

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 10

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

1	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

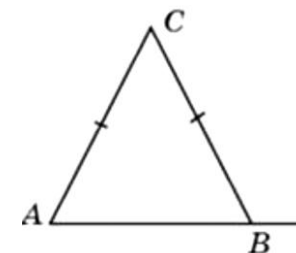
$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

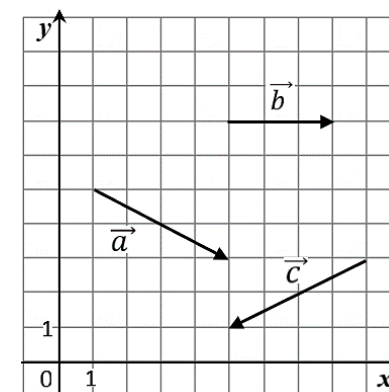
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ , косинус внешнего угла при вершине  $B$  равен  $-0,4$ . Найдите  $AB$ .



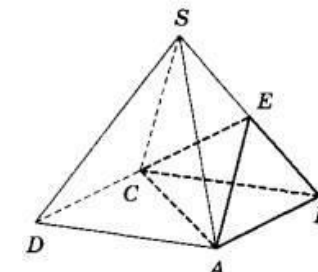
Ответ: \_\_\_\_\_

- 2 На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 3 Объём правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равен 324. Точка  $E$  — середина ребра  $SB$ . Найдите объём треугольной пирамиды  $EABC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 4 Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,039. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступило 52 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 50% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 42% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: \_\_\_\_\_

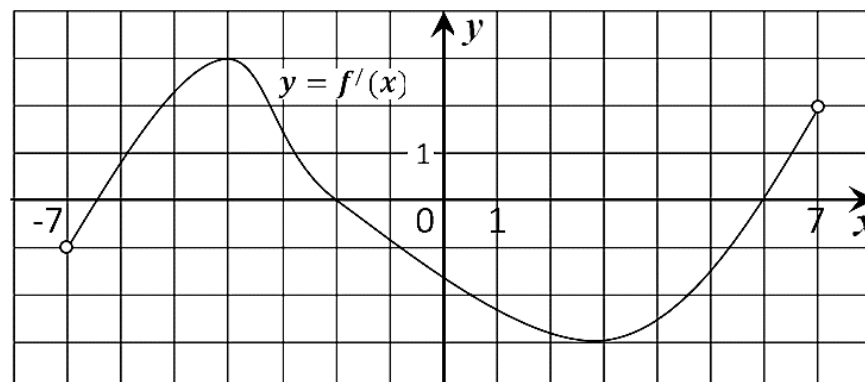
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_7(3 - x) = 2 \log_7 5$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7 Найдите значение выражения:  $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{48 + 8\sqrt{35}}$

Ответ: \_\_\_\_\_

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 7)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

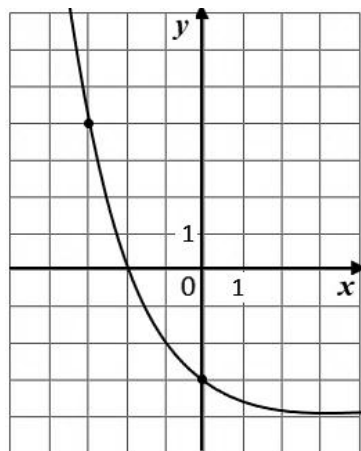
- 9 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1.4} = p_2 V_2^{1.4}$ , где  $p_1, p_2$  (атм.) — давление в газе,  $V_1, V_2$  — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 176 л, а его давление равно одной атмосфере. Определите, до какого объема можно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 10 Смешав 6-процентный и 33-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 12-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 16-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 11 На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите  $f(-6)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 8e^x - 2$  на отрезке  $[1; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $2 \sin x \cdot \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3} = \sqrt{3} \sin^2 x$   
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

- 14 Дан тетраэдр  $ABCD$ . На ребре  $AC$  выбрана точка  $K$  так, что  $AK:KC = 3:7$ . Также на ребрах  $AD$ ,  $BD$  и  $BC$  выбраны точки  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $KLMN$  — квадрат со стороной 7.  
а) Докажите, что ребра  $AB$  и  $CD$  взаимно перпендикулярны.  
б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $KLMN$ , если объем тетраэдра  $ABCD$  равен 200.

- 15 Решите неравенство  $\frac{\log_{0,25}(5-x) - \log_{0,25}(x+3)}{\log_{0,25}^2(x^2) + \log_{0,25}(x^4) + 1} \leq 0$

- 16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия возврата таковы:  
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 90 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;  
— к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.  
Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения составит 1365 тысяч рублей?

17 Окружность проходит через вершины  $A$ ,  $B$  и  $C$  ромба и пересекает продолжение стороны  $AD$  в точке  $E$ , а продолжение стороны  $CD$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что треугольник  $KBE$  равносторонний, если  $\angle ABC = 120^\circ$ .

б) Найдите отношение площади треугольника  $KBE$  к площади ромба  $ABCD$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} \cdot \operatorname{tg} x = \sqrt{x^2 - a^2}$$

имеет ровно три различных корня на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

19 На овощебазу завезли капусту. Каждый из кочанов капусты весит 1, 2 или 3 килограмма. Фермер Иван поехал на овощебазу за капустой. Его сосед Фёдор попросил купить для него столько же капусты (по массе). На овощебазе Ивану составили набор кочанов капусты, суммарная масса которых составила  $N$  кг. Нужно разделить эти кочаны поровну (по массе) между Иваном и Фёдором так, чтобы не пришлось резать кочаны.

а) Существует ли набор кочанов суммарной массой  $N = 20$ , который невозможно разделить поровну?

б) Существует ли набор кочанов суммарной массой  $N = 24$ , который невозможно разделить поровну?

в) Найдите все значения  $N$ , для которых любой набор кочанов суммарной массы  $N$  можно разделить поровну.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Группа ВК

<https://vk.com/egemathege>



Группа Телеграм

<https://t.me/egemathege>



Репетитор онлайн

<https://t.me/ElenaVitalevnaR>

Ответы	
№1	5,6
№2	5
№3	81
№4	0,013
№5	0,4
№6	-22
№7	0,25
№8	-2
№9	5,5
№10	85
№11	60
№12	-18
№13	а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}; \frac{9\pi}{2}$
№14	б) $\frac{54}{35}$
№15	$(-3; -2); (-2; 0); (0; 1]$
№16	300 тыс. руб.
№17	б) $3 : 2$
№18	$\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right); \left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right]; 0; \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$
№19	а) да; б) нет; в) $N$ кратно 12