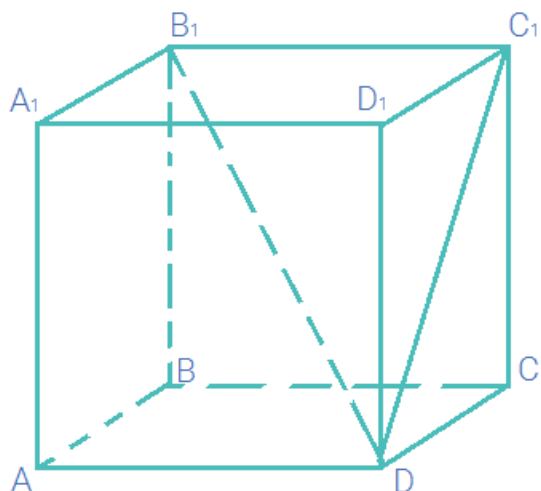


## Стереометрия

### Куб



#### Свойства

1. В кубе 6 граней и все они являются квадратами.
2. Противоположные грани попарно параллельны.
3. Все двугранные углы куба – прямые.
4. Диагонали равны.
5. Куб имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Диагональ куба в  $\sqrt{3}$  раз больше его ребра  $B_1D = AB\sqrt{3}$
7. Диагональ грани куба в  $\sqrt{2}$  раза больше длины ребра.

Пусть  $a$  – длина ребра куба,  $d$  – диагональ куба

Объем куба:  $V = a^3 = \frac{d^3}{3\sqrt{3}}$

Площадь полной поверхности:  $S = 6a^2 = 6d^2$

Радиус сферы, описанной около куба:  $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Радиус сферы, вписанной в куб:  $r = \frac{a}{2}$

При увеличении всех линейных размеров куба в  $k$  раз, его объем увеличится в  $k^3$  раз.

При увеличении всех линейных размеров куба в  $k$  раз, площадь его поверхности увеличится в  $k^2$  раз.

### Свойства прямоугольного параллелепипеда

1. В прямоугольном параллелепипеде 6 граней и все они являются прямоугольниками.
2. Противоположные грани попарно равны и параллельны.
3. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.
4. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.
5. Прямоугольный параллелепипед имеет 4 диагонали, которые пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
6. Любая грань прямоугольного параллелепипеда может быть принята за основание.
7. Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.
8. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений (длины, ширины, высоты).

### Формулы вычисления объема и площади поверхности прямоугольного параллелепипеда.

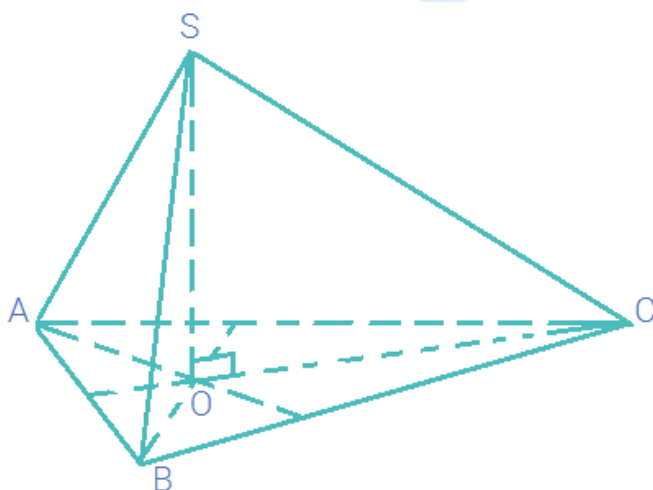
Диагональ параллелограмма  $B_1D^2 = AD^2 + DC^2 + C_1C^2$

Объем:  $V=a \cdot b \cdot c$ .  $a$ -длина;  $b$ -ширина;  $c$ -высота

Площадь полной поверхности:

$$S_{\text{п.п.}} = 2(ab + bc + ac).$$

### Пирамида

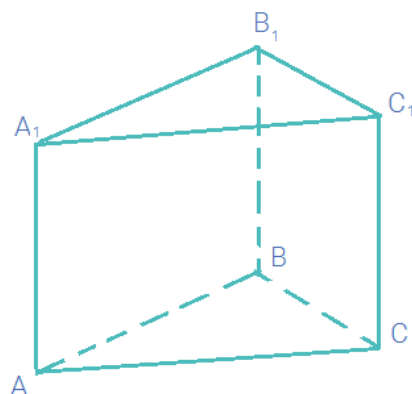


$$S_{\text{бок}} = \frac{P_{\text{осн}} h_a}{2}$$

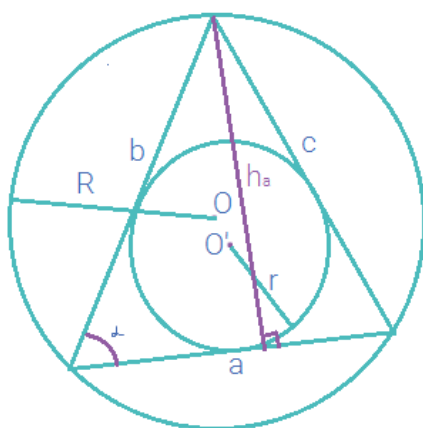
$$S_{\text{п.п.}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

### Призма



Если в основании призмы лежит треугольник, то



$S = p \cdot r$ , где  $r$  - радиус вписанной окружности

$S = \frac{abc}{4R}$ , где  $R$  - радиус описанной окружности

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos A$ , теорема косинусов

$S = \frac{1}{2} a \cdot h$

$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$ , где  $p = \frac{a+b+c}{2}$

