ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 3.

Независимость случайных событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса.

НЕЗАВИСИМОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

Два события A и B называются *независимыми,* если предположение о том, что произошло одно из них, не изменяет вероятность другого, т. е. если

$$P(B/A) = P(B); \qquad P(A/B) = P(A).$$

Из соотношения (1.9) вытекает, что из двух записанных выше равенств одно является следствием другого.

Пример. Пусть событие A – появление герба при однократном бросании монеты, а событие B – появление карты бубновой масти при вынимании карты из колоды. Очевидно, что события A и B независимы.

В случае независимости событий A и B формула (1.7) примет более простой вид:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B). \tag{1.13}$$

т. е. *вероятность совмещения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.*

События $A_1; A_2, \ldots, A_n$ называются *независимыми в совокупности,* если вероятность наступления каждого из них не меняет своего значения после того, как одно или несколько из остальных событий осуществились.

Исходя из этого определения, в случае независимости событий $A_1; A_2, \ldots, A_n$ между собой в совокупности на основании формулы (1.11) имеем

$$P(A_1 \cdot A_2 \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n), \tag{1.14}$$

Кроме того, вероятность совмещения любой комбинации из событий A_1; A_2, ..., A_n равна произведению их вероятностей. В частности, независимость трех событий A, B и C в совокупности означает выполнимость четырех условий:

$$P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$$
$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$
$$P(B\cdot C)=P(B)\cdot P(C)$$
$$P(A\cdot C)=P(A)\cdot P(C)$$

Рассмотрим примеры, где применяются правила сложения и умножения независимых событий. Отметим одно полезное при решении задач свойство: если события A и B независимы, то будут независимыми следующие пары событий: 1) A и $\overline{B}$; 2) $\overline{A}$ и B; 3) $\overline{A}$ и $\overline{B}$ и тогда

$$P(\overline{A}\cdot B)=P(\overline{A})\cdot P(B);\ P(A\cdot \overline{B})=P(A)\cdot P(\overline{B}); P(\overline{A}\cdot \overline{B})=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B}).$$

Задача 1.16. Два стрелка стреляют по мишени независимо друг от друга по одному разу. Вероятности попадания равны: для первого стрелка $P(A_1)$ = 0,7, для второго стрелка $P(A_2)$ = 0,8. Найти вероятности событий:

а) в мишени ровно одна пробоина (событие C);

б) мишень поражена (событие D).

Решение:

а) Событие C = (попадет или только первый стрелок $\{C_1\}$ или только второй стрелок $\{C_2\}$) = $C_1 + C_2$, где события C_1 и C_2 несовместны и по правилу сложения (1.3)

$P(C) = P(C_1) + P(C_2)$.

Событие $C_1 = A_1 \cdot \overline{A}_2$ (первый стрелок попал, второй не попал), в силу независимости событий A_1 и A_2 (по условию задачи), будут независимыми события A_1 и $\overline{A}_2$ и

$$P(C_1) = P(A_1 \cdot \overline{A}_2) = P(A_1)\cdot P(\overline{A}_2) = 0{,}7(1-0{,}8) = 0{,}7\cdot 0{,}2 = 0{,}14.$$

Аналогично, $C_2 = A_2 \cdot \overline{A}_1$ (второй стрелок попал, первый – не попал) и

$P(C_2) = P(A_2\cdot \overline{A}_1) = P(A_2)\cdot P(\overline{A}_1) = 0{,}8(1 - 0{,}7) = 0{,}8 \cdot 0{,}3 = 0{,}24$.

Тогда $P(C) = P(C_1) + P(C_2)$ = 0,14 + 0,24 = 0,38.

б) Событие D = {мишень поражена} = {попадет хотя бы один стрелок} = $A_1 + A_2$ (попадет или первый стрелок, или второй стрелок, или оба вместе), где события A_1 и A_2 совместны и, обратите внимание, правило (1.4) применять нельзя. Перейдем к противоположному событию $\overline{D}$.

$\overline{D}$ = {мишень не поражена} = $\overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2$ = (первый стрелок не попал и второй стрелок не попал), где $\overline{A}_1$ и $\overline{A}_2$ – независимые события. Тогда

$P(\overline{D}) = P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2)$ = (1 – 0,7)(1 – 0,8) = 0,3 · 0,2 = 0,06.

$P(D) = 1 - P(\overline{D})$ = 1 – 0,06 = 0,94.

