

ИДЗ-2 Часть I

ВАРИАНТ 1

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Электрички маршрута Н. Тагил – Екатеринбург идут строго по расписанию, интервал движения составляет 2 часа. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к станции, будет ожидать поезд: а) менее 0,5 часа; б) более 1 часа; в) среднее время ожидания поезда.

12.2. Длительность времени безошибочной работы сотрудника банка в течение рабочего дня имеет показательное распределение с $\lambda = 0,2$. Найти вероятность того, что за время рабочего дня ($t = 8$ часов): а) сотрудник ошибется; б) сотрудник не ошибется.

12.3. Полагая, что возраст населения страны подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $(20;5)$, найти долю мужчин в возрасте от 25 до 35 лет. При расчете учитывать, что на 10 женщин приходится 9 мужчин.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Вероятность появления события A в одном опыте равна 0,6. Можно ли с вероятностью, большей 0,97 утверждать, что число появлений события A в 1000 независимых испытаниях будет в пределах от 500 до 700 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 60 % от числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью 0,99 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Среднее изменение курса акций компании в течение одних биржевых торгов составит 1 %, а среднее квадратическое отклонение оценивается как 0,5 %. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится не более чем на 2 %. Задачу решить: а) с помощью теоремы Чебышева; б) с помощью неравенства Чебышева.

ВАРИАНТ 2

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-1,5; 4,5]$. Найти $M(X)$ и $D(X)$. Что вероятнее: в результате испытания X окажется в интервале $[0; 2]$ или вне этого интервала?

12.2. Среднее время безотказной работы мобильного телефона, произведенного компанией Samsung, 30 тыс. часов. Найти вероятность того, что телефон, купленный в магазине «Евросеть», проработает не менее 27 тыс. часов.

12.5. Производится взвешивание вещества. Случайная ошибка взвешивания подчинена нормальному закону с параметрами $(0; 20)$. Определить вероятность того, что при трех независимых взвешиваниях только в одном ошибка по абсолютной величине не превосходит 10 г.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 60 % из числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью не меньше 0,99 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. Театр, вмещающий 1000 человек, имеет два разных входа. Около каждого входа имеется свой гардероб. Сколько мест должно быть в гардеробе у второго входа, чтобы в среднем в 95 случаях из 100 все зрители могли в нем раздеться? Предполагается, что зрители приходят парами и каждая пара независимо от других выбирает первый вход с вероятностью 0,7? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Какое минимальное число опытов следует провести, чтобы с вероятностью 0,95 можно было бы утверждать, что частота появления события будет отличаться по абсолютной величине от его вероятности, равной 0,6, не более чем на 0,02? Ответ дать с помощью неравенства Чебышева и следствия из интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

ВАРИАНТ 3

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Величина годовой прибыли некоторого предприятия распределена равномерно на отрезке $[5; 15]$ млн у. е. Каковы математическое ожидание и дисперсия годовой прибыли этого предприятия?

12.2. Среднее время задержки дыхания у здорового человека 50 секунд. Найти вероятность того, что человек задержит дыхание: а) от 38 до 46 секунд; б) в течение 80 секунд.

12.4. Авиакомпания знает, что в среднем 5 % людей, делающих предварительный заказ на определенный рейс, не будет его использовать. Если авиакомпания продала 160 билетов на самолет, в котором лишь 155 мест, чему равна вероятность того, что место будет доступно для любого пассажира, имеющего заказ и планирующего улететь?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Вероятность изготовления детали с дефектами равна 0,1. Почему нельзя применить неравенство Чебышева для оценки вероятности того, что число нестандартных деталей среди 10 тыс. изготовленных будет заключено в границах от 959 до 1030 включительно? Какой должна быть левая граница, чтобы применение неравенства Чебышева стало возможным? Решить задачу при соответствующем изменении левой границы.

13.2. Вероятность производства стандартной детали равна 0,95. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что число бракованных среди 2000 деталей находится в границах от 75 до 125.

13.3. Страховой случай приходится примерно на каждый восьмой договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые нужно заключить, чтобы с вероятностью не меньше 0,8 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от вероятности 0,125 не более чем на 0,01 (по абсолютной величине). Уточнить результат с помощью следствия из интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

ВАРИАНТ 4

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-1;3]$. Найти ее дисперсию и вероятность попадания X в интервал $[-1/2;1/2]$.

12.2. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 1/3$. Что вероятнее: в результате испытания X окажется меньше 2 или больше 2?

12.4. Вес тропического грейпфрута, выращенного в Краснодарском крае, – нормально распределенная случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и дисперсией, равной 0,04. Агрономы знают, что 65 % фруктов весят меньше, чем 0,5 кг. Найдите ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Вероятность производства стандартной детали равна 0,95. Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число бракованных среди 2 тыс. деталей находится в границах от 75 до 125.

13.2. Имеется 1000 квадратов, сторона которых может принимать значения 0,5 или 1 с вероятностями 0,3 и 0,7 соответственно. С какой вероятностью суммарная площадь всех квадратов будет в пределах от 750 до 805? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. По данным статистической службы, в области 5,5 % трудоспособного населения – безработные. Оценить вероятность того, что в наудачу отобранной группе в 1000 человек из состава трудоспособного населения доля безработных будет заключена в границах от 4,5 до 6,5 %. Решить задачу с помощью неравенства Чебышева и следствия из интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

ВАРИАНТ 5

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Толщина конспекта по математике студента распределена равномерно от 10 до 50 листов. Какова вероятность обнаружить конспект по математике толщиной от 40 до 45 листов?

