Mathematatik: Diskrete Strukturen

Lösungsblatt

Anton Bubnov, Eugen Kuzmenko

April 18, 2015

Vertiefung:

(a) Bestimmen Sie $\mathrm{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 10)$.

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(5^{31}, 10) &= \mathrm{mod}(5^{30} \cdot 5, 10)\\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(2^{789}, 10) &= \mathrm{mod}(2^{516} \cdot 2^{256} \cdot 2^{16} \cdot 2^{1}, 10)\\ &= \mathrm{mod}(6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2, 10)\\ &= \mathrm{mod}(432, 10)\\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(-23^{23}, 10) &= \mathrm{mod}(23^{16} \cdot 23^{4} \cdot 23^{2} \cdot (-23)^{1}, 11)\\ &= \mathrm{mod}(9 \cdot 7, 10)\\ &= \mathrm{mod}(63, 10)\\ &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 10) &= \mathrm{mod}(5 \cdot 2 + 3, 10)\\ &= \mathrm{mod}(13, 10)\\ &= 3 && \text{(nach Theorem 1.2 (BM))}\end{aligned}$$

(b) Bestimmen Sie $\mathrm{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 11)$.

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(5^{31}, 11) &= \mathrm{mod}(5^{30} \cdot 5, 11)\\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(2^{789}, 11) &= \mathrm{mod}(2^{516} \cdot 2^{256} \cdot 2^{16} \cdot 2^{1}, 11)\\ &= \mathrm{mod}(9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2, 11)\\ &= \mathrm{mod}(432, 11)\\ &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(-23^{23}, 11) &= \mathrm{mod}(23^{16} \cdot 23^{4} \cdot 23^{2} \cdot (-23)^{1}, 11)\\ &= \mathrm{mod}(4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7, 11)\\ &= \mathrm{mod}(420, 11)\\ &= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{mod}(5^{31} \cdot 2^{789} - 23^{23}, 11) &= \mathrm{mod}(5 \cdot 6 + 9, 11)\\ &= \mathrm{mod}(39, 11)\\ &= 6 && \text{(nach Theorem 1.2 (BM))}\end{aligned}$$

(c) Bestimmen Sie $\text{mod}(7^{31} \cdot 2^{789}, 10)$.

$$\begin{aligned}
\text{mod}(7^{31}, 10) &= \text{mod}(7^{16} \cdot 7^{8} \cdot 7^{4} \cdot 7^{2} \cdot 7^{1}, 10) \\
&= \text{mod}(1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 7, 10) \\
&= \text{mod}(63, 10) \\
&= 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{mod}(2^{789}, 10) &= \text{mod}(2^{516} \cdot 2^{256} \cdot 2^{16} \cdot 2^{1}, 10) \\
&= \text{mod}(6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2, 10) \\
&= \text{mod}(432, 10) \\
&= 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{mod}(7^{31} \cdot 2^{789}, 10) &= \text{mod}(3 \cdot 2, 10) \\
&= \text{mod}(6, 10) \\
&= 6 && \text{(nach Theorem 1.2 (BM))}
\end{aligned}$$

(d) Bestimmen Sie kgV(178, 144).

$$\begin{aligned}
&178 = 2 \cdot 89 \\
&144 = 2^4 \cdot 3^2 \\
&\text{kgV}(178, 144) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 89 = 12816 && \text{(nach Lemma 1.5 (BM))}
\end{aligned}$$

(e) Bestimmen Sie ggT(12877480, 24145275).

$$\begin{aligned}
\text{ggT}(12877480, 24145275) &= \text{ggT}(24145275 - 12877480, 12877480) \\
&= \text{ggT}(12877480 - 11267795, 11267795) \\
&= \text{ggT}(11267795 - 1609685, 1609685) \\
&= 1609685 && \text{(nach Lemma 1.5 (BM))}
\end{aligned}$$

Aufgabe 2: *IEEE 754 - Part I*

(a) IEEE 754-Darstellung:
$0|10000000|10010010000111111011010_2$
Vorzeichen s: $0 \Rightarrow$ Positive Zahl
Exponent e: $10000000_2 = 128_{10} = 127_{10} + 1_{10} \Rightarrow e = 1$
Mantisse $m = 1 + 0.5 + 0.0625 + 0.0078125 + 0.000488281 + 0.000244141 + 0.00012207 + 0.000061035 + 0.000030518 + 0.000015259 + 0.000007629 + 0.000001907 + 0.000000954 + 0.000000238 = \mathbf{1.571284532}$
Ergebnis: $1.571284532_{10} \cdot 2^1 = 3.142569064$

(b) Dezimalzahl: 44.5390625_{10}
Binärzahl: $101100,1000101_2$
Normalisieren: $101100,1000101_2 \cdot 2^0 = 1,011001000101 \cdot 2^5$
Exponent $e = 5_{10} + 127_{10} = 132_{10} = 10000100_2$
Vorzeichen $s = 0$
Ergebnis: $0|10000100|01100100010100000000000$

Aufgabe 3: *IEEE 754 - Part II*

Spezielle Darstellungen:

$$
\begin{aligned}
0 &= 0|00000000|00000000000000000000000 \\
-0 &= 1|00000000|00000000000000000000000 \\
+\infty &= 0|11111111|00000000000000000000000 \\
-\infty &= 1|11111111|00000000000000000000000 \\
Nan &= X|11111111|XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX \\
denormalisierte\ Zahl &= X|00000000|XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4: *Typkonversionen*

(a) Integer 2

(b) Infinity (Die Zahl ist zu lang für **f**loat)

(c) 1.0000000000000001E39

(d) double 1.25