

Задачи для подготовки к экзамену

1. Неопределенные интегралы

68. $\int e^{-x^3} x^2 dx.$

69. $\int \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}.$

70. $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx.$

71. $\int e^{\sin x} \cos x dx.$

72. $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x}.$

73. $\int \frac{2^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}.$

74. $\int \frac{3^x dx}{x^2}.$

75. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx.$

76. $\int \frac{\sqrt[3]{2 + \ln x}}{x} dx.$

77. $\int \sqrt{3 + \cos 5x} \sin 5x dx.$

160. $\int \arcsin x dx$

161. $\int x \operatorname{arctg} x dx$

162. $\int x \operatorname{arctg}(1-x) dx$

163. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx$

164. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{7x-1} dx$

165. $\int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$

166. $\int e^x \sin x dx$

168. $\int e^{2x} \cos 3x dx$

172. $\int \ln(x^2 + 2) dx$

173. $\int \cos(\ln x) dx$

174. $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx$

175. $\int x \operatorname{tg}^2 x dx$

176. $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$

177. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

182. $\int \sqrt{7-x^2} dx.$

183. $\int \sqrt{x^2-5} dx.$

184. $\int \sqrt{3-x^2} dx.$

185. $\int \sqrt{x^2+2} dx.$

235. $\int \cos^4 x dx.$

236. $\int \sin^5 x dx.$

237. $\int \cos^2 x \sin^2 x dx.$

238. $\int \sin^3 \frac{x}{4} \cos^3 \frac{x}{4} dx.$

$$\begin{array}{ll}
259. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx. & 261. \int \operatorname{ctg}^3 x dx. \\
262. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx. & 266. \int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}. \\
267. \int \frac{dx}{5+3\cos x}. & 268. \int \frac{dx}{3\sin x+4\cos x}. \\
276. \int \frac{dx}{\sin^2 x+3\sin x\cos x-\cos^2 x}. & 277. \int \frac{dx}{\sin^2 x-5\sin x\cos x}. \\
278. \int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}. & 279. \int \frac{dx}{(\sin x+\cos x)^2}. \\
320. \int \frac{x \arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}. & 324. \int x^2 \operatorname{arctg}(2x+1) dx. \\
8.4.14. \int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(1-\sqrt[3]{x})} dx. & 8.4.15. \int \frac{\sqrt{x} dx}{x-\sqrt[3]{x^2}}. \\
8.4.16. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt{x}}. & 8.4.17. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1-\sqrt[3]{x}}. \\
8.4.18. \int \frac{\sqrt{x+2}}{x} dx. & 8.4.19. \int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}}. \\
8.4.20. \int \frac{dx}{(x+1)^{3/2}+(x+1)^{1/2}}. & 8.4.21. \int \frac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}-1} dx.
\end{array}$$

2. Неопределенный интеграл и его приложения

$$\begin{array}{lll}
375. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^4 t dt. & 376. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\cos x}. & 377. \int_1^e \ln x dx. \\
378. \int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx. & 379. \int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx. & 380. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x}.
\end{array}$$

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$392. y = \arcsin 2x, x = 0, y = -\frac{\pi}{2}.$$

$$393. y = \sin 2x, y = 1, x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$394. x^2 - y^2 = 1, x = 2.$$

$$395. y = x^3, y = -1, x = 0.$$

Вычислить длину дуги кривой:

427. $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$, отсеченной прямой $x = 3$.

428. $y^2 = x^3$, отсеченной прямой $x = 1$.

429. $y = \ln \cos x$, отсеченной прямыми $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$.

435. астроида $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

436. одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$,
 $0 \leq t \leq 2\pi$.

9.3.108. $\begin{cases} x = \frac{1}{6}t^6, \\ y = 2 - \frac{t^4}{4} \end{cases}$ между точками пересечения с осями Ox и Oy .

9.3.109. $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ от $t = 0$ до $t = \pi/4$.

9.3.110. $\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$.

