SS 2012

PD Dr. Sven Kosub / Mennatallah El-Assady, Volker Mühlberg, Julian Müller, Kevin Sieg, Steffen Sievering

## Quiz zur Vorlesung "Diskrete Strukturen"

Termin: 6. Juni 2012, 8:15-8:45 Uhr

**Hinweise:** Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Lesen Sie die Aufgaben bitte erst genau durch. Die Bearbeitungszeit beträgt **30 Minuten**. Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	gesamt
mögliche Punkte	10	10	10	30
erreichte Punkte			14	

### Aufgabe 1: Algebraische Strukturen

10 Punkte

Betrachten Sie die folgenden Algebren  $\langle A, \circ \rangle$  und beantworten Sie die nebenstehenden Fragen, in dem Sie für "Ja" ein Kreuz in die Box eintragen und für "Nein" die Box frei lassen.

Beachtung: Pro Teilaufgabe erhalten Sie für eine richtige Antwort +0,5 Punkte und für eine falsche Antwort -0,5 Punkte!

(a)	Trä	gern	nen	ge A	$= \{a, b, c\}$ mit dem Operator:	$\text{Ist} \circ \text{assoziativ?} \Big[$
		a	b	c		Gibt es ein neutrales Element?
		1				Gibt es stets inverse Elemente?
	b	$\begin{vmatrix} a \\ a \end{vmatrix}$	b	b		Ist ∘ kommutativ ?

$c \mid a \mid b \mid c$	Ist o kommutativ !
(b) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:	Ist ∘ assoziativ?
$\circ$ . $a$ $b$ $c$	Gibt es ein neutrales Element?
$a \mid b \mid a \mid c$	Gibt es stets inverse Elemente?
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Ist o kommutativ?

