Практика 1

① Явл ли метрикой в $\mathbb{R}$?

1) $\rho(x,y) = |x-y|$ ✓

2) $\rho(x,y) = (x-y)^2$ ✗ $x=100, \ y=200$

$(x-z)^2 \leq (x-y)^2 + (y-z)^2$

$-2xz \leq 2y(y-x-z)$

3) $\rho(x,y) = |\sin(x-y)|$ ✗ $-2000 > y(y-300)$

4) $\rho(x,y) = |\arctg x - \arctg y|$ ✓

$\rho(x,y) = |\arctg x - \arctg y| = |\arctg x - \arctg y + \arctg z - \arctg z| \leq$

$\leq |\arctg x - \arctg z| + |\arctg z - \arctg y|$

$\mathbb{R}^2 \quad x = (x_1, x_2) \quad y = (y_1, y_2) \quad \rho(x,y) = |x_1 - y_1|$ ✗

② $X = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1 \}$

1) $\rho(x,y) = \sqrt{(x_1-y_1)^2 + (x_2-y_2)^2}$ ✓

2) $\rho(x,y)$ — длина меньшей дуги ✓

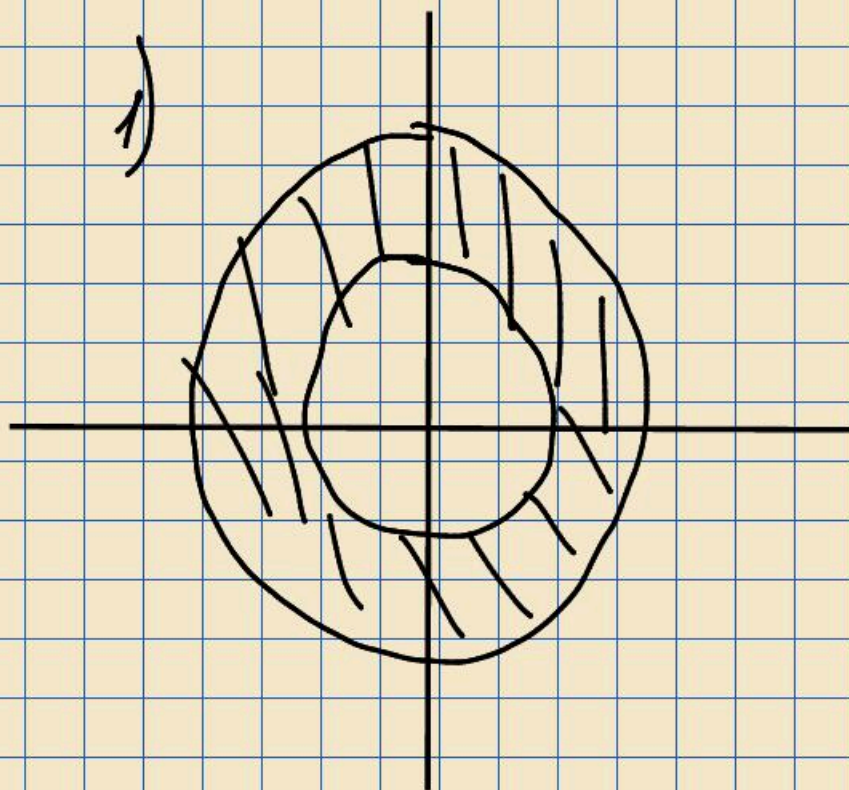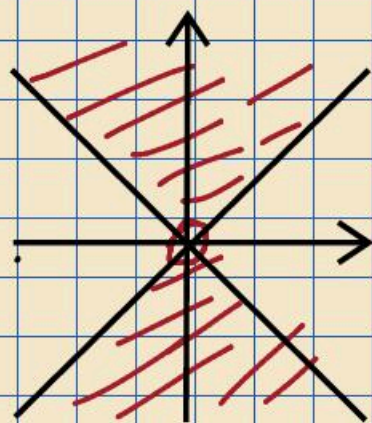③ $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ Изобразить ООФ
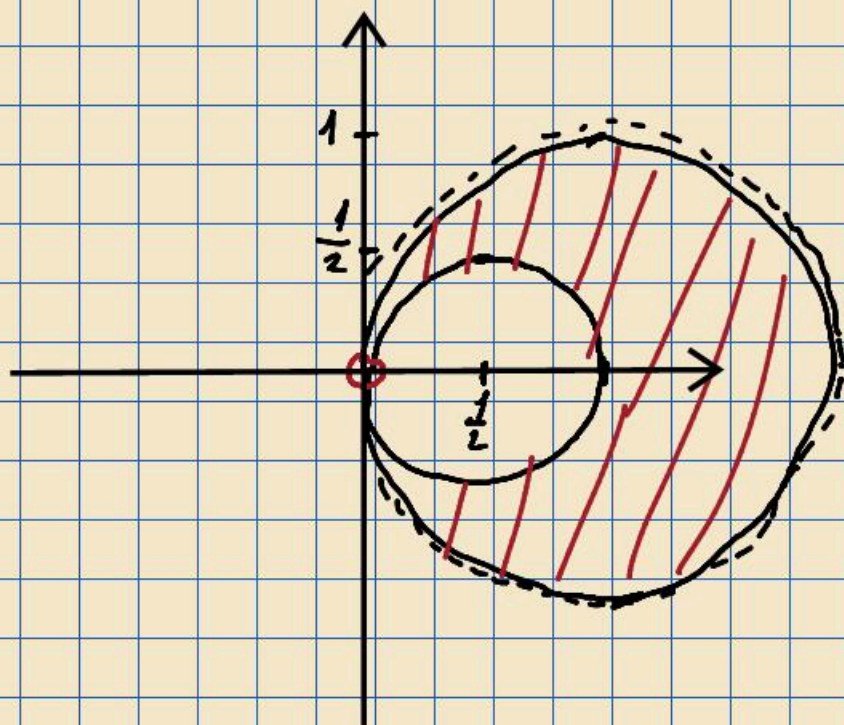
1) $f(x,y) = \sqrt{(x^2+y^2-1)(2-x^2-y^2)}$ 1)