9.3.111. $y = \ln \frac{e}{\cos x}$ от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{6}$.

9.3.112. $y = \sqrt{x-1}$ от точки $A(1;0)$ до точки $B(2;1)$.

9.3.113. $y = \ln(1-x^2)$ от $x = 0$ до $x = \frac{3}{4}$.

9.3.116. $\begin{cases} x = t^2, \\ y = t - \frac{1}{3}t^3 \end{cases}$ (петля).

9.3.117. $\begin{cases} x = 3 \sin t + 4 \cos t, \\ y = 4 \sin t - 3 \cos t. \end{cases}$

9.3.129. Вычислить длину кривой $y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x} + 3$, $\frac{1}{16} \leq x \leq 1$.

Вычислить объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной линиями:

413. $y = 4 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$, где $x \geq 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

414. $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

415. $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$, где $x \geq 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

416. $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

417. $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

419. $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

9.3.206. $y = \arccos x$, $y = \arcsin x$, $y = 0$ вокруг оси Oy .

9.3.207. $y = \sqrt{x-1}$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0,5$ вокруг оси Ox .

9.3.243. Тангенсоида $y = \operatorname{tg} x$ от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}$ вокруг оси Ox .

3. Несобственные интегралы

Вычислить интегралы или установить их расходимость:

462. $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx.$

463. $\int_0^{+\infty} x \cdot \sin x dx.$

465. $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$

466. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$

467. $\int_6^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}.$

468. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}.$

469. $\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{4+x^4}}.$

470. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$

475. $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}.$

476. $\int_0^1 x \ln x dx.$

477. $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}.$

478. $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}.$

479. $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$

480. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$

481. $\int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$

482. $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[5]{x^3}} dx.$

4. Двойные интегралы:

Изменить порядок интегрирования

6.19. $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy.$ 6.20. $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-(2+y)}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^0 f dx.$

$$6.21. \int_0^1 dy \int_0^y f \, dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f \, dx.$$

$$6.22. \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f \, dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f \, dy.$$

$$6.23. \int_0^{\pi/4} dx \int_0^{\sin x} f \, dy + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int_0^{\cos x} f \, dy.$$

$$6.24. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f \, dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f \, dx.$$

$$6.25. \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f \, dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f \, dy.$$

$$6.26. \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f \, dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f \, dy.$$

Вычислить двойной интеграл (D- область, ограниченная линиями)

$$\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

$$\iint_D (9x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2.$$

$$\iint_D (36x^2 y^2 - 96x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3.$$

$$\iint_D (18x^2 y^2 + 32x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}.$$

$$\iint_D (27x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}.$$

Используя двойной интеграл, вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$6.1. y=3/x, y=4e^x, y=3, y=4.$$

$$6.2. x=\sqrt{36-y^2}, x=6-\sqrt{36-y^2}.$$

6.3. $x^2 + y^2 = 72, 6y = -x^2 \ (y \leq 0)$.

6.4. $x = 8 - y^2, x = -2y$.

6.5. $y = \frac{3}{x}, y = 8e^x, y = 3, y = 8$.

6.6. $y = \frac{\sqrt{x}}{2}, y = \frac{1}{2x}, x = 16$.

6.7. $x = 5 - y^2, x = -4y$.

6.8. $x^2 + y^2 = 12, -\sqrt{6}y = x^2 \ (y \leq 0)$.

6.9. $y = \sqrt{12 - x^2}, y = 2\sqrt{3} - \sqrt{12 - x^2}, x = 0 \ (x \geq 0)$.

6.10. $y = \sqrt{24 - x^2}, 2\sqrt{3}y = x^2, x = 0 \ (x \geq 0)$.

6.11. $y = \sin x, y = \cos x, x = 0, (x \geq 0)$.