Задача 1.17. Из колоды в 36 карт наудачу берут одну карту. События: A = {карта – туз}, B = { карта – пики}, являются ли эти события независимыми?

Решение

Рассмотрим событие $A \cdot B$ = пиковый туз, тогда $P(A \cdot B)$ = 1/36 (такая карта в колоде одна), $P(A)$ = 4/36 = 1/9 (в колоде 4 туза), $P(B)$ =1/4 (в колоде пики – одна из четырех мастей), $P(A) \cdot P(B)$ = 1/9 · 1/4 = 1/36.

Отсюда, $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$. Равенство (1.7) имеет место, события независимы.

Надежностью системы приборов $\mathcal{P}$ называется вероятность безотказной работы за определенный промежуток времени (будем считать, что элементы системы выходят из строя независимо друг от друга). Рассмотрим два типа соединения элементов: последовательное и параллельное.

При последовательном соединении блоков (рис. 1.5) вся система работает только тогда, когда работают все блоки и надежность всей системы равна $\mathcal{P} = p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n$, где p_i - надежность i-го блока.

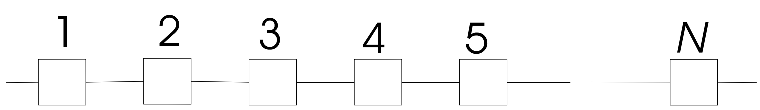


Рис. 1.5. Схема последовательного соединения элементов.

При параллельном соединении блоков (рис. 1.6) отказ системы равносилен отказу всех его элементов, поэтому надежность системы вычисляют по формуле

$$\mathcal{P} = 1-(1-p_1)\cdot(1-p_2)\cdot\ldots\cdot(1-p_n).$$

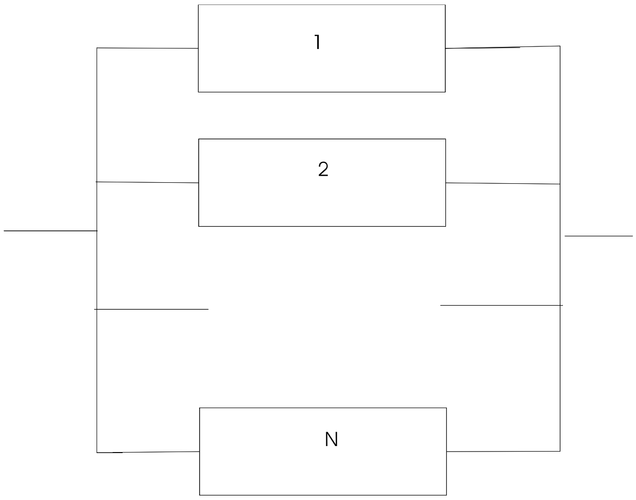


Рис. 1.6. . Схема параллельного соединения элементов.

Задача 1.18. Три элемента в системе работают независимо друг от друга. Вероятности безотказной работы равны: для первого элемента $P(A_1) = 0{,}6$; для второго элемента $P(A_2) = 0{,}7$; для третьего элемента $P(A_3) = 0{,}8$. Найти вероятности следующих событий – в системе будут работать безотказно:

а) только один элемент (событие B);

б) только два элемента (событие C);

в) все три элемента (событие D);

г) хотя бы один элемент (событие F).

Решение

а) Событие $B = A_1\cdot\overline{A}_2\cdot\overline{A}_3 + A_2\cdot\overline{A}_1\cdot\overline{A}_3 + A_3\cdot\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2$ (один элемент работает, при этом два других не работают). В силу независимости событий A_1, A_2, A_3 по правилам сложения и умножения вероятностей

$$P(B)=P(A_1)\cdot P(\overline{A}_2)\cdot P(\overline{A}_3)+P(A_2)\cdot P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_3)+$$
$$+P(A_3)\cdot P(\overline{A}_1)\cdot P(\overline{A}_2)=0,6\cdot 0,3\cdot 0,2+0,7\cdot 0,4\cdot 0,2+0,8\cdot 0,3\cdot 0,4=$$
$$=0,036+0,0556+0,096=0,188$$

б) Событие $C=A_1\cdot A_2\cdot \overline{A}_3+A_2\cdot A_3\cdot \overline{A}_1+A_1\cdot A_3\cdot \overline{A}_2$ (два элемента работают, при этом третий не работает)

$$P(C)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(\overline{A}_3)+P(A_1)\cdot P(A_3)\cdot P(\overline{A}_2)+P(A_2)\cdot P(A_3)\cdot P(\overline{A}_1)=.$$
$$=0,6\cdot 0,7\cdot 0,2+0,6\cdot 0,8\cdot 0,3+0,7\cdot 0,8\cdot 0,4=0,084+0,144+0,224=0,452.$$

в) $D=A_1\cdot A_2\cdot A_3$ и по правилу (1.13) для независимых событий

$$P(D)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)=0,6\cdot 0,7\cdot 0,8=0,336.$$

г) $\overline{F}$ = {все три элемента не работают} = $\overline{A}_1\cdot\overline{A}_2\cdot\overline{A}_3$

$P(\overline{F})=0,4\cdot 0,3\cdot 0,2=0,024;$ $\quad P(F)=1-P(\overline{F})=1-0,024=0,976.$

Задача 1.19. Рассчитать надежность $\mathcal{P}$ системы, представленной на рис. 1.7.

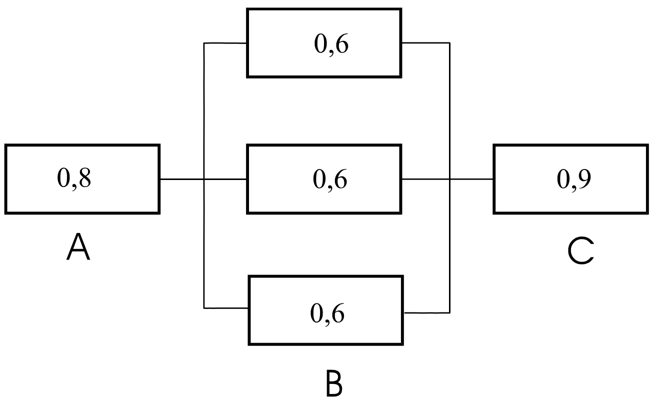


Рис. 1.7. Схема системы соединения элементов (к задаче 1.19).

Решение

Блоки A, B и C соединены последовательно, поэтому

$\mathcal{P}=\mathcal{P}(A)\cdot\mathcal{P}(B)\cdot\mathcal{P}(C)=0,8\cdot\mathcal{P}(B)\cdot 0,9=0,72\cdot\mathcal{P}(B).$

В блоке B три элемента соединены параллельно, поэтому

$\mathcal{P}(B)=1-0,4\cdot 0,4\cdot 0,4=1-0,064=0,936.$

В итоге $\mathcal{P}=0,72\cdot 0,936=0,67392.$

Задача 1.20. Система содержит три последовательно соединенных элемента, причем надежность каждого равна $0 < p < 1$. Имеется еще 3 резервных элемента той же надежности. Из предложенных на рис. 1.8 схем выбрать схему дублирования с большей надежностью.

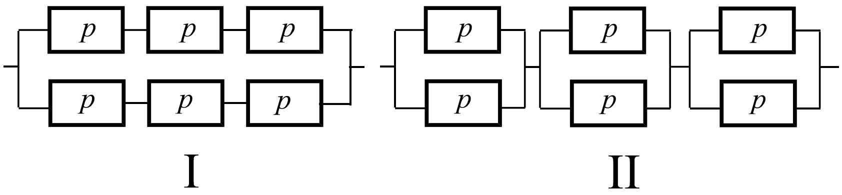


Рис. 1.8. Схема системы дублирования (к задаче 1.20).

Решение

Рассчитаем надежность схем I и II по формулам:

$$\mathcal{P}_{\mathrm{I}} = 1-(1-p^3)^2 = 1-(1-2p^3+p^6) = p^3(2-p^3)$$
$$\mathcal{P}_{\mathrm{II}} = (1-(1-p)^2)^3 = (2p-p^2)^3 = p^3(8-12p+6p^2-p^3)$$

Сравнение показывает преимущество схемы II:

$$\mathcal{P}_{\mathrm{II}} - \mathcal{P}_{\mathrm{I}} = p^3(6-12p+6p^2) = 6p^3(1-p)^2 > 0, \text{ отсюда } \mathcal{P}_{\mathrm{II}} > \mathcal{P}_{\mathrm{I}}.$$

Этот вывод справедлив при любом количестве исходных элементов $n \geq 2$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

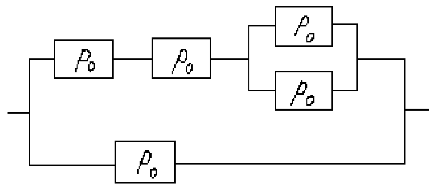
6.1. Три радиостанции, независимо друг от друга, передают самолёту один и тот же сигнал. Вероятности того, что самолётом будут приняты эти сигналы, соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,75. Найти вероятность того, что самолёт примет сигнал хотя бы одной станции.

6.2. В лифт 8-этажного дома вошли 3 человека. Каждый из них независимо друг от друга с одинаковой вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Найти вероятность того, что а) все выйдут на разных этажах; б) все выйдут на одном этаже; в) все выйдут на 8-м этаже; г) двое выйдут вместе, один – отдельно.

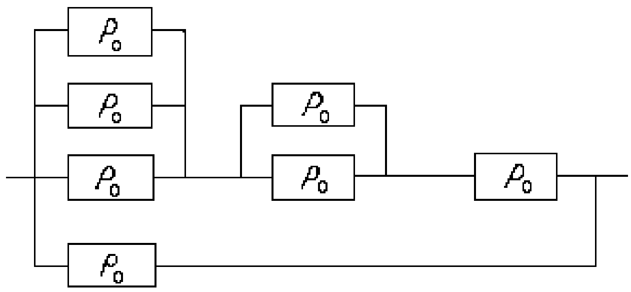
6.3. Прибор состоит из пяти блоков, работающих независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого блока равна 0,3; второго – 0,2; третьего – 0,25;

четвертого – 0,4; пятого – 0,1. Найти вероятность того, что хотя бы один из блоков выйдет из строя.

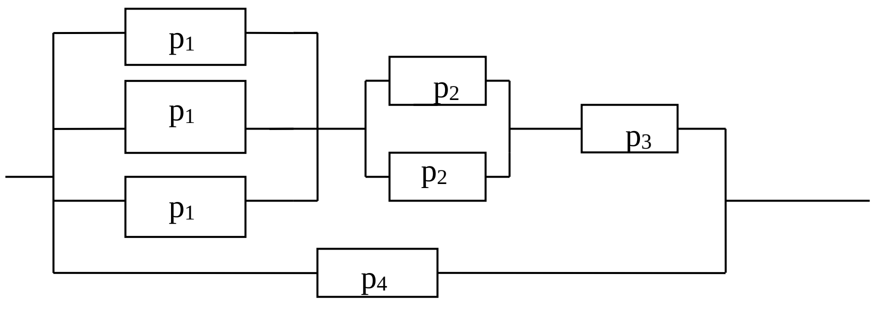
6.4. Найти надежность системы, схема которой изображена на рисунке, если надежность отдельных блоков $p_0 = 1/2$.



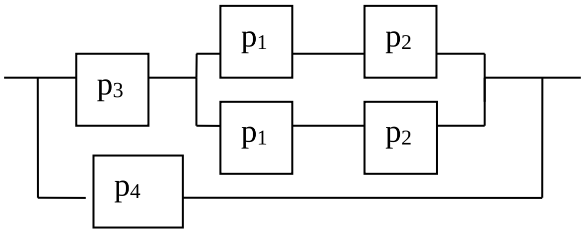
6.5. Найти надежность системы, схема которой изображена на рисунке, если надежность отдельных блоков $p_0 = 0{,}6$.



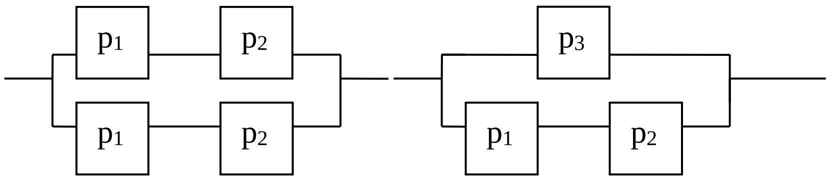
6.6. Найти вероятность безотказной работы прибора, схема которого изображена на рисунке, если надежности узлов прибора равны $p_1=0{,}7$, $p_2=0{,}8$, $p_3=0{,}85$, $p_4=0{,}6$.



6.7. Найти вероятность безотказной работы прибора, схема которого изображена на рисунке, если надежности узлов прибора равны $p_1=0{,}7$, $p_2=0{,}8$, $p_3=0{,}9$, $p_4=0{,}75$.



6.8. Найти вероятность безотказной работы прибора, схема которого изображена на рисунке, если надежности узлов прибора равны p_1=0,7, p_2=0,8, p_3=0,9.



ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ И ФОРМУЛЫ БАЙЕСА

Пусть случайное событие A может произойти при наступлении одного из *попарно несовместных* событий $H_1, H_2, ..., H_N$, называемых "гипотезами", которые *образуют полную группу*. Тогда, если произошло событие A, то это значит, что произошло одно из попарно несовместных событий $H_1A, H_2 A, ..., H_NA$. Следовательно,

$$A=H_1A+H_2A+... + H_NA.$$

Применяя правило сложения вероятностей, имеем

$$P(A)=P(H_1A+H_2A+... + H_NA)= P(H_1A)+P(H_2A)+... +P(H_NA).$$

Но $P(H_iA) = P(H_i)\, P(A/H_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$, поэтому

$$P(A) = \sum_{i=1}^{N} P(H_i) \cdot P(A/H_i). \tag{1.15}$$

Формула (1.15) называется *формулой полной вероятности.*

Предположим, что производится некоторый опыт, причем об условиях его проведения можно высказать N гипотез $H_1, H_2, ..., H_N$, , которые *образуют полную группу.*, имеющих вероятности $P(H_j)$. Пусть в результате опыта может произойти или не произойти событие A, причем, если опыт происходит при выполнении гипотезы H_j, то вероятности $P(A/H_j)$ известны (j = 1, 2,..., N).

Спрашивается, как изменятся вероятности гипотез, если стало известным, что событие A произошло? Иными словами, нас интересуют значения вероятностей $P(Hj/A)$.

На основании соотношений (1.7) и (1.8) имеем

$P(HjA) = P(Hj)\,P(A/H_j) = P(A)\,P\,(Hj/A)$, (j = 1, 2, ..., N), откуда

$$P(H_j/A) = \frac{P(H_j)\cdot P(A/H_j)}{P(A)}. \qquad (1.16)$$

Формула (1.16) называется *формулой Байеса*.

Задача 1.21. Случайно оказались смешанными две партии изделий, причем известно, что число изделий в первой партии втрое больше, чем во второй, а дефектные изделия составляют 3 % в первой партии и 2 % – во второй партии. Какова вероятность того, что взятое наудачу из смеси изделие будет дефектным (событие A)?

Решение

Выдвинем гипотезу H: H={изделие относится к первой партии}, тогда $\overline{H}$ = {изделие относится ко второй партии}, $P(H)$ = 3/4, $P(\overline{H})$ = 1/4; условные вероятности события A равны $P(A/H)$ = 0,03; $P(A/\overline{H})$ = 0,02; это следует из условия задачи. Тогда по формуле (1.15) получаем $P(A)$ = (3/4) · (3/100) + (1/4) · (2/100) = 0,0275.

Задача 1.22. В условиях предыдущей задачи взятое изделие подвергли проверке, и оно оказалось дефектным. Какова вероятность того, что изделие было взято из первой партии.

Решение

Воспользуемся результатом предыдущей задачи, где найдена $P(A)$ = 0,0275 и формулой Байеса (1.16):

$$P(H/A)=\frac{P(H)\cdot P(A/H)}{P(A)}=\frac{0{,}75\cdot 0{,}03}{0{,}0275}=0{,}82\,.$$

Задача 1.23. При переливании крови необходимо учитывать группу крови больного и донора. Среди населения 32,7 % людей имеет I группу крови; 35,5 % – II группу крови; 23,9 % – III группу крови; 7,9 % – IV группу крови. Известно, что больному с I-ой группой крови можно переливать только кровь I-ой группы; больному со II-ой группой крови – кровь I-ой и II группы; больному с III-ей группой крови – кровь I-ой и III-ей группы, больному с IV-ой группой крови – кровь любой группы. Найти вероятность того, что случайному больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

Решение

Сформулируем гипотезы H_i, i = 1, 2, 3, 4. H_i = {больной имеет i-ую группу крови}, тогда $P(H_1)$ = 0,327; $P(H_2)$ = 0,355; $P(H_3)$ = 0,239; $P(H_4)$ = 0,079; $P(A/H_1)$ = 0,327; $P(A/H_2)$ = = 0,327 + 0,355 = 0,682; $P(A/H_3)$ = 0,327 + 0,239 = 0,566; $P(A/H_4)$ = 1.

По формуле полной вероятности (1.15):

$$P(A) = (0{,}327)^2 + 0{,}682 \cdot 0{,}355 + 0{,}566 \cdot 0{,}239 + 0{,}079 \cdot 1 = 0{,}56.$$

Задача 1.24. 13 человек рассаживаются за прямым столом случайным образом. Найти вероятность того, что Иванов и Петров окажутся рядом (сравните эту задачу с задачей **1.1**, где стол круглый).

Решение

Выдвинем гипотезу H = {Иванов садится на одно из крайних мест}, $P(H)$ = 2/13, тогда $\overline{H}$ = {Иванов садится на одно из средних мест}, $P(\overline{H})$ = 11/13. При выполнении гипотезы H для Петрова имеется только одно соседнее место рядом из 12 возможных, поэтому $P(A/H)$ = 1/12, при выполнении гипотезы $\overline{H}$ для Петрова имеется два места рядом с Ивановым (слева и справа), поэтому $P(A/\overline{H})$ = 2/12, и по формуле (1.15) искомая вероятность равна

$$P(A)=\frac{2}{13}\cdot\frac{1}{12}+\frac{2}{12}\cdot\frac{11}{13}=\frac{2}{13}.$$

Задача 1.25. Из урны, содержащей 10 белых и 5 черных шаров, утеряны два шара неизвестного цвета. После этого случайным образом из урны вынимают один шар. Найти вероятность того, что он белый.

Решение

Сформулируем гипотезы: H_1 = {утеряны 2 белых шара}, H_2 = {утеряны 2 черных шара}, H_3 = {утеряны 1 белый и 1 черный шар}, тогда

$$P(H_1)=\frac{10}{15}\cdot\frac{9}{14}=\frac{9}{21};\quad P(H_2)=\frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14}=\frac{2}{21};\quad P(H_3)=2\cdot\frac{10}{15}\cdot\frac{5}{14}=\frac{10}{21}.$$

Контроль правильности расчетов: $P(H_1)+P(H_2)+P(H_3)=1=\frac{9}{21}+\frac{2}{21}+\frac{10}{21}$, тогда $P(A/H_1)=\frac{8}{13}$ (в урне осталось 13 шаров, из них 8 белых), $P(A/H_2)=\frac{10}{13}$ (в урне среди оставшихся шаров 10 белых), $P(A/H_3)=\frac{9}{13}$ (среди оставшихся шаров 9 белых) и по формуле (1.15): $$P(A)=\frac{8}{13}\cdot\frac{9}{21}+\frac{10}{13}\cdot\frac{2}{21}+\frac{10}{21}\cdot\frac{9}{13}=\frac{182}{273}=\frac{2}{3}.$$

Задача 1.26. В группе 25 студентов, из них 5 “отличников” (отвечают на “5”), 10 “хорошистов” (отвечают на “4” или “5” с равной вероятностью) и 10 “троечников” (отвечают на “3”, “4” или “2” с равной вероятностью). Найти вероятность того, что в результате опроса два случайным образом выбранных студента получат в сумме ровно 8 баллов.

Решение

Сформулируем гипотезы относительно вызванных студентов: H_1 = {два “отличника”}, H_2 = {два “хорошиста”}, H_3 = {два “троечника”}, H_4 = {один “отличник”, один “хорошист”}, H_5 = {один “отличник”, один “троечник”}, H_6 = {один “хорошист”, один “троечник”}. Вероятности этих гипотез равны:

$$P(H_1)=\frac{5}{25}\cdot\frac{4}{24}=\frac{1}{30};\quad P(H_2)=P(H_3)=\frac{10}{25}\cdot\frac{9}{24}=\frac{3}{20};$$

$$P(H_4)=P(H_5)=2\cdot\frac{5}{25}\cdot\frac{10}{24}=\frac{1}{6};\quad P(H_6)=2\cdot\frac{10}{25}\cdot\frac{10}{24}=\frac{1}{3}.$$

Контроль: $P(H_1)+P(H_2)+P(H_3)+P(H_4)+P(H_5)+P(H_6)$ = 1.

Условные вероятности события A при этих гипотезах равны соответственно:

$$P(A/H_1)=0;\quad P(A/H_2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4};\quad P(A/H_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9};$$

$$P(A/H_4)=0;\ P(A/H_5)=1\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3};\ P(A/H_6)=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}.$$

По формуле (1.15) находим искомую вероятность:

$$P(A)=\frac{3}{20}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{20}\cdot\frac{1}{9}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=0{,}221.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

7.1. . Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс. Вероятность обращения в каждую кассу равны соответственно 0,3; 0,5 и 0,2. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира в кассе имеется необходимый ему билет, равна для первой кассы 0,8, для второй – 0,6, для третьей – 0,5. Найти вероятность, что пассажир приобретет билет. Пассажир направился в одну из касс и приобрел билет. Найти вероятность того, что это была первая касса.

7.2. Имеются две партии одинаковых изделий по 12 и 10 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. Найти вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

7.3. В тире пять ружей. Вероятность попадания из них в цель равна, соответственно, 0,6; 0,65; 0,8; 0,8 и 0,9. Найти вероятность попадания в цель из взятого наудачу ружья. Какова вероятность, что стреляли из пятого ружья, если попадания не было?

7.4. Среди 6 одинаковых приборов 4 были уже в употреблении. Для эксперимента случайно выбирают один прибор, затем возвращают. Новый прибор перед работой требует наладки. Какова вероятность того, что для второго эксперимента взят прибор, бывший уже ранее в употреблении?

7.5. На фабрике, изготовляющей болты, машины *A*, *B* и *C* производят соответственно 25, 35 и 40 % всех изделий. Брак составляет соответственно 5, 4 и 2 %. Случайно выбранный из продукции болт оказался бракованным. Какова вероятность того, что он был произведен машиной *A*? машиной *B*? машиной *C*?

7.6. В урне 8 шаров белого цвета и 6 шаров черного цвета. Из нее наугад вынимается шар неизвестного цвета и затем в урну добавляется 4 шара того же цвета, что и вынутый шар. После этого из урны вынимают один шар. Найти вероятность того, что он черный.

7.7. Группа студентов состоит из трех отличников, пяти хорошо успевающих и двенадцати занимающихся слабо. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только "отл". Хорошо успевающие студенты могут получить с равной вероятностью "хор" и "отл". Слабо занимающиеся студенты могут получить с равной вероятностью "хор". "уд" и "неуд". Найти вероятность того, что вызванный наугад студент получит "хор". Какова вероятность, что отвечал хорошо успевающий студент, если он получил "хор"?

7.8. Счетчик Гейгера регистрирует частицы трех видов: *A*, *B* и *C*. Вероятности появления этих частиц равны, соответственно, 0,2; 0,5 и 0,3. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,9 и 0,6. Счетчик зарегистрировал частицу. Какова вероятность, что это была частица *B*?

7.9. Из телевизоров, продающихся в магазине, 45% изготовлено в России, 15% - в Китае, остальные – в Корее. Вероятность того, что эти телевизоры не потребуют ремонта в течение гарантийного срока, соответственно равны: 0,9; 0,86 и 0,99. 1) Найти вероятность того, что купленный наудачу телевизор будет безотказно работать в течение гарантийного срока. 2) Купленный телевизор в течение гарантийного срока вышел из строя. Найти вероятность того, что он изготовлен в Китае.

7.10. Среди пациентов клиники 25% дети, 45% – взрослые трудоспособного возраста, остальные – пенсионеры. Вероятность возникновения заболевания у детей составляет 0,1, у взрослых – 0,06, у пенсионеров – 0,15. Найти: а) вероятность возникновения заболевания у наугад выбранного пациента клиники; б) вероятность принадлежности к пенсионерам пациента, у которого обнаружено заболевание.

Ответы

6.1. 0,995. **6.2.** а) $\frac{30}{49} \approx 0,6122$; б) $\frac{1}{49} \approx 0,0204$; в) $\frac{1}{343} \approx 0,0029$; б) $\frac{18}{49} \approx 0,3673$. **6.3.** 0,773. **6.4.** 0,594. **6.5.** 0,789. **6.6.** 0,9176. **6.7.** 0,9314. **6.8.** 0,7709.

7.1. 0,64; 0,375. **7.2.** 0,0985. **7.3.** 0,08. **7.4.** 0,72. **7.5.** 0,362; 0,406; 0,232. **7.6.** 0,429. **7.7.** 0,325; 0,385. **7.8.** 0,5696. **7.9.** 1) 0.93; 2) 0,3429. **7.10.** а) 0,097; б) 0,4639.