

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Дифференциальное исчисление функций одной и многих переменных.

I. Предел числовой последовательности.

1. Понятие числовой последовательности. Определение предела числовой последовательности. Теорема о единственности предела (с доказательством). Определение ограниченной и неограниченной числовой последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности (с доказательством).
2. Определение бесконечно малой и бесконечно большой числовой последовательности. Свойства бесконечно малых (с доказательством). Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими последовательностями.
3. Арифметические операции над сходящимися ЧП.
4. Предельный переход в неравенствах.
5. Теорема о пределе монотонной ограниченной ЧП (свойство Вейерштрасса). Число e как предел последовательности (с доказательством).
6. Подпоследовательности числовой последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

II. Предел функции одной переменной, непрерывность.

1. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне. Односторонние пределы и пределы при стремлении аргумента к бесконечности.
2. Свойства пределов функции (с доказательством).
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства (с доказательством).
4. Асимптоты графика функции.
5. Формула для первого замечательного предела и следствия из нее.
6. Формула для второго замечательного предела и следствия из нее.
7. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Замена функций на эквивалентные при вычислении предела. Символы o -малое и O -большое
8. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Свойства функций, непрерывных в точке.
9. Свойства функций, непрерывных на отрезке (с доказательством).
10. Непрерывность элементарных функций .

III. Производная функции одной переменной и ее приложение к исследованию функций.

1. Производная и дифференциал функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции.
2. Правила дифференцирования. Таблица производных элементарных функций (с доказательством).
3. Основные теоремы для дифференцируемых функций (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши) (с доказательством).
5. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей (с доказательством).
6. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа и в форме Пеано (с доказательством). Единственность разложения Тейлора (с доказательством).

7. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора в окрестности точки 0 (по формуле Маклорена). Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.
8. Критерии постоянства и монотонности функции на интервале.
9. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (с доказательством).
10. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Их признаки.
11. Общая схема исследования функции и построения графика.

IV. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

1. Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции многих переменных.
2. Частные производные. Дифференцируемость функции многих переменных. Дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости функции в точке; связь между дифференцируемостью функции в точке и непрерывностью; достаточные условия дифференцируемости функции в точке.
3. Касательная плоскость и нормаль к графику функции двух переменных. Геометрический смысл дифференциала.
4. Производная по направлению и градиент.
5. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о смешанных производных. Формула Тейлора для функции многих переменных.
6. Неявные функции и их дифференцирование.
7. Экстремумы функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума; достаточные условия локального экстремума.
8. Условный экстремум. Общая постановка задачи отыскания условного экстремума функции двух и трех переменных. Решение задачи методом исключения части переменных и методом множителей Лагранжа.
9. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции многих переменных в ограниченной замкнутой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – М.: Дрофа, 2008. – Т.1, 2.
2. Ефимов А.В. и др. Сборник задач по высшей математике. Часть 2. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
3. Разумейко Б.Г., Ким-Тян Л.Р., Недосекина И.С. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Курс лекций. – М.: Издательский дом МИСиС, 2014. – 116с.
4. Разумейко Б.Г., Ким-Тян Л.Р., Плужникова Е.Л. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Практикум. – М.: Издательский дом МИСиС, 2015. – 167с.
5. Плужникова Е.Л., Разумейко Б.Г. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Учебное пособие № 190. – М.: Издательский дом МИСиС, 2011. – 132с.
6. Плужникова Е. Л., Разумейко Б.Г. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Учебное пособие № 2004. - М.: Изд. дом МИСиС, 2011