

# Kuliah Matematika Diskrit I

# Logika

Alfan F. Wicaksono

Fakultas Ilmu Komputer  
Universitas Indonesia

September 2013

# Mencari Harta Karun [LIU85]

Ada 2 jenis suku di sebuah pulau di tengah pasifik

- Penduduk **suku pertama** selalu **mengatakan kebenaran**.
- Penduduk **suku kedua** selalu **berbohong**.

Konon katanya, ada **harta karun** di pulau ini. Anda kemudian datang ke pulau ini untuk mencari kebenaran.

Di pulau ini, Anda bertemu dengan seorang penduduk (tidak jelas sukunya). Kemudian, orang tersebut berkata **“Ada harta karun di pulau ini jika dan hanya jika saya selalu mengatakan kebenaran”**.



**Apakah ada harta karun di pulau tersebut ? 😊**

# Mengapa harus belajar logika ?

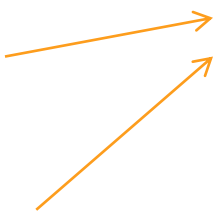
Dasar dari berbagai aplikasi di bidang Ilmu Komputer

- Pengembangan sirkuit komputer
- Ketika kita membuat program komputer (coding)
- Verifikasi kebenaran program yang kita buat
- Dan masih banyak lagi...



**Aristoteles : “Bapak Logika”**

# Yang akan dibahas

- **Logika Proposisi/Kalkulus Proposisi**
  - **Logika Predikat/Kalkulus Predikat (First Order Logic)**
  - **Inferensi**
    - Inferensi untuk logika proposisi
    - Inferensi untuk logika predikat (First Order Logic)
- Jenis-jenis logika
- 

# Logika Proposisi

# Proposisi

## DEFINISI

- **Kalimat deklaratif** atau pernyataan yang bernilai **benar (*true*)** atau **salah (*false*)**, tetapi tidak keduanya.
- Proposisi adalah **statement** untuk kasus “logika proposisi”

Nilai kebenaran untuk sebuah proposisi:

- **Benar, True, T, 1**
- **Salah, False, F, 0**

# Contoh Proposisi

**“Semut lebih besar daripada gajah”**

Apakah ini sebuah pernyataan ? **YA**

Mempunyai nilai Benar/Salah (tidak keduanya) ? **YA**

Kalau begitu, ini adalah sebuah **PROPOSISI** 😊

Apa nilai kebenarannya ? **SALAH**



# Contoh Proposisi

“Dilarang tidur di kelas”

Apakah ini sebuah pernyataan ?

**BUKAN**

Kalau begitu, ini **BUKAN PROPOSISI** karena ini adalah sebuah *permintaan*.

# Contoh Proposisi

$$3 > 2$$

Apakah ini sebuah pernyataan ?

YA

Mempunyai nilai Benar/Salah (tidak keduanya) ?

YA

Kalau begitu, ini adalah sebuah **PROPOSISI** 😊

Apa nilai kebenarannya ?

**BENAR**

# Contoh Proposisi

$$x - y = 4321$$

Apakah ini sebuah pernyataan ?

YA

Ini **BUKAN PROPOSISI** karena nilai kebenaran **bergantung pada nilai x dan y** yang belum ditentukan.

Pernyataan seperti ini disebut **kalimat terbuka** atau **fungsi proposisi**. → akan dibahas di topik “Logika Predikat”

# Contoh Proposisi

Untuk sembarang bilangan bulat  $n \geq 0$ , maka  $2n$  adalah bilangan bulat

Apakah ini sebuah pernyataan ? **YA**

Mempunyai nilai Benar/Salah (tidak keduanya) ? **YA**

Kalau begitu, ini adalah sebuah **PROPOSISI** 😊

Apa nilai kebenarannya ? **BENAR**

# Contoh Proposisi

“Hari ini adalah hari rabu”

Apakah ini sebuah pernyataan ?

