

VI. РЯДЫ

Теоретические вопросы

1. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
2. Теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак сходимости ряда.
5. Теорема Лейбница. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
6. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящегося ряда.
7. Понятие равномерной сходимости.
8. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
9. Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.
10. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы ряда.
12. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
13. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
14. Разложение по степеням x бинома $(1+x)^m$.
15. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
16. Разложение по степеням x функций e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$.

Теоретические упражнения.

1. Ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ сходится, если $a_n \leq c_n \leq b_n$.

У к а з а н и е. Рассмотреть неравенства $0 \leq c_n - a_n \leq b_n - a_n$.

2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n \geq 0$) сходится. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ тоже сходится.

Показать, что обратное утверждение неверно.

3. Ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ сходятся. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| |b_n|$ тоже сходится.

У к а з а н и е. Доказать и использовать неравенство $|ab| \leq a^2 + b^2$.

4. Ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ сходятся. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$ тоже

сходится.

5. Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится и $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$. Можно ли утверждать, что

сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$?

Рассмотреть пример $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n} \right]$.

6. Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|$ сходится равномерно на отрезке $[a, b]$. Доказать, что

ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ так же сходится равномерно на этом отрезке.

7. Может ли функциональный ряд на отрезке:

а) сходиться равномерно и не сходиться абсолютно,

б) сходиться абсолютно и не сходиться равномерно?

Рассмотреть примеры:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + x^2}$, отрезок $[a, b]$ произвольный;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} x(1 - x^2)$, отрезок $[0, 1]$.

8. Показать, что функция $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{10^n}$ всюду непрерывна.

9. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2 x}{n^2}$ сходится равномерно в интервале $(-\infty, +\infty)$.

Можно ли его дифференцировать в этом интервале?

10. Доказать, что если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-nx}$ сходиться в точке x_0 , то он сходиться

абсолютно $\forall x > x_0$.

Расчетные задания.

Задача 1. Найти сумму ряда.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}.$$

$$1.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{24}{9n^2 - 12n - 5}.$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}.$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 21n - 8}.$$

$$1.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}.$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 28n - 45}.$$

$$1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}.$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}.$$

$$1.9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}.$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 14n - 48}.$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{36n^2 - 24n - 5}.$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 84n - 13}.$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 + 4n - 3}.$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 + 35n - 6}.$$

$$1.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 3n - 20}.$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 42n - 40}.$$

$$1.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 - 8n - 15}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 21n - 10}.$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 + 5n - 6}.$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{4n^2 - 9}.$$

$$1.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 35n - 6}.$$

$$1.22. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}.$$

$$1.23. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{12}{36n^2 + 12n - 35}.$$

$$1.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}.$$

$$1.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 + 8n - 15}.$$

$$1.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{36n^2 - 12n - 35}.$$

$$1.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 70n - 24}.$$

$$1.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 + 21n - 10}.$$

$$1.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 - 5n - 6}.$$

$$1.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 56n - 33}.$$

$$1.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 + 7n - 12}.$$

Задача 2. Найти сумму ряда.

$$2.1. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4-5n}{n(n-1)(n-2)}.$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{n(n+1)(n+3)}.$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+3)}.$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)(n+3)}.$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.11. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{5n-2}{(n-1)n(n+2)}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.15. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{8n-10}{(n-1)(n-2)(n+1)}.$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+3)(n+2)}.$$

$$2.4. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4n-2}{(n^2-1)(n-2)}.$$

$$2.6. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}.$$

$$2.8. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n^2-4)}.$$

$$2.10. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+2}{n(n-1)(n-2)}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+2)(n+1)n}.$$

$$2.14. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+5}{(n^2-1)(n+2)}.$$

$$2.16. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-1}{n(n^2-1)}.$$

$$2.17. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-4}{n(n-1)(n-2)}.$$

$$2.19. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n-2}{(n-1)n(n+2)}.$$

$$2.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.25. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n^2-1)}.$$

$$2.27. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n+1}{(n-1)n(n+1)}.$$

$$2.29. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n(n-1)(n-2)}.$$

$$2.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+9}{n(n+1)(n+3)}.$$

$$2.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.22. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.24. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-2}{(n-1)n(n+1)}.$$

$$2.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n}{n(n+1)(n+3)}.$$

$$2.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4-n}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$2.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n}{(n+3)(n+1)n}.$$

Задача 3. Исследовать на сходимость ряд.

