Тема 8

1) $\int_{-7}^{0}\frac{x}{\sqrt[3]{x-1}}dx$ 2) $\int_{-2}^{-1}\frac{dx}{(11+x)^3}$; 3) $\int_{-\ln 2}^{\ln 2}\frac{e^x}{3+2e^x}dx$ 4) $\int_{1}^{e^{12}}\frac{dx}{x\cdot\sqrt[5]{2\ln x+8}}$

5) $\int_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{\cos x}{\sin^3 x}dx$ 6) $\int_{1}^{e}\frac{\sqrt[3]{\ln^2 x}}{x}dx$ 7) $\int_{2}^{3}(x+2)\sqrt{x-2}\,dx$ 8) $\int_{0}^{1}\frac{xdx}{1+2x}$ 9) $\int_{0}^{1}e^x\cos e^x dx$

10) $\int_{0}^{1}\frac{dx}{\sqrt[3]{e^{2x}-1}}$ 11) $\int_{1}^{e}\frac{dx}{x\cdot\sqrt{5-\ln x}}$ 12) $\int_{2}^{3}\frac{x+3}{\sqrt{3x^2-11}}dx$ 13) $\int_{0}^{1}x(2-x^2)^5dx$

14) $\int_{0}^{1}x(2-x^2)^5dx$ 15) $\int_{0}^{1}\frac{2x+\sqrt{\operatorname{arctg}^5 x}}{1+x^2}dx$ 16) $\int_{0}^{1}\sqrt{2x+x^2}dx$; 17) $\int_{\ln 2}^{\ln 6}\frac{e^x\sqrt{e^x-2}dx}{e^x+2}$;

18)) $\int_{0}^{\ln 2}\sqrt{5e^x-1}\;e^x dx$; 19) $\int_{0}^{arctg(1/3)}\frac{(8+\operatorname{tg}x)dx}{9\sin^2 x+\cos^2 x}$; *20)* $\int_{1}^{3}\frac{dx}{x\sqrt{x^2+5x+1}}$;

21) $\int_{0}^{\pi/2}\frac{dx}{1+8\cos^2 x}$; 22) $\int_{9}^{15}\sqrt{\frac{x-6}{18-x}}dx$; 23) $\int_{1}^{4}\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)}dx$.

24) $\int_{1}^{e}x\ln x dx$; 25) $\int_{1}^{8}\sqrt[3]{x}\;\ln x dx$; 26) $\int_{0}^{\pi/2}(2x-1)\cos\frac{x}{4}dx$; 27) $\int_{-1}^{1/2}\operatorname{arctg}\sqrt{1-2x}dx$; 28) $\int_{0}^{\pi/2}(2x+3)\sin 5x dx$; 29) $\int_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{xdx}{\sin^2 x}$.

30) Вычислить среднее значение функции $f(x)=\frac{(x+3)}{(x+1)^2(x^2+1)}$ на отрезке [1, 2].

31) Вычислить среднее значение функции $f(x)=x^2\sqrt{16-x^2}$ на отрезке [0, 4].

Тема 9

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y=x^2-2x,\ y=x$; 2) $y^2=2x+1,\ x-y-1=0$; 3) $y=x^3,\ x=1,\ y=-\sqrt[3]{x}$;

4) $y=x^2-2;\ y=0;\ y=2$; 5) $(y-x)^2=x^3, x=1$; 6) $x^3=(y-1)^2, y=0, x=0$;

7) $x=\sqrt{1-y^2}, y=\sqrt{\frac{3x}{2}}, y=x$; 8) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{9}=1, y=-1, y=3$;

9) $x^2+y^2=4x, y^2=2x(y^2\ge 2x)$;

10) $y=-x^2+2x+1, y=-x^2+4x-5, y=-3x-5$;

11) $x=4-(y-1)^2,\ x=y^2-4y+3$; 12) $x^2+2x-y^2-1=0, y^2=x+1$.

13) $\begin{cases} x = 4\cos^3 t, \\ y = 8\sin^3 t, \end{cases}$ $y = 1 \ (y \le 1)$; 14) $\begin{cases} x = 16\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$, $x = 2 (x \ge 2)$;

15) $\begin{cases} x = 3\cos t, \\ y = 8\sin t, \end{cases}$ $y = 4\sqrt{3} \ \left(y \ge 4\sqrt{3}\right)$; 16) $\begin{cases} x = 8(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases}$ $y = 6 \ \left(y \ge 6\right)$;

17) $r = \cos 2\varphi$; 18) $r = 2\sin 3\varphi$ 19) $r = \frac{3}{2}\sin\varphi, \quad r = \frac{5}{2}\sin\varphi$;

20) $r = 6\cos 3\varphi, \quad r = 3 (r \ge 3)$.