YA

Ini adalah **PROPOSISI** dengan asumsi kita **menetapkan** waktu “hari ini”.

Kasus serupa juga berlaku untuk kalimat yang mengandung peubah (variable) **TEMPAT** dan **KATA GANTI**.

“Dia adalah presiden SBY”

# Latihan 1.1

Proposisi ?

1. Ada gajah di bulan
2. Semua sapi berwarna coklat
3.  $1 + 1 = 2$
4.  $8 \geq$  akar kuadrat dari  $8 + 8$
5.  $x + y = y + x$ , dimana  **$x, y \in \mathbf{R}$**
6.  $x + 2 = 2x$ , dimana  $x = -2$
7. Matikan HP ketika di kelas !
8. Apakah Anda paham definisi proposisi ?

# Melambangkan Proposisi

- Proposisi dilambangkan dengan **huruf kecil** dan biasanya mulai dari ***p, q, r, s, t, ....***
- ***p*** : 15 adalah bilangan ganjil
- ***q*** : Budi adalah alumni FASILKOM UI
- ***r*** :  $1 + 2 > 3$

# Operator Logika & Proposisi Majemuk

## Proposisi majemuk (*compound proposition*)

- Dihasilkan dengan cara menggabungkan beberapa proposisi.
- Dibentuk dari satu atau beberapa proposisi menggunakan **operator logika**.



# Operator Logika & Proposisi Majemuk

## Operator Logika

Operator uner (*unary*)

- Negasi/Ingkaran: bukan  $p$ 
  - Notasi :  $\neg p$

Operator biner (*binary*)

- Konjungsi (*conjunction*):  $p$  dan  $q$ 
  - Notasi :  $p \wedge q$
- Disjungsi (*disjunction*):  $p$  atau  $q$ 
  - Notasi :  $p \vee q$
- Disjungsi eksklusif (*exclusive-or*):  $p$  xor  $q$ 
  - Notasi :  $p \oplus q$
- Implikasi (*implication*): jika  $p$ , maka  $q$ 
  - Notasi :  $p \rightarrow q$
- Biimplikasi (*biimplication*):  $p$  jika dan hanya jika  $q$ 
  - Notasi :  $p \leftrightarrow q$

$p$  dan  $q$  termasuk **proposisi atomik**

Kombinasi  $p$  dan  $q$  menghasilkan **proposisi majemuk**

Masing-masing akan dibahas pada slide berikutnya !

# Reflection 1.1

- Mengapa harus belajar “Logika” ?
- Apa itu **proposisi** pada sub-topik “logika proposisi” ?
- Apa itu **proposisi majemuk** ?
- Apa hubungan antara **proposisi atomik**, **proposisi majemuk**, dan **operator logika** ?

# Tabel Kebenaran (Truth Table)

- Sebuah **tabel kebenaran** menggambarkan hubungan antar nilai-nilai kebenaran dari proposisi-proposisi.
- Tabel kebenaran biasanya digunakan **untuk mendapatkan nilai kebenaran dari sebuah proposisi majemuk** yang dibangun dari beberapa proposisi atomik/sederhana.

Contoh: tabel kebenaran untuk **Konjungsi**

$p$	$q$	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Proposisi atomik

Proposisi majemuk

# Negasi/Ingkaran

## DEFINISI

- Apabila  $p$  merupakan suatu proposisi,  $\neg p$  juga merupakan sebuah proposisi, yaitu negasi dari  $p$ .
- $\neg p$  Dibaca:
  - Tidak  $p$
  - Bukan  $p$
  - Not  $p$
  - Tidak benar bahwa  $p$

Tabel kebenaran dari negasi:

$p$	$\neg p$
T	F
F	T

# Contoh Negasi

## Tentukan Negasi dari proposisi berikut

- $p$  : “budi adalah seorang mahasiswa”
- $q$  : “hari ini hujan”
- $r$  : “bilangan prima selalu ganjil”
  
- $\neg p$  : “tidak benar bahwa budi seorang mahasiswa” atau “budi bukan seorang mahasiswa”
- $\neg q$  : “tidak benar bahwa hari ini hujan” atau “hari ini tidak hujan”
- $\neg r$  : “tidak benar bahwa bilangan prima selalu ganjil”

Coba Anda tentukan nilai kebenaran dari  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $\neg p$ ,  $\neg q$ , dan  $\neg r$  😊

# Konjungsi

## DEFINISI

- Apabila  $p$  dan  $q$  merupakan proposisi,  $p \wedge q$  juga merupakan sebuah proposisi, yaitu konjungsi dari  $p$  dan  $q$ .