12.2. Время ожидания у бензоколонки автозаправочной станции является случайной величиной X , распределенной по показательному закону со средним временем ожидания, равным 2 минутам. Найти вероятность того, что ждать придется не более 1 минуты.

12.3. Рост подростков подчиняется нормальному закону распределения с параметрами (145; 15). Найти вероятность того, что из трех наугад выбранных подростков два имеют рост от 150 до 160 см.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Имеется 1000 квадратов, сторона которых может принимать значения 0,5 или 1 с вероятностями 0,3 и 0,7 соответственно. С какой вероятностью суммарная площадь всех квадратов будет в пределах от 750 до 800 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. В среднем каждый 30-й диск, записываемый на студии, оказывается бракованной. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что из 900 дисков, записанных на студии, число бракованных окажется в пределах от 25 до 35.

13.3. Адресная реклама приводит к заявке в одном случае из двадцати. Компания разослала 1000 рекламных проспектов. Почему нельзя с помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что число заявок окажется в пределах от 30 до 60? Изменить правую границу так, чтобы применение неравенства Чебышева стало возможным, и оценить соответствующую вероятность. Уточнить полученный результат с помощью следствия из интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

ВАРИАНТ 6

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Минутная стрелка электрических часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найти вероятность того, что в данное мгновение часы покажут время, которое отличается от истинного не более чем на 20 секунд.

12.2. Вероятность того, что оперативное запоминающее устройство (ОЗУ), купленное в магазине DNS, проработает без поломки от 1 до 1,5 года, равна 0,8. Найти вероятность того, что это ОЗУ проработает без поломки от 2 до 3 лет.

12.4. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 48 у. е., и стандартным отклонением, равным 6. Определите вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена за акцию была: а) более 60 у. е.; б) ниже 60 за акцию; в) выше 40 за акцию; г) между 40 и 50 у. е. за акцию.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. На склад магазина поступают изделия, 80 % которых первого сорта. Сколько изделий надо взять, чтобы с вероятностью 0,997 можно было бы утверждать, что частота изделий первого сорта будет в пределах от 0,75 и до 0,85 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. Всхожесть семян некоторой культуры равна 0,85. Оцените при помощи ЦПТ вероятность того, что из 400 посеянных семян число взошедших будет заключено в пределах от 300 до 380.

13.3. На основании биржевой статистики составлена следующая таблица возможных значений изменения курса валюты:

Возможность					
изменения курса, %	-1	-0,5	0	0,5	1
Вероятность изменения	0,1	0,3	0,5	0,05	0,05

Найти вероятность того, что произойдет падение курса валюты, причем не более чем на 0,44 %.

ВАРИАНТ 7

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-4; 4]$. Записать ее функцию распределения, найти вероятность попадания случайной величины в интервал $[-5; 2]$.

12.2. Случайная непрерывная величина X распределена по показательному закону $\lambda = 0,2$. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение больше 4.

12.4. Для поступления в некоторый университет необходимо успешно сдать вступительные экзамены. В среднем их выдерживают лишь 25 % абитуриентов. Предположим, что в приемную комиссию поступило 1 889 заявлений. Чему равна вероятность того, что хотя бы 500 поступающих сдадут все экзамены (наберут проходной балл)?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. В среднем каждый 30-й диск, записываемый на студии, оказывается бракованной. Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что из 900 дисков, записанных на студии, число бракованных окажется в пределах от 25 до 35.

13.2. В поселке 2500 жителей. Каждый из них примерно 6 раз в месяц ездит в город на поезде, который ходит раз в сутки. Какой наименьшей вместимостью должен обладать поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще, чем 1 раз в 100 дней?

13.4. В страховой компании 10000 клиентов. Взнос каждого из них составляет 250 р. Вероятность наступления страхового случая равна (по оценкам экспертов компании) 0,005, а страховая выплата при наступлении страхового случая составляет 25 000 р. Определить, на какую прибыль может рассчитывать страховая компания с вероятностью 0,99. Определить минимальный размер страховой премии, при котором страховая компания получит прибыль, не меньшую 250 000 р., с вероятностью 0,999.

ВАРИАНТ 8

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Самолеты из Москвы во Владивосток летают строго по расписанию через каждые 10 часов. Найти вероятность того, что пассажир, приехав в аэропорт, будет ждать менее 1 часа.

12.2. Гарантия на купленные в магазине часы 1 год. Среднее время работы без поломок этих часов – 2 года. Найти вероятность того, что часы не придется возвращать в магазин по гарантии.

12.4. Средний срок службы коробки передач до капитального ремонта у автомобиля определенной марки составляет 56 мес. со стандартным отклонением $\sigma = 16$ мес. Привлекая покупателей, производитель хочет дать гарантию на этот узел, обещая сделать бесплатно любое число ремонтов коробки передач нового автомобиля в случае ее поломки до определенного срока. Пусть срок службы коробки передач подчиняется нормальному закону. На сколько месяцев в таком случае производитель должен дать гарантию для этой детали, чтобы число бесплатных ремонтов не превышало 2,275 % проданных автомобилей?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Всхожесть семян некоторой культуры равна 0,85. Оцените при помощи неравенства Чебышева вероятность того, что из 400 посеянных семян число взошедших будет заключено в пределах от 300 до 380.

13.2. Найдите с помощью ЦПТ вероятность того, что среди 800 новорожденных детей будет от 370 до 430 мальчиков. Считать вероятность рождения мальчика 0,5.

