

ИДЗ 2

Задача 1. Вычислить $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ (0,5 б)

- | | |
|--|---|
| 1.1. a) $y = 4^{\ln(\sin x)}$, | b) $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$. |
| 1.2. a) $y = 3^{\ln^4 3x}$, | b) $y \sin x + \cos(x - y) = \cos y$. |
| 1.3. a) $y = 2^{\ln(\operatorname{ctg} 3x)}$, | b) $x \sin y + y \cos x + y^2 = 0$. |
| 1.4. a) $y = e^{\operatorname{ctg}^2 4x}$, | b) $x - y + e^y \operatorname{arctg} x = 0$. |
| 1.5. a) $y = 7^{\cos(\ln x)}$, | b) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5y$. |
| 1.6. a) $y = 3^{\operatorname{ctg}^2 4x}$, | b) $x + y + e^{xy} = 2$. |
| 1.7. a) $y = 3^{\operatorname{tg}^3 2x}$, | b) $2x^2 + xy - y^3 = 0$. |
| 1.8. a) $y = 7^{\ln(\sin 6x)}$, | b) $\ln y = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$. |
| 1.9. a) $y = e^{\operatorname{tg}^3 3x}$, | b) $xy + \arcsin(x + y) = 0$. |
| 1.10. a) $y = 2^{\ln^2 4x}$, | b) $y^3 - 3y + 5x = 0$. |
| 1.11. a) $y = 3^{\operatorname{tg}^2 4x}$, | b) $\ln y = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$. |
| 1.12. a) $y = 5^{\ln^2 2x}$, | b) $x^2 + y^3 - 10x + y = 0$. |
| 1.13. a) $y = 6^{\ln(\operatorname{tg} 3x)}$, | b) $x^2 = 6y - y^2$. |
| 1.14. a) $y = e^{\sin^3 5x}$, | b) $x^2 - 2xy + y^3 = 1$. |
| 1.15. a) $y = 5^{\sin(\ln 2x)}$, | b) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 + \frac{1}{4}y^2$. |
| 1.16. a) $y = 3^{\operatorname{ctg}^2 4x}$, | b) $y^3 - 3x^2y = 1$. |
| 1.17. a) $y = e^{\operatorname{tg}^3 3x}$, | b) $y \sin x = \cos y$. |
| 1.18. a) $y = 2^{\ln(\cos 2x)}$, | b) $y^4 - 4x^2y + 2 = 0$. |
| 1.19. a) $y = 3^{\cos^3 x}$, | b) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$. |
| 1.20. a) $y = e^{\ln^2 2x}$, | b) $3x \sin 2y + y \cos 2x = 0$. |
| 1.21. a) $y = 7^{\ln(\operatorname{tg} 2x)}$, | b) $(e^y - x)^2 - x^2 = 1$. |
| 1.22. a) $y = 5^{\ln^3 3x}$, | b) $x \operatorname{tg} y - x^2 + y^2 = 4$. |
| 1.23. a) $y = 3^{\ln(\operatorname{tg} 4x)}$, | b) $y - x^2 = \operatorname{arctg} y$. |
| 1.24. a) $y = e^{\operatorname{ctg}^2 3x}$, | b) $x - y + x \sin y = 0$. |
| 1.25. a) $y = e^{\sin^3 4x}$, | b) $y \sin x - x \cos y = 0$. |
| 1.26. a) $y = 2^{\ln(\operatorname{tg} x)}$, | b) $5^{xy} - x^3 + y^2 = 0$. |
| 1.27. a) $y = 3^{\ln^3 6x}$, | b) $y \cos x + \sin(x - y) = \cos y$. |
| 1.28. a) $y = e^{\operatorname{tg}^2 5x}$, | b) $x \sin y - y \cos x = 0$. |

Задача 2. Вычислить пределы функций используя правило Лопиталья (0,5 б)

2.1 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x},$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{2}{x}\right).$

2.2 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$

2.3 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right).$

2.4 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(10x)}{e^x - 1},$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right).$

2.5 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(e^x + x \right)^{\frac{1}{x}}.$

2.6 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$

2.7 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1+2x)},$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}.$

2.8 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x},$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x^2}.$

2.9 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}.$

2.10 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{(e^{3x} - 1)^2},$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$

2.11 a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x.$

2.12 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right).$

2.13 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x},$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right).$

2.14 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3},$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2x - \pi) \ln(\operatorname{tg} x).$