- $p \wedge q$  Dibaca:

- $p$  dan  $q$
- $p$  and  $q$

Tabel kebenaran dari konjungsi:

$p$	$q$	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

$p \wedge q$  bernilai **benar** (T) tepat ketika  $p$  dan  $q$  keduanya bernilai benar, selain itu  $p \wedge q$  bernilai **salah** (F).

# Contoh Konjungsi

## Diberikan proposisi berikut:

- $p$  : “Ibu kota negara Mongolia adalah Ulanbator”
- $q$  : “Kucing mempunyai kaki”
- $r$  : “Langit tidak berwarna biru”
- $s$  :  $1 + 1 = 2$
  
- $p \wedge \neg q$  : “Ibu kota negara Mongolia adalah Ulanbator **dan** kucing tidak mempunyai kaki.”
- $\neg r \wedge s$  : “Langit berwarna biru **dan**  $1 + 1 = 2$ ”
  - Karena  $1 + 1 = 2$  adalah benar, maka proposisi ini bernilai **benar** ketika langit berwarna biru.

# Disjungsi

## DEFINISI

- Apabila  $p$  dan  $q$  merupakan proposisi,  $p \vee q$  juga merupakan sebuah proposisi, yaitu disjungsi dari  $p$  dan  $q$ .

- $p \vee q$  Dibaca:

- $p$  atau  $q$
- $p$  or  $q$

Tabel kebenaran dari disjungsi:

$p$	$q$	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

$p \vee q$  bernilai **salah** (F) tepat ketika  $p$  dan  $q$  keduanya bernilai salah selain itu  $p \vee q$  bernilai **benar** (T).



# Contoh Disjungsi

## Diberikan proposisi berikut:

- $p$  : “ibu kota negara mongolia adalah ulanbator”
- $q$  : “kucing mempunyai kaki”
- $r$  : “langit tidak berwarna biru”
- $s$  :  $1 + 1 = 2$
  
- $p \vee \neg q$  : “ibu kota negara mongolia adalah ulanbator **atau** kucing tidak mempunyai kaki.”
- $r \vee \neg s$  : “langit tidak berwarna biru **atau**  $1 + 1 \neq 2$ ”
  - Karena  $1 + 1 \neq 2$  adalah salah, maka proposisi ini bernilai **salah** ketika langit berwarna biru.

# Disjungsi

(inklusif vs eksklusif)

- Di slide sebelumnya, Anda mempelajari **disjungsi inklusif**.

## Is Or an “Inclusive Or” or an “Exclusive Or”?

- Disjungsi inklusif (*inclusive or*)
  - “atau” berarti “***p*** atau ***q*** atau keduanya”
  - Contoh: “mahasiswa FASILKOM UI harus menguasai bahasa pemrograman C **atau** Java.”
- Disjungsi eksklusif (*exclusive or*)
  - “atau” berarti “***p*** atau ***q*** tetapi bukan keduanya”
  - Contoh: “Budi dihukum 5 tahun penjara **atau** denda 100 juta rupiah”

# Disjungsi Eksklusif (*Exclusive Or*)

## DEFINISI

- Apabila  $p$  dan  $q$  merupakan proposisi,  $p \oplus q$  juga merupakan sebuah proposisi, yaitu disjungsi eksklusif dari  $p$  dan  $q$ .

