1. Найти закон распределения указанной дискретной СВ X и ее функцию распределения $F(x)$. Вычислить математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$. Построить график функции распределения $F(x)$.

1.1. Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено четыре независимо работающих светофора. Каждый светофор с интервалом в 2 мин подает красный и зеленый сигналы; СВ X – число остановок автомобиля на этой улице.

1.2. Производятся три выстрела по мишени. Вероятность поражения мишени первым выстрелом равна 0,4, вторым – 0,5, третьим – 0,6; СВ X – число поражений мишени.

1.3. Вероятность безотказной работы в течение гарантийного срока для телевизоров первого типа равна 0,9, второго типа – 0,7, третьего типа – 0,8; СВ X – число телевизоров, проработавших гарантийный срок, среди трех телевизоров разных типов.

1.4. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,6; СВ X – число поражений цели при четырех выстрелах.

1.5. Вероятность выпуска прибора, удовлетворяющего требованиям качества, равна 0,9. В контрольной партии – 3 прибора; СВ X – число приборов, удовлетворяющих требованиям качества.

1.6. Вероятность перевыполнения плана для СУ-1 равна 0,9, для СУ-2 – 0,8, для СУ-3 – 0,7; СВ X – число СУ, перевыполнивших план.

1.7. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8; СВ X – число попаданий в цель при трех выстрелах.

1.8. Вероятность поступления вызова на АТС в течение 1 мин равна 0,4; СВ X – число вызовов, поступивших на АТС за 4 мин.

1.9. Вероятность сдачи данного экзамена для каждого из четырех студентов равна 0,8; СВ X – число студентов, сдавших экзамен.

1.10. Вероятность успешной сдачи первого экзамена для данного студента равна 0,9, второго экзамена – 0,8, третьего – 0,7; СВ X – число сданных экзаменов.

1.11. При установившемся технологическом процессе предприятие выпускает 2/3 своих изделий первым сортом и

1/3 вторым сортом; СВ X – число изделий первого сорта из взятых наугад четырех.

1.12. Из партии в 20 изделий, среди которых имеется четыре нестандартных, для проверки качества выбраны случайным образом 3 изделия; СВ X – число нестандартных изделий среди проверяемых.

1.13. Вероятность приема каждого из четырех радиосигналов равна 0,6; СВ X – число принятых радиосигналов.

1.14. В партии из 15 телефонных аппаратов 5 неисправных; СВ X – число неисправных аппаратов среди трех случайным образом отобранных.

1.15. Двое рабочих, выпускающих однотипную продукцию, допускают производство изделий второго сорта с вероятностями, соответственно равными 0,4 и 0,3. У каждого рабочего взято по 2 изделия; СВ X – число изделий второго сорта среди них.

1.16. 90 % панелей, изготавливаемых на железобетонном заводе, – высшего сорта; СВ X – число панелей высшего сорта из четырех, взятых наугад.

1.17. Вероятность отказа прибора за время испытания на надежность равна 0,2; СВ X – число приборов, отказавших в работе, среди пяти испытываемых.

1.18. В первой коробке 10 сальников, из них 2 бракованных, во второй – 16 сальников, из них 4 бракованных, в третьей – 12, из них 3 бракованных; СВ X – число бракованных сальников при условии, что из каждой коробки взято наугад по одному сальнику.

1.19. Рабочий обслуживает четыре станка. Вероятность выхода из строя в течение смены для первого станка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4, для четвертого – 0,5; СВ X – число станков, вышедших из строя за смену.

1.20. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна 1/6; СВ X – число выигрышных билетов из четырех.

1.21. В первой студенческой группе из 24 человек 4 отличника, во второй из 22 человек 3 отличника, в третьей из 24 – 6 отличников и в четвертой из 20 – 2 отличника; СВ X – число отличников, приглашенных на конференцию, при условии, что из каждой группы выделили случайным образом по одному человеку.

1.22. Вероятность выхода из строя каждого из трех блоков прибора в течение гарантийного срока равна 0,3; СВ X – число блоков, вышедших из строя в течение гарантийного срока.

1.23. Вероятность того, что деталь с первого автомата удовлетворяет стандарту, равна 0,9, для второго автомата – 0,8, для третьего – 0,7; СВ X – число деталей, удовлетворяющих стандарту, при условии, что с каждого автомата взято наугад по одной детали.

1.24. Вероятности поражения цели каждым из трех стрелков равны соответственно 0,7; 0,8; 0,6; СВ X – число поражений цели при условии, что каждый из стрелков сделал по одному выстрелу.

1.25. Вероятности выхода из строя в течение гарантийного срока каждого из трех узлов прибора равны соответственно 0,2; 0,3; 0,1; СВ X – число узлов, вышедших из строя в течение гарантийного срока.

1.26. Вероятность попадания мячом в корзину при каждом броске для данного баскетболиста равна 0,4; СВ X – число попадания при четырех бросках.

1.27. В партии из 25 изделий 6 бракованных. Для контроля их качества случайным образом отбирают четыре изделия; СВ X – число бракованных изделий среди отобранных.

1.28. Выход из строя коробки передач происходит по трем основным причинам: поломка зубьев шестерен, недопустимо большие контактные напряжения и излишняя жесткость конструкции. Каждая из причин приводит к поломке коробки передач с одной и той же вероятностью, равной 0,1; СВ X – число причин, приведших к поломке в одном испытании.

1.29. Из 39 приборов, испытываемых на надежность, 5 высшей категории. Наугад взяли 4 прибора; СВ X – число приборов высшей категории среди отобранных.

1.30. Проводятся три независимых измерения исследуемого образца. Вероятность допустить ошибку в каждом измерении равна 0,01; СВ X – число ошибок, допущенных в измерениях.

2. **Дана функция распределения $F(x)$ СВ X. Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и вероятность попадания СВ X на отрезок $[a;\ b]$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.**

2.1. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3 & \text{при } 0 \le x \le 2, \; a = 0,\; b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.2. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{33}(2x^2 + 5x) & \text{при } 0 \le x \le 3, \; a = 1,\; b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 3; \end{cases}$

2.3. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{9}x^2 & \text{при } 0 \le x \le 3, \; a = 0,\; b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 3; \end{cases}$

2.4. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{24}(x^2 + 2x) & \text{при } 0 \le x \le 4, \; a = 0,\; b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 4; \end{cases}$

2.5. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{10}(x^3 + x) & \text{при } 0 \le x \le 2, \; a = 0,\; b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.6. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{20}(x^3 + x) & \text{при } 0 \le x \le 4, \; a = 0,\; b = 3. \\ 1 & \text{при } x > 4; \end{cases}$

2.7. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 3\pi/4, \\ \cos 2x & \text{при } 3\pi/4 \le x \le \pi, \; a = 3\pi/4,\; b = 5\pi/6. \\ 1 & \text{при } x > \pi; \end{cases}$

2.8. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 - \cos x & \text{при } 0 \le x \le \pi/2, \; a = 0,\; b = \pi/3. \\ 1 & \text{при } x > \pi/2; \end{cases}$

2.9. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{96}(x^3 + 8x) & \text{при } 0 \le x \le 4, \; a = 0,\; b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 4; \end{cases}$

2.10. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1, \\ \frac{1}{9}(x + 1)^2 & \text{при } -1 \le x \le 2, \; a = 1,\; b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.11. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \pi/2, \\ 1 - \sin x & \text{при } \pi/2 \le x \le \pi, \; a = \pi/2,\; b = 3\pi/4. \\ 1 & \text{при } x > \pi; \end{cases}$

2.12. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1, \\ \frac{1}{9}(x^3 + 1) & \text{при } -1 \le x \le 2, \ a = 1, \ b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.13. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{33}(3x^2 + 2x) & \text{при } 0 \le x \le 3, \ a = 0, \ b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 3; \end{cases}$

2.14. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 3\pi/2, \\ \cos x & \text{при } 3\pi/2 \le x \le 2\pi, \ a = 3\pi/2, \ b = 7\pi/4. \\ 1 & \text{при } x > 2\pi; \end{cases}$

2.15. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{15}(x^2 + 2x) & \text{при } 0 \le x \le 3, \ a = 0, \ b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 3; \end{cases}$

2.16. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -1, \\ \frac{1}{5}(x + 1) & \text{при } -1 \le x \le 4, \ a = 0, \ b = 3. \\ 1 & \text{при } x > 4; \end{cases}$

2.17. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \sin x & \text{при } 0 \le x \le \pi/2, \ a = 0, \ b = \pi/6. \\ 1 & \text{при } x > \pi/2; \end{cases}$

2.18. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ (x^3 + 3x)/14 & \text{при } 0 \le x \le 2, \ a = 0, \ b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.19. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ (x^2 - x)/2 & \text{при } 1 \le x \le 2, \ a = 1{,}5, \ b = 2. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.20. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ (x^2 + x)/6 & \text{при } 0 \le x \le 2, \ a = 0, \ b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.21. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{10}(x^2 + 3x) & \text{при } 0 \le x \le 2, \ a = 0, \ b = 1. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.22. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{4}(x^2 - 2x) & \text{при } 1 \le x \le 2, \ a = 1{,}2, \ b = 1{,}5. \\ 1 & \text{при } x > 2; \end{cases}$

2.23. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ \frac{1}{2}x - 1 & \text{при } 2 \le x \le 4, \ a = 1, \ b = 3. \\ 1 & \text{при } x > 4; \end{cases}$

2.24. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{6}x & \text{при } 0\le x\le 6,\ a=2,\ b=5.\\ 1 & \text{при } x>6;\end{cases}$

2.25. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<-1,\\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{2} & \text{при } -1\le x\le 1,\ a=-1/2,\ b=1/2.\\ 1 & \text{при } x>1;\end{cases}$

2.26. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<2,\\ (x-2)^2 & \text{при } 2\le x\le 3,\ a=2{,}5,\ b=2{,}8.\\ 1 & \text{при } x>3;\end{cases}$

2.27. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<1,\\ \frac{1}{2}(x^2-x) & \text{при } 1\le x\le 2,\ a=1{,}5,\ b=1{,}9.\\ 1 & \text{при } x>2;\end{cases}$

2.28. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<\pi/2,\\ -\cos x & \text{при } \pi/2\le x\le \pi,\ a=\pi/2,\ b=5\pi/6.\\ 1 & \text{при } x>\pi;\end{cases}$

2.29. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<1,\\ \frac{1}{4}(x-1) & \text{при } 1\le x\le 5,\ a=2,\ b=4.\\ 1 & \text{при } x>5;\end{cases}$

2.30. $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0,\\ \frac{1}{2}(1-\cos x) & \text{при } 0\le x\le \pi,\ a=\pi/3,\ b=\pi/2.\\ 1 & \text{при } x>\pi;\end{cases}$

3

3.1. Валик, изготовленый автоматом, считается стандартным, если отклонение его диаметра от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметров валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением 1,6 мм и математическим ожиданием, равным 0. Сколько стандартных валиков (в %) изготавливает автомат?

3.2. При определении расстояния радиолокатором случайные ошибки распределяются по нормальному закону. Какова вероятность того, что ошибка при определении расстояния не превысит 20 м, если известно, что систематических ошибок радиолокатор не допускает, а дисперсия ошибок равна 1370 м^2?

3.3. Все значения равномерно распределенной СВ X лежат на отрезке [2; 8]. Найти вероятность попадания СВ X в промежуток (3; 5).

3.4. СВ X подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием, равным 3. Найти вероятность того, что СВ X примет значение, меньшее, чем ее математическое ожидание.

3.5. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляются до ближайшего целого деления. Считая, что ошибки измерения распределены равномерно, найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, меньшая 0,04.

3.6. Поток заявок, поступающих на телефонную станцию, представляет собой простейший пуассоновский поток. Математическое ожидание числа вызовов за 1 ч равно 30. Найти вероятность того, что за 1 мин поступит не менее двух вызовов.

3.7. В лотерее разыгрываются мотоцикл, велосипед и одни часы. Найти математическое ожидание выигрыша для лица, имеющего один билет, если общее количество билетов равно 100.

3.8. Считается, что изделие – высшего качества, если отклонение его размеров от номинальных не превосходит по абсолютной величине 3,6 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинального подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением, равным 3 мм. Систематические отклонения отсутствуют. Определить среднее число изделий высшего качества среди 100 изготовленных.

3.9. Детали, выпускаемые цехом, имеют диаметры, распределенные по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 5 см, и дисперсией, равной 0,81 см^2. Найти вероятность того, что диаметр наугад взятой детали – от 4 до 7 см.

3.10. СВ X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0. Вероятность попадания этой СВ в интервал $(-1; 1)$ равна 0,5. Найти среднее квадратичное отклонение и записать нормальный закон.

3.11. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения – 5 мин. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин.

3.12. Ребро куба x измерено приближенно: $1 \le x \le 2$. Рассматривая ребро куба как СВ X, распределенную равномерно в интервале (1; 2), найти математическое ожидание и дисперсию объема куба.

3.13. Случайная величина подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием $a = 3$. Найти вероятность того, что данная СВ примет положительное значение.

3.14. При работе ЭВМ время от времени возникают сбои. Поток сбоев можно считать простейшим. Среднее число сбоев за сутки равно 1,5. Найти вероятность того, что в течение суток произойдет хотя бы один сбой.

3.15. Из пункта C ведется стрельба из орудия вдоль прямой CK. Предполагается, что дальность полета распределена нормально с математическим ожиданием 1000 м и средним квадратичным отклонением 5 м. Определить (в %), сколько снарядов упадет с перелетом от 5 до 70 м.

3.16. СВ X распределена нормально с математическим ожиданием 40 и дисперсией 100. Вычислить вероятность попадания СВ X в интервал (30; 80).

3.17. Трамваи данного маршрута идут с интервалом в 5 мин. Пассажир подходит к трамвайной остановке в некоторый момент времени. Какова вероятность появления пассажира не ранее чем через 1 мин после ухода предыдущего трамвая, но не позднее чем за 2 мин до отхода следующего трамвая?

3.18. Минутная стрелка часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найти вероятность того, что в данное мгновение часы покажут время, которое отличается от истинного не более чем на 20 с.

3.19. При заданном положении точки разрыва снаряда цель оказывается накрытой пуассоновским полем осколков с плотностью $\lambda = 2{,}5$ осколков/м^2. Площадь проекции цели на плоскость, на которой наблюдается осколочное поле, равна 0,8 м^2. Каждый осколок, попавший в цель, поражает ее с полной достоверностью. Найти вероятность того, что цель будет поражена.

3.20. Число атак истребителей, которым может подвергнуться бомбардировщик над территорией противника, есть случайная величина, распределенная по закону Пуассона с математическим ожиданием $a = 3$. Каждая атака с вероятностью 0,4 заканчивается поражением бомбардировщика. Определить вероятность поражения бомбардировщика в результате трех атак.

3.21. Производят взвешивание вещества без систематических ошибок. Случайная ошибка взвешивания распределена нормально с математическим ожиданием 20 кг и средним квадратичным отклонением 2 кг. Найти вероятность того, что следующее взвешивание отличается от математического ожидания не более чем на 100 г.

3.22. Диаметр подшипников, изготовленных на заводе, представляет собой случайную величину, распределенную нормально с математическим ожиданием 1,5 см и средним квадратичным отклонением 0,04 см. Найти вероятность того, что размер наугад взятого подшипника колеблется от 1 до 2 см.

3.23. Цена деления шкалы амперметра равна 0,1 А. Показания округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая 0,04 А.

3.24. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение СВ X, распределенной равномерно в интервале (2; 10).

3.25. Радиостанция ведет передачу информации в течение 10 мкс. Работа ее происходит при наличии хаотической импульсной помехи, среднее число импульсов которой в секунду составляет 10^4. Для срыва передачи достаточно попадания одного импульса помехи в период работы станции. Считая, что число импульсов помехи, попадающих в данный интервал времени, распределено по закону Пуассона, найти вероятность срыва передачи информации.

3.26. Найти математическое ожидание и дисперсию: а) числа очков, выпавших при одном бросании игральной кости; б) суммы очков, выпавших при бросании двух игральных костей.

3.27. Считается, что отклонение длины изготавливаемых деталей от стандартных является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Зная, что длина стандартной детали 40 см, а среднее квадратичное отклонение 0,4 см, определить, какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,8.

3.28. Рост мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 170 см, и дисперсией, равной 49 см^2. Найти вероятность того, что трое наугад выбранных мужчин будут иметь рост от 170 до 175 см.

3.29. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение СВ X, распределенной равномерно в интервале (8; 14).

3.30. Среди семян риса 0,4 % семян сорняков. Число сорняков в рисе распределено по закону Пуассона. Найти вероятность того, что при случайном отборе 5000 семян будет обнаружено 5 семян сорняков.