Mathematik: Diskrete Strukturen Lösungsblatt

Anton Bubnov, Yevgen Kuzmenko May 6, 2015

Vertiefung:

(a) Welchen Wert hat $\pi^{23}(5)$ für $\pi = (42531)(867)$?

Da 5 befindet sich in dem Zyklus der Länge 5, gilt $\pi^{23}(5) = \pi^3(5)$

$$\pi^{0}(5) = 5$$

$$\pi^{1}(5) = 1$$

$$\pi^{2}(5) = 4$$

$$\pi^{3}(5) = 3$$

$$5 \pi^{4}(5) = 5$$

BIN NICHT SICHER OB die ANTWORT 3 ODER 5 $\pi^4(5) = 5$

$$\pi^{23}(5) = 3.$$

(b) Wie sieht die Permutation (3, 2, 6, 7, 5, 1, 4) in Zyklenschreibweise aus?

$$\pi(1) = 3$$
 $\pi(3) = 6$ $\pi(6) = 1$
 $\pi(2) = 2$
 $\pi(4) = 7$ $\pi(7) = 4$
 $\pi(5) = 5$

(361)(2)(74)(5)

(c) Wie sieht die Permutation (8 1 5 3)(2 4)(6 7) in Tupelschreibweise aus?

$$\pi(8) = 1$$
 $\pi(1) = 5$ $\pi(5) = 3$ $\pi(3) = 8$
 $\pi(2) = 4$ $\pi(4) = 2$
 $\pi(7) = 7$ $\pi(7) = 6$

(5,4,8,2,3,7,6,1)

(d) Welchen Zyklentyp besitzt die Permutation (2, 4, 1, 3, 5, 8, 6, 9, 7)?

$$(2\ 4\ 3\ 1)(5)(8\ 9\ 7\ 6)$$

(e) Wie viele Permutationen von n Elementen mit dem Zyklentyp (3, 1, ..., 1) gibt es für $n \ge 4$?

Wir sollen erstens ein Tupel mit 3 Elementen aus n Elementen machen:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!}$$
 (nach Satz 6. (ungeordnet, ohne Zurücklegen) und Bin. Def.)

 ${\bf Mathematik:\ Diskrete\ Strukturen}$

In dieser Tupel aus 3 Elementen haben wir 2 mögliche Permutationen (nach Satz 13., Zyklenschreibweise (Beispiel 3)). Folglich:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} \cdot 2 = \frac{n!}{3 \cdot (n-3)!}$$