- $p \oplus q$  Dibaca:

- $p \text{ xor } q$

Tabel kebenaran dari XOR:

$p$	$q$	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

$p \oplus q$  bernilai **benar** (T) tepat ketika  $p$  dan  $q$  mempunyai nilai kebenaran yang berbeda.

# Contoh Disjungsi Eksklusif

**Diberikan proposisi berikut:**

- **$p$**  : “Budi memilih program studi Ilmu Komputer di FASILKOM”
- **$q$**  : “Budi memilih program studi Sistem Informasi di FASILKOM”
- **$p \oplus q$**  : “Budi memilih program studi Ilmu Komputer atau Sistem Informasi di FASILKOM”

# Reflection 1.2

- Macam-macam operator logika (bag. 1)
  - Negasi
  - Konjungsi
  - Disjungsi (inklusif)
  - Disjungsi eksklusif

# Review

- Apa itu Proposisi ?
- Apa itu Proposisi Majemuk ?
- Operator logika
  - Negasi
  - Konjungsi
  - Disjungsi inklusif
  - Disjungsi eksklusif

# Implikasi (1)

(proposisi bersyarat)

## DEFINISI

- Apabila  $p$  dan  $q$  merupakan proposisi,  $p \rightarrow q$  juga merupakan sebuah proposisi, yaitu implikasi.
- $p$  adalah **premis/anteseden/hipotesis**
- $q$  adalah **konklusi/konsekuensi**
- $p \rightarrow q$  Dibaca:
  - Jika  $p$ , maka  $q$
  - Jika  $p, q$
  - $p$  syarat cukup untuk  $q$
  - $p$  hanya jika  $q$  (*only if*)
  - $p$  mengakibatkan  $q$  (*implies*)
  - $q$  jika  $p$
  - $q$  bilamana  $p$
  - $q$  syarat perlu untuk  $p$

# Implikasi (2)

Tabel kebenaran dari implikasi:

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

$p \rightarrow q$  hanya bernilai **salah** ketika  $p$  **benar** dan  $q$  **salah**.

$p$  : budi merokok

$q$  : budi tidak sehat

$p \rightarrow q$  : Jika budi merokok, maka budi tidak sehat



# Implikasi (3)

Memahami nilai kebenaran dari  $p \rightarrow q$

- Misalkan, seorang dosen berkata kepada Anda: “Jika Anda mendapat nilai 100, maka Anda mendapat nilai A”
- $p$  : Anda mendapat nilai 100,  $q$  : Anda mendapat nilai A

**Ada beberapa kasus:**

- Anda gagal mendapat nilai 100 ( $p = \text{F}$ )
  - **Anda mendapat C** : dosen Anda benar
  - **Anda mendapat A** : dosen Anda tidak dapat dikatakan salah. Mungkin, dosen Anda melihat kemampuan Anda yang lain.
- Anda sukses mendapat nilai 100 ( $p = \text{T}$ )
  - **Anda mendapat A** : dosen Anda benar
  - **Anda mendapat B : dosen Anda tidak benar / bohong**

# Contoh Implikasi [RIN03]

Ubahlah kalimat implikasi berikut ke notasi implikasi standard:

“Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.”

Ingat:  $p \rightarrow q$  dapat dibaca  $q$  syarat perlu untuk  $p$

Susun sesuai format:

Mengontrak pemain asing kenamaan adalah syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia

$q$  : Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan

$p$  : Indonesia ikut Piala Dunia

**Notasi standard:** Jika  $p$ , maka  $q$

Jika Indonesia ikut Piala Dunia, maka Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan.