(c)	Trägerme	enge 2	$A = \{a,$	$b, c$ } mit of	dem Oper	rator:			Ist $\circ$ a	assoziativ	
		b $c$	-					Gibt es ein	neutrales	Element	
		$\begin{array}{ccc} a & b \\ b & c \end{array}$						Gibt es stet	s inverse	Elemente	
		$egin{array}{ccc} b & c \ c & b \end{array}$				a ::			Ist o kom	mutativ i	?
(d)	Trägerme	enge 1	$A = \{a,$	$b, c$ } mit of	dem Oper	rator:			Ist o a	assoziativ	? <b></b>
		b $c$						Gibt es ein	neutrales	Element	· H
	4	c $c$	-					Gibt es stet	s inverse	Elemente?	· H
		$\begin{array}{ccc} b & c \\ a & b \end{array}$							Ist o kom	mutativ ?	
(e)	Trägerme	enge 1	$A = \{a, a\}$	$b, c$ } mit $c$	lem Oper	ator:			Ist o a	assoziativ?	· 🔲
	1	c						Gibt es ein	neutrales	Element?	·П
	$a \mid b \mid c$							Gibt es stet	s inverse	Elemente?	·
	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$								Ist o kom	mutativ?	·H
	$c \mid b \mid c$	: 0									
A C	-1 O T			1						10 D	1.
Aurg	gabe 2: K	omb	ınatorı	.K						10 Pur	ıkte
	Bildung vo	n Pass	swörteri	n sei die Ze	eichenme	nge $\Sigma =$	- 1 .	IV = III	. 4. 6. 8} aı	ıs Buchsta	hen
						1180 2	def	$\{A, L, I, O, Z\}$	, -, 0, 0)		
und 2	Ziffern geg	eben.				1160 2	def	(A, L, I, O, 2	, -, 0, 0, 0,		
Besti	mmen Sie	die 1	Anzahl	verschiede	ener Pass	wörter	und	tragen Sie	das Ergel		
Besti	mmen Sie ge Box ein	die A . Sie l	Anzahl brauche	verschiede n dabei d	ener Pass en konkre	wörter eten Zal	und hlwe	tragen Sie ert nicht au	das Ergel		
Besti	mmen Sie	die A . Sie l	Anzahl brauche	verschiede n dabei d	ener Pass en konkre	wörter eten Zal	und hlwe	tragen Sie ert nicht au	das Ergel		
Besti	mmen Sie ge Box ein	die A . Sie l	Anzahl brauche	verschiede n dabei d	ener Pass en konkre	wörter eten Zal	und hlwe	tragen Sie ert nicht au	das Ergel		
Besti weilig (a)	mmen Sie ge Box ein Wie viele	die A. Sie Pass	Anzahl brauche wörter 1	verschiede n dabei d mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche	wörter teten Zal	und hlwe gib	tragen Sie ert nicht au	das Ergel srechnen.	onis in die	
Besti weilig (a)	mmen Sie ge Box ein Wie viele	die A. Sie Pass	Anzahl brauche wörter 1	verschiede n dabei d mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche	wörter teten Zal	und hlwe gib	tragen Sie ert nicht au ot es?	das Ergel srechnen.	onis in die	
Besti weilig (a)	mmen Sie ge Box ein Wie viele	die A. Sie Pass	Anzahl brauche wörter 1	verschiede n dabei d mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche	wörter teten Zal	und hlwe gib	tragen Sie ert nicht au ot es?	das Ergel srechnen.	onis in die	
Besti weilig (a) (b)	mmen Sie ge Box ein Wie viele Wie viele	die A. Sie Fass	Anzahl brauche wörter 1	verschiede n dabei d mit genau mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche	wörter $_{ m eten}$ Zal $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$ $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$	und hlwe gib	tragen Sie ert nicht au ot es?	das Ergelsrechnen.	onis in die	e je-
Besti weilig (a) (b)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele	die A. Sie Fass	Anzahl brauche wörter 1	verschiede n dabei d mit genau mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche	wörter $_{ m eten}$ Zal $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$ $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$	und hlwe gib	tragen Sie ert nicht au ot es?	das Ergelsrechnen.	onis in die	e je-
Besti weilig (a) (b)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele	die A. Sie Fass	Anzahl brauche wörter 1	verschiede n dabei d mit genau mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche	wörter $_{ m eten}$ Zal $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$ $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$	und hlwe gib	tragen Sie ert nicht au ot es?	das Ergelsrechnen.	onis in die	e je-
Besti weilig (a) (b)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele zweimal?	die A. Sie Fass	Anzahl brauche wörter i wörter i	verschiede n dabei de mit genau mit genau mit gena	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche u 8 Zeiche	wörter $_{ m eten}$ Zal $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$	und hlwe $\Sigma$ gib beş $\Sigma$	tragen Sie ert nicht au ot es?	das Ergelsrechnen.	onis in die	e je-
Besti weilig (a) (b)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele zweimal?	die A. Sie Fass	Anzahl brauche wörter i wörter i	verschiede n dabei de mit genau mit genau mit gena	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche u 8 Zeiche	wörter $_{ m eten}$ Zal $_{ m n}$ aus $_{ m \Sigma}$	und hlwe $\Sigma$ gib beş $\Sigma$	tragen Sie ert nicht aus ot es?	das Ergelsrechnen.	onis in die	e je-
Besti weilig (a) (b) (c)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele zweimal?	die A. Sie Fasse Passe Passe	Anzahl brauche wörter i wörter i	verschiede n dabei de mit genau mit genau mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche u 8 Zeiche	wörter $\gamma$ eten Zal $\gamma$ n aus $\Sigma$	und hlwe gibb gibb gibb $\Sigma$ gibb beş $\Sigma$	tragen Sie ert nicht aus et es?  ginnen nich enthalten et enthalten et et enthalten gena	das Ergelsrechnen.  t mit einer ein Zeiche	r Ziffer?	e je-
Besti weilig (a) (b) (c)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele zweimal?	die A. Sie Fasse Passe Passe	Anzahl brauche wörter i wörter i	verschiede n dabei de mit genau mit genau mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche u 8 Zeiche	wörter $\gamma$ eten Zal $\gamma$ n aus $\Sigma$	und hlwe gibb gibb gibb $\Sigma$ gibb beş $\Sigma$	tragen Sie ert nicht aus ot es?	das Ergelsrechnen.  t mit einer ein Zeiche	r Ziffer?	e je-
Besti weilig (a) (b) (c)	mmen Siege Box ein Wie viele Wie viele zweimal?	die A. Sie Fasse Passe Passe	Anzahl brauche wörter i wörter i	verschiede n dabei de mit genau mit genau mit genau	ener Pass en konkre 8 Zeiche 8 Zeiche u 8 Zeiche	wörter $\gamma$ eten Zal $\gamma$ n aus $\Sigma$	und hlwe gibb gibb gibb $\Sigma$ gibb beş $\Sigma$	tragen Sie ert nicht aus et es?  ginnen nich enthalten et enthalten et et enthalten gena	das Ergelsrechnen.  t mit einer ein Zeiche	r Ziffer?	e je-