- 2.15 a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} (tg x) \ln \frac{1}{x}.$
- 2.16 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos 3x - e^x},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x} \ln x.$
- 2.17 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg x - \sin x}{x - \sin x},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$
- 2.18 a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x},$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{2}{x}} - e^{\frac{1}{x}} \right).$
- 2.19 a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2 + \cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2},$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(tg \frac{\pi x}{2x + 1} \right)^{\frac{1}{x}}.$
- 2.20 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sqrt{\cos x})}{1 - \cos \sqrt{x}},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$
- 2.21 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^3 x},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}.$
- 2.22 a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - 2x)}{\sqrt{10 - 3x} - 2},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$
- 2.23 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x + x^2} - 1}{x},$ b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x - a}, (a > 0).$
- 2.24 a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x},$ b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}.$
- 2.25 a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctg(x^2 - 2x)}{\sin(3\pi x)},$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right).$
- 2.26 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2)}{\cos 2x - e^x},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}.$
- 2.27 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 - 2x)}{4 \arctg 3x},$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{tg x}.$
- 2.28 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)},$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{2}{x}} - e^{\frac{1}{x}} \right).$

Задача 3. (0,5 б.)

А) Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра $t = t_0$;

Б) Вычислить $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ в точке, соответствующей значению параметра $t = t_0$

$$3.1. \begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} x = \frac{2t + t^2}{1 + t^3}, \\ y = \frac{2t - t^2}{1 + t^3}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} x = a \sin^3 t, \\ y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} x = \sqrt{3} \cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^2}, \\ y = \frac{3at^2}{1+t^2}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t), \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t), \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} x = 2 \ln(\operatorname{ctg} t) + \operatorname{ctg} t, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4, \\ y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3, \quad t_0 = 0. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} x = at \cos t, \\ y = at \sin t, \end{cases} \quad t_0 = \pi/2.$$

$$3.12. \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t, \end{cases} \quad t_0 = \pi/6.$$

$$3.13. \begin{cases} x = \frac{1 + \ln t}{t^2}, \\ y = \frac{3 + 2 \ln t}{t}, \end{cases} \quad t_0 = 1.$$

$$3.14. \begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \end{cases} \quad t_0 = 1.$$

$$3.15. \begin{cases} x = \frac{1+t}{t^2}, \\ y = \frac{3}{2t^2} + \frac{2}{t}, \end{cases} \quad t_0 = 2.$$

$$3.16. \begin{cases} x = a \sin^3 t, \\ y = a \cos^3 t, \end{cases} \quad t_0 = \pi/6.$$

$$3.17. \begin{cases} x = a(t \sin t + \cos t), \\ y = a(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad t_0 = \pi/4.$$

$$3.18. \begin{cases} x = \frac{t+1}{t}, \\ y = \frac{t-1}{t}, \end{cases} \quad t_0 = -1.$$

$$3.19. \begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3, \end{cases} \quad t_0 = 2.$$

$$3.20. \begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t, \end{cases} \quad t_0 = 1.$$

$$3.21. \begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t \cos t, \end{cases} \quad t_0 = 0.$$

$$3.22. \begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \frac{t}{t^2-1}, \end{cases} \quad t_0 = 2.$$

$$3.23. \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \end{cases} \quad t_0 = \pi/4.$$

$$3.24. \begin{cases} x = t - t^4, \\ y = t^2 - t^3, \end{cases} \quad t_0 = 1.$$

$$3.25. \begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2 + t + 1, \end{cases} \quad t_0 = 1.$$

$$3.26. \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = \sin t, \end{cases} \quad t_0 = -\pi/3.$$

$$3.27. \begin{cases} x = 2 \operatorname{tg} t, \\ y = 2 \sin^2 t + \sin 2t, \end{cases} \quad t_0 = \pi/4.$$

$$3.28. \begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2, \end{cases} \quad t_0 = -2.$$

Задача 4. Составить уравнения касательной (0,5 б.)

4.1. Написать уравнение касательной к кривой $y = 2 - 4x^2 - 3x$, параллельной прямой $5x - y + 3 = 0$.

4.2. Написать уравнение касательной к кривой $y = 2x^2 + 7x - 1$, перпендикулярной прямой $x - 5y - 1 = 0$.

4.3. Выяснить, в каких точках кривой $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.4. Написать уравнение касательной к кривой $y = 9 - 5x^2 + 4x$, параллельной прямой $6x - y + 15 = 0$.

4.5. Написать уравнение касательной к кривой $y = -3x^2 - 4x - 7$, перпендикулярной прямой $x - 20y + 5 = 0$.