# Catatan untuk implikasi (1)

- Implikasi hanya memperhatikan nilai kebenaran antara **premis** dan **konklusi**.
- Implikasi **tidak** harus melibatkan hubungan *cause-and-effect*.
- Implikasi jauh lebih umum daripada bahasa yang kita gunakan sehari-hari.
- Contoh:
  - “Jika Kota Jakarta dilanda banjir, maka Rendy adalah pemuda yang tampan.”
  - “Jika  $1 + 1 = 2$ , maka ibu kota Indonesia adalah Jakarta”

# Catatan untuk implikasi (2)

- Implikasi “jika  $p$ , maka  $q$ ” berbeda dengan bahasa pemrograman **if-then**.
- Bahasa pemrograman: “if  $p$  then  $S$ ”
- $p$  adalah proposisi
- Tetapi,  $S$  **bukan proposisi**.  $S$  adalah **segmen program** yang akan dieksekusi jika  $p$  bernilai  $T$ .
- Oleh sebab itu, bahasa pemrograman “if  $p$  then  $S$ ” **bukan** sebuah proposisi implikasi.

# Konvers, Invers, dan Kontraposisi (1)

- **Konvers** dari  $p \rightarrow q$  adalah proposisi  $q \rightarrow p$
- **Invers** dari  $p \rightarrow q$  adalah proposisi  $\neg p \rightarrow \neg q$
- **Kontraposisi** dari  $p \rightarrow q$  adalah proposisi  $\neg q \rightarrow \neg p$

# Konvers, Invers, dan Kontraposisi (2)

- $p$  : Budi adalah mahasiswa FASILKOM,  $q$  : Budi adalah orang cerdas.
- $p \rightarrow q$  : jika Budi adalah mahasiswa FASILKOM, maka Budi adalah orang cerdas.
- Konvers ( $q \rightarrow p$ ) : jika Budi adalah orang cerdas, maka Budi adalah mahasiswa FASILKOM
- Invers ( $\neg p \rightarrow \neg q$ ) : jika Budi bukan mahasiswa FASILKOM, maka Budi bukan orang cerdas.
- Kontraposisi ( $\neg q \rightarrow \neg p$ ) : jika Budi bukan orang cerdas, maka Budi bukan mahasiswa FASILKOM

# Konvers, Invers, dan Kontraposisi (3)

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T

kontrapositif

konvers

invers

# Biimplikasi (1)

## DEFINISI

- Apabila  $p$  dan  $q$  merupakan proposisi,  $p \leftrightarrow q$  juga merupakan sebuah proposisi, yaitu biimplikasi.
- $p \leftrightarrow q$  Dibaca:
  - $p$  jika dan hanya jika  $q$
  - Jika  $p$ , maka  $q$ , dan sebaliknya
  - Jika  $p$ , maka  $q$  dan Jika  $q$ , maka  $p$
  - $p$  adalah syarat perlu dan cukup untuk  $q$
  - $p$  jikka  $q$  (*iff*)
  - $p$  ekuivalen dengan  $q$



# Biimplikasi (2)

Tabel kebenaran dari Biimplikasi:

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T

$p \leftrightarrow q$  hanya bernilai **benar** ketika  $p$  dan  $q$  **benar**.

$p \leftrightarrow q$  hanya bernilai **benar** ketika  $p \rightarrow q$  dan  $q \rightarrow p$  **benar**.

$p$  : budi mempunyai *password* yang sah

$q$  : budi *log in* ke dalam sistem

$p \leftrightarrow q$  : Jika budi mempunyai *password* yang sah, maka budi *log in* ke dalam sistem

# Tabel Kebenaran untuk semua operator logika

$p$	$q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	T	F	F
F	T	T	F	T	T	T	F
F	F	T	F	F	F	T	T

- Tabel ini bukan untuk dihafal !!
- Tabel ini untuk dipahami

# Kembali ke tabel kebenaran....

- Tabel kebenaran biasanya digunakan **untuk mendapatkan nilai kebenaran dari sebuah proposisi majemuk** yang dibangun dari beberapa proposisi atomik/ sederhana.
- Tabel kebenaran dibangun dengan cara menuliskan **semua kemungkinan nilai kebenaran** dari peubah (*variable*) proposisi atomik-nya.