2) $f(x,y) = \arcsin \dfrac{x}{y}$

3) $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2-x}{2x-x^2-y^2}}$

2) $\begin{cases} -1 \leq \dfrac{x}{y} \leq 1 \quad \left|\dfrac{x}{y}\right| \leq 1 \\ y \neq 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 + y^2 \geqslant \dfrac{1}{4} \\ (x-1)^2 + y^2 < 1 \end{cases}$

$\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$

④ <u>Def</u> Линии уровня:

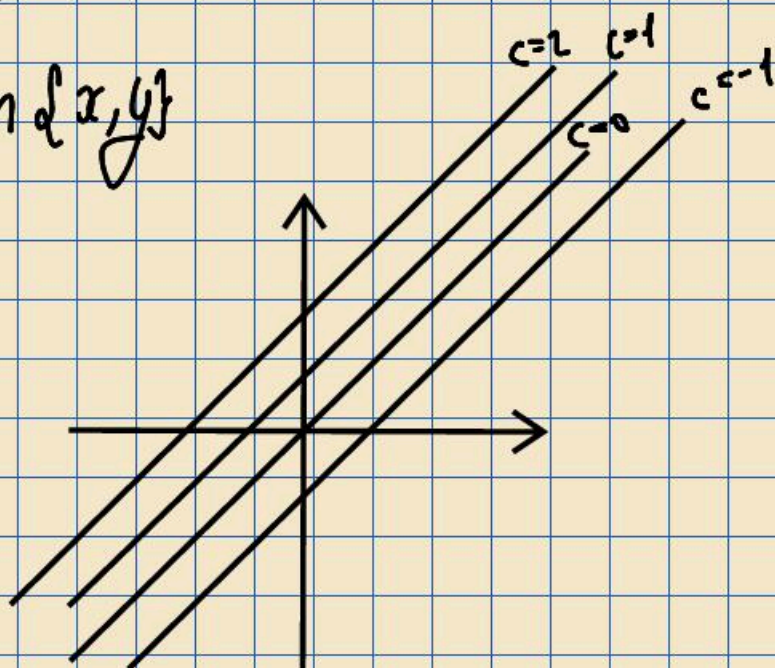$f(x,y) = C$ $C = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ - часто берут так