#### Aufgabe 3: Permutationen

10 Punkte

Mit  $S_n$  wird die *symmetrische Gruppe* von n Elementen bezeichnet:

$$S_n =_{\operatorname{def}} \{ \pi \mid \pi : [n] \to [n] \text{ ist eine Permutation } \}$$

Auf  $\mathcal{S}_n$  ist die Verknüpfung  $\circ: \mathcal{S}_n \times \mathcal{S}_n \to \mathcal{S}_n$  wie folgt für alle  $\pi_1, \pi_2 \in \mathcal{S}_n$  definiert:

$$\pi_1 \circ \pi_2 : [n] \to [n] : x \mapsto \pi_2(\pi_1(x))$$

Damit ist  $S_n = \langle S_n, \circ \rangle$  eine Gruppe.

Beantworten Sie folgende Fragen und tragen Sie Ihre Antworten in die jeweiligen Boxen ein.

(a)	Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist $(1\ 3)(2\ 4\ 5)(6)\circ(1\ 3)(2\ 4)(5\ 6)$	?

- (b) Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist das Inverse von  $(1\ 3)(2\ 4\ 5)(6)$  in  $\mathcal{S}_6$ ?
- (c) Welche Ordnung hat  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  in  $\mathcal{S}_4$ ?
- (d) Wie viele Permutationen  $\pi \in \mathcal{S}_n \ (n \geq 3)$  erfüllen  $\pi(1) < \pi(2)$  oder  $\pi(1) < \pi(3)$ ?

Γ		

(e) Wie groß ist  $s_{5,4}$ ?

 ${\bf Zusatzblatt.} \ {\bf Bitte} \ {\bf machen} \ {\bf Sie} \ {\bf deutlich}, \ {\bf auf} \ {\bf welche} \ {\bf Aufgabe(n)} \ {\bf Sie} \ {\bf sich} \ {\bf hier} \ {\bf beziehen}.$ 

SS 2011

PD Dr. Sven Kosub, Melanie Badent / Volker Mühlberg, Julian Müller, Steffen Sievering

# Quiz zur Vorlesung "Diskrete Strukturen"

Termin: 8. Juni 2011, 10:15–10:45 Uhr

Name:			_	Vor	name	e:	
MatrNr.:			_ S	udie	nfacl	ı:	
		keine Hilfsmittel erlaubt. t beträgt <b>30 Minuten</b> .				ufgaben bit	te erst genau durch.
		Aufgabe	1	2	3	gesamt	
		mögliche Punkte	10	10	10	30	
		erreichte Punkte					
Aufgabe 1: A	Algeb	raische Strukturen					10 Punkte
		lgenden Algebren $\langle A, \circ \rangle$ ein Kreuz in die Box ein					
Beachtung: Pr		aufgabe erhalten Sie für 5 Punkte!	eine r	ichtig	ge Ant	twort $+0,5$	Punkte und für eine
(a) Trägerm	enge 🛭	$A = \{a, b, c\}$ mit dem Op	erato	r:			Ist o assoziativ? $X$
$\circ \mid a$	b $c$				Gil	ot es ein ner	utrales Element? $X$
$\begin{bmatrix} a & a \\ b & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{array}{ccc} b & c \\ b & c \end{array}$				Gib		verse Elemente?
$egin{array}{c c} b & b \\ c & c \end{array}$	$egin{array}{cccc} c & c \end{array}$					Ist	$\circ$ kommutativ ? $X$
(h) Trägorm	on go	$A=\{a,b,c\}$ mit dem Op	arata	··			Ist ∘ assoziativ?
$\circ \mid a$	b c	$1 - \{a, b, c\}$ mit dem Op	orato.	•	Gil	ot es ein nei	utrales Element? $X$
$\begin{array}{c c} a & a \\ \hline a & a \end{array}$	$\frac{b}{b}$	-		•			iverse Elemente? $\bar{X}$
					0.20		$\Lambda$
$b \mid b$	a $c$					$\operatorname{Ist}$	o kommutativ?