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2+(-1)^n}{n^3}.$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(n\pi/2)}{n(n+1)(n+2)}.$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}.$$

$$3.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n - \ln n}.$$

$$3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1+(-1)^n}{2} n}{n^3 + 2}.$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2 + \cos n\pi)}{2n^2 - 1}.$$

$$3.8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n-1}{n}}{\sqrt[3]{n^3 - 3n}}.$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1}.$$

$$3.10. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln \sqrt{n^2 + 3n}}{\sqrt{n^2 - n}}.$$

$$3.11. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arccos \frac{(-1)^n n}{n+1}}{n^2 + 2}.$$

$$3.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^3 + 5}.$$

$$3.13. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 3}.$$

$$3.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{n^3 (2 + \sin(n\pi/2))}.$$

$$3.15. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}} \sin \frac{2 + (-1)^n}{6} \pi.$$

$$3.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3 + n + 1}.$$

$$3.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2}.$$

$$3.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{3^n + 2}.$$

$$3.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2 + \cos \frac{n\pi}{2}) \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^7} + 5}.$$

$$3.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin \frac{n\pi}{4}}{n^2} \operatorname{ctg} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$3.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2^n}{n^2}.$$

$$3.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5 + n}}.$$

$$3.23. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln n + \sqrt[3]{\ln^2 n}}.$$

$$3.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{3}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n^2 - n}}.$$

$$3.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{2n+1}}{n \left(3 + \sin \frac{\pi n}{4} \right)}.$$

$$3.26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \cos \frac{2\pi}{3n}}{\sqrt[4]{n^4 - 1}}.$$

$$3.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-1)^n}{2^{n+2}}.$$

$$3.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} [2 + (-1)^n]}{\ln(1 + n)}.$$

$$3.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arcctg} (-1)^n}{\sqrt{n(2 + n^2)}}.$$

$$3.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{3 + (-1)^n}{4}}{2^n + n}.$$

$$3.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{n^2 \sin^2 n}.$$

Задача 4. Исследовать на сходимость ряд.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^{n-1} + n - 1}.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 5}{n^2 + 4}.$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}.$$

$$4.5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[3]{n-1}}.$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 3)^2}{n^5 + \ln^4 n}.$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{n^5 + \sin 2^n}.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + \cos n}{3^n + \sin n}.$$

$$4.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - \cos^2 6n}.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n+1}} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}}.$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \ln n}.$$

$$4.13. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}} \sin \frac{1}{n-1}.$$

$$4.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}} \operatorname{arctg} \frac{n+3}{n^2+5}.$$

$$4.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+3}} (e^{1/\sqrt{n}} - 1).$$

$$4.16. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2 + n + 2}.$$

$$4.17. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3}.$$

$$4.18. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3}{n^3 + 1}.$$

$$4.19. \sum_{n=3}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{n}.$$

$$4.20. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{(\sqrt[3]{n}-1)(n^4 \sqrt{n^3}-1)}.$$

$$4.21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n} \right).$$

$$4.22. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^5+2}}.$$

$$4.23. \sum_{n=2}^{\infty} \left(e^{\sqrt{n}/(n^3-1)} - 1 \right).$$

$$4.24. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}.$$

$$4.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2\pi}{2n+1}}{\sqrt{n}}.$$

$$4.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+7n}{5^n + n}.$$

$$4.27. \sum_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n} - 1)^2.$$

$$4.28. \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}.$$

$$4.29. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{(n-1)\sqrt[5]{n^2+1}}.$$

$$4.30. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2 \sqrt[3]{n} + 5}.$$

$$4.31. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{n}{(n^2+3)^{5/2}}.$$

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд.

$$5.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}.$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}.$$

$$5.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}.$$

$$5.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n 2n!}{(2n)!}.$$

$$5.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}.$$

$$5.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \sin \frac{2}{3^n}.$$

$$5.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{5}{n}}{n!}.$$

$$5.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}.$$

$$5.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n)!} \operatorname{tg} \frac{1}{5^n}.$$

$$5.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (n^2-1)}{n!}.$$

$$5.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}.$$

$$5.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}.$$

$$5.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{(2n-1)!}.$$

$$5.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}.$$

$$5.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{3^n (n+1)!}.$$

$$5.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}. \quad ?$$

$$5.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n + 1)(2n)!}.$$

$$5.18. \sum_{n=1}^{\infty} n! \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$5.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}.$$

$$5.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}.$$

$$5.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

$$5.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}.$$

$$5.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! 4^n}.$$

$$5.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}.$$

$$5.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \dots (2n+5)}.$$

$$5.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{\sqrt{2^n + 3}}.$$

$$5.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n n^2}.$$

$$5.28. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{n-1} \sqrt{n^2 + 5}}{(n-1)!}.$$

$$5.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^n + 2}.$$

$$5.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (2n+1)!}{(3n)!}.$$

$$5.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{2^{n+1} n!}.$$

Задача 6. Исследовать на сходимость ряд.

