Работа 1.

Тема: "Дифференциальные уравнения первого порядка и второго, допускающие понижение порядка".

Вариант 1

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

1. $y' = e^{3y}\cos 2x.$

2. $yy' = 2y - x.$

3. $xy' - x^3 + 2y = 0$.

Решить задачи Коши.

4. $y' + xy = (x-1)e^x y^2, \quad y(0) = 1.$

5. $x + 2y' = xy'', \quad y(1) = y'(1) = 1.$

Вариант 2

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

1. $x\sqrt{5+y^2}\,dx + y\sqrt{4+x^2}\,dy = 0.$

2. $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$

3. $xy' + 2y = x^5 y^2.$

Решить задачи Коши.

4. $xy' - 3y = x^2; \quad y(-2) = 4.$

5. $(1+x^2)y'' = 2xy', \quad y(1) = 3, \quad y'(1) = 4.$

Ответы

Вариант 1. **1.** $y = -\frac{1}{3}\ln(C - \frac{3}{2}\sin 2x).$ **2.** $y - x = Ce^{\frac{x}{y-x}}.$ **3.** $y = \frac{x^5}{5} + \frac{C}{x^2}$. **4.** $y = e^{-x}.$

5. $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} + \frac{5}{6}.$

Вариант 2. **1.** $\sqrt{5+y^2} + \sqrt{4+x^2} = C.$ **2.** $\ln Cx = -e^{-\frac{y}{x}}.$ **3.** $y = \frac{3}{x^2(C-x^3)}, \quad y = 0.$

4. $y = -x^2 - x^3.$ **5.** $y = \frac{2}{3}x^3 + 2x + \frac{1}{3}.$

Работа 2.

Тема: "Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами".

Вариант 1

Найти общее решение дифференциального уравнения:

1. $y''+y'-6y = xe^{2x} + 8\sin 2x$

Решить задачу Коши.

2. $y''-y' = \sin x, \quad y(0) = 0{,}5;\ y'(0) = 0.$.

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

3. $y''+y+\mathrm{ctg}^2 x = 0.$

4. $\begin{cases} y'+2y+4z = 1+4x \\ z'+y-z = \dfrac{3}{2}x^2 \end{cases}.$

5. $y'''+4y''+3y' = 4(1-x)e^{-x}$

Вариант 2

Найти общее решение дифференциального уравнения:

1. $4y''-4y'+y = xe^{2x} - 9\cos x$

Решить задачу Коши.

2. $y''+y = 4e^{x}, \quad y(0) = 4;\ y'(0) = -3.$

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

3. $y''-2y'+y = \dfrac{e^{x}}{x^2+1}.$

4. $\begin{cases} y' = e^{x} - z \\ z' = e^{-x} + y \end{cases}.$

5. $y'''-64y' = 128\cos 8x$.

Ответы

Вариант 1.

1. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} + \left(\dfrac{x^2}{10} - \dfrac{x}{25}\right) e^{2x} - \dfrac{2}{13}\cos 2x - \dfrac{10}{13}\sin 2x.$

2. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} + \left(\dfrac{x^2}{10} - \dfrac{x}{25}\right) e^{2x} - \dfrac{2}{13}\cos 2x - \dfrac{10}{13}\sin 2x..$

3. $y = (\ln|\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}| + \cos x + C_1)\cos x + (\dfrac{1}{\sin x} + \sin x + C_2)\sin x.$

4. $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} + x^2 + x; \quad z = \dfrac{C_1}{4} e^{-3x} - C_2 e^{2x} - \dfrac{x^2}{2}.$

5. $y = C_1 + C_2 e^{-x} + C_3 e^{-3x} + (x^2 - x)e^{-x}.$

Вариант 2.

1. $y = C_1 e^{x/2} + C_2 x e^{x/2} + \left(\dfrac{x}{9} - \dfrac{4}{27}\right) e^{2x} + \dfrac{27}{25}\cos x + \dfrac{36}{25}\sin x.$

2. $y = 2\cos x - 5\sin x + 2e^x.$ **3.** $y = (C_1 - \dfrac{1}{2}\ln(x^2+1))e^x + (\operatorname{arctg} x + C_2)xe^x.$

4. $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \dfrac{1}{2}(e^x - e^{-x}); \quad z = C_1 \sin x - C_2 \cos x + \dfrac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$

5. $y = C_1 + C_2 e^{8x} + C_3 e^{-8x} - \dfrac{1}{8}\sin 8x.$