1) $f(x,y) = y - x$

2) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} = z$ - верхняя часть конуса
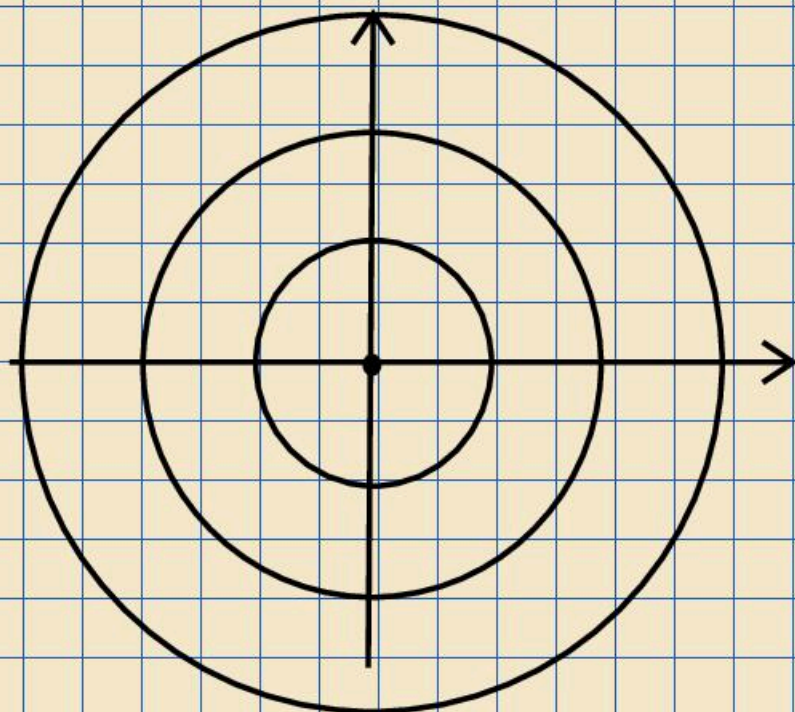
3) $f(x,y) = x^2 + y^2 = z$ - эллиптический параболоид
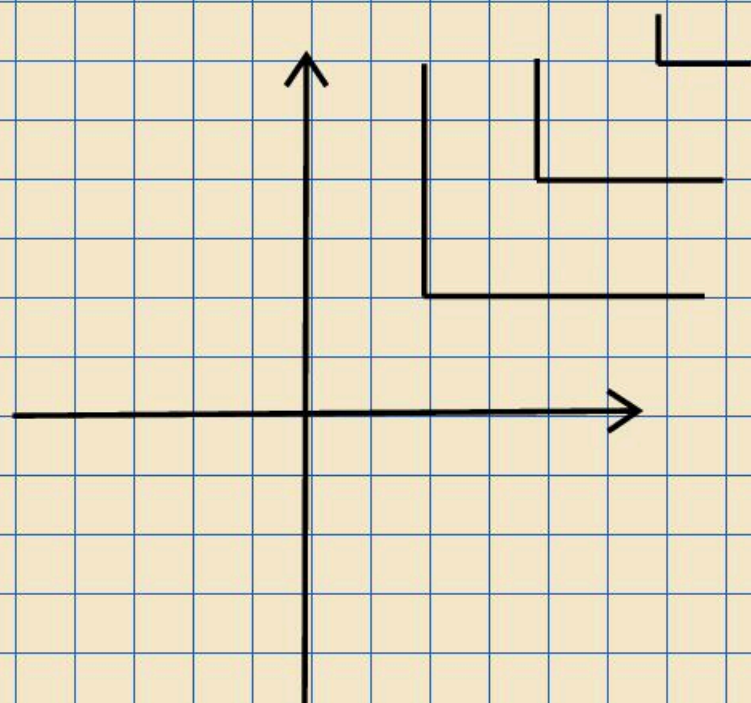
4) $f(x,y) = \min\{x,y\}$
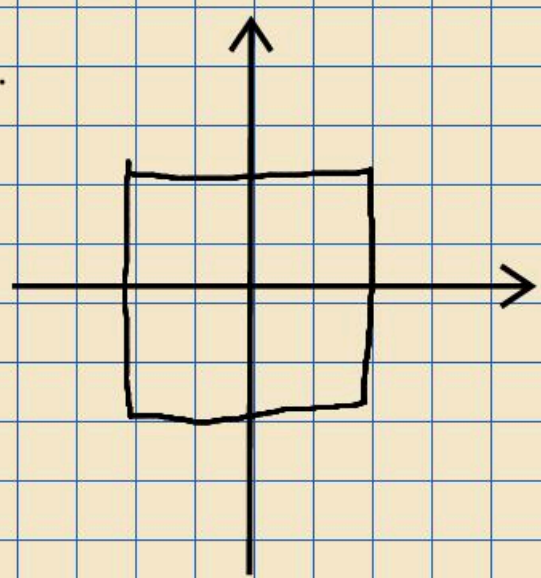
1) $y - x = C$
   $y = x + C$

2)

3)

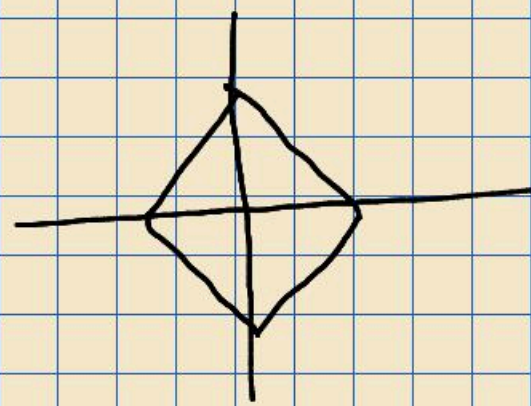⑤ Нарисовать в $\mathbb{R}^2$: $\overline{B_1}(0)$

1) $\rho(x,y) = \max\limits_{i=1,2} |x_i - y_i|$

2) $\rho(x,y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_1|$

1)

2)

⑥ Определить типы точек в $\mathbb{R}$ (внутр, гран, пред)

1) $M = (0, 1] \cup \{2\}$ $\{2\}$ изол $\partial M = \{0, 1, 2\}$ $M' = [0; 1]$ $\text{Int } M = (0, 1)$
                                                                   $clM = [0,1] \cup \{2\}$

2) $M = \{x_n\}$, $x_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$ $\text{Int } M = \phi$ $\partial M = M \cup \{-1, 1\}$ $M' = \{-1, 1\}$
                                                                      $clM =$
                                                                      x_n - изол

3) $M = \mathbb{Q} \cap [0,1]$

$\text{Int } M = \phi$

$clM = M' = [0,1]$

$\partial M = [0,1]$

изол нет