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}.$$

$$6.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}.$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n.$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^{n^2}.$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n (n+1)^3.$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1} \right)^{n^3}.$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}.$$

$$6.9. \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin^n \frac{\pi}{4n}.$$

$$6.11. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^n \frac{n}{5^n}.$$

$$6.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n-1} \right)^n (n-1)^2.$$

$$6.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n+1}.$$

$$6.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}.$$

$$6.19. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^3}{(\ln n)^n}.$$

$$6.21. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{3n}.$$

$$6.23. \sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} e^{-n}.$$

$$6.25. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{n^2}.$$

$$6.27. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n}.$$

$$6.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+2}}{5^n}.$$

$$6.31. \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \operatorname{arctg}^{2n} \frac{\pi}{4n}.$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}.$$

$$6.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1} \right)^{n^2}.$$

$$6.14. \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}.$$

$$6.16. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{n/2}.$$

$$6.18. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin^n \frac{\pi}{2n}.$$

$$6.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^3}.$$

$$6.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 3^n}{(2n+1)^n}.$$

$$6.24. \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n-1}{4n+2} \right)^{2n}.$$

$$6.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+2}}{(2n^2+1)^{n/2}}.$$

$$6.28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{1}{2^n}.$$

$$6.30. \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n} \left(\frac{n-2}{2n+1} \right)^{3n}.$$

Задача 7. Исследовать на сходимость ряд.

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(3n+1)}.$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(2n+1)}.$$

$$7.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4) \ln^2(5n+2)}.$$

$$7.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\sqrt{2}+1) \ln^2(n\sqrt{3}+1)}.$$

$$7.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \ln(2n)}.$$

$$7.11. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \ln n}.$$

$$7.13. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-3) \ln(3n+1)}.$$

$$7.15. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln^2(2n)}.$$

$$7.17. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n-1)}.$$

$$7.19. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-2) \sqrt{\ln(n-3)}}.$$

$$7.21. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+5) \ln^2(n+1)}.$$

$$7.23. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(n^3+1) \ln n}.$$

$$7.25. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(n/3-1) \ln^2(n/2)}.$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(2n+1)}.$$

$$7.4. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(3n-5) \ln^2(4n-7)}.$$

$$7.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^2(n\sqrt{5}+2)}.$$

$$7.8. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-2) \ln(n-3)}.$$

$$7.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln(2n)}.$$

$$7.12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \ln(n+1)}.$$

$$7.14. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln^2 n}.$$

$$7.16. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(n+1)}.$$

$$7.18. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n \sqrt{\ln(3n-1)}}.$$

$$7.20. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \sqrt{\ln(n-2)}}.$$

$$7.22. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n/3) \ln^2(n+7)}.$$

$$7.24. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{(n^2-3) \ln^2 n}.$$

$$7.26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2+5) \ln n}.$$

$$7.27. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(2n^2 + 3) \ln n}.$$

$$7.29. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n+1}{(3n^2/2 + 2) \ln(n/2)}.$$

$$7.31. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(n^2 - 2) \ln(2n)}.$$

$$7.28. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n+1}{(5n^2 - 9) \ln(n-2)}.$$

$$7.30. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2 - 1) \ln n}.$$

Задача 8. Исследовать на сходимость ряд.

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$8.3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}.$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n^2}{n^4 - n^2 + 1}.$$

$$8.7. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}.$$

$$8.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{\sqrt{3n+1}}.$$

$$8.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n!}.$$

$$8.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$

$$8.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)2^{2n}}.$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n.$$

$$8.4. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln \ln n) \ln n}.$$

$$8.6. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln n}.$$

$$8.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \sqrt[4]{2n+3}}.$$

$$8.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{6n}.$$

$$8.12. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(2n)}.$$

$$8.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}.$$

$$8.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\cos \frac{\pi}{3\sqrt{n}} \sqrt[3]{3n + \ln n}}.$$

$$8.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)(3/2)^n}.$$

$$8.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}.$$

$$8.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+3)}{\ln(n+4)}.$$

$$8.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}.$$

$$8.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}}}{\sqrt{5n-1}}.$$

$$8.22. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)2^{2n+1}}.$$

$$8.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n}}.$$

$$8.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \cos\left(2/\sqrt{n+4}\right)}.$$

$$8.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$8.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \sin^2 n}.$$

$$8.27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 3^n}{3^n}.$$

$$8.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

$$8.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$

$$8.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

$$8.31. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}.$$

Задача 9. Вычислить сумму ряда с точностью α .

$$9.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}, \quad \alpha = 0,01.$$

$$9.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \quad \alpha = 0,01.$$

$$9.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n)^3}, \quad \alpha = 0,001.$$

$$9.4. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!(2n+1)}, \quad \alpha = 0,001.$$

$$9.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3(n+1)}, \quad \alpha = 0,01.$$

$$9.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}, \quad \alpha = 0,0001.$$

$$9.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{2^n}, \quad \alpha = 0,1.$$

$$9.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{3^n}, \quad \alpha = 0,1.$$

$$\begin{aligned}
9.9. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{(2n-1)^2 (2n+1)^2}, \quad \alpha = 0,001. & 9.10. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!!}, \quad \alpha = 0,0001. \\
9.11. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!!}, \quad \alpha = 0,001. & 9.12. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^n, \quad \alpha = 0,01. \\
9.13. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{7^n}, \quad \alpha = 0,0001. & 9.14. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n, \quad \alpha = 0,1. \\
9.15. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}, \quad \alpha = 0,001. & 9.16. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n!}, \quad \alpha = 0,01. \\
9.17. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!2n}, \quad \alpha = 0,00001. & 9.18. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (2n+1)}{(2n)!n!}, \quad \alpha = 0,001. \\
9.19. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!}, \quad \alpha = 0,001. & 9.20. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n \cdot n!}, \quad \alpha = 0,001. \\
9.21. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!n!}, \quad \alpha = 0,00001. & 9.22. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{3^n (n+1)}, \quad \alpha = 0,001. \\
9.23. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n+1)}, \quad \alpha = 0,001. & 9.24. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi/2 + \pi n)}{n^3}, \quad \alpha = 0,01. \\
9.25. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{(n+1)^n}, \quad \alpha = 0,001. & 9.26. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^n}, \quad \alpha = 0,001. \\
9.27. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi/2 + \pi n)}{n^3 + 1}, \quad \alpha = 0,01. & 9.28. \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 (n+3)}, \quad \alpha = 0,01. \\
9.29. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(\pi n)}{(n^3 + 1)^2}, \quad \alpha = 0,001. & 9.30. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 + n^2}, \quad \alpha = 0,01. \\
9.31. \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{(1 + n^3)^2}, \quad \alpha = 0,001.
\end{aligned}$$

Задача 10. Доказать справедливость равенства. (Ответом служит число ρ , получаемое при применении признака Даламбера или признака Коши.)

$$10.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = 0.$$

$$10.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n)!} = 0.$$

$$10.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n!!}{n^n} = 0.$$

$$10.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)^n}{(2n-1)!} = 0.$$

$$10.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{2n^2!} = 0.$$

$$10.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^2} = 0.$$

$$10.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!!}{5^{n^2}} = 0.$$

$$10.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n!} = 0.$$

$$10.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{n^n} = 0.$$

$$10.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n+1)!} = 0.$$

$$10.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)!!}{n^n} = 0.$$

$$10.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)^n}{(2n-1)!} = 0.$$

$$10.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)!}{2^{n^2}} = 0.$$

$$10.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^3} = 0.$$

$$10.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5}{(2n)!} = 0.$$

$$10.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n}}{n!} = 0.$$

$$10.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!}{n^n} = 0.$$

$$10.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n-1)!} = 0.$$

$$10.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)!!}{n^n} = 0.$$

$$10.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)^n}{(2n+1)!} = 0.$$

$$10.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n)!}{2^{n^2}} = 0.$$

$$10.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{[(n+1)!]^2} = 0.$$

$$10.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{4^{n^2}} = 0.$$

$$10.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{2^{n^2}} = 0.$$

$$10.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)!}{n^n} = 0.$$

$$10.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n+3)!} = 0.$$

$$10.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)!!}{n^n} = 0.$$

$$10.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n)^n}{(2n+1)!} = 0.$$

$$10.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n)!}{2^{n^2}} = 0.$$

$$10.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{[(n+2)!]^2} = 0.$$

$$10.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{(2n)!!} = 0.$$

Задача 11. Найти область сходимости функционального ряда.