21) Найти площадь области, ограниченной кривой $r = a(1 + \cos\varphi)$ и лежащей вне кривой $r = 3a\cos\varphi$.

22) $r = \frac{1}{2} + \cos\varphi$

2. Найти длину дуги кривой l, если

1) $y^2 = x^3$, отсеченной прямой $x = 4/3$

2) $y = x^2/2 - 1$, отсеченной осью OX.

3) $y^2 = (x+1)^3$, отсеченной прямой $x = 4$

4) $9y^2 = x(x-3)^2$, между точками пересечения с осью OX.

5) $y = \arcsin e^{-x}, 0 \le x \le 1$ 6) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y, 1 \le y \le e$

7) $l: y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin\sqrt{x}, \ 0 \le x \le \frac{1}{2}$; 8) $l: y = e^x + 6, \ \ln\sqrt{8} \le x \le \ln\sqrt{24}$

9) $y = \frac{1 - e^x - e^{-x}}{2}, \quad 0 \le x \le 3.$ 10) $y = \ln(1 - x^2)$, если $0 \le x \le 0{,}5$.

11) $l: x = t^2, y = t - t^3/3, \ 0 \le t \le \sqrt{3}$; 12) $l: x = 3(t - \sin t), y = 3(1 - \cos t), \ \pi \le t \le 2\pi$

13) $\begin{cases} x = \left(t^2 - 2\right)\sin t + 2t\cos t, \\ y = \left(2 - t^2\right)\cos t + 2t\sin t, \end{cases}$ $0 \le t \le \pi.$ 14) l: $r = 5\varphi$, $0 \le \varphi \le 12/5$;

15) $l: r = 2(1 + \cos\varphi)$. 16) $l: r = e^{4\varphi/3}, -\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$ 17) $y = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{x} \sqrt{\cos t}\,dt$

3)Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY и вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями

1) $xy = 1$, $y = 1$, $y = 4$, $x = 0$. 2) $y = \arcsin x$, $x = 0$, $x = 1$.

3) $y = 2 - x^2$, $y = x$, $x = 0$. 4) $y = \ln x$, $y=0$, $x=2$.

5) $y = \left(x - 1\right)^2, \quad x = 0, \quad x = 2, \quad y = 0.$

Тема 10

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

1) $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 1}}$ 2) $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{(4 + x)\sqrt{x}}$ 3) $\int\limits_{-\infty}^{-2} \frac{x\,dx}{x^3 + 1}$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ 5) $\int\limits_1^{\infty} \frac{x \ln x dx}{(x^2+5)^2}$ 6) $\int\limits_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x \ln \ln x}$

7) $\int\limits_2^{\infty} \sqrt{\frac{4x+1}{x+3}} \frac{dx}{x^2}$ 8) $\int\limits_e^{\infty} \frac{\ln^2 x\, dx}{\sqrt{x^5}}$ 9) $\int\limits_{-\infty}^{1} \frac{\operatorname{arctg} x\, dx}{x^2(x^2+1)}$

10) $\int\limits_1^{\infty} \frac{(x^5+4)dx}{x^6+x^2+1}$ 11) $\int\limits_0^{2} \frac{(6-x)dx}{\sqrt{12-4x-x^2}}$ 12) $\int\limits_2^{4} \frac{(x+9)dx}{x\sqrt{x-2}}$

13) $\int\limits_0^{1} \ln^2 x\, dx$ 14) $\int\limits_0^{\pi/4} \left(\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^4 x\right) dx$

15) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{\ln(2+\sqrt[3]{x})dx}{\sqrt[3]{x}}$ 16) $\int\limits_{-\infty}^{-3} \sqrt{\frac{x-5}{x+3}} dx$ 17) $\int\limits_2^{\infty} \frac{(x+5)dx}{x^3+8}$

18) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x+1}}$

Тема11

Исследовать несобственный интеграл на сходимость

1) $\int\limits_1^{\infty} \frac{(x^2-x+5)dx}{\sqrt[3]{x^{11}+4x^5+1}}$; 2) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{(x^5+2x-1)}{x^6+x^3} dx$ 3) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{\sqrt{x^3+x^2}}$; 4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{(2-\sin^3 x)dx}{x+\sqrt{5x+x^3}}$;

5) $\int\limits_{-1}^{\infty} \frac{5-\sin x}{\sqrt[3]{x^2+5}} dx$; 6) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin x\, dx}{x\sqrt{x}}$; 7) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{x \operatorname{arctg} x\, dx}{\sqrt{x^6+12x}}$; 8) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\ln(1+6x)dx}{x^2}$ 9) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{\ln \sin x dx}{\sqrt{x}}$;

10) $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\operatorname{tg} x - \sin x}$ 11) $\int\limits_0^{1} \frac{1}{x^4} \left(\operatorname{arctg} \frac{x^3}{1+x^2}\right)^5 dx$