4.6. Выяснить, в каких точках кривой $y = 3x^3 + 5$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.7. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4x^2 - 9x$, параллельной прямой $7x - y + 3 = 0$.

4.8. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - 4x^2 - 3x$, перпендикулярной прямой $x + 7y - 2 = 0$.

4.9. Выяснить, в каких точках кривой $y = x^3 / 3 - x^2 / 2 - 5x + 2$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.10. Написать уравнение касательной к кривой $y = 2 - 3x^2$, параллельной прямой $12x - y - 4 = 0$.

4.11. Написать уравнение касательной к кривой $y = 5x^2 - 4x + 1$, перпендикулярной прямой $x + 6y + 15 = 0$.

4.12. Выяснить, в каких точках кривой $y = x^3 - 2x - 3$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.13. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - 3x - x^2$, параллельной прямой $3x - y - 1 = 0$.

4.14. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^2 + 7x$, перпендикулярной прямой $x + y + 5 = 0$.

4.15. Выяснить, в каких точках кривой $y = x^3 - 4x^2 + 6x - 4$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.16. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^2 + 3x - 7$, параллельной прямой $x - y - 9 = 0$.

4.17. Написать уравнение касательной к кривой $y = 6 - 3x^2 + 5x$, перпендикулярной прямой $x - 7y + 4 = 0$.

4.18. Выяснить, в каких точках кривой $y = 2x^3 - 5x^2 + 5x - 4$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.19. Написать уравнение касательной к кривой $y = 6x^2 + 7x - 1$, параллельной прямой $19x - y - 7 = 0$.

4.20. Написать уравнение касательной к кривой $y = 2x^2 - 7x$, перпендикулярной прямой $5x + y - 1 = 0$.

4.21. Выяснить, в каких точках кривой $y = x^3 - 9x^2 + 16x - 4$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.22. Написать уравнение касательной к кривой $y = 5x^2 + 9x - 1$, параллельной прямой $2x + 2y - 9 = 0$.

4.23. Написать уравнение касательной к кривой $y = 7x - 3x^2 - 8$, перпендикулярной прямой $x + 25y + 4 = 0$.

4.24. Выяснить, в каких точках кривой $y = x^3 - x^2 / 2 - 9x + 8$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.25. Написать уравнение касательной к кривой $y = 7x^2 - 2x + 8$, параллельной прямой $12x + y - 5 = 0$.

4.26. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4 - 3x^2$, перпендикулярной прямой $x + 6y - 2 = 0$.

4.27. Выяснить, в каких точках кривой $y = x^3 / 3 - 2x^2 + 4x - 7$ касательная составляет с осью OX угол $\pi/4$ и написать уравнения этих касательных.

4.28. Написать уравнение касательной к кривой $y = 3x^2 - 4x - 11$, параллельной прямой $8x - y + 4 = 0$.

Задача 5. Вычислить пределы используя формулу Тейлора (0,5 б.)

$$5.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{x^2} - x - x^3}{6 \arcsin x - 6x - x^3};$$

$$5.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - 1 - x + x^2}{x \ln(1+x) - e^{x^2} + 1};$$

$$5.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{arctg} x - \sin x^3}{x \sqrt[3]{1+x^2} - x - x^3 / 3};$$

$$5.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x^2 + 2x \cos 2x - \sqrt{1+4x}}{\ln(1+2x) - 2 \sin x + 2x^2};$$

$$5.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2) - x - x^2 / 2}{e^x - 1 - x - x^2 / 2};$$

$$5.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8\sqrt{1+x+x^2} - 8 - 4x}{\cos x - 1 - x^2};$$

$$5.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sh} x + 2 \cos x - 2}{x^2 \operatorname{ch} x - \ln(1+x^2)};$$

$$5.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \cos x - \sqrt{1+2x} - x^2 / 2}{2 \ln(1+x) - 2x + \sin x^2};$$

$$5.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{1+x^2}}{x \sin x - \ln(1+x^2)};$$

$$5.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x^2} - 2 - x^2 / 2}{\cos 2x - 1 + 2x^2};$$

$$5.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2 - x^2}{\cos 2x - \sqrt{1-4x^2}};$$

$$5.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{x^2} - x - x^3}{6 \sin x - 6x + x^3};$$

$$5.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \sin x}{2 \ln(1+x) - 2x + x^2};$$

$$5.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} \cos x - \sqrt{1+x^2}}{x(\operatorname{sh} x - \sin x)};$$

$$5.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} x - x \sqrt[6]{1+x^2}}{x - \sin x - x^3 / 6};$$