$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$

В основании лежит четырехугольник

1. Прямоугольник

$$S = a \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha, \alpha - \text{угол между диагоналями}$$

2. Ромб

$$S = a \cdot h$$

$S = 2 \cdot a \cdot r$ , где  $r$  - радиус вписанной окружности

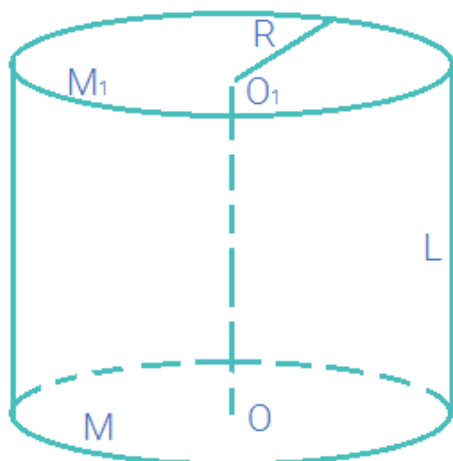
$$S = a^2 \cdot \sin A$$

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

### Объемы различных многогранников:

- Призма  $V = S_{\text{осн}} h$
- Пирамида  $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$
- Параллелепипед  $V = abc$
- Куб  $V = a^3$

### Цилиндр



Основные свойства цилиндра

1. Основания цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
2. Все образующие цилиндра параллельны и равны.
3. Радиусом цилиндра называется радиус его основания ( $R$ ).
4. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований (в прямом цилиндре высота равна образующей).
5. Осью цилиндра называется отрезок, соединяющий центры оснований ( $OO_1$ ).
6. Если радиус или диаметр цилиндра увеличить в  $n$  раз, то объем цилиндра увеличится в  $n^2$  раз.
7. Если высоту цилиндра увеличить в  $t$  раз, то объем цилиндра увеличится в то же количество раз.
8. Если призму вписать в цилиндр, то ее основаниями будут являться равные многоугольники, вписанные в основание цилиндра, а боковые ребра - образующими цилиндра.
9. Если цилиндр вписан в призму, то ее основания - равные многоугольники, описанные около оснований цилиндра. Плоскости граней призмы касаются боковой поверхности цилиндра.
10. Если в цилиндр вписана сфера, то радиус сферы равен радиусу цилиндра и равен половине высоты цилиндра.
$$R_{\text{сферы}} = R_{\text{цилиндра}} = \frac{h}{2}$$
11. Площадь поверхности и объем цилиндра.

12. Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту.

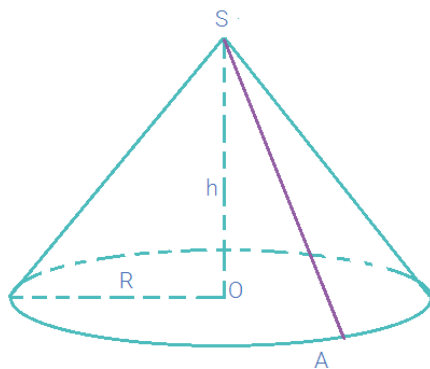
$$S_{\text{бок. пов.}} = 2\pi R \cdot h$$

13. Площадь поверхности цилиндра равна сумме двух площадей оснований и площади боковой поверхности.

$$S_{\text{полной пов.}} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot h = 2\pi R(R + h)$$

14. Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

$$V = \pi R^2 \cdot h$$



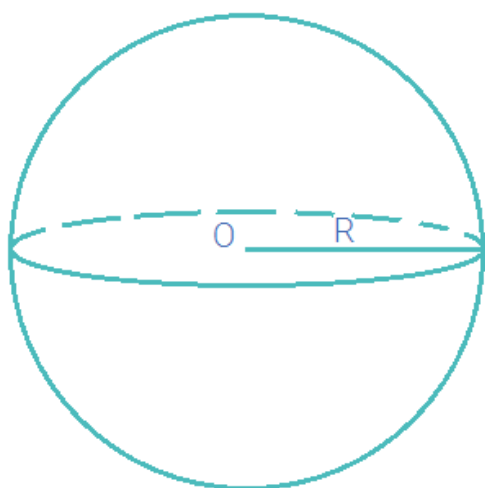
### Конус

Свойства конуса

1. Все образующие конуса равны.
2. Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого равно двум радиусам, а боковые стороны равны образующим конуса.
3. Если боковая поверхность конуса – полукруг, то осевым сечением является равносторонний треугольник, угол при вершине равен  $60^\circ$ .
4. Если радиус или диаметр конуса увеличить в  $n$  раз, то его объем увеличится в  $n^2$  раз.
5. Если высоту конуса увеличить в  $m$  раз, то объем конуса увеличится в то же количество раз.
6. Площадь поверхности и объем конуса.
7. Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.
8.  $S_{\text{бок. пов.}} = \pi R \cdot l$
9. Площадь поверхности конуса равна сумме площади основания и площади боковой поверхности.
10.  $S_{\text{полной пов.}} = \pi R^2 + \pi R \cdot l = \pi R(R + l)$
11. Объем конуса равен трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

## Сфера



1. Тело, ограниченное сферой, называется шаром.

2. Осевое сечение шара это круг, радиус которого равен радиусу шара. Осевым сечением является самый большой круг шара.

3. Площадь поверхности сферы:  $S_{\text{п.п.}} = 4\pi R^2$

4. Объем шара:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$