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О РАВЕНСТВЕ СРЕДНИХ И РАВЕНСТВЕ ДИСПЕРСИЙ

Пример 2. Пусть x_1, \dots, x_{30} и y_1, \dots, y_{20} — цена 1 литра молока в г. Москве и г. Владимире. Проверить утверждение — разброс цен на молоко в этих городах одинаковый, если выборочные стандартные отклонения $\bar{\sigma}_1 = 5,8$, $\bar{\sigma}_2 = 4,2$, также известны m_1 , m_2 и $\alpha = 0,02$.

Ответ: разброс цен одинаковый. (H_0 принимается)

Пример 3.5.

До наладки станка была проверена точность изготовления 10 втулок и найдена оценка дисперсии диаметра $S^2 = 9,6 \text{ мкм}^2$. После наладки станка подверглись контролю еще 16 втулок и получена новая оценка дисперсии $S^2 = 5,7 \text{ мкм}^2$. Можно ли считать, что в результате наладки станка точность изготовления деталей возросла? Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$. Контролируемый признак имеет нормальное распределение.

Ответ: точность не увеличилась. (H_0 принимается)

2770, стр.74 **Задача 2.1.** По случайной нормальной выборке объема $n_1 = 11$ найдена выборочная дисперсия $S_1^2 = 0,373$. По другой случайной нормальной выборке объема $n_2 = 9$ также найдена выборочная дисперсия $S_2^2 = 0,0955$. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ при альтернативной гипотезе $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ с уровнем значимости $\alpha = 0,05$. Если гипотеза о равенстве дисперсий не противоречит фактам.

Ответ: H_0 принимается.

Задача 2.3. По двум случайным нормальным выборкам получены выборочные средние $\bar{X}_1 = 12,95$ и $\bar{X}_2 = 12,13$. Объемы выборок равны соответственно $n_1 = 12$ и $n_2 = 15$. Дисперсии обеих выборок одинаковы. Сводная оценка среднего квадратического отклонения $S_{\text{св}} = 0,872$ с числом степеней свободы $k_{\text{св}} = 25$. Проверить гипотезу H_0 о равенстве математических ожиданий при альтернативной гипотезе $H_1: a_1 \neq a_2$ с уровнем значимости $\alpha = 0,05$. Если гипотеза о ра-

Ответ: H_0 отвергается.

Пример 3.3.

Давление в камере контролируется двумя манометрами. Для сравнения точности этих приборов одновременно фиксируют их показания. По результатам 10 замеров выборочные оценки (в единицах шкалы приборов) оказались следующими: $x_1 = 15,3$, $x_2 = 16,1$, $S_1^2 = 0,2$ и $S_2^2 = 0,15$. Используя двусторонний критерий, проверить при уровне значимости $\alpha = 0,1$ гипотезу о равенстве средних.

Ответ: H_0 отвергается

Гипотеза о равенстве выборочной средней математическому ожиданию.

Задача 1.13. В двух сериях независимых экспериментов (двух выборках из нормальных генеральных совокупностей (ГС)) получены несмещенные оценки дисперсии $S_1^2 = 1,95$ с $k_1 = 15$ степенями свободы и $S_2^2 = 0,75$ с $k_2 = 20$ степенями свободы. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при альтернативной гипотезе $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ с уровнем значимости $\alpha = 0,05$.

Ответ: H_0 – отвергается

Задача 1.15. Сравнивается точность штамповки деталей на двух станках. Из продукции первого станка было отобрано 13 деталей, второго – 15 деталей. Оценки дисперсии этих выборок оказались равны $S_1^2 = 3,24$ и $S_2^2 = 1,2$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверяем гипотезу о том, что оба станка обеспечивают одинаковую точность, причем в качестве альтернативной выбираем две гипотезы: 1) станки обеспечивают неодинаковую точность; 2) второй станок обеспечивает более высокую точность.

Решение

Из условия задачи следует, что математические ожидания выборок не известны.

1. Вычислим значение критерия F по формуле (1.33):

$$F = S_{\text{бол}}^2 / S_{\text{мен}}^2 = S_1^2 / S_2^2 = 3,24 / 1,2 = 2,7.$$

Критерий двусторонний, так как альтернативная гипотеза H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$. Критическое значение критерия F

$$F_{1-\alpha/2}(k_1, k_2) = F_{0,975}(12; 14) = 3,05.$$

$F = 2,7 < 3,05$, следовательно, гипотеза о равенстве дисперсий принимается с уровнем значимости $\alpha = 0,05$. Принимаем утверждение, что станки обеспечивают одинаковую точность.

2. Альтернативная гипотеза H_1 : $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$, поэтому критерий односторонний, критическая область правосторонняя. Значение критерия Фишера $F = S_1^2 / S_2^2 = 3,24 / 1,2 = 2,7$. Критическое значение критерия Фишера

$$F_{1-\alpha}(k_1, k_2) = F_{0,95}(12; 14) = 2,53.$$

$F = 2,7 > 2,53$, следовательно, гипотезу о равенстве дисперсий отвергаем с уровнем значимости $\alpha = 0,05$ (1.35) и принимаем утверждение, что второй автомат обеспечивает более высокую точность.

Замечание. Как видно из рассмотренной выше задачи, разные альтернативные гипотезы могут привести к разным выводам о H_0 -гипотезе.