

Диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Вариант № 1

Инструкция по выполнению работы

Диагностическая работа состоит из двух частей, включающих в себя 16 заданий. Часть 1 содержит 10 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 6 задания с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 90 минут.

Ответы к заданиям 1–10 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 11 - 16 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

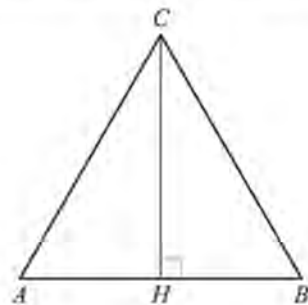
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–10 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $8\sqrt{3}$. Найдите длину стороны AB .



Ответ: _____.

- 2 Найдите длину вектора $\vec{a}(-6; 8)$.

Ответ: _____.

- 3 На конференцию приехали учёные из трёх стран: 9 из Португалии, 7 из Финляндии и 4 из Болгарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад учёного из Португалии.

Ответ: _____.

- 4 В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $3^{x+2} = 81$.

Ответ: _____.

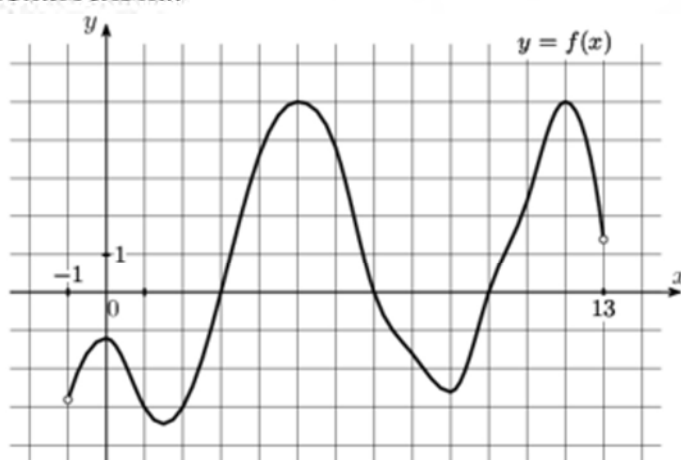
- 6 Найдите значение выражения $8 \log_5 \sqrt[4]{5}$.

Ответ: _____.

- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 10$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 10 м?

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

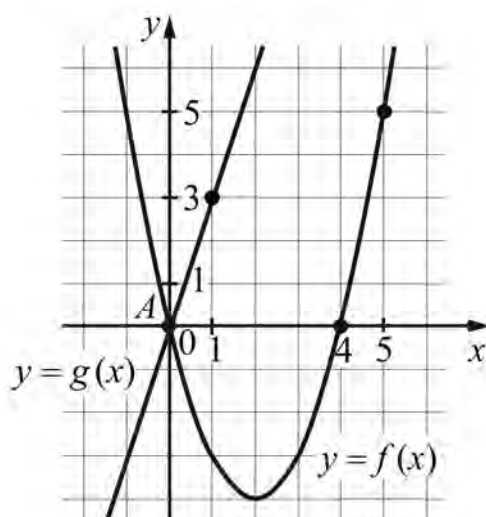


Ответ: _____.

- 9 Два велосипедиста одновременно отправились в 220-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 9 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 9 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 11 - 16 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

11

а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\cos x - 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

12

Решите неравенство $\frac{25^{x^2+0,5} + 5^{x^2+1}}{5^{x+1} - 5} \leq 25 \cdot \frac{5^{x^2} + 1}{5^x - 1}$.

13

Биссектриса AL треугольника ABC пересекает в точке K биссектрису его внешнего угла при вершине C . $AC = 12$, $AB = 10$, $LC = \frac{60}{11}$.

а) Докажите, что BK – биссектриса внешнего угла треугольника при вершине B .

б) Найдите расстояние от точки K до прямой AB , если площадь треугольника BKC равна 40.

14

Найдите все значения a , при каждом из которых, уравнение $12 + 10 \log_{49} \sin x = a^2 - a - a \log_7 \sin x$ имеет хотя бы один корень.

15

В коробке у портного лежат красные, синие и белые пуговицы. Если он возьмет горсть из 10 пуговиц, то среди них обязательно найдется хотя бы одна красная. Если он возьмет горсть из 15 пуговиц, то среди них обязательно найдется хотя бы одна синяя. Если же он возьмет горсть из 20 пуговиц, то среди них обязательно найдется хотя бы одна белая.

а) Может ли в коробке лежать 50 пуговиц?

б) Какое наибольшее количество пуговиц может лежать в коробке?

в) Какой наибольшей может быть стоимость всех пуговиц, лежащих у портного в коробке, если красная пуговица стоит 20 рублей, синяя 50 рублей, белая 100 рублей?

16

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 600 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2360 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Вариант № 2

Инструкция по выполнению работы

Диагностическая работа состоит из двух частей, включающих в себя 16 заданий. Часть 1 содержит 10 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 6 задания с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 90 минут.

Ответы к заданиям 1–10 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 11 - 16 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

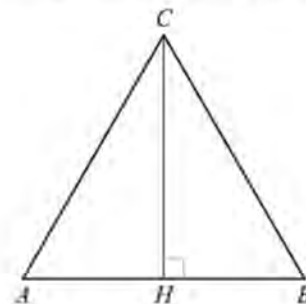
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–10 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $4\sqrt{3}$. Найдите длину стороны AB .



Ответ: _____.

- 2 Найдите длину вектора $\vec{a}(6; -8)$.

Ответ: _____.

- 3 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 6 из Великобритании, 2 из Франции, 4 из Германии и 3 из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Великобритании.

Ответ: _____.

- 4 В коробке 6 синих, 9 красных и 10 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $4^{x-7} = \frac{1}{64}$.

Ответ: _____.

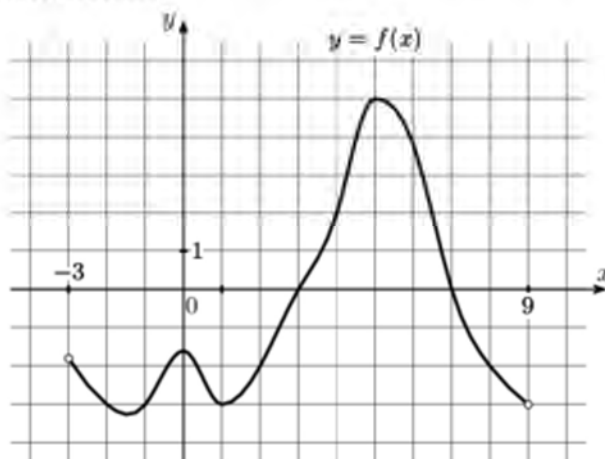
- 6 Найдите значение выражения $6 \log_{\sqrt[6]{13}} 13$.

Ответ: _____.

- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 20$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 13)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

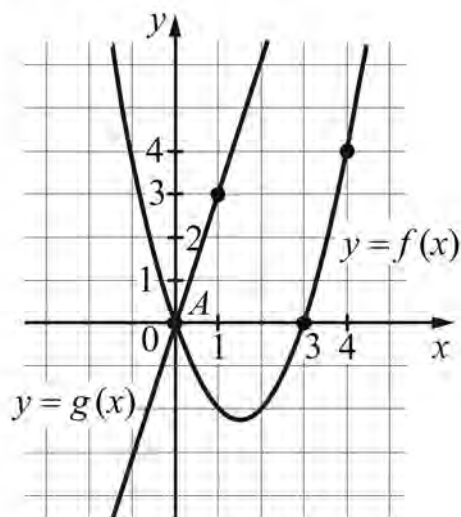


Ответ: _____.

- 9 Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 11 – 16 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

11

а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

12

Решите неравенство $\frac{9x^2 + 0.5 + 3x^2 + 1}{3^{x+1} - 3} \leq 9 \cdot \frac{3x^2 + 1}{3^x - 1}$.

13

Биссектриса AL треугольника ABC пересекает в точке E биссектрису его внешнего угла при вершине C . $AC = 6$, $AB = 5$, $LC = \frac{30}{11}$.

а) Докажите, что BE – биссектриса внешнего угла треугольника при вершине B .

б) Найдите расстояние от точки E до прямой AB , если площадь треугольника BEC равна 10.

14

Найдите все значения a , при каждом из которых, уравнение $12 + 14 \log_{25} \sin x = a^2 + a - a \log_5 \sin x$ имеет хотя бы один корень.

15

В коробке у портного лежат красные, зеленые и жёлтые пуговицы. Если он возьмет горсть из 12 пуговиц, то среди них обязательно найдется хотя бы одна красная. Если он возьмет горсть из 14 пуговиц, то среди них обязательно найдется хотя бы одна зеленая. Если же он возьмет горсть из 21 пуговицы, то среди них обязательно найдется хотя бы одна жёлтая.

а) Может ли в коробке лежать 30 пуговиц?

б) Какое наибольшее количество пуговиц может лежать в коробке?

в) Какой наибольшей может быть стоимость всех пуговиц, лежащих у портного в коробке, если красная пуговица стоит 20 рублей, зеленая 30 рублей, жёлтая 70 рублей?

16

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2580 тыс. рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2030 года?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.