( )					
(c)	Träge	rmen	ge A	$= \{a, b, c\}$ mit dem Operator:	Ist ∘ assoziativ?
	0 0	b	c		Gibt es ein neutrales Element?
		: b	$\overline{a}$		Gibt es stets inverse Elemente?
	$b \mid b$		c		Ist $\circ$ kommutativ ? $X$
	$c \mid c$	c	b		
(d)	Träge	rmen	ge A	$= \{a, b, c\}$ mit dem Operator:	Ist $\circ$ assoziativ? $X$
	0 0	b	c		Gibt es ein neutrales Element? $X$
	a	= a	b		Gibt es stets inverse Elemente? $X$
	$b \mid a$		c		Ist $\circ$ kommutativ ? $X$
	$c \mid t$	c	a		21
(e)	Träge	rmen	ge A	$= \{a, b, c\}$ mit dem Operator:	Ist $\circ$ assoziativ? $X$
	$\circ \mid a$	b	c		Gibt es ein neutrales Element?
	$a \mid a$	b	$\overline{a}$		Gibt es stets inverse Elemente?
	i	a	b		Ist $\circ$ kommutativ ? $X$
	$c \mid a$	b	a		
Aufg	abe 2	: Ko	mbir	natorik	10 Punkte
			_		(4.5.1.0.11.0.1.0.1)
Zur E stabe	sildung n und	von Ziffer	Passv m geg	vörtern sei die Zeichenmenge Σ reben.	$E =_{\text{def}} \{A, E, I, O, U, 0, 2, 4, 6, 8\}$ aus Buch-
			9-6	,	
					r und tragen Sie das Ergebnis in die je-
				nzahl verschiedener Passwörter auchen dabei den konkreten Z	
weilig	ge Box	ein.	Sie br	auchen dabei den konkreten Z	Zahlwert nicht ausrechnen.
weilig	ge Box	ein.	Sie br		Sahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es?
weilig	ge Box	ein.	Sie br	auchen dabei den konkreten Z	Zahlwert nicht ausrechnen.
weilig	ge Box	ein.	Sie br	auchen dabei den konkreten Z	Sahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es?
weilig (a)	ge Box Wie v	ein.	Sie br Passwe	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen au	Sahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es?
weilig (a)	ge Box Wie v	ein.	Sie br Passwe	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen au	Kahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$
weilig (a)	ge Box Wie v	ein.	Sie br Passwe	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen au	Zahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ s $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer?
weilig (a) (b)	ge Box Wie v Wie v	ein.	Sie br Passwo	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ s $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5\cdot 10^9$
weilig (a) (b)	ge Box Wie v Wie v	ein.	Sie br Passwo	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ s $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5\cdot 10^{9}$ $\Sigma$ enthalten jedes Zeichen genau einmal?
weilig (a) (b)	ge Box Wie v Wie v	ein.	Sie br Passwo	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ s $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5\cdot 10^9$
(a) (b) (c)	ge Box Wie v Wie v	ein. iele F iele F	Sie br Passwe Passwe	rauchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ s $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5\cdot 10^{9}$ $\Sigma$ enthalten jedes Zeichen genau einmal? $10!$
(a) (b) (c)	ge Box Wie v Wie v	ein. iele F iele F	Sie br Passwe Passwe	auchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus	Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nicht nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nic
(a) (b) