ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ и МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Часть III. Спирмен и Кендалл

1) Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена

2) Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла

ЛИТЕРАТУРА

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во Юрайт, 2015. Работаем по: М.: Высшее образование, 2006. – 479 с.

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во Юрайт, 2015.

6. Лебедев А.В., Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 2018. – 480 с. [электрон.], Фадеева Л. Н., Лебедев А.В. 2011 [печ.]

8. Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. – М., 1983. – 304 с.

1) Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена

По **[ФаЛеб]**-2011, с. 393-394:

Наблюдения всегда можно упорядочить по возрастанию какой-либо переменной (x или y). **Рангом наблюдения** называется его номер в таком ряду. Если какое-то значение переменной встречается несколько раз, ему приписывается *средний* ранг. Обозначим ранги наблюдений по возрастанию x и y через r_i и s_i соответственно. Пусть

$$S = \sum_{i=1}^{n} (r_i - s_i)^2 .$$

Выборочным коэффициентом ранговой корреляции Спирмена называется величина

$$r_S = 1 - \frac{6S}{n^3 - n} .$$

Этот коэффициент также может принимать значения от -1 до $+1$. Аналогичным образом он отражает силу и характер зависимости между величинами. Для проверки гипотезы о независимости случайных величин существуют специальные таблицы критических точек. Однако при больших n можно проверять гипотезу так же, как для обычного выборочного коэффициента корреляции.

Заметим, что с помощью коэффициента Спирмена можно анализировать и ситуации, когда некоторый признак объекта («качество», «привлекательность» и т.п.) нельзя строго выразить численно, но можно упорядочить объекты по его возрастанию или убыванию, т.е. **проранжировать** их.

По [8], с. 160-163:

7.1. КОЭФФИЦИЕНТ РАНГОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ СПИРМЭНА

Наряду с рассмотренными линейными и нелинейными коэффициентами корреляции существует еще ряд показателей тесноты связи, широко применяемых в экономике в тех случаях, когда признакам наблюдаемого явления не удается однозначно приписать те или иные абсолютные значения. К ним относится коэффициент ранговой корреляции Спирмэна. Его применение, в отличие от приведенных выше коэффициентов корреляции, не связано с предпосылкой нормальности распределения исходных данных.

При применении методов ранговой корреляции исходят не из точных количественных оценок значений признаков-переменных, а из рангов. Для этого элементы совокупности располагаются в определенном порядке в соответствии с некоторым признаком, присущим им в неодинаковой мере. Полученный ряд элементов называют упорядоченным. Сам процесс упорядочения называется ранжированием, а каждому члену ряда присваивается ранг, или ранговое число (порядковый номер). Например, элементу с наименьшим значением признака присваивается ранг 1, следующему за ним элементу — ранг 2 и т. д. Элементы можно располагать также в порядке убывания значений их признака. Таким образом, происходит сравнение каждого элемента со всеми остальными элементами совокупности. Если элемент обладает не одним, а двумя признаками x и y, то для исследования их влияния друг на друга каждому элементу приписывается два порядковых номера в соответствии с установленным правилом ранжирования. Далее переходим от корреляции признаков-переменных x и y к изучению связи между ранговыми числами путем определения соответствия между двумя последовательностями порядковых оценок. Другими словами, измеряется теснота ранговой корреляции. Поскольку изучается

связь между двумя переменными, используемый при этом коэффициент ранговой корреляции Спирмэна является парным.