Buatlah tabel kebenaran untuk proposisi majemuk:

- $p \wedge \neg q$
- $p \rightarrow (q \vee r)$

- Ada **2** kemungkinan nilai kebenaran untuk **sebuah** proposisi atomik : **BENAR** & **SALAH**
- Jika ada **2** peubah/variabel proposisi atomik, maka jumlah kemungkinan assignment nilai kebenaran ada **4 = 2<sup>2</sup>**

$p$	$q$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

- Ada **2** kemungkinan nilai kebenaran untuk **sebuah** proposisi atomik : **BENAR** & **SALAH**
- Jika ada **3** peubah/variabel proposisi atomik, maka jumlah kemungkinan assignment nilai kebenaran ada **8 = 2<sup>3</sup>**

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \rightarrow (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	F	T

# Reflection 1.3

- Implikasi
- Biimplikasi
- Jika diberikan sebuah proposisi, Apakah Anda bisa **membuat tabel kebenaran** proposisi tersebut ?

# Interpretasi (1)

## DEFINISI

- Interpretasi  $I$  adalah **pemberian nilai kebenaran** pada suatu **proposisi** (dapat berupa proposisi majemuk).

Jika  $\varphi$  adalah sebuah proposisi:

- $I_A(\varphi) = \text{B}$ , maksudnya:  $\varphi$  adalah **BENAR** untuk interpretasi  $I_A$
- $I_B(\varphi) = \text{S}$ , maksudnya:  $\varphi$  adalah **SALAH** untuk interpretasi  $I_B$

# Interpretasi (2)

- Interpretasi untuk sebuah proposisi dapat diperoleh dengan memberikan nilai kebenaran pada semua **proposisi atomik/variabel proposisi** yang ada pada proposisi itu.
- **Satu baris pada tabel kebenaran** berasosiasi dengan **sebuah interpretasi** dari proposisi yang bersangkutan.



# Interpretasi (3)

Interpretasi	$\neg q$	$p \wedge \neg q$
$I_1 : I_1(p) = \text{T}, I_1(q) = \text{T}$	F	F
$I_2 : I_2(p) = \text{T}, I_2(q) = \text{F}$	T	T
$I_3 : I_3(p) = \text{F}, I_3(q) = \text{T}$	F	F
$I_4 : I_4(p) = \text{F}, I_4(q) = \text{F}$	T	F

Ada 4 interpretasi

Kita lihat bahwa hanya interpretasi kedua  $I_2$  yang menyebabkan proposisi  $p \wedge \neg q$  bernilai benar.

Dapat kita tulis dengan :  $I_2(p \wedge \neg q) = \text{T}$

# Interpretasi (4)

- Tulis semua interpretasi  $I$  sehingga proposisi  $(p \vee \neg q) \wedge r$  bernilai **benar** untuk interpretasi  $I$ .

$p$	$q$	$r$	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$(p \vee \neg q) \wedge r$
T	T	T	F	T	T
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F

Berarti ada tiga interpretasi :

$I_1 : I_1(p) = \text{T}, I_1(q) = \text{T}, I_1(r) = \text{T}$

$I_2 : I_2(p) = \text{T}, I_2(q) = \text{F}, I_2(r) = \text{T}$

$I_3 : I_3(p) = \text{F}, I_3(q) = \text{F}, I_3(r) = \text{T}$

# Urutan pengerjaan (presedensi) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\rightarrow$	4
$\leftrightarrow$	5

Contoh:

- $p \wedge q \vee r$  berarti  $(p \wedge q) \vee r$
- $\neg p \wedge q$  berarti  $(\neg p) \wedge q$
- $p \vee q \rightarrow r$  berarti  $(p \vee q) \rightarrow r$

Sebisa mungkin gunakan tanda kurung !

# Translasi bahasa manusia ke ekspresi logika (1)

Mengapa kita perlu mentranslasikan bahasa manusia ke ekspresi logika ?

- Bahasa manusia **itu ambigu !**
  - Translasi ke ekspresi logika akan menghilangkan ambigu.
- Ketika kita berhasil mentranslasikan bahasa manusia ke ekspresi logika, kita dapat:
  - Menyatakan nilai kebenaran
  - Memanipulasi ekspresi
  - Melakukan inferensi

# Translasi bahasa manusia ke ekspresi logika (2)

Ubah kalimat berikut ke ekspresi logika proposisi

- “Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam pemilu 2014 jika Anda berusia di bawah 17 tahun, kecuali kalau Anda sudah menikah”

# Translasi bahasa manusia ke ekspresi logika (3)

## Langkah:

- Susun ulang kalimat menjadi bentuk yang standard (jika  $p$ , maka  $q$ ;  $p$  atau  $q$ ; dll)
- Gunakan beberapa variabel proposisi ( $p, q, r, s, \dots$ ) untuk merepresentasikan setiap bagian di kalimat.
- Gunakan operator logika untuk menghubungkan antar variabel proposisi tersebut agar merepresentasikan maksud kalimat.

# Translasi bahasa manusia ke ekspresi logika (4)

Ubah kalimat berikut ke ekspresi logika proposisi

- “Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam pemilu 2014 jika Anda berusia di bawah 17 tahun, kecuali kalau Anda sudah menikah.”

Kalimat ini mempunyai format “ $q$  jika  $p$ ”.

Ubah ke format standard “jika  $p$ , maka  $q$ ”:

- “Jika Anda berusia di bawah 17 tahun, kecuali kalau Anda sudah menikah, maka Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam pemilu 2014.”

# Translasi bahasa manusia ke ekspresi logika (5)

Format: “jika  $p$ , maka  $q$ ”.

- “Jika Anda berusia di bawah 17 tahun, kecuali kalau Anda sudah menikah, maka Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam pemilu 2014.”
- $p$  : Anda berusia di bawah 17 tahun
- $q$  : Anda sudah menikah
- $r$  : Anda dapat terdaftar sebagai pemilih dalam pemilu 2014

Ekspresi logika

- $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$



# Spesifikasi Sistem (1)

- Misal, seseorang menyuruh Anda untuk membuat sebuah **mobil**.
- Kemudian, Anda diberikan 2 spesifikasi yang harus Anda penuhi:
  1. Mobil beroda empat dan Mobil berbahan bakar etanol.
  2. Mobil berbahan bakar solar (bukan etanol).
- Bisakah Anda membuat mobil tersebut ??

Dalam hal ini, mobil adalah sistem. Lalu, sistem mempunyai spesifikasi.

# Spesifikasi Sistem (2)

- Agar kita bisa membangun sebuah sistem, semua ekspresi proposisi yang merepresentasikan spesifikasi harus **Konsisten/tidak ada kontradiksi**.
- **Konsisten: ada sebuah interpretasi** untuk semua proposisi atomik yang menyebabkan semua spesifikasi bernilai **benar**.
- Dengan kata lain, **ada sebuah interpretasi** yang menyebabkan konjungsi dari semua ekspresi proposisi (spesifikasi) bernilai **benar**.

# Spesifikasi Sistem (3)

- Sebuah sistem mempunyai **N** spesifikasi.
- Misal, ada **N** proposisi yang merepresentasikan spesifikasi-spesifikasi tersebut  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_N$
- **Konsisten** jika dan hanya jika ada sebuah interpretasi  $I$  yang menyebabkan proposisi  $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \dots \wedge \varphi_N$  bernilai **BENAR**.
- **Silakan Anda tentukan apakah spesifikasi-spesifikasi mobil yang diberikan di slide sebelumnya konsisten ? ☺**

# Spesifikasi Sistem (4)

Periksa apakah spesifikasi sistem berikut konsisten.

- “Pesan disimpan di dalam sebuah buffer atau pesan ditransmisikan kembali. Jika pesan disimpan di dalam sebuah buffer, maka pesan ditransmisikan kembali. Pesan tidak disimpan di dalam buffer.”

