

Mathematik: Diskrete Strukturen

Lösungsblatt

Anton Bubnov, Eugen Kuzmenko

April 18, 2015

Vertiefung:

(a) Bestimmen Sie $\text{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 10)$.

$$\begin{aligned}\text{mod}(5^{31}, 10) &= \text{mod}(5^{30} \cdot 5, 10) \\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(2^{789}, 10) &= \text{mod}(2^{516} \cdot 2^{256} \cdot 2^{16} \cdot 2^1, 10) \\ &= \text{mod}(6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2, 10) \\ &= \text{mod}(432, 10) \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(-23^{23}, 10) &= \text{mod}(23^{16} \cdot 23^4 \cdot 23^2 \cdot (-23)^1, 10) \\ &= \text{mod}(9 \cdot 7, 10) \\ &= \text{mod}(63, 10) \\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 10) &= \text{mod}(5 \cdot 2 + 3, 10) \\ &= \text{mod}(13, 10) \\ &= 3\end{aligned}$$

(nach Theorem 1.2 (BM))

(b) Bestimmen Sie $\text{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 11)$.

$$\begin{aligned}\text{mod}(5^{31}, 11) &= \text{mod}(5^{30} \cdot 5, 11) \\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(2^{789}, 11) &= \text{mod}(2^{516} \cdot 2^{256} \cdot 2^{16} \cdot 2^1, 11) \\ &= \text{mod}(9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2, 11) \\ &= \text{mod}(432, 11) \\ &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(-23^{23}, 11) &= \text{mod}(23^{16} \cdot 23^4 \cdot 23^2 \cdot (-23)^1, 11) \\ &= \text{mod}(4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7, 11) \\ &= \text{mod}(420, 11) \\ &= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 11) &= \text{mod}(5 \cdot 6 + 9, 11) \\ &= \text{mod}(39, 11) \\ &= 6\end{aligned}$$

(nach Theorem 1.2 (BM))

(c) Bestimmen Sie $\text{mod}(7^{31} \cdot 2^{789}, 10)$.

$$\begin{aligned}\text{mod}(7^{31}, 10) &= \text{mod}(7^{16} \cdot 7^8 \cdot 7^4 \cdot 7^2 \cdot 7^1, 10) \\ &= \text{mod}(1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 7, 10) \\ &= \text{mod}(63, 10) \\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(2^{789}, 10) &= \text{mod}(2^{516} \cdot 2^{256} \cdot 2^{16} \cdot 2^1, 10) \\ &= \text{mod}(6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2, 10) \\ &= \text{mod}(432, 10) \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{mod}(7^{31} \cdot 2^{789}, 10) &= \text{mod}(3 \cdot 2, 10) \\ &= \text{mod}(6, 10) \\ &= 6\end{aligned}\quad (\text{nach Theorem 1.2 (BM)})$$

(d) Bestimmen Sie $\text{kgV}(178, 144)$.

$$\begin{aligned}178 &= 2 \cdot 89 \\ 144 &= 2^4 \cdot 3^2 \\ \text{kgV}(178, 144) &= 2^4 \cdot 3^2 \cdot 89 = 12816\end{aligned}\quad (\text{nach Lemma 1.5 (BM)})$$

(e) Bestimmen Sie $\text{ggT}(12877480, 24145275)$.

$$\begin{aligned}\text{ggT}(12877480, 24145275) &= \text{ggT}(24145275 - 12877480, 12877480) \\ &= \text{ggT}(12877480 - 11267795, 11267795) \\ &= \text{ggT}(11267795 - 1609685, 1609685) \\ &= 1609685\end{aligned}\quad (\text{nach Lemma 1.8 (BM)})$$