Обозначим ранги, соответствующие значениям переменной y, через v, а ранги, соответствующие значениям переменной x, — через w (см. табл. 12). Коэффициент ранговой корреляции Спирмэна вычисляется по формуле

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} (v_i - w_i)^2}{n(n^2-1)}, \tag{7.1}$$

где n — объем выборки. Из (7.1) видно, что для вычисления коэффициента необходимо определить только квадраты отклонений рангов. На практике приходится сталкиваться со случаями, когда два или более элемента совокупности имеют одинаковые значения одного и того же признака и исследователь не способен найти существенные различия между ними. Элементы, обладающие этим свойством — отсутствием предпочтений, — называются связанными, а образованная из них группа — связкой. Метод, который применяется для приписывания порядкового номера связанным элементам, называется методом средних рангов. Он заключается в усреднении рангов, которые имели бы элементы, если бы они были различимы. Сумма рангов при этом остается точно такой, как и при ранжировании без связей. Так, например, если у переменной y четвертое, пятое и шестое значения одинаковы по величине, то каждому приписывается ранг $\frac{1}{3}(4+5+6)=5$. Следующему по величине значению приписывается ранг 7. При наличии связанных рангов в коэффициент ранговой корреляции Спирмэна вводится поправка:

но на этом мы останавливаться не будем.

На следующей странице – пример, который уже был на прошлой лекции.

Пример

Определим тесноту связи между производительностью труда и уровнем механизации работ на 10 промышленных предприятиях. Данные приведены в табл. 12.

Таблица 12

Производительность труда и уровень механизации работ на 10 предприятиях

Предприятие	Средняя выработка продукции в единицу рабочего времени, изд./ч	Коэффициент механизации работ, %	Ранги значений переменных		Разности рангов	
i	y_i	x_i	w_i	v_i	$(v_i - w_i)$	$(v_i - w_i)^2$
1	127	43	1	4	+3	9
2	120	51	2	1	−1	1
3	125	55	3	2	−1	1
4	126	57	4	3	−1	1
5	133	60	5	7	+2	4
6	129	62	6	5	−1	1
7	132	65	7	6	−1	1
8	135	68	8	8,5	+0,5	0,25
9	135	70	9	8,5	−0,5	0,25
10	140	74	10	10	0	0
Сумма	1 302	605	55	55	0	18,5

Например, ранг $v_5 = 7$ означает, что предприятие 5 по уровню механизации работ стоит на седьмом месте при расположении предприятий в порядке возрастания соответствующего показателя. По данным табл. 12 вычисляем коэффициент ранговой корреляции:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 18{,}5}{10(10^2 - 1)} = 0{,}888.$$

[ФаЛеб]-2011, с. 395-396:

Задача 2. Два эксперта проранжировали 11 фирм в порядке их привлекательности для инвестиций. Получены следующие последовательности рангов фирм:

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
s_i	1	2	3	5	4	9	8	11	6	7	10

Проверить с помощью коэффициента Спирмена, насколько согласуются мнения экспертов. Проверить нулевую гипотезу на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

Решение. Вычисляем $S = 1^2 + 1^2 + 3^2 + 1^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 1^2 = 40$, отсюда $r_S = 1 - \dfrac{6 \cdot 40}{11^3 - 11} \approx 0{,}82$. Для проверки нулевой гипотезы вычисляем $T = \dfrac{0{,}82\sqrt{9}}{\sqrt{1 - 0{,}82^2}} \approx 4{,}29$ и из таблицы распределения Стьюдента по заданному уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ и числу степеней свободы $n = 9$ находим критическую точку $t_{кр}(0{,}05;\ 9) = 2{,}26$. Поскольку $|T| > t_{кр}$ нулевая гипотеза отвергается. Мнения экспертов достаточно хорошо согласуются между собой.

[ФаЛеб]-2011, с. 397 (задачи для самостоятельного решения):

3. Два эксперта проранжировали 9 проектов реорганизации фирмы по их предполагаемой эффективности. Получены следующие последовательности рангов.

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s_i	4	1	5	3	2	6	9	8	7

Проверить с помощью коэффициента Спирмена, насколько согласуются мнения экспертов. Проверить нулевую гипотезу на уровне значимости $\alpha = 0{,}1$.

Гмурман [4], с. 338, 339-340:

§ 25. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверка гипотезы о его значимости

Допустим, что объекты генеральной совокупности обладают двумя качественными признаками. Под *качественным* подразумевается признак, который невозможно измерить точно, но он позволяет сравнивать объекты между собой и, следовательно, расположить их в порядке убывания или возрастания качества. Для определенности будем всегда располагать объекты в порядке ухудшения качества. При таком «ранжировании» на первом месте находится объект наилучшего качества по сравнению с остальными; на втором месте окажется объект «хуже» первого, но «лучше» других, и т. д.

Пусть выборка объема n содержит независимые объекты, которые обладают двумя качественными признаками A и B. Для оценки степени связи признаков вводят, в частности, коэффициенты ранговой корреляции Спирмена (изложен в настоящем параграфе) и Кендалла

Для практических целей использование ранговой корреляции весьма полезно. Например, если установлена высокая ранговая корреляция между двумя качественными признаками изделий, то достаточно контролировать изделия только по одному из признаков, что удешевляет и ускоряет контроль.

Расположим сначала объекты выборки в порядке ухудшения качества по признаку A при допущении, что *все объекты имеют различное качество по обоим признакам* (случай, когда это допущение ие выполияется, рассмотрим иnже). Припишем объекту, стоящему на i-м месте, число—ранг x_i, равный порядковому иомеру объекта. Например, раиг объекта, занимающего первое место, $x_1=1$; объект, расположенный на втором месте, имеет ранг $x_2=2$, и т. д. В итоге получим последовательность рангов по признаку A: $x_1=1$, $x_2=2$, $\ldots$, $x_n=n$.

Расположим теперь объекты в порядке убываиия качества по признаку B и припишем каждому из иих раиг y_i, однако (для удобства сравнения рангов) *индекс* i *при* y *будет по-прежнему равен порядковому номеру объекта по признаку* A. Например, запись $y_2=5$ означает, что по признаку A объект стоит на втором месте, а по призиаку B—иа пятом.

В итоге получим две последовательности рангов:

$$\text{по признаку } A \ldots x_1, x_2, \ldots, x_n$$
$$\text{по признаку } B \ldots y_1, y_2, \ldots, y_n$$

Заметим, что в первой строке индекс i совпадает с порядковым номером объекта, а во второй, вообще говоря, не совпадает. Итак, в общем случае $x_i \neq y_i$.

На практике чаще будет встречаться промежуточный случай, когда ухудшеие качества по одному признаку влечет для некоторых объектов ухудшение, а для других — улучшение качества. Задача состоит в том, чтобы

оценить связь между признаками. Для ее решеиия рассмотрим ранги x_1, x_2, ..., x_n как возможные значеиия случайной величииы X, а y_1, y_2, ..., y_n — как возможные значения случайной величины Y. Таким образом, о связи между качественными признаками A и B можно судить по связи между случайными величинами X и Y, для оценки которой используем коэффициент корреляции.

выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена

$$\rho_в = 1 - [(6 \sum d_i^2)/(n^3 - n)], \qquad (****)$$

где $d_i = x_i - y_i$.

Пример 1. Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена по данным ранга объектов выборки объема $n = 10$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	6	4	8	1	2	5	10	3	7	9

Решение. Найдем разности рангов $d_i = x_i - y_i$: -5, -2, -5, 3, 3, 1, -3, 5, 2, 1.

Вычислим сумму квадратов разностей рангов:

$$\sum d_i^2 = 25 + 4 + 25 + 9 + 9 + 1 + 9 + 25 + 4 + 1 = 112.$$

Найдем искомый коэффициент ранговой корреляции, учитывая, что $n = 10$:

$$\rho_в = 1 - \left[6 \sum d_i^2/(n^3 - n)\right] = 1 - [6 \cdot 112/(1000 - 10)] = 0{,}32.$$

Замечание. Если выборка содержит объекты с одинаковым качеством, то каждому из них приписывается ранг, равный среднему арифметическому порядковых номеров объектов. Например, если объекты одинакового качества по признаку A имеют порядковые номера 5 и 6, то их ранги соответственно равны: $x_5 = (5 + 6)/2 = 5{,}5$; $x_6 = 5{,}5$.

Правило. Для того чтобы при уровне значимости α проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента ранговой корреляции $\rho_г$ Спирмена при конкурирующей гипотезе $H_1: \rho_г \neq 0$, надо вычислить критическую точку:

$$T_{кр} = t_{кр}(\alpha;\ k)\sqrt{(1-\rho_в^2)/(n-2)},$$

где n — объем выборки, $\rho_в$ — выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена, $t_{кр}(\alpha; k)$ — критическая точка двусторонней критической области, которую находят по таблице критических точек распределения Стьюдента, по уровню значимости α и числу степеней свободы $k=n-2$.

Если $|\rho_в| < T_{кр}$ — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу. Ранговая корреляционная связь между качественными признаками незначима.

Если $|\rho_в| > T_{кр}$ — нулевую гипотезу отвергают. Между качественными признаками существует значимая ранговая корреляционная связь.

Упр. Сравните это правило с правилом из **[Фалеб]** (с. 8 выше). Покажите эквивалентность этих двух правил.

Пример 2. При уровне значимости 0,05 проверить, является ли ранговая корреляционная связь, вычисленная в примере 1, значимой?

Решение. Найдем критическую точку двусторонней критической области распределения Стьюдента по уровню значимости $\alpha=0{,}05$ и числу степеней свободы $k=n-2=10-2=8$ (см. приложение 6): $t_{кр}(0{,}05;\ 8)=2{,}31$.

Найдем критическую точку:

$$T_{кр}=t_{кр}(\alpha;\ k)\sqrt{(1-\rho_в^2)/(n-2)}.$$

Подставив $t_{кр}=2{,}31$, $n=10$, $\rho_в=0{,}24$, получим $T_{кр}=0{,}79$.

Итак, $T_{кр}=0{,}79$, $\rho_в=0{,}24$.

Так как $\rho_в<T_{кр}$ — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу; ранговая корреляционная связь между признаками незначимая.

340

2) Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла

[ФёРё], с. 164-165:

7.2. КОЭФФИЦИЕНТ РАНГОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ КЕНДЭЛА

Другой коэффициент ранговой корреляции τ, не связанный с предпосылкой нормальности генеральной совокупности, был предложен Кендэлом. Он вычисляется по рангам v_i и w_i. При этом элементы выборки располагают так, чтобы последовательность рангов одной из переменных представляла собой натуральный ряд $1, 2, \ldots, n$. Для каждого i-го члена последовательности рангов второй переменной устанавливаем числа p_i и q_i, отражающие соответственно прямой и обратный порядок расположения последующих рангов[1]. Затем подсчитываем суммы этих чисел $P = \sum\limits_i p_i$ и $Q = \sum\limits_i q_i$, а также разность полученных сумм $S = P - Q$. Коэффициент ранговой корреляции τ представляет собой отношение этой разности к наибольшему возможному значению P и Q, т. е. к наибольшей возможной сумме p_i или q_i. Такая величина может быть достигнута лишь тогда, когда порядок рангов в обеих последовательностях полностью совпадает. Она равна:

$$S_{\max} = \frac{n(n-1)}{2}. \qquad (7.5)$$

Коэффициент ранговой корреляции Кендэла можно вычислять по одной из эквивалентных формул:

$$\tau = \frac{S}{S_{\max}} = \frac{2S}{n(n-1)}, \tag{7.6}$$

$$\tau = 1 - \frac{4Q}{n(n-1)} = \frac{4P}{n(n-1)} - 1. \tag{7.7}$$

Из (7.7) видно, что для определения τ достаточно располагать либо величиной P, либо Q. Чаще всего в формулу подставляют ту величину, которая имеет наименьшее значение.

Величина τ лежит в пределах $-1 \leqslant \tau \leqslant +1$. По данным табл. 13 получаем

$$\tau = 1 - \frac{4 \cdot 5}{10(10-1)} = 0{,}778.$$

По величине этого коэффициента можно сделать вывод о тесной связи между производительностью труда и уровнем механизации работ.

Рассмотрим подробнее процедуру нахождения p_i и q_i по табл. 13. Для этого используется только последовательность рангов v_i. За первым членом этой последовательности $v_i = 4$ находится 6 рангов, ко-

---

[1]Прямым порядком будем называть порядок натурального ряда 1, ..., 10. — *Примеч. пер.*

торые больше 4, и 3 ранга, которые меньше 4. За вторым членом $v_2 = 1$ следуют 8 рангов, которые больше 1, и 0 рангов, которые меньше 1. Пятое место в последовательности занимает ранг $v_5 = 7$, за которым следуют 3 бóльших ранга и 2 меньших ранга. Число возможных положений i-го ранга в последовательности равно: $(p_i + q_i) = n - i$. Например, для первого члена последовательности $(p_1 + q_1) = 10 - 1 = 9$, для второго $(p_2 + q_2) = 10 - 2 = 8$. Этим можно воспользоваться для контроля. Нельзя дать рекомендаций, какой из коэффициентов ранговой корреляции предпочтительнее на практике. Коэффициенты r_s и τ построены по-разному. При вычислении r_s и τ по одной и той же последовательности чисел обычно $r_s > \tau$. Но сравнение этих коэффициентов по величине само по себе не дает никакой дополнительной информации об интенсивности связи.

Таблица 13

Производительность труда и уровень механизации работ на 10 предприятиях

Предприятие	Ранги		Число рангов, расположенных в прямом порядке	Число рангов, расположенных в обратном порядке
i	v_i	w_i	p_i	q_i
1	4	1	6	3
2	1	2	8	0
3	2	3	7	0
4	3	4	6	0
5	7	5	3	2
6	5	6	4	0
7	6	7	3	0
8	8,5	8	2	0
9	8,5	9	1	0
10	10	10	0	0
Сумма	55	55	$P=40$	$Q=5$

Гмурман [4], с. 341, 342-343:

§ 26. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла и проверка гипотезы о его значимости

Можно оценивать связь между двумя качественными признаками, используя коэффициент ранговой корреляции Кендалла. Пусть ранги объектов выборки объема n (здесь сохранены все обозначения § 25):

$$\text{по признаку } A \quad x_1, \; x_2, \; \ldots, \; x_n$$
$$\text{по признаку } B \quad y_1, \; y_2, \; \ldots, \; y_n$$

Допустим, что правее y_1 имеется R_1 рангов, бо́льших y_1; правее y_2 имеется R_2 рангов, бо́льших y_2; ... ; правее y_{n-1} имеется R_{n-1} рангов, бо́льших y_{n-1}. Введем обозначение суммы рангов $R_i \, (i = 1, 2, \ldots, n-1)$:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_{n-1}.$$

Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла определяется формулой

$$\tau_в = [4R/n(n-1)] - 1, \qquad (*)$$

где n — объем выборки, $R = \sum_{i=1}^{n-1} R_i$.

Пример 1. Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла по даниым рангам объектов выборки объема $n=10$:

по признаку $A \ldots x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
по признаку $B \ldots y_i$	6	4	8	1	2	5	10	3	7	9

Решение. Правее $y_1=6$ имеется 4 ранга (8, 10, 7, 9), больших y_1, поэтому $R_1=4$. Аналогично найдем: $R_2=5$, $R_3=2$, $R_4=6$, $R_5=5$, $R_6=3$, $R_7=0$, $R_8=2$, $R_9=1$. Следовательно, сумма рангов $R=28$.

Найдем искомый коэффициент ранговой корреляции Кендалла, учитывая, что $n=10$:

$$\tau_в = [4R/n(n-1)] - 1 = [4 \cdot 28/10 \cdot 9] - 1 = 0{,}24.$$

Приведем правило, позволяющее установить значимость или незначимость ранговой корреляционной связи Кендалла.

Правило. Для того чтобы при уровне значимости α, проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента ранговой корреляции $\tau_г$ Кендалла при конкурирующей гипотезе $H_1: \tau_г \neq 0$, надо вычислить критическую точку:

$$T_{кр} = z_{кр} \sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}},$$

где n — объем выборки; $z_{кр}$ — критическая точка двусторонней критической области, которую находят по таблице функции Лапласа по равенству $\Phi(z_{кр}) = (1-\alpha)/2$.

Если $|\tau_в| < T_{кр}$ — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу. Ранговая корреляционная связь между качественными признаками незначимая.

Если $|\tau_в| > T_{кр}$ — нулевую гипотезу отвергают. Между качественными признаками существует значимая ранговая корреляционная связь.

Упр. Можно ли восстановить по этому правилу его эквивалентную формулировку в духе упражнения на с. 13 об эквивалентности правил на сс. 13 и 8.

Пример 2. При уровне значимости 0,05 проверить, является ли ранговая корреляционная связь $\tau_в = 0,24$, вычисленная в примере 1, значимой?

Решение. Найдем критическую точку $z_{кр}$:

$$\Phi(z_{кр}) = (1-\alpha)/2 = (1-0,05)/2 = 0,475.$$

По таблице функции Лапласа (см. приложение 2) находим $z_{кр} = 1,96$.

Найдем критическую точку:

$$T_{кр} = z_{кр}\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}.$$

Подставив $z_{кр} = 1,96$ и $n = 10$, получим $T_{кр} = 0,487$. В примере 1 $\tau_в = 0,24$.

Так как $\tau_в < T_{кр}$ — нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу; ранговая корреляционная связь между признаками незначимая.

Гмурман [4], с. 348 (задачи):

13. а) Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена по данным рангам объектов выборки объема $n=10$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	4	3	5	8	6	1	7	10	2	9

б) значима ли ранговая корреляционная связь при уровне значимости 0,05?

Отв. а) $\rho_в = 1/3$; б) $T_{кр} = 0,77$; корреляционная ранговая связь незначима.

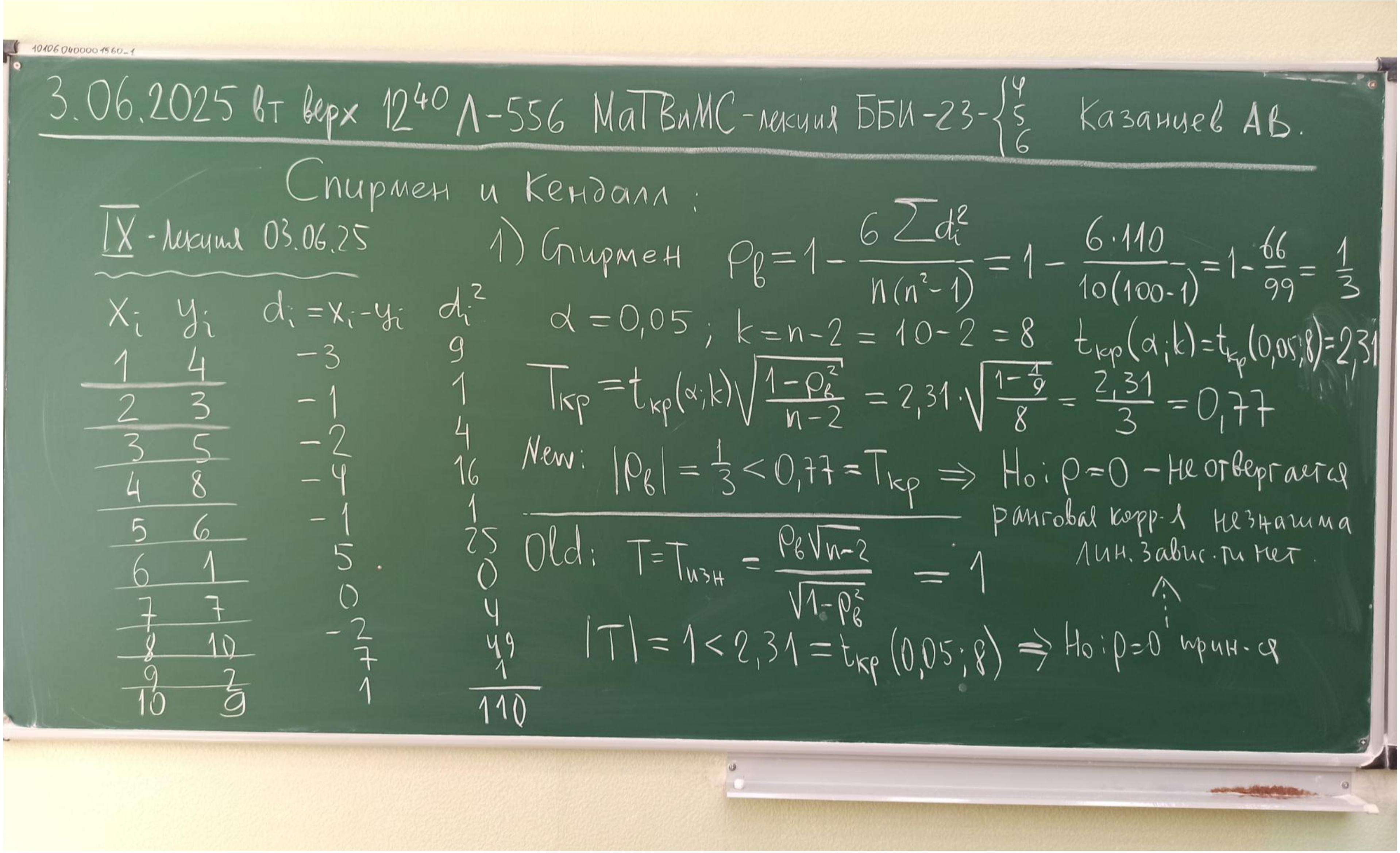
14. а) Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла по данным рангам объектов выборки объема $n=10$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	4	3	5	8	6	1	7	10	2	9

б) значима ли ранговая корреляционная связь при уровне значимости 0,05?

Отв. а) $\tau_в = 0,29$; б) $T_{кр} = 0,96$; ранговая корреляционная связь незначима.

ФОТО НА ЛЕКЦИИ



$\rho_в = T_{изн}\sqrt{\dfrac{1-\rho_в^2}{n-2}}$: $|T_{изн}|$ ср-ся с $t_{кр}$ $\Leftrightarrow$ $|\rho_в| = |T_{изн}|\sqrt{\dfrac{1-\rho_в^2}{n-2}}$ ср-ся с $t_к\sqrt{\dfrac{1-\rho_в^2}{n-2}} = T_{кр}$

2) Кендалл

x_i	y_i	R_i
1	4	6
2	3	6
3	5	5
4	8	2
5	6	3
6	1	4
7	7	2
8	10	0
9	2	1
10	9	0
		29

$\alpha = 0,05$

$$\tau_в = \frac{4R}{n(n-1)} - 1 = \frac{4\cdot 29}{10\cdot 9} - 1 = \ldots = 0,29$$

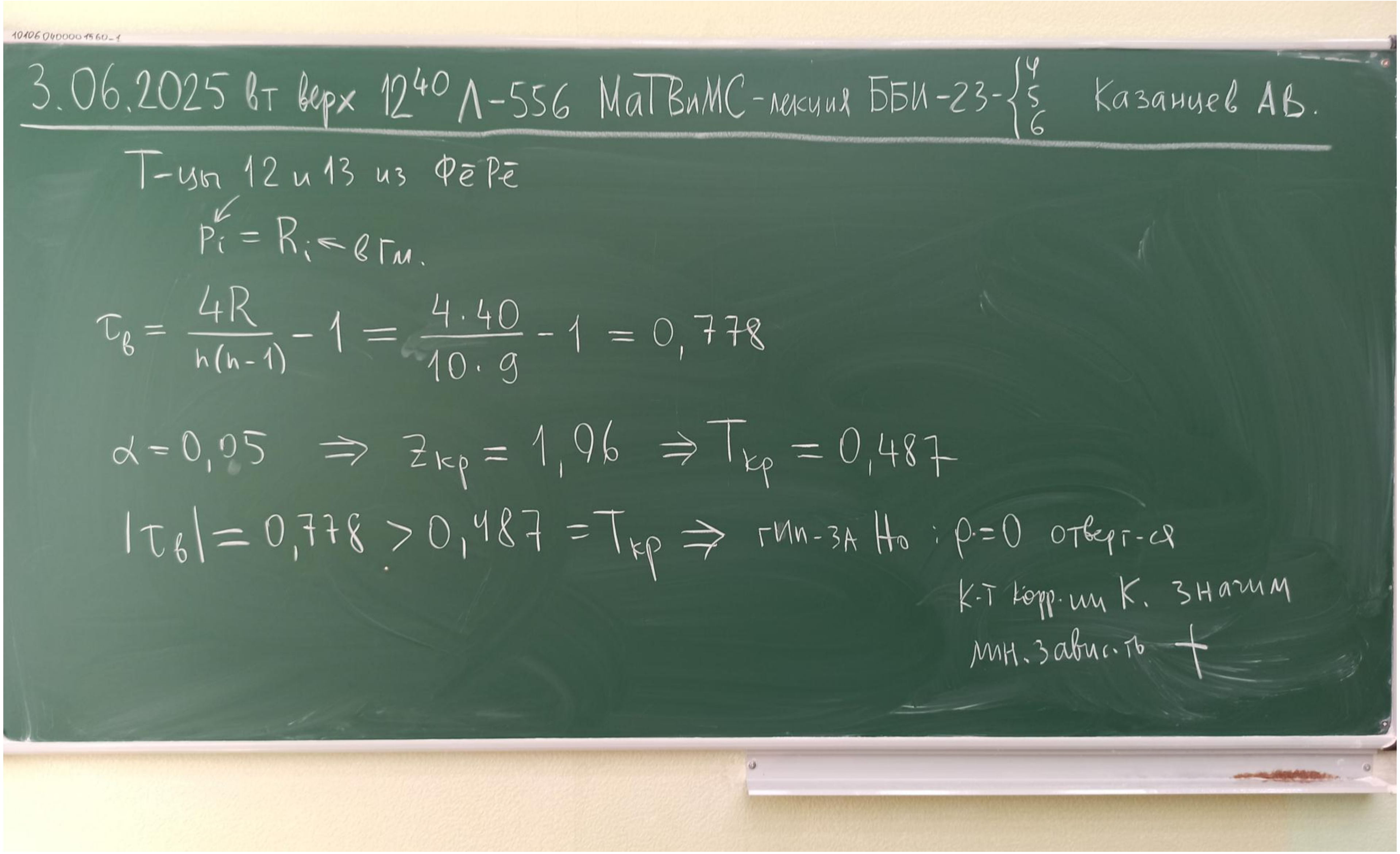
$$\Phi_0(z_{кр}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{0,95}{2} = 0,475 \Rightarrow z_{кр} = 1,96.$$

$$T_{кр} = z_{кр}\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}} = 1,96\sqrt{\frac{2\cdot 25}{\underset{9^2\cdot 10}{90\cdot 9}}} = \frac{1,96}{9}\cdot\sqrt{5} = \ldots = 0,487$$

$|\tau_в| = 0,29 < 0,487 = T_{кр} \Rightarrow$ нет осн-й отвергнуть $H_0: \rho = 0$

ранг. коррел-я связь не значима

мн. завис-ти нет


3.06.2025 вт верх 12 40 Л-556 МаТВиМС-лекция ББИ-23- 4 5 6 Казанцев А.В.
Т-цы 12 и 13 из ФēРē
ρi = Ri ← в Гм.
τв = 4R / n(n-1) - 1 = 4·40 / 10·9 - 1 = 0,778
α = 0,05 ⇒ zкр = 1,96 ⇒ Tкр = 0,487
|τв| = 0,778 > 0,487 = Tкр ⇒ гип-за H0 : ρ=0 отверг-ся
К-т корр-ии К. значим
мн. завис-ть +