$$11.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}.$$

$$11.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$11.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \frac{1}{(3x^2 + 4x + 2)^n}.$$

$$11.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} (x^2 - 4x + 6)^n.$$

$$11.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}.$$

$$11.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n+1} \frac{1}{(27x^2 + 12x + 2)^n}.$$

$$11.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

$$11.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{n+1} \frac{1}{(3x^2 + 8x + 6)^n}.$$

$$11.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^n.$$

$$11.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n (n^2 + 1)}.$$

$$11.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\sqrt[3]{n^2} + \sqrt{n} + 1 \right)^{2x+1}}.$$

$$11.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^3}.$$

$$11.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{x+n}}.$$

$$11.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 5x + 11)^n}{5^n (n^2 + 5)}.$$

$$11.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^n}.$$

$$11.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+x)}.$$

$$11.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^2}.$$

$$11.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+x^n}{1-x^n}.$$

$$11.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{xn^x}.$$

$$11.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^{x^2-1}}.$$

$$11.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n(n^2+1)}(25x^2+1)^n.$$

$$11.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{x^2+n^2}.$$

$$11.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{n^3+2} \frac{1}{(3x^2+10x+9)^n}.$$

$$11.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x+2^n}.$$

$$11.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)(x+n+1)}.$$

$$11.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^n + |x|^{-n}}{2}.$$

$$11.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(n+e^x)}.$$

$$11.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(n-e^x)(n^2+1)}.$$

$$11.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-x)^{1/3}}.$$

$$11.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{3^{nx}+2}.$$

$$11.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+x^2}.$$

Задача 12. Найти область сходимости функционального ряда.

$$12.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x+\pi n).$$

$$12.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n} x^{4n} \sin(2x-\pi n).$$

$$12.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} x^{4n} \cos(x+\pi n).$$

$$12.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n \frac{1}{\sqrt{n}} x^{2n} \cos(x-\pi n).$$

$$12.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{\sqrt[3]{n}} x^{4n} \sin(3x+\pi n).$$

$$12.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n} x^{2n} \sin(5x-\pi n).$$

$$12.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt[4]{3n}} x^{2n} \cos(x + \pi n).$$

$$12.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{2n} x^{2n} \sin(3x - \pi n).$$

$$12.9. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \sin \frac{x}{n}.$$

$$12.10. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{2n} x^n \sin \frac{x}{2n}.$$

$$12.11. \sum_{n=1}^{\infty} 2^{3n} x^n \sin \frac{2x}{n}.$$

$$12.12. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^{3n} \sin \frac{3x}{\sqrt{n}}.$$

$$12.13. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n \operatorname{tg} \frac{3x}{n}.$$

$$12.14. \sum_{n=1}^{\infty} 8^n x^{3n} \operatorname{tg} \frac{x}{4\sqrt{n}}.$$

$$12.15. \sum_{n=1}^{\infty} x^{3n} \operatorname{tg} \frac{2x}{3n}.$$

$$12.16. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{3n}.$$

$$12.17. \sum_{n=1}^{\infty} 16^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$12.18. \sum_{n=1}^{\infty} 32^n x^{5n} \arcsin \frac{x}{\sqrt{n}}.$$

$$12.19. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n \operatorname{arctg} \frac{2x}{n+1}.$$

$$12.20. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \operatorname{arctg} \frac{x}{2(n+3)}.$$

$$12.21. \sum_{n=1}^{\infty} 27^n x^{3n} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2n+3}.$$

$$12.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^2} \sin^{3n} x.$$

$$12.23. \sum_{n=1}^{\infty} 8^n n^2 \sin^{3n} x.$$

$$12.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} \sin^{2n}(2x).$$

$$12.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} \operatorname{tg}^{2n} x.$$

$$12.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4} \sin^n(3x).$$

$$12.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2} \sin^{2n} x.$$

$$12.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{tg}^n(2x).$$

$$12.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \operatorname{tg}^n x.$$

$$12.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n/2}} \operatorname{tg}^n x.$$

$$12.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^{n/2}}{\sqrt{n}} \operatorname{tg}^n(2x).$$

Задача 13. Найти область сходимости функционального ряда.

$$13.1. \sum_{n=1}^{\infty} 2n^2 \sqrt{x-2} \cdot e^{-n^2/(x-1)^3}.$$

$$13.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n(x+1/n)}{\sqrt{x-e}}.$$

$$13.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \cdot 5^{-n/(x+1)^2}.$$

$$13.5. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(1-x\sqrt{n})^2}.$$

$$13.7. \sum_{n=1}^{\infty} 5^{-n^3 \cdot \sin(x^2+1)/n}.$$

$$13.9. \sum_{n=1}^{\infty} 5^{nx} \operatorname{arctg} \frac{x}{7^{nx}(x-1)}.$$

$$13.11. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n \cdot 3^{-n/x^2}.$$

$$13.13. \sum_{n=1}^{\infty} e^{n^2 \cdot \sin(x^2+1)/n}.$$

$$13.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln(1+1/n) + \ln \ln x)^n}{\sqrt{x - e^{1/e}}}.$$

$$13.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+1/e)}.$$

$$13.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{e^{n \sin x}}.$$

$$13.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 3^{-n^2 \cdot \ln(1+x/n)}.$$

$$13.23. \sum_{n=1}^{\infty} n^{\sqrt{x}} \arcsin \frac{x}{3^{nx}}.$$

$$13.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 2^{-n^2 \cdot (\ln n / (x^2+1))}.$$

$$13.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n x}.$$

$$13.4. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sqrt{x-1} \cdot e^{-n/x}.$$

$$13.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 3^{n/(x-1)}.$$

$$13.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x-1)}.$$

$$13.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+2)}.$$

$$13.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+e)}.$$

$$13.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-n/\cos x}.$$

$$13.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\ln|x|}}.$$

$$13.18. \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n \frac{x \ln n}{x-n}.$$

$$13.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 5^{-n^2 \cdot \arctan(1/(n|x|))}.$$

$$13.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n/(x-1))}{e^{n\sqrt{x}}}.$$

$$13.24. \sum_{n=1}^{\infty} n^{2x} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2^{nx}}.$$

$$13.26. \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot e^{n/\ln x}.$$

$$13.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 5^{-n(\ln n/x^2)}.$$

$$13.29. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^4 (\sin 1 / n^2 x^2)}.$$

$$13.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\ln(1+x^2)}}.$$

$$13.31. \sum_{n=1}^{\infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 4^{-n^2/x}.$$

Задача 14. Найти область сходимости функционального ряда.

$$14.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3 (x+3)^{2n}}{2n+3}.$$

$$14.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}.$$

$$14.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}.$$

$$14.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5 x^{2n}}.$$

$$14.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

$$14.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}.$$

$$14.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 1}{3^n (x-2)^n}.$$

$$14.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n}.$$

$$14.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

$$14.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2 - 5n)4^n}.$$

$$14.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}.$$

$$14.12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}.$$

$$14.13. \sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$$

$$14.14. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt{n}}{n^2 + 1} (x-2)^n.$$

$$14.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 9^n (x-1)^{2n}}.$$

$$14.16. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^{n^2}.$$

$$14.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$14.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1}.$$

$$14.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$$

$$14.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \ln(n+4)}.$$

$$14.21. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln(n+2)(x-3)^{2n}}.$$

$$14.22. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}.$$

$$14.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n^2}}{n^{n+1}}.$$

$$14.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{x^n}.$$

$$14.25. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n (x+3)^n}.$$

$$14.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^{2n}}{n}.$$

$$14.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{(2n+9)^5 (x+2)^{2n}}.$$

$$14.28. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n (x+4)^n}.$$

$$14.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}.$$

$$14.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x-3)^n}{(n^4+1)^2}.$$

$$14.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}.$$

Задача 15. Доказать, исходя из определения, равномерную сходимость функционального ряда на отрезке $[0,1]$. При каких n абсолютная величина остаточного члена ряда не превосходит $0.1 \forall x \in [0,1]$?

$$15.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-11}.$$

$$15.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-6}.$$

$$15.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-6}.$$

$$15.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-5}}.$$

$$15.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-5}.$$

$$15.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-9}.$$

$$15.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3n-4}.$$

$$15.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-2}}.$$

$$15.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-11}.$$

$$15.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-7}}.$$

$$15.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-10}.$$

$$15.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-8}.$$

$$15.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3 - 4}}.$$

$$15.15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{8n - 12}.$$

$$15.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n - 8}.$$

$$15.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n - 7}.$$

$$15.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n - 13}.$$

$$15.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3n - 5}.$$

$$15.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{8n - 11}.$$

$$15.27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3 - 12}}.$$

$$15.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{9n - 15}.$$

$$15.31. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3 - 6}}.$$

$$15.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2n - 3}.$$

$$15.16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n - 7}.$$

$$15.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n - 10}.$$

$$15.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n - 7}.$$

$$15.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3 - 21}}.$$

$$15.24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3 - 19}}.$$

$$15.26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3 - 11}}.$$

$$15.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3 - 3}}.$$

$$15.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{10n - 12}.$$

Задача 16. Для данного функционального ряда построить мажорирующий ряд и доказать равномерную сходимость на указанном отрезке.

$$16.1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{x+1} \cos nx}{\sqrt[3]{n^5 + 1}}, \quad [0, 2].$$

$$16.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}, \quad \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right].$$

$$16.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}, \quad [-2, 2].$$

$$16.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n, \quad \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right].$$

$$16.5. \sum_{n=1}^{\infty} x^{n!}, \quad \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right].$$

$$16.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n5^n}, \quad [-1, 6].$$

$$16.7. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{(2n+1)\sqrt{n+1}}, [2, 4].$$

$$16.8. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pi-x)\cos^2 nx}{\sqrt[4]{n^7+1}}, [0, \pi].$$

$$16.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}, [-1, 3].$$

$$16.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+3)^n}{n^n}, [-5, -1].$$

$$16.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{(n+1)^2 \ln(n+1)}, [1, 3].$$

$$16.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, [-3, 3].$$

$$16.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} x^{2n-1}}{(4n-3)^2}, [-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}].$$

$$16.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n3^n \ln n}, [-2, 2].$$

$$16.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{n^2 4^n}, [-7, -3].$$

$$16.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}, [-3, -1].$$

$$16.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}, [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}].$$

$$16.18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^4 x^{2n}}{2n+1}, [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}].$$

$$16.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{n}, [\frac{3}{2}, \frac{5}{2}].$$

$$16.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^2}, [-6, -4].$$

$$16.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}, [1, 3].$$

$$16.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)\sin^2 nx}{n\sqrt{n+1}}, [-3, 0].$$

$$16.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}, [-1, 1].$$

$$16.24. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1}\sqrt{n^2+1}}, [-6, -4].$$

$$16.25. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{3^{n^2}}, [-2, 2].$$

$$16.26. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{2^n} \right) (x-2)^n, [1, 3].$$

$$16.27. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}, [0, 2].$$

$$16.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n4^n}, [-1, 0].$$

$$16.29. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)\sqrt[3]{n+2}}, [-3, -1].$$

$$16.30. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{n\sqrt{n+1}}, [2, 4].$$

$$16.31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)\ln^2(n+1)}, [-2, 0].$$

Задача 17. Найти сумму ряда.

$$17.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n} \right) x^{n-1}.$$

$$17.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-3)(2n-2)}.$$

$$17.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) x^{n+2}.$$

$$17.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

$$17.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}.$$

$$17.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \frac{1}{x^n}.$$

$$17.7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(n-1)}.$$

$$17.8. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{n-1}}{2n+1} x^{2n+1}.$$

$$17.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

$$17.10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n+2}}{16^n (2n+1)}.$$

$$17.11. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}.$$

$$17.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) x^n.$$

$$17.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}.$$

$$17.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}.$$

$$17.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n(2n-1)}.$$

$$17.16. \sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^n + \frac{1}{n} \right] x^{2n}.$$

$$17.17. \sum_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right] x^{n-1}.$$

$$17.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)} x^{n+1}.$$

$$17.19. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$17.20. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n(n-1)}.$$

$$17.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n(2n+1)}.$$

$$17.22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) x^n.$$

$$17.23. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$17.24. \sum_{n=1}^{\infty} \left[2^n + \frac{(-1)^n}{n} \right] x^n.$$

$$17.25. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-2)(2n-1)}.$$

$$17.26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}.$$

$$17.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos^{n+1} x}{n(n+1)}.$$

$$17.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \operatorname{tg}^n x}{n(n+1)}.$$

$$17.29. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)x^{n+1}}.$$

$$17.30. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+(-1)^n}{n(n-1)} x^n.$$

$$17.31. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)(2n+3)}.$$

Задача 18. Найти сумму ряда.

$$18.1. \sum_{n=0}^{\infty} (4n^2 + 9n + 5) x^{n+1}.$$

$$18.2. \sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 7n + 4) x^n.$$

$$18.3. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + n + 1) x^{n+3}.$$

$$18.4. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 4n + 3) x^{n+2}.$$

$$18.5. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 5n + 3) x^n.$$

$$18.6. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 5n + 3) x^{n+1}.$$

$$18.7. \sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 8n + 5) x^{n+2}.$$

$$18.8. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 8n + 5) x^n.$$

$$18.9. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 7n + 5) x^{n+1}.$$

$$18.10. \sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 7n + 5) x^n.$$

$$18.11. \sum_{n=0}^{\infty} n(2n-1) x^{n+2}.$$

$$18.12. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - n + 1) x^n.$$

$$18.13. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 - n - 1) x^n.$$

$$18.14. \sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 5n + 4) x^{n+1}.$$

$$18.15. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 7n + 4) x^n.$$

$$18.16. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 - n - 2) x^{n+1}.$$

$$18.17. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 2n + 1) x^n.$$

$$18.18. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 2n - 1) x^{n+1}.$$

$$18.19. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 2n + 2) x^{n+2}.$$

$$18.20. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 4n + 3) x^{n+1}.$$

$$19.21. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 5n + 4) x^{n+2}.$$

$$18.22. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 - 2n + 1) x^n.$$

$$18.23. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - 2n - 1) x^{n+1}.$$

$$18.24. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - 2n + 2) x^n.$$

$$18.25. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - 2n - 2) x^{n+1}.$$

$$18.26. \sum_{n=0}^{\infty} (4n^2 + 6n + 5) x^n.$$

$$18.27. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 6n + 5) x^{n+1}.$$

$$18.28. \sum_{n=0}^{\infty} n(2n + 1) x^{n+2}.$$

$$18.29. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + n + 1) x^{n+1}.$$

$$18.30. \sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + n - 1) x^n.$$

$$18.31. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 9n + 5) x^{n+1}.$$

Задача 19. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x .

$$19.1. \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

$$19.2. \frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}.$$

$$19.3. \ln(1 - x - 6x^2).$$

$$19.4. 2x \cos^2(x/2) - x.$$

$$19.5. \frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2.$$

$$19.6. \frac{7}{12 + x - x^2}.$$

$$19.7. \frac{x}{\sqrt[3]{27 - 2x}}.$$

$$19.8. \ln(1 + x - 6x^2).$$

$$19.9. (x - 1) \sin 5x.$$

$$19.10. \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}.$$

$$19.11. \frac{6}{8 + 2x - x^2}.$$

$$19.12. \frac{1}{\sqrt[4]{16 - 3x}}.$$

$$19.13. \ln(1 - x - 12x^2).$$

$$19.14. (3 + e^{-x})^2.$$

$$19.15. \frac{\arcsin x}{x} - 1.$$

$$19.16. \frac{7}{12 - x - x^2}.$$

$$19.17. x^2 \sqrt{4-3x}.$$

$$19.19. 2x \sin^2(x/2) - x.$$

$$19.21. \frac{5}{6+x-x^2}.$$

$$19.23. \ln(1+x-12x^2).$$

$$19.25. \frac{\operatorname{arctg} x}{x}.$$

$$19.27. \sqrt[4]{16-5x}.$$

$$19.29. (2-e^x)^2.$$

$$19.31. \frac{3}{2-x-x^2}.$$

$$19.18. \ln(1+2x-8x^2).$$

$$19.20. (x-1)\operatorname{sh} x.$$

$$19.22. x\sqrt[3]{27-2x}.$$

$$19.24. \frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x.$$

$$19.26. \frac{5}{6-x-x^2}.$$

$$19.28. \ln(1-x-20x^2).$$

$$19.30. (x-1)\operatorname{ch} x.$$

Задача 20. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

$$20.1. \int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx.$$

$$20.2. \int_0^{0.1} \sin(100x^2) dx.$$

$$20.3. \int_0^1 \cos x^2 dx.$$

$$20.4. \int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$$

$$20.5. \int_0^{0.1} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx.$$

$$20.6. \int_0^1 \frac{\ln(1+x/5)}{x} dx.$$

$$20.7. \int_0^{1.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}.$$

$$20.8. \int_0^{0.2} e^{-3x^2} dx.$$

$$20.9. \int_0^{0.2} \sin(25x^2) dx.$$

$$20.10. \int_0^{0.5} \cos(4x^2) dx.$$

$$20.11. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}.$$

$$20.12. \int_0^{0.2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx.$$

$$20.13. \int_0^{0.4} \frac{\ln(1+x/2)}{x} dx.$$

$$20.14. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}.$$

$$20.15. \int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx.$$

$$20.17. \int_0^{0,2} \cos(25x^2) dx.$$

$$20.19. \int_0^{0,4} \frac{1 - e^{-x/2}}{x} dx.$$

$$20.21. \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125 + x^3}}.$$

$$20.23. \int_0^{0,5} \sin(4x^2) dx.$$

$$20.25. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{256 + x^4}}.$$

$$20.27. \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{625 + x^4}}.$$

$$20.29. \int_0^{0,5} e^{-3x^2/25} dx.$$

$$20.31. \int_0^{0,1} \cos(100x^2) dx.$$

$$20.16. \int_0^{0,4} \sin(5x/2)^2 dx.$$

$$20.18. \int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{81 + x^4}}.$$

$$20.20. \int_0^{0,1} \frac{\ln(1 + 2x)}{x} dx.$$

$$20.22. \int_0^{0,4} e^{-3x^2/4} dx.$$

$$20.24. \int_0^{0,4} \cos(5x/2)^2 dx.$$

$$20.26. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1 + x^3}}.$$

$$20.28. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8 + x^3}}.$$

$$20.30. \int_0^1 \sin x^2 dx.$$