

计算几何基础二测试

郭炼

哈尔滨工业大学
计算学部

2020 年 8 月 19 号

哈爾濱工業大學



A — 跑步

SCOI 2015 小凸想跑步

给定 n 个点的凸包, 在其内部随机取一个点 p , 和凸包连边, 形成 n 个三角形询问 P 点, 0 号点, 1 号点形成的三角形面积最小的概率

$$3 \leq n \leq 10^5, -10^9 \leq x, y \leq 10^9$$



A—跑步

SCOI 2015 小凸想跑步

给定 n 个点的凸包, 在其内部随机取一个点 p , 和凸包连边, 形成 n 个三角形询问 P 点, 0 号点, 1 号点形成的三角形面积最小的概率

$$3 \leq n \leq 10^5, -10^9 \leq x, y \leq 10^9$$

- 设凸包上的四个点依次为 a, b, c, d 。

$$\begin{aligned} & \overset{Spab}{(b-a)} \times \overset{Sp cd}{(p-a)} \leq (d-c) \times (p-c) \\ & (x_b - x_a, y_b - y_a) \times (x_p - x_a, y_p - y_a) \\ & \leq (x_d - x_c, y_d - y_c) \times (x_p - x_c, y_p - y_c) \\ & \underbrace{(x_b - x_a)}_A \underbrace{(x_d + x_c)}_C y_p - (y_b - y_a - y_d + y_c) \underbrace{x_p}_B \\ & \quad \underbrace{-x_b y_a + y_b x_a + x_d y_c - y_d x_c}_C \leq 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \underbrace{(x_b - x_a)}_A \underbrace{(x_d + x_c)}_C y_p - (y_b - y_a - y_d + y_c) \underbrace{x_p}_B \\ & \quad \underbrace{-x_b y_a + y_b x_a + x_d y_c - y_d x_c}_C \end{aligned}} \right\} \text{半平面}$$



B — 椭圆

HDU 1724 Ellipse

求一个椭圆被 $x = l, x = r$ 围住的面积。

- 套用辛普森公式即可。



C — 抛物线

Codeforces 1143F

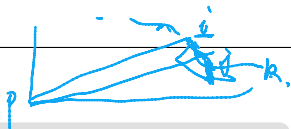
给定 n 个点, 问有多少个抛物线 $y = x^2 + bx + c$, 满足抛物线内无给定的点。

$$n \leq 10^5$$

- 对于每一个合法抛物线, 满足 $x_i^2 + bx_i + c \geq y_i$, 即 $x_i \times b + c \geq y_i - x_i^2$ 。
- 这就是求一个半平面交, 答案就是边数。



D 一 空凸包



POJ 1259 The Picnic

给出 n 个点, 求出最大的凸包使得凸包里面不存在点 (边上可以有)。输出最大凸包的面积。

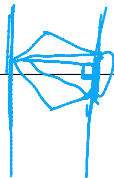
$n \leq 100$

$dp[j][i]$ 表示大面积

- 求解过程与求凸包类似。
- 把所有点按 x 从小到大排序。
- 依次枚举每个点 p , 把它作为凸包的左下角来计算此时可以形成的最大凸包。
- 转移方程 $dp[j][i] = \max\{dp[k][j] + S_{\Delta jip} | \vec{kj} \times \vec{ji} \geq 0\}$



E — 三角形



HDU 2202 最大三角形

给定二维的平面上 n 个不同的点, 要求在这些点里寻找三个点, 使他们构成的三角形拥有的面积最大。 $3 \leq n \leq 50000$

- 答案一定在凸包上。
- 使用旋转卡壳, 答案为边到最远点构成的三角形。