Misal:

- $p$  : pesan disimpan di dalam buffer
- $q$  : pesan ditransmisikan kembali

Spesifikasi dapat ditulis dengan:

1.  $p \vee q$
2.  $p \rightarrow q$
3.  $\neg p$

Ada sebuah interpretasi yang menyebabkan  
Semua spesifikasi bernilai benar:

$I : I(p) = \text{F}, I(q) = \text{T}$

**KONSISTEN** 😊

# Operasi Bit

- **Bit**: simbol dengan 2 buah kemungkinan nilai (0 dan 1).
- Komputer merepresentasikan informasi menggunakan bit.
- **Operasi bit**: analog dengan operasi logika proposisi.
- **String bit**: urutan 0 dan 1
- Tentukan **bitwise OR**, dan **AND** untuk string bit **1011 0011** dan **1110 0001**.

1011 0011

1110 0001

-----

1010 0001 → bitwise AND

1111 0011 → bitwise OR

# Test

Diberikan spesifikasi berikut:

- Ketika *software* di-*upgrade*, *user* tidak bisa menggunakan *software*.
- Jika *user* bisa menggunakan *software*, *user* bisa menyimpan *file* baru.
- Jika *user* tidak bisa menyimpan *file* baru, *software* tidak di-*upgrade*.

Tentukan apakah spesifikasi sistem ini konsisten ?

# Formula Logika Proposisi (1)

Alfabet dari logika proposisi terdiri dari:

- Himpunan **formula/proposisi atomik** (**variabel proposisi**)  $p, q, r, \dots$
- Operator logika
  - Negasi, konjungsi, disjungsi, dll.
- Tanda kurung ( dan ).

# Formula Logika Proposisi (2)

Definisi **Formula Logika Proposisi (FLP)** (*well-formed formulas of propositional logic*):

- Sebuah proposisi atomik  $\varphi$  adalah FLP
- Jika  $\varphi$  adalah FLP, maka  $\neg\varphi$  juga merupakan FLP
- Jika  $\varphi$  dan  $\psi$  adalah FLP, maka  $\varphi \wedge \psi$ ,  $\varphi \vee \psi$ ,  $\varphi \rightarrow \psi$ , dan  $\varphi \leftrightarrow \psi$  juga merupakan FLP
- Jika  $\varphi$  adalah FLP, maka  $(\varphi)$  juga merupakan FLP
- Nothing else is a FLP



# Komponen di dalam “Logika”

Ada tiga komponen besar di dalam topik “logika”:

1. **Pernyataan (*statement*)** : sesuatu (kalimat deklaratif) yang dapat bernilai benar atau salah, tetapi tidak keduanya.
2. **Argumen** : kumpulan pernyataan. Ada dua bagian:
  - Premis : sebagai *support*, keterangan, kesaksian (*evidence*)
  - Konklusi : statement yang butuh *support*
3. **Inferensi** : proses penalaran yang menghasilkan ide/pernyataan **baru** yang didasarkan pada pernyataan-pernyataan yang lain.

Anda akan memahami slide ini secara sempurna setelah Mengikuti kuliah MD 1 untuk topik logika secara keseluruhan.

- **Logika** adalah dasar dari **penalaran (*reasoning*)**.
- **Penalaran (*reasoning*)** didasarkan pada hubungan antar **pernyataan (*statements*)**.

# Credits

- [ROS03] Kenneth H. Rosen, *Discrete Mathematics and Application to Computer Science 5th Edition*, Mc Graw-Hill, 2003.
- Slide-slide dari Mata Kuliah Matematika Diskrit I oleh Bapak M. Arzaki, dan Bapak Adilla A. Krisnandhi, 2012/2013, FASILKOM UI.
- [LIU85] C. L. Liu, *Elements of Discrete Mathematics*, McGraw-Hill
- [RIN03] Rinaldi Munir, *Diktat kuliah IF2153 Matematika Diskrit (Edisi Keempat)*, Teknik Informatika ITB, 2003. (juga diterbitkan dalam bentuk buku oleh Penerbit Informatika).