Mathematik: Diskrete Strukturen
Lösungsblatt

Anton Bubnov, Yevgen Kuzmenko

May 6, 2015

Vertiefung:

(a) Welchen Wert hat $\pi^{23}(5)$ für $\pi = (42531)(867)$?

Da 5 befindet sich in dem Zyklus der Länge 5, gilt $\pi^{23}(5) = \pi^3(3)$

$$\begin{aligned}
\pi^0(5) &= 5 \\
\pi^1(5) &= 1 \\
\pi^2(5) &= 4 \\
\pi^3(5) &= 3 \\
\pi^4(5) &= 5 \\
\pi^{23}(5) &= 3.
\end{aligned}$$

(b) Wie sieht die Permutation (3, 2, 6, 7, 5, 1, 4) in Zyklenschreibweise aus?

$$\begin{array}{llll}
\pi^0(1) = 1, & \pi^1(1) = 3, & \pi^2(1) = 6, & \pi^3(1) = 1; \\
\pi^0(2) = 2, & \pi^1(2) = 2; & & \\
\pi^0(3) = 3, & \pi^1(3) = 6, & \pi^2(3) = 1, & \pi^3(3) = 3; \\
\pi^0(4) = 4, & \pi^1(4) = 7, & \pi^2(4) = 4; & \\
\pi^0(5) = 5, & \pi^1(5) = 5; & & \\
\pi^0(6) = 6, & \pi^1(6) = 1, & \pi^2(6) = 3, & \pi^3(6) = 6; \\
\pi^0(7) = 7, & \pi^1(7) = 4, & \pi^2(7) = 7; &
\end{array}$$

Zyklenschreibweise: (136)(2)(47)(5)

(c) Wie sieht die Permutation (8 1 5 3)(2 4)(6 7) in Tupelschreibweise aus?

$$\begin{array}{llll}
\pi(8) = 1 & \pi(1) = 5 & \pi(5) = 3 & \pi(3) = 8 \\
\pi(2) = 4 & \pi(4) = 2 & & \\
\pi(7) = 7 & \pi(7) = 6 & &
\end{array}$$

Tupelschreibweise: $(5, 4, 8, 2, 3, 7, 6, 1)$

(d) Welchen Zyklentyp besitzt die Permutation (2, 4, 1, 3, 5, 8, 6, 9, 7)?

Es gibt folgende Zyklen: (2 4 3 1)(5)(8 9 7 6), der Zyklentyp ist (4, 1, 4).

(e) Wie viele Permutationen von n Elementen mit dem Zyklentyp $(3, 1, \ldots, 1)$ gibt es für $n \geq 4$?

Wir sollen erstens ein Tupel mit 3 Elementen aus n Elementen machen:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \qquad \text{(nach Satz 6. (ungeordnet, ohne Zurücklegen) und Bin. Def.)}$$

In dieser Tupel aus 3 Elementen haben wir 2 mögliche Permutationen (nach Satz 13., Zyklenschreibweise (Beispiel 3)). Folglich:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} \cdot 2 = \frac{n!}{3 \cdot (n-3)!}$$