5. Криволинейные интегралы:

1.1. а) Вычислить $\int_{AB} \frac{e^{3y}}{\sqrt{1+e^{2y}}} ds$, где AB - дуга кривой $x = 1 + e^y$, заключенная между точками

$A(2; 0)$ и $B(3; \ln 2)$,

б) Вычислить $\int_L \left(x + \frac{y}{4}\right)^{-3} dx + \sqrt{y} e^{-(x/4+y/16)} dy$, где L - ломаная с вершинами

$A(-2; 0), B(-4; 0), C(-8; 16)$.

1.2. а) Вычислить $\int_{AB} (4x^4 y + 2x^2 y^3 + 3y^5) ds$, где AB - полуокружность $y = \sqrt{2x - x^2}$.

б) Вычислить $\int_L (x + 5y) dx + (-x + 4y) dy$, где L - четверть окружности $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases} \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$.

1.3. а) Вычислить $\int_{AB} \frac{6xy^4 - 4xy^3}{\sqrt{1+4x^2y^4}} ds$, где AB - дуга кривой $y = \frac{4}{4x^2+1}$, заключенная между точками

$A(0; 4)$ и $B\left(\frac{1}{2}; 2\right)$,

b) Вычислить $\int_L \sqrt{x - \frac{y}{3}} dx + y e^{(x/3 - y/9)} dy$, где L - ломаная с вершинами $A(4; 0)$, $B(3; 0)$, $C(6; 9)$.

1.4. а) Вычислить $\int_{AB} \frac{(x^2 + 1)}{(y^2 + 1)\sqrt{10 + 9xy - 9x^2}} ds$, где AB - дуга кубической параболы $y = x^3 + 3x$, заключенная между точками $A(0; 0)$ и $B(1; 4)$,

b) Вычислить $\int_L (3x^2 + y^2) dx + (xy - 5) dy$, где L - дуга параболы $y = 3x - x^2$, расположенная выше оси OX и пробегаемая по часовой стрелке.

Вычислить с помощью формулы Грина

2.4. $\int_L \frac{y^2 e^{xy} + 6x}{y} dx + \left(x e^{xy} + e^{(x^2 + y)} \right) dy$, L - прямоугольник с вершинами $A(0; 1)$, $B(0; 3)$, $C(-1; 3)$, $D(-1; 1)$,

b) $\int_L \left(y - x e^{(x^2 + y^2)} \right) dx + \left(3x - y e^{(x^2 + y^2)} \right) dy$, L - окружность $x^2 + y^2 = 9$.

2.5. а) $\int_L \left(\frac{y}{x^2 y^2 + 7} + \frac{3x}{y} \right) dx + \left(e^{x^2 + y} + \frac{x}{x^2 y^2 + 7} \right) dy$, L - прямоугольник с вершинами $A(0; 1)$, $B(0; 3)$, $C(\sqrt{2}; 3)$, $D(\sqrt{2}; 1)$,

b) $\int_L \left(xy + x \cos(x^2 + y^2) \right) dx + \left(y \cos(x^2 + y^2) + x^2 y \right) dy$, L - окружность $x^2 + y^2 = 16$.

2.6. а) $\int_L \left(2x + 2y + x \sqrt{9 - x^2 + y^2} \right) dx + \left(xy - y \sqrt{9 - x^2 + y^2} \right) dy$, L - окружность $x^2 + y^2 = 9$.

b) $\int_L \left(3^{\sin x} - xy^2 \right) dx + \left(x^2 y + e^{y^3} \right) dy$, L - треугольник с вершинами $A(1; 0)$, $B(4; 0)$, $C(4; 3)$.

2.7. а) $\int_L \left(x^2 + x \sqrt{3 + x^2 + y^2} \right) dx + \left(y \sqrt{3 + x^2 + y^2} + x + e^y \right) dy$, L - контур, образованный кривыми $y = -x^2$, $x = y^2$,

b) $\int_L \left(xy + x e^{(x^2+y^2+3)} \right) dx + \left(y^2 + y e^{(x^2+y^2+3)} \right) dy$, L – окружность $x^2 + y^2 = 3y$.