13.4. Во время каникул Петя работал в предвыборном штабе кандидата в депутаты, который проводил выборочный опрос избирателей. Примерное распределение голосов было известно: по 40 % избирателей «за» и «против» кандидата, остальные воздержались. Сколько нужно опросить людей, чтобы с вероятностью не меньше 0,9, гарантировать отклонение процента голосов, отданных за кандидата при выборочном опросе, от истинного мнения избирателей не более чем на 2 % от всего электората?

ВАРИАНТ 9

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-1; 4]$. Записать ее функцию распределения, найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0; 2)$.

12.2. Время безотказной работы дискеты 30 дней. Случайная величина X – время работы дискеты. Найти вероятность того, что дискета проработает в течение 33 дней.

12.3. Производится расчет себестоимости некоторого сложного изделия без систематических ошибок. Случайные ошибки расчета подчинены нормальному закону распределению со средним квадратическим отклонением $\sigma = 15$ у. е. Найти вероятность того, что расчет себестоимости будет произведен с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 10 у. е.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. В среднем 10 % работоспособного населения некоторого региона — безработные. Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10 тыс. работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11 %.

13.2. Найдите такое число k , что с вероятностью приближенно равной 0,9 можно было бы утверждать, что число мальчиков среди 900 новорожденных больше k . Решить задачу, используя ЦПТ.

13.4. В дачном поселке 2500 жителей, каждый из которых примерно шесть раз в месяц ездит на поезде в город, выбирая дни поездок случайным образом и независимо от других жителей. Какой наименьшей вместимостью должен обладать поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще одного раза в 100 дней (поезд ходит раз в сутки).

ВАРИАНТ 10

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Патрульная машина ДПС проезжает около одного и того же магазина через каждые 2 часа. Найти вероятность того, что патрульная машина проедет около данного магазина не менее чем через 10 минут после совершения ограбления.

12.2. Непрерывная случайная непрерывная величина X распределена по показательному закону с $\lambda = 2$. Найти вероятность попадания X в интервал $(0; 3)$.

12.5. Случайная ошибка измерения подчинена нормальному закону с параметрами $(0; 20)$. Найти вероятность того, что при двух независимых измерениях ошибка хотя бы одного не превзойдет по абсолютной величине 4 мм.

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70 % числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью 0,95 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Продолжительность горения лампочки является случайной величиной, дисперсия которой не превышает 10 000. Пользуясь теоремой Чебышева, оценить наибольшее отклонение средней арифметической продолжительности горения 5 000 лампочек от средней арифметической их математических ожиданий, если результат необходимо гарантировать с вероятностью не меньше 0,9.

13.4. Радиотелеграфная станция передает цифровой текст. В силу наличия помех каждая цифра независимо от других может быть неправильно принята с вероятностью 0,01. Найти вероятности событий: в принятом тексте из 1100 цифр будет меньше 20 ошибок; будет ровно 7 ошибок.

ВАРИАНТ 11

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. На бурение одной нефтяной скважины уходит 5 часов работы. Найти вероятность того, что инженер, приехавший к месту бурения, будет ждать конца работы менее 1 часа, среднее и среднеквадратическое времени ожидания.

12.2. Время безотказной работы станка в среднем 200 часов. Найти вероятность того, что станок: а) проработает от 100 до 150 часов; б) не выйдет из строя в течение 70 часов.

12.5 Деталь считается высшего сорта, если отклонение ее длины от нормы не превосходит по абсолютной величине 0,45 мм. Случайное отклонение от нормы подчинено нормальному закону с параметрами (0,3). Определить среднее число деталей высшего сорта, если изготовлено 2 детали. Измерения длин деталей независимы.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Оцените с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 800 новорожденных детей будет от 370 до 430 мальчиков. Считать вероятность рождения мальчика 0,5.

13.2. Игральная кость подбрасывается 500 раз. Оцените, используя ЦПТ, вероятность того, что частота выпадения шестерки окажется в интервале $(1/6 - 0,05; 1/6 + 0,05)$.

13.3. Средняя температура воздуха в июле в данной местности 20 градусов. Оценить вероятность того, что в июле следующего года средняя температура воздуха будет: а) не более 15 градусов; б) более 20 градусов.

ВАРИАНТ 12

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Ребро куба X измерено приближенно, причем $a \leq X \leq b$. Рассматривая ребро куба как случайную величину X , распределенную равномерно в интервале $(a; b)$, найти математическое ожидание и дисперсию объема куба.

12.2. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 1/5$. Что вероятнее: в результате испытания X окажется меньше 5 или больше 5? Записать функцию распределения случайной величины X .

12.4. Почтовое отделение быстро оценивает объем переводов в рублях, взвешивая почту, полученную утром каждого текущего рабочего дня. Установлено, что если вес почтовых отправлений составляет N кг, то объем переводов в рублях есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением $160N$ и стандартным отклонением $20N$ кг. Найдите вероятность того, что в день, когда вес почтовых отправлений составит 150 кг, объем переводов в рублях будет находиться в пределах: а) от 21 до 27 тыс. руб.; б) более 28 500 руб.; в) менее 22 тыс. руб.

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. В среднем 10 % работоспособного населения некоторого региона – безработные. Найдите с помощью ЦПТ вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11 %.

13.3. Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что из 600 проданных телевизоров доля таких, которые не потребуют гарантийного ремонта, будет от 0,78 до 0,82. Решить задачу, используя следствие из интегральной теоремы Муавра – Лапласа, и объяснить различие в полученных результатах.

13.4. Отдел технического контроля проверяет наудачу качество отобранных 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. Найти наименьший интервал, симметричный относительно 810 деталей, в котором с вероятностью не меньше 0,9544, будет заключено число стандартных деталей.

ВАРИАНТ 13

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Посетителя ресторана может обслужить официант, который принимает заказы с интервалом в 15 минут. Найти вероятность того, что вновь подошедшего посетителя обслужат менее чем за 5 минут.

12.2. Время безотказной работы электродвигателя распределено по показательному закону $f(t) = 0,023e^{-0,023t}$, где t – время, ч. Найти вероятность того, что элемент проработает безотказно 75 часов. Найти моду и медиану для времени безотказной работы.

12.4. Менеджер ресторана по опыту знает, что 70 % людей, сделавших заказ на вечер, придут в ресторан поужинать. В один из вечеров менеджер решил принять 20 заказов, хотя в ресторане было лишь 15 свободных столиков. Чему равна вероятность того, что более 15 посетителей придут на заказанные места?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Игральная кость подбрасывается 500 раз. Оцените вероятность того, что частота выпадения шестерки окажется в интервале $(1/6 - 0,05; 1/6 + 0,05)$ (использовать неравенство Чебышева).

13.3. Ежедневный расход цемента на стройке – случайная величина, математическое ожидание которой равно 10 т, а среднее квадратическое отклонение – 2 т. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что в ближайший день расход цемента на стройке отклонится от математического ожидания не более чем на 3 т (по абсолютной величине).

13.4. В страховой компании застраховано 5000 автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля в результате аварии равна 0,009. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 30\$ страховых, и в случае поломки автомобиля в результате аварии получает от компании 500\$. Найти вероятность того, что по истечении года компания потерпит убыток.

ВАРИАНТ 14

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-0,1; 5,3]$. Найти вероятность попадания случайной величины X в интервал $[3; 4]$.

12.2. Среднее время, в течение которого аккумулятор сотового телефона находится в заряженном состоянии, 32 часа. Найти вероятность того, что энергии, запасенной в элементе, хватит на двое суток.

12.3. Детали изготавливаются автоматически. Их средняя масса 1,06 кг. Известно, что 5 % деталей имеют массу меньше 1 кг. Каков процент деталей, масса которых превышает 940 г?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый пятый договор. Оцените с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью не менее 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 по абсолютной величине не более чем на 0,01.

13.3. Количество воды, используемое предприятием в течение суток, в среднем равно 200 м³. Оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход воды на этом предприятии: а) не превысит 350 м³; б) превысит 300 м³.

13.4. В страховой компании застраховано 5 тыс. автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля в результате аварии равна 0,009. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 30 р. страховых, и в случае поломки автомобиля в результате аварии получает от компании 500 р. Найти вероятность того, что по истечении года компания получит прибыль не менее 20 000 р.

ВАРИАНТ 15

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Среднее время решения контрольной работы по теории вероятностей для студента с хорошей успеваемостью равно 80 минутам. Найти вероятность того, что студент будет решать контрольную работу от 65 до 75 минут.

12.2. Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью $\lambda = 0,5$. Какова вероятность, что в результате испытания X примет значение больше 1?

12.5. Средняя длина морского угря, отлавливаемого в районах Средней Северной Атлантики, равна 120 см со средним квадратическим отклонением 5 см. Определить: а) процент отлавливаемой рыбы длиной от 90 до 110 см; б) процент отлавливаемой рыбы, длина которой более 130 см.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Студент получает на экзамене оценку «отлично» с вероятностью 0,2; «хорошо» – с вероятностью 0,4; «удовлетворительно» – с вероятностью 0,3 и «неудовлетворительно» – с вероятностью 0,1. За время обучения студент сдает 40 экзаменов. Найдите вероятность того, что его суммарный балл будет лежать в пределах от 140 до 156 (использовать неравенство Чебышева).

13.2. Урожайность куста картофеля составляет 0 кг с вероятностью 0,1; 1 кг – с вероятностью 0,2; 1,5 кг – с вероятностью 0,2; 2 кг – с вероятностью 0,3 и 2,5 кг – с вероятностью 0,2. Какое наименьшее число клубней надо посадить, чтобы с вероятностью не менее 0,975 урожай был не менее 1 тонны? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.4. Сколько раз нужно подбросить монету N , чтобы с вероятностью не меньше 0,975 утверждать, что число выпадения герба попадет в интервал $(0,4N; 0,6N)$?

ВАРИАНТ 16

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. На Северный поселок маршрутное такси отправляется с интервалом в 40 минут. Найти вероятность того, что человек сядет в маршрутное такси менее чем за 25 минут.

12.2. Время ожидания у бензоколонки АЗС является случайной величиной X , распределенной по показательному закону со средним временем ожидания $M(X) = 6$ минут. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(3; 9)$.

12.4. Отклонение стрелки компаса из-за влияния магнитного поля в определенной области Заполярья есть случайная величина, подчиненная нормальному закону с параметрами $(0, 1)$. Чему равна вероятность того, что абсолютная величина отклонения в определенный момент времени будет больше чем 2,4?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия 0,1. Сколько надо взять деталей, чтобы среднее арифметическое их длин составило не менее 49,5 и не более 50,5 см с вероятностью больше 0,95 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый пятый договор. Оцените с помощью ЦПТ необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 по абсолютной величине не более чем на 0,01.

13.4. Вероятность того, что интересующая селекционеров ценная культура не прорастает в данных условиях, равна 0,2. Какое количество семян этой культуры (N) следует посадить, чтобы с вероятностью 0,8664 ожидать, что отклонение числа не проросших культур от $0,2N$ по абсолютной величине не превышало $0,05N$.

ВАРИАНТ 17

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.2. Среднее время безотказной работы двигателя стиральной машины равно 100 часам. Найти вероятность того, что двигатель безотказно проработает: а) 60–80 часов; б) 150 часов.

12.3. Стоимость турпутевки на рынке подчиняется нормальному распределению. Средняя стоимость ее равна 500 у. е., среднеквадратическое отклонение равно 10 у. е. Найти вероятность того, что удастся приобрести турпутевку по цене не меньше 400 у. е. и не больше 500 у. е.

12.4. Компания A покупает у компании B детали к контрольным приборам. Каждая деталь имеет точно установленное значение размера. Деталь, размер которой отличается от установленного размера более чем на $\pm 0,25$ мм, считается дефектной. Компания A требует от компании B , чтобы доля брака не превышала 1 % деталей. Если компания B выполняет требование компании A , то каким должно быть допустимое максимальное стандартное отклонение размеров деталей? Учесть, что размер деталей есть случайная величина, распределенная по нормальному закону.

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. Студент получает на экзамене отлично с вероятностью 0,2; хорошо – с вероятностью 0,4; удовлетворительно – с вероятностью 0,3 и неуд – с вероятностью 0,1. За время обучения студент сдает 40 экзаменов. Найдите вероятность того, что его суммарный балл будет больше 160. Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Вероятность того, что в библиотеке имеется необходимая читателю книга, равна 0,7. Почему нельзя применить неравенство Чебышева для оценки вероятности того, что из 500 читателей число нашедших нужную книгу в библиотеке окажется от 330 до 375? Как следует изменить левую границу, чтобы применение неравенства Чебышева стало возможным? Решить задачу при соответствующем изменении левой границы.

13.4. Сколько раз (N) нужно подбросить монету, чтобы с вероятностью 0,6 ожидать, что отклонение числа выпадения герба от $0,5N$ оказалось по абсолютной величине менее $0,01N$.

ВАРИАНТ 18

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Студент с помощью транспортира, цена деления которого один градус, измеряет угол треугольника. Какова вероятность при считывании угла сделать ошибку в пределах ± 20 минут, если отсчет округляется до ближайшего целого деления?

12.4. Дневная добыча угля в некоторой шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 785 т и стандартным отклонением 60 т. Найдите вероятность того, что в определенный день будут добыты, по крайней мере, 800 т угля. Определите долю рабочих дней, в которые будет добыто от 750 до 850 т угля. Найдите вероятность того, что в данный день добыча угля окажется ниже 665 т.

12.5. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины – количество сыра, используемого для изготовления 100 бутербродов, – равно 1 кг. Известно, что с вероятностью 0,96 расход сыра на изготовление 100 бутербродов составляет от 900 г до 1100 г. Определить среднее квадратичное отклонение расхода сыра на 100 бутербродов.

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия 0,1. Сколько надо взять деталей, чтобы среднее арифметическое их длин стало не менее 49,5 и не более 50,5 см с вероятностью, равной 0,95? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Было посажено 500 кустарников, вероятность прижиться каждому из них равна 0,8. Оценить вероятность того, что приживутся от 340 до 460 кустарников (включительно). Вычислить вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра – Лапласа. Пояснить различие результатов.

13.4. Вероятность глагола в тексте 0,09. С вероятностью 0,91 оценить интервал, симметричный относительно наиболее вероятного значения, в котором находится количество появления глаголов в тексте из 900 слов.

ВАРИАНТ 19

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.2. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с $\lambda = 0,5$. Найти вероятность того, что в результате испытания X попадает в интервал $(1; 2)$.

12.4. Технический отдел компании, производящей автопокрышки, планирует выпустить несколько экспериментальных партий покрышек и проверить степень их износа на тестирующем оборудовании. С этой целью предполагается увеличивать количество каучука в покрышках каждой последующей партии до тех пор, пока срок службы покрышек не окажется приемлемым. Эксперимент показал, что стандартное отклонение срока службы покрышек фактически остается постоянным от партии к партии и составляет 2 500 миль ($\sigma = 2\,500$). Если компания хочет, чтобы 80 % выпускаемых автопокрышек имели срок службы не менее 25 тыс. миль, то какой наименьший средний срок службы автопокрышек должен быть заложен в расчетах технического отдела? Считать срок службы автопокрышек нормально распределенным.

12.5. В нормально распределенной совокупности 10 % значений случайной величины X меньше 15, а 30 % ее значений больше 18. Найти среднее значение и среднее квадратичное отклонение.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Пусть вероятность того, что денежный автомат при опускании одной монеты сработает правильно, равна 0,95. Сколько раз нужно опустить монету в автомат, чтобы частота случаев правильной работы автомата отклонилась (по абсолютной величине) от вероятности 0,95 не более чем на 0,01 с вероятностью не менее 0,9 (использовать неравенство Чебышева).

13.3. В среднем 90 % изготовленных деталей стандартные. Используя неравенство Чебышева, найти число изделий, которое следует изготовить, чтобы с вероятностью не менее 0,75 можно было утверждать, что отклонение доли стандартных деталей от вероятности для детали быть стандартной не превзойдет 0,02 (по абсолютной величине).

13.4. Вероятность того, что наудачу выбранная деталь содержит дефект, равна 0,02. Какова вероятность того, что при случайном осмотре 600 деталей этой партии число появления нестандартных деталей отличается по абсолютной величине от наиболее вероятного значения не более чем на 30?

ВАРИАНТ 20

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.2. Длительность междугородних телефонных разговоров распределена примерно по показательному закону, разговор продолжается в среднем 3 минуты. Найти вероятность того, что очередной разговор будет продолжаться более 3 минут. Определить долю разговоров, которые длятся менее 1 минуты. Найти вероятность того, что разговор, который длится уже 10 минут, закончится в течение ближайшей минуты.

12.3. Производится измерение диаметра отверстия втулки без систематических ошибок. Случайные ошибки измерения X подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.

12.4. Менеджер торгово-посреднической фирмы получает жалобы от некоторых клиентов на то, что служащие фирмы затрачивают слишком много времени на выполнение их заказов. Собрав и проанализировав соответствующую информацию, он выяснил, что среднее время выполнения заказа составляет 6,6 дня, однако для выполнения 20 % заказов потребовалось 15 дней и более. Учитывая, что время выполнения заказа есть случайная величина, распределенная по нормальному закону, определите фактическое стандартное отклонение времени обслуживания клиентов.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста вероятность смерти на 21-м году равна 0,006. Сколько 20-летних человек нужно застраховать, чтобы доля умерших отклонилась от вероятности смерти не более чем на 0,0005 с вероятностью не менее 0,95 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. Пусть вероятность того, что денежный автомат при опускании одной монеты сработает правильно, равна 0,95. Оценить, используя ЦПТ, вероятность того, что при 2500 опусканиях монет частота случаев правильной работы автомата отклонится (по абсолютной величине) от вероятности 0,95 не более чем на 0,02.

13.3. В отделе технического контроля проверяют 500 изделий. Вероятность того, что изделие бракованное, равна 0,5. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9426 будет заключено число бракованных изделий среди проверенных.

ВАРИАНТ 21

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Информация в базе данных обновляется один раз в неделю. Найти вероятность того, что база данных будет обновлена в течение трех дней.

12.2. Электрическая схема состоит из двух последовательно соединенных элементов. Среднее время безотказной работы каждого элемента 2 и 4 года соответственно. Найти вероятность того, что схема выйдет из строя в течение 6 месяцев.

12.4. Для поступления в некоторый институт необходимо успешно сдать вступительные экзамены. В среднем их выдерживают лишь 30 % абитуриентов. Предположим, что в приемную комиссию поступило 1 889 заявлений. Чему равна вероятность того, что хотя бы 500 поступающих сдадут все экзамены (наберут проходной балл)?

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году равна 0,006. Застрахована группа в 10 тыс. человек 20-летнего возраста, причем каждый застрахованный внес 1200 рублей. Какую максимальную выплату наследникам следует установить, чтобы вероятность того, что к концу года страховая компания окажется в убытке была бы не больше 0,0228? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,991 утверждать, что частота появления некоторого события будет отличаться от вероятности его появления в каждом испытании, равном 0,8, не более чем на 0,001 (по абсолютной величине)?

13.4. Вероятность неисправного кинескопа марки «Электрон» – 0,15. Найти интервал, симметричный относительно наиболее вероятного значения, в котором с $P = 0,95$ находится число неисправных, если объем партии 10 тыс. штук.

ВАРИАНТ 22

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Самолет прилетает на полярную станцию один раз в месяц. Найти вероятность того, что самолет прилетит на остров в течение двух недель.

12.2. Среднее время службы подшипника грузоподъемностью 950 т составляет 25 тыс. часов. Найти вероятность того, что подшипник прослужит от 18 до 22 тыс. часов.

12.3. Химический завод выпускает керосин номинальной плотности $0,80 \text{ кг/м}^3$. В результате испытаний обнаружено, что практически 98,08 % всего выпускаемого керосина имеет плотность в интервале $(0,77; 0,83)$. Закон распределения плотности близок к нормальному. Найти вероятность того, что керосин удовлетворяет стандарту, если для этого достаточно, чтобы его плотность не отклонялась от номинала более чем на $0,02 \text{ кг/м}^3$.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью неравенства Чебышева оцените вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2 тыс. студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.

13.2. Сколько приборов надо взять для эксплуатации, чтобы с вероятностью 0,97 доля надежных приборов отличалась по абсолютной величине от 0,98 не более чем на 0,1. Известно, что каждый прибор имеет надежность 0,9. Решить задачу, используя ЦПТ.

13.4. В страховой компании застраховано 5 тыс. автомобилей. Вероятность поломки любого автомобиля в результате аварии равна 0,009. Каждый владелец застрахованного автомобиля платит в год 30\$ страховых, и в случае поломки автомобиля в результате аварии получает от компании 500\$. Найти вероятность того, что по истечении года компания получит прибыль не менее 80 000\$.

ВАРИАНТ 23

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Величина годовой прибыли некоторого предприятия распределена равномерно на отрезке $[1; 4]$ млн у. е. Каковы математическое ожидание и дисперсия годовой прибыли этого предприятия?

12.2. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону, заданному плотностью вероятности $f(x) = 4e^{-4x}$ при $x \geq 0$. Найти вероятность того, что в результате испытания X попадает в интервал $(0, 2)$. Определить: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $F(x)$.

12.3. Пусть вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $\mu = 450$ г, $\sigma = 20$ г. Найти вероятность, что вес одной пойманной рыбы будет: а) от 370 до 420 г; б) не более 530 г; в) больше 300 г.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Вероятность того, что студент будет отчислен, равна 0,1. Сколько студентов должно быть в университете, чтобы доля отчисленных студентов отличалась от вероятности отчисления не более чем на 0,05 с вероятностью не менее 0,8 (использовать неравенство Чебышева).

13.2. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью центральной предельной теоремы оцените вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2 тыс. студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.

13.3. Страховая компания заключает однотипные договоры, причем страховая премия составляет 1 млн руб., а при наступлении страхового случая компания должна выплатить 20 млн руб. Известно, что страховой случай наступает примерно в 4 % случаев. Фирме удалось застраховать 500 клиентов. Какова вероятность того, что доход фирмы будет: а) 100 млн руб.; б) более 100 млн руб.?

ВАРИАНТ 24

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-2,3; 4,0]$. Найти вероятность попадания случайной величины X в интервал $[3; 4]$.

12.2. Время работы инспектора патрульно-постовой службы до совершения ошибки имеет показательное распределение с $\lambda = 2$. Найти вероятность того, что за время рабочего дня ($t = 8$ часов): а) инспектор ошибется; б) инспектор не ошибется.

12.3. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием $a = 17,50$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,23$. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9952 попадет величина X в результате испытания.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Дисперсия каждой из случайных величин A (продолжительность работы электролампочки) не превышает 20 часов. Сколько нужно взять для испытания электролампочек, чтобы вероятность того, что абсолютное отклонение средней продолжительности горения лампочки от среднего арифметического их математических ожиданий не превышает 1 часа, была не меньше 0,95 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. С конвейера сходит в среднем 85 % изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью 0,997 отклонение частоты изделий первого сорта от 0,85 по абсолютной величине не превосходило 0,01? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти число испытаний, при котором с вероятностью 0,7887 можно ожидать, что частота наступления события будет отличаться от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,025.

ВАРИАНТ 25

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[0,5; 2,7]$. Найти $M(X)$ и $D(X)$. Что вероятнее: в результате испытания X окажется в интервале $[1; 2]$ или вне этого интервала.

12.2. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с $\lambda = 4$. Найти вероятность попадания X в интервал $(0; 6)$.

12.4. Средний срок службы детали составляет 46 мес. со стандартным отклонением $\sigma = 12$ мес. Привлекая покупателей, производитель хочет дать гарантию на эту деталь, обещая сделать бесплатно любое число ремонтов в случае ее поломки до определенного срока. Пусть срок службы детали подчиняется нормальному закону. На сколько месяцев в таком случае производитель должен дать гарантию для этой детали, чтобы число бесплатных ремонтов не превышало 2,275 % проданных деталей?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. С конвейера сходит в среднем 85 % изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью не менее 0,997 отклонение частоты изделий первого сорта от 0,85 по абсолютной величине не превосходило 0,01 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. Средняя температура в квартире, подключенной к теплоцентрали, в период отопительного сезона составляет 20°C , а среднее квадратическое отклонение равно 2°C . Оцените вероятность того, что температура в квартире будет в пределах от 15 до 25°C . Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. При испытании нового медицинского препарата оказалось, что он дает побочные явления в 5 % случаев. Клинические испытания предполагается провести на 10 тыс. больных. Найти границы, в которых с вероятностью 0,99 будет заключена доля пациентов, которым придется испытать побочные явления от нового препарата.

ВАРИАНТ 26

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Троллейбусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 7 мин. Найти вероятности того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной троллейбус менее чем 4 мин., и среднее время ожидания.

12.2. Время ожидания у бензоколонки автозаправочной станции является случайной величиной X , распределенной по показательному закону со средним временем ожидания, равным 5 мин. Найти вероятность того, что ждать придется не более 2 мин.

12.3. Высота полета самолета измеряется радиовысотометром, закон распределения ошибки которого нормальный. Каково должно быть среднеквадратичное отклонение, чтобы в 90 % всех случаев ошибка в высоте не превышала по абсолютной величине 200 м?

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. Сколько деревьев необходимо посадить, чтобы число прижившихся деревьев было больше 100 с вероятностью 0,9, если известно, что каждое дерево приживается с вероятностью 0,8? Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Опрос показал, что адресная реклама в среднем в каждом пятом случае приводит к тому, что потенциальный покупатель приобретает рекламируемый товар. Торговая фирма от продажи единицы товара получает прибыль 20 тыс. руб. Найти границы, в которых с вероятностью 0,95 будет заключен доход компании, если рекламой охвачено 500 адресатов.

13.4. Производится 400 бросаний игральной кости. Найти вероятность того, что суммарное число очков, выпавших при 400 бросаниях, будет заключено в пределах от 1300 до 1500.

ВАРИАНТ 27

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. При выяснении причин недостачи драгоценных металлов в ювелирном магазине установлено, что их взвешивание производится на весах, цена деления которых равна 0,1 г, а показания весов округляются при взвешивании до ближайшего целого деления их шкалы. Оценить возможность возникновения ошибки более чем на 0,03 г, вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение потерь.

12.3. Во время дежурства двух операторов, делающих ошибки согласно нормальному закону распределения с параметрами (0 м; 1 м) и (3 м; 10 м), была допущена ошибка в 23 м. Какой из операторов вероятнее всего ошибся?

12.4. Авиакомпания знает, что в среднем 5 % людей, делающих предварительный заказ на определенный рейс, не будет его использовать. Если авиакомпания продала 160 билетов на самолет, в котором лишь 150 мест, чему равна вероятность того, что место будет доступно для любого пассажира, имеющего заказ и планирующего улететь?

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Сколько деревьев необходимо посадить, чтобы доля прижившихся деревьев была в пределах от 0,75 до 0,85 с вероятностью не менее 0,9, если известно, что каждое дерево приживается с вероятностью 0,8 (использовать неравенство Чебышева)?

13.2. На отрезке $[0; 1/4]$ случайным образом выбраны 192 числа (т. е. рассматриваются 192 независимые равномерно распределенные случайные величины). С помощью ЦПТ оцените вероятность того, что их сумма будет заключена между 22 и 26.

13.4. В предположении, что размер одного шага пешехода равномерно распределен в интервале от 70 до 80 см, и размеры шагов независимы, найдите вероятность того, что пешеход пройдет расстояние от 7,49 до 7,51 км, сделав 10 тыс. шагов.

ВАРИАНТ 28

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.2. Секретарь совершает в среднем одну ошибку за 3 часа. Время работы до совершения ошибки имеет показательное распределение. Найти вероятность того, что за время рабочего дня ($t = 8$ часов) секретарь ни разу не ошибется.

12.3. Какой ширины должно быть поле допуска, чтобы с вероятностью не более 0,0027 получилась деталь с контролируемым размером вне поля допуска, если случайные отклонения размера от середины поля допуска подчиняются закону нормального распределения с параметрами (0;5).

12.4. Изделие считается высшим сортом, если его вес не превосходит по абсолютной величине 10 г. Ошибка взвешивания подчинена нормальному закону с параметрами (0; 20). Найти среднее число изделий высшего сорта, если изготовлено 3 изделия. Взвешивание деталей производится независимо.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. Вероятность получения с конвейера забракованного изделия равна 0,95. Проверяется 800 изделий. Рассматривается случайная величина – число забракованных изделий. Укажите промежуток, в котором значения этой случайной величины можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,9 (использовать неравенство Чебышева).

13.2. На курсе обучается 600 студентов. Вероятность родиться каждому студенту в определенный день года равна $1/365$. Оцените с помощью центральной предельной теоремы вероятность того, что число студентов, рожденных 1 января, заключено в пределах от 5 до 10.

13.3. После рекламной компании, проведенной в городе с населением 200 тыс. человек, строительная фирма, занимающаяся установкой летних коттеджей, получила 50 заявок. Какова вероятность, что в городе с населением 20 тыс. человек число заявок будет не менее пяти?

ВАРИАНТ 29

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.1. Толщина конспекта по математике студента распределена равномерно от 20 до 36 листов. Какова вероятность обнаружить конспект по математике толще 30 листов?

12.2. Среднее время безотказной работы двигателя стиральной машины равно 100 ч. Найти вероятность того, что двигатель безотказно проработает: а) 60–80 ч; б) 150 ч. 282

12.3. Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение X диаметра детали от проектного размера по абсолютной величине меньше 0,7 мм. Считая, что случайная величина X распределена нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,4$ мм, найти, сколько в среднем будет годных деталей среди 100 изготовленных.

Задание 13. Предельные теоремы

13.2. Театр, вмещающий 1000 зрителей, имеет два входа. У каждого входа свой гардероб. Сколько мест должно быть в каждом гардеробе, чтобы в среднем в 99 случаях из 100 все зрители могли раздеться в гардеробе того входа, через который они зашли. Предполагается, что зрители приходят парами, каждая пара независимо от других выбирает с вероятностью 0,5 любой вход. Решить задачу, используя ЦПТ.

13.3. Для отдельного результата измерения случайная величина не превосходит трех. Производится 1000 измерений этой величины. Какие границы можно гарантировать с вероятностью 0,95 для результата измерения среднего арифметического этих величин? Ответ дать с помощью неравенства Чебышева.

13.4. Какова вероятность того, что в столбике из 100 наугад взятых монет число монет, лежащих гербом вверх, будет от 45 до 55 (использовать неравенство Чебышева)?

ВАРИАНТ 30

Задание 12. Законы распределения непрерывной случайной величины

12.2. Число вагонов, прибывающих в течение суток на станцию, является случайной величиной, распределенной по показательному закону с $\lambda = 0,03$. Определить вероятность прибытия на эту станцию в течение суток более 10 вагонов.

12.3. Случайная величина X подчинена нормальному закону с $M(x) = 0$. Вероятность попадания этой величины на участок от $-a$ до a равна 0,5. Найти и написать выражение плотности вероятности.

12.4. Вес дыни – нормально распределенная случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и дисперсией, равной 0,03. Агрономы знают, что 70 % фруктов весят меньше, чем 2 кг. Найдите ожидаемый вес случайно выбранной дыни.

Задание 13. Предельные теоремы

13.1. У скольких 20-летних мужчин нужно измерить рост, чтобы с вероятностью больше 0,95, можно было утверждать, что средний рост у измеренных мужчин будет отличаться от среднего роста всех 20-летних мужчин по абсолютной величине не более чем на 1 см? Считается, что среднее квадратичное отклонение роста от среднего значения равно 5 см (использовать неравенство Чебышева).

13.3. Производится испытание нового оружия, причем основным показателем служит частота попаданий по стандартной мишени. Разработчики утверждают, что вероятность попадания равна 0,8. Какое количество выстрелов по мишени необходимо сделать, чтобы с вероятностью 0,95 можно было утверждать, что частота попаданий отклонится от вероятности попадания не более чем на 0,01?

13.4. Для космического корабля вероятность столкновения в течение часа с метеоритом равна 0,001. Найти практически достоверные границы числа столкновений с метеоритом в течение трех месяцев – с 1 июля по 31 августа, если вероятность практической достоверности принимается равной 0,9995.