Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
PD Dr. Sven Kosub / Mennatallah El-Assady, Tino Klingebiel, Volker Mühlberg, Julian Müller

Quiz zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Termin: 6. Juni 2013, 11:50–12:20 Uhr

Name: ______________ **Vorname:** ______________

Matr.-Nr.: ______________ **Gruppe:** ______________

Hinweise: Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Lesen Sie die Aufgaben bitte erst genau durch. Die Bearbeitungszeit beträgt **30 Minuten**. Viel Erfolg!

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	gesamt
mögliche Punkte	10	10	10	30
erreichte Punkte				

Aufgabe 1: Kombinatorik **10 Punkte**

Zur Bildung von Passwörtern sei die Zeichenmenge $\Sigma =_{\text{def}} \{\mathsf{A}, \mathsf{E}, \mathsf{I}, \mathsf{O}, \mathsf{U}, 0, 2, 4, 6, 8\}$ aus Buchstaben und Ziffern gegeben.

Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Passwörter und tragen Sie das Ergebnis in die jeweilige Box ein. Sie brauchen dabei den konkreten Zahlwert nicht ausrechnen.

(a) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ gibt es?

(b) Wie viele Passwörter mit genau 9 Zeichen aus Σ beginnen nicht mit einem Buchstaben?

(c) Wie viele Passwörter mit genau 10 Zeichen aus Σ enthalten jedes Zeichen genau einmal?

(d) Wie viele Passwörter mit genau 9 Zeichen aus Σ enthalten genau 3 E's?

(e) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ enthalten genau 3 A's und 2 O's?

Aufgabe 2: Permutationen **10 Punkte**

Mit $\mathcal{S}_n$ wird die *symmetrische Gruppe* von n Elementen bezeichnet:

$$\mathcal{S}_n =_{\text{def}} \{ \ \pi \mid \pi : [n] \to [n] \text{ ist eine Permutation } \}$$

Auf $\mathcal{S}_n$ ist die Hintereinanderausführung $\circ : \mathcal{S}_n \times \mathcal{S}_n \to \mathcal{S}_n$ wie folgt für alle $\pi_1, \pi_2 \in \mathcal{S}_n$ definiert:

$$\pi_1 \circ \pi_2 \ : \ [n] \to [n] \ : \ x \mapsto \pi_2(\pi_1(x))$$

Beantworten Sie folgende Fragen und tragen Sie Ihre Antworten in die jeweiligen Boxen ein.

(a) Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist $(2\ 4)(3\ 1\ 6)(5) \circ (1\ 3)(2\ 5)(4\ 6)$?

☐

(b) Welches $\pi \in \mathcal{S}_6$ in Zyklenschreibweise erfüllt $\pi \circ (1\ 3)(2\ 4\ 5)(6) = (1)(2)(3)(4)(5)(6)$?

☐

(c) Wie viele Permutationen $\pi \in \mathcal{S}_n$ $(n \geq 3)$ erfüllen $\pi(1) < \pi(2)$?

☐

(d) Wie viele Permutationen $\pi \in \mathcal{S}_n$ $(n \geq 3)$ erfüllen $\pi(1) < \pi(2)$ und $\pi(2) \not< \pi(3)$?

☐

(e) Wie groß ist $s_{4,3}$? ☐

Aufgabe 3: Vermischtes **10 Punkte**

Betrachten Sie die gegebenen Konstellationen und beantworten Sie die jeweils gestellten Fragen, in dem Sie für „Ja" ein Kreuz in die Box eintragen und für „Nein" die Box frei lassen.

Beachtung: Pro Teilaufgabe erhalten Sie für eine richtige Antwort $+0,5$ Punkte und für eine falsche Antwort $-0,5$ Punkte!

(a) In einer Gruppe von 13 Personen sind 5 Vorstandsposten für jeweils eine Person zu vergeben: *Präsidentin*, *Vizepräsidentin*, *Geschäftsführerin*, *stellvertretende Geschäftsführerin*, *Schatzmeisterin*. Jede Person darf nur einen Posten innehaben. Sie wollen die Anzahl verschiedener Vorstände bestimmen.

Entspricht das Szenario dem Ziehen von 5 Kugeln aus 13 Kugeln mit Zurücklegen? ☐

Entspricht das Szenario dem Ziehen von 5 Kugeln aus 13 Kugeln mit Reihenfolge? ☐

Gibt es $\binom{13+5}{5}$ verschiedene Vorstände? ☐

Gibt es $13^{\underline{5}}$ verschiedene Vorstände? ☐

(b) Ein Dominostein ist ein Rechteck bestehend aus zwei (ununterscheibaren) Quadraten, wobei in jedem Quadrat durch Punkte eine Zahl von 1 bis n dargestellt wird. Sie wollen die Anzahl verschiedener Dominosteine bestimmen.

Gibt es $2n - 1$ verschiedene Dominosteine? ☐

Gibt es n^2 verschiedene Dominosteine? ☐

Gibt es $\binom{n}{2}$ verschiedene Dominosteine? ☐

Gibt es $\binom{n+1}{2}$ verschiedene Dominosteine? ☐

(c) Bei einem Turnier spielen n Mannschaften „jeder gegen jeden“ (genau einmal). Für einen Sieg gibt es 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt, für eine Niederlage 0 Punkte. Die Platzierungen ergeben sich aus den erzielten Punkten, bei Punktgleichheit wird gelost.

Muss eine Mannschaft mindestens n Punkte für den Turniersieg erreichen? ☐

Hat der Turnierzweite höchstens $3n - 5$ Punkte? ☐

Hat der Turnierzweite mindestens $n - 1$ Punkte? ☐

Gibt es stets zwei Mannschaften mit gleicher Punktzahl? ☐

(d) Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei durch die Rekursionsgleichung $a_n =_{\text{def}} a_{n-1} + 1$ (für $n \geq 1$) mit der Anfangsbedingung $a_0 =_{\text{def}} 0$ gegeben.

Ist die Rekursionsgleichung linear, inhomogen und von 1. Ordnung? ☐

Kommt 42 als Folgenglied vor? ☐

Gilt $a_{25} = 25$? ☐

Ist $\frac{x}{1-x^2}$ die erzeugende Funktion zur Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$? ☐

(e) Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei durch die Rekursionsgleichung $a_n =_{\text{def}} (-1)^n a_{n-1}$ (für $n \geq 1$) mit der Anfangsbedingung mit $a_0 =_{\text{def}} 1$ gegeben.

Ist die Rekursionsgleichung linear, homogen und von 1. Ordnung? ☐

Kommt 42 als Folgenglied vor? ☐

Gilt $a_{25} = -1$? ☐

Ist $\frac{1-x}{1+x^2}$ die erzeugende Funktion zur Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$? ☐