2.8. a) $\int_L \left(\frac{2xy}{x^2y+3} + x^2y \right) dx + \left(\frac{x^2}{x^2y+3} + x \right) dy$, L – контур, образованный кривыми $y = 2x^2$, $x = y^2$,

b) $\int_L \left(-x^2y + x \sqrt{5-x^2-y^2} \right) dx + \left(y \sqrt{5-x^2-y^2} + xy^2 \right) dy$, L – окружность $x^2 + y^2 = 4y$.

2.9. a) $\int_L \frac{6y+4x \ln x - 2x \ln y}{y} dx + \frac{xy^2 + x^2 \ln y - 2x^2 \ln x}{y^2} dy$, L – треугольник с вершинами $A(4; 3)$, $B(5; 5)$, $C(6; 4)$,

b) $\int_L \left(-x^2y + x \sqrt{4+x^2+y^2} \right) dx + \left(y \sqrt{4+x^2+y^2} + xy^2 \right) dy$, L – окружность $x^2 + y^2 = 8y$.

2.10. a) $\int_L \left(\frac{12x}{y} + x e^{(x^2+y^2)} \right) dx + \left(e^{x^2+y^2} + y e^{(x^2+y^2)} \right) dy$, L – прямоугольник с вершинами $A(0; 6)$, $B(0; 8)$, $C(1; 8)$, $D(1; 6)$,

b) $\int_L \left(x^2y + \sqrt{\frac{y}{x}} \right) dx + \left(\sqrt{\frac{x}{y}} + xy^2 \right) dy$, L – окружность $x^2 + y^2 = 6$.

2.11. a) $\int_L \left(x^2 + 7y + x \sqrt{x^2 - y^2} \right) dx + \left(e^{y^2} + x - y \sqrt{x^2 - y^2} \right) dy$, L – треугольник с вершинами $A(8; 1)$, $B(9; 3)$, $C(10; 2)$,

b) $\int_L \left(x^2 3^{(x^3+y^3)} - 4y \right) dx + \left(y^2 3^{(x^3+y^3)} + e^y + 2x \right) dy$, L – окружность $x^2 + y^2 = 10y$.

Вычислить криволинейный интеграл независимый от пути интегрирования:

4.2.89. $\int_{(-1,2)}^{(2,3)} x dy + y dx$.

4.2.90. $\int_{(0,1)}^{(3,-4)} x dx + y dy$.

4.2.91. $\int_{(2,1)}^{(1,2)} \frac{y dx - x dy}{x^2}$, $(x \neq 0)$.

4.2.92. $\int_{(1,0)}^{(6,8)} \frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

4.2.93. $\int_{(1,\pi)}^{(2,\pi)} \left(1 - \frac{y^2}{x^2} \cos \frac{y}{x} \right) dx + \left(\sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x} \right) dy$.

6. Тройные интегралы:

Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями:

3.4.37. $z = x + y, z = xy, x + y = 1, x = 0, y = 0.$

3.4.39. $az = x^2 + y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}, a > 0.$

3.4.41. $x = 0, y = 0, z = 0, 2x - 3y - 12 = 0, 2z = y^2.$

3.4.43. $z = 4 - y^2, y = \frac{x^2}{2}, z = 0.$

3.4.44. $z = \frac{17}{2} - x^2 - y^2, z = \frac{15}{2}\sqrt{x^2 + y^2}.$

3.4.45. $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{255}}.$

3.4.46. $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}, x^2 + y^2 \leq 60, z = 1.$

3.4.47. $x^2 + y^2 = y, x^2 + y^2 = 4y, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0.$

3.4.48. $x^2 + y^2 = 18, x = \sqrt{3y}, z = \frac{10y}{11}, x = 0, z = 0.$

Тело V задано ограничивающими его поверхностями, μ - плотность. Найти массу тела.

12.1. $z^2 = 4(x^2 + y^2), z = 6, y = 0 (y \geq 0), \mu = z.$

12.2. $z = 2(x^2 + y^2), z = 8, x = 0 (x \geq 0), \mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

12.3. $z = 8 - 2(x^2 + y^2), z = 0, y = 0 (y \geq 0), \mu = z.$

12.4. $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 4, z = 0, x = 0 (x \geq 0), \mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

12.5. $z^2 = 9(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 4, z = 0, x = 0 (z \geq 0, x \geq 0), \mu = z.$

12.6. $z^2 = x^2 + y^2, z = 6 - x^2 - y^2, y = 0 (z \geq 0, y \geq 0), \mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

12.7. $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 = 20, x = 0 (x \geq 0), \mu = z.$

Ответы:

1. Неопределенные интегралы

68. $-\frac{1}{3}e^{-x^3} + c.$ 160. $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c.$ 175. $\ln|\cos x| - \frac{x^2}{2} + x \operatorname{tg} x + c.$
 69. $2e^{\sqrt{x}} + c.$ 161. $\frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}x + c.$ 176. $-\frac{\operatorname{arctg} x}{x} - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + c.$
 70. $-\frac{1}{2 \sin^2 x} + c.$ 162. $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg}(1-x) - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 2) + c.$ 177. $2\sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} + 2\sqrt{1-x} + c.$
 71. $e^{\sin x} + c.$ 163. $\sqrt{1+x} \arcsin x + 4\sqrt{1-x} + c.$ 182. $\frac{x}{2} \sqrt{7-x^2} + \frac{7}{2} \arcsin \frac{x}{\sqrt{7}} + c.$
 72. $e^{\operatorname{tg} x} + c.$ 164. $x \operatorname{arctg} \sqrt{7x-1} - \frac{1}{7} \sqrt{7x-1} + c.$ 183. $\frac{x}{2} \sqrt{x^2-5} - \frac{5}{2} \ln|x + \sqrt{x^2-5}| + c.$
 73. $\frac{2^{\sqrt{x}+1}}{\ln 2} + c.$ 165. $\frac{x^2-1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c.$ 184. $\frac{x}{2} \sqrt{3-x^2} + \frac{3}{2} \arcsin \frac{x}{\sqrt{3}} + c.$
 74. $-\frac{\frac{1}{3^x}}{\ln 3} + c.$ 166. $\frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c.$ 185. $\frac{x}{2} \sqrt{x^2+2} + \ln|x + \sqrt{x^2+2}| + c.$
 75. $\frac{1}{4 \cos^4 x} + c.$ 168. $\frac{1}{13} e^{2x} (3 \sin 3x + 2 \cos 3x) + c.$ 235. $\frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} + c.$
 76. $\frac{3}{4} (2 + \ln x)^{4/3} + c.$ 172. $x \ln(x^2 + 2) - 2x + \frac{4}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + c.$ 236. $\frac{2 \cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} - \cos x + c.$
 77. $-\frac{2}{15} (3 + \cos 5x)^{3/2} + c.$ 173. $\frac{x}{2} (\cos(\ln x) + \sin(\ln x)) + c.$ 237. $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} + c.$
 174. $-\frac{x}{2 \sin^2 x} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x + c.$ 238. $\frac{2 \cos^3 \frac{x}{2}}{12} - \frac{\cos \frac{x}{2}}{4} + c.$
259. $-\frac{1}{\sin x} - \sin x + c.$ 267. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) + c.$ 277. $\frac{1}{5} \ln|1 - 5 \operatorname{ctg} x| + c.$
 261. $-\frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} - \ln|\sin x| + c.$ 268. $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 2} \right| + c.$ 278. $\ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 5}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 3} \right| + c.$
 262. $-\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4} + c.$ 276. $\frac{1}{\sqrt{13}} \ln \left| \frac{2 \operatorname{tg} x + 3 - \sqrt{13}}{2 \operatorname{tg} x + 3 + \sqrt{13}} \right| + c.$ 279. $-\frac{1}{\operatorname{tg} x + 1} + c.$
 266. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x}{2} + c.$
320. $x - \sqrt{1-x^2} \arcsin x + c.$
 324. $-\frac{1}{12} x^2 + \frac{x}{16} - \frac{1}{24} \ln(x^2 + x + 1) + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{1}{12} \right) \operatorname{arctg}(2x + 1) + c.$
- 8.4.14. $-\frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} - 6 \sqrt[3]{x} - 9 \ln|\sqrt[3]{x} - 1| - 3 \ln(\sqrt[3]{x} + 1) + C.$
 8.4.15. $2\sqrt{x} + 6 \sqrt[3]{x} + 3 \ln \left| \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} \right| + C.$ 8.4.16. $x - 2\sqrt{x} + 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + C.$
 8.4.17. $C - 6 \sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x} - \frac{6}{5} \sqrt{x^5} - \frac{6}{7} \sqrt{x^7} - 3 \ln \left| \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} \right|.$
 8.4.18. $2\sqrt{x+2} + \sqrt{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}} \right| + C.$
 8.4.19. $\frac{2}{3} \sqrt{(x+1)^3} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{(x+1)^4} + \frac{6}{7} \sqrt[6]{(x+1)^7} - x + \frac{6}{5} \sqrt{(x+1)^5} - \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x+1)^2} + C.$
 8.4.20. $2 \operatorname{arctg} \sqrt{x+1} + C.$ 8.4.21. $x + 4\sqrt{1+x} + 4 \ln(\sqrt{1+x} - 1) + C.$

2. Неопределенный интеграл и его приложения

- 375.** $\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}$. **380.** $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{36} + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$. **427.** $\frac{14}{3}$.
376. $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}$. **392.** $\frac{1}{2}$. **428.** $\frac{2}{27}(13\sqrt{13}-8)$.
377. 1. **393.** $\frac{\pi-2}{4}$. **429.** $\frac{1}{2}\ln 3$.
378. 5π . **394.** $2\sqrt{3}-\ln(2+\sqrt{3})$. **435.** $6a$.
379. $\frac{e^2-5}{e}$. **395.** $\frac{3}{4}$.
9.3.108. $\frac{13}{3}$. **9.3.109.** $\frac{\pi^2}{32}$. **9.3.110.** $8\sqrt{2}-1$. **9.3.111.** $\frac{1}{2}\ln 3$.
9.3.112. $\frac{1}{2}\left(\sqrt{5}+\frac{1}{2}\ln(2+\sqrt{5})\right)$. **9.3.113.** $\ln 7 - \frac{3}{4}$.
9.3.116. $4\sqrt{3}$. **9.3.117.** 10π .
9.3.129. $\frac{3}{2}$.
413. $\frac{256\pi}{15}; 8\pi$. **417.** $\frac{6\pi}{7}; \frac{3\pi}{5}$.
414. $\frac{\pi(e^2-1)}{2}; 2\pi$. **419.** $\pi(e-2); \frac{\pi(e^2+1)}{2}$.
415. $\frac{128\pi}{5}; 8\pi$. **9.3.206.** $\pi\left(\frac{\pi\sqrt{2}}{2}-2\right)$.
416. $\frac{178\pi}{15}; \frac{21\pi}{2}$. **9.3.207.** π .
9.3.243. $\pi\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}+\ln\frac{2(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{5}+1}\right)$.

3. Несобственные интегралы

- 462.** $\frac{1}{3}$. **475.** $\frac{8}{3}$.
463. *Расходится.* **476.** $-\frac{1}{4}$.
465. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2$. **477.** 2.
466. 1. **478.** $3\sqrt[3]{2}$.
467. *Расходится.* **479.** *Расходится.*
468. $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$. **480.** 6.
469. *Расходится.* **481.** $14\frac{4}{7}$.
470. π . **482.** $\frac{10}{7}$.