$$5.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x) - \operatorname{arctg} x^2}{\sqrt[3]{1+3x} - 1 - x + x^2};$$

$$5.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + x^3 / 2}{6 \ln(1+x+x^2) - 6x - 3x^2};$$

$$5.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x - x^2}{\operatorname{arctg} x - x};$$

$$5.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} 2x + \cos 2x - 2}{x(x - \sin x)};$$

$$5.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x^2) - e^{x^3} + 1}{3 \arcsin x - 3x \cos x - 2x^3};$$

$$5.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x) - \operatorname{arctg} x^2}{\sqrt[3]{1+3x} - 1 - x + x^2};$$

$$5.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{\ln(1+x)^4 - 4x + 2x^2};$$

$$5.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - \ln(1+x^2)}{2e^{x^2} - 2 \cos x - 3x^2};$$

$$5.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - x \ln(1+x) - 1}{\sqrt[3]{1+3x} - 1 - x + x^2};$$

$$5.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1 + 2x^2}{2e^{x^2} - 2 \cos x - 3x^2};$$

$$5.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ch} x - \ln(1+x^2)}{x \operatorname{sh} x + 2 \cos x - 2};$$

$$5.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{4x - \arcsin 4x};$$

$$5.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \operatorname{tg} x}{8\sqrt[4]{1+2x} - 8 - 4x + 3x^2};$$

Задание 6. Методами дифференциального исчисления исследовать заданные функции и построить их графики (1,5 балла):

$$6.1. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(2+x)(x^2+4x+1)}, \quad \text{b) } y = \frac{x^2-x+1}{x-1}.$$

$$6.2. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-2)^2 x^2}, \quad \text{b) } y = \frac{2}{x^2+2x}.$$

$$6.3. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}, \quad \text{b) } y = \frac{4x^2}{x^2+3}.$$

$$6.4. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-1)(x^2-2x-2)}, \quad \text{b) } y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$6.5. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}, \quad \text{b) } y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}.$$

$$6.6. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-3)^2 x}, \quad \text{b) } y = \frac{4-x^3}{x^2}.$$

$$6.7. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x^2+4x+3)^2}, \quad \text{b) } y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

$$6.8. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-6)^2 x}, \quad \text{b) } y = \frac{12-3x^2}{x^2+12}.$$

$$6.9. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(2+x)(x-4)^2}, \quad \text{b) } y = \frac{12x}{x^2+9}.$$

$$6.10. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-3)(x^2-6x+6)}, \quad \text{b) } y = \frac{x^2-4x+1}{(x-4)}.$$

$$6.11. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x+1)(x^2+2x-2)}, \quad \text{b) } y = \frac{2x^3+1}{x^2}.$$

$$6.12. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x+3)(x^2+6x+6)}, \quad \text{b) } y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

$$6.13. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{x^2(x+2)^2}, \quad \text{b) } y = \frac{9+6x-3x^2}{x^2-2x+13}$$

$$6.14. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}, \quad \text{b) } y = \frac{-8x}{x^2+4}.$$

$$6.15. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{x^2(x+4)^2}, \quad \text{b) } y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}.$$

$$6.16. \quad \text{a) } y = \sqrt[3]{(x-4)^2 x^2}, \quad \text{b) } y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$$

6.17. a) $y = \sqrt[3]{(x+3)x^2}$,	b) $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$.
6.18. a) $y = \sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}$,	b) $y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$.
6.19. a) $y = \sqrt[3]{(6+x)x^2}$,	b) $y = \frac{(1-2x^3)}{x^2}$.
6.20. a) $y = \sqrt[3]{(x+2)^2(x-4)}$,	b) $y = \frac{4}{(x^2+2x-3)}$
6.21. a) $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$,	b) $y = \frac{1}{3+2x-x^2}$.
6.22. a) $y = \sqrt[3]{(x+1)(x-2)^2}$,	b) $y = \frac{x^2+2x-7}{x^2+2x-3}$.
6.23. a) $y = \sqrt[3]{x^2(x-3)}$,	b) $y = \frac{1}{x^4-1}$.
6.24. a) $y = \sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$,	b) $y = \frac{x^2-32}{x^2}$
6.25. a) $y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$,	b) $y = \frac{x^3+4}{x^2}$.
6.26. a) $y = \sqrt[3]{(2+x)(x^2+4x+1)}$,	b) $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$.
6.27. a) $y = \sqrt[3]{(x-1)(x^2-2x-2)}$,	b) $y = \frac{2}{x^2+2x}$.
6.28. a) $y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$,	b) $y = \frac{x^3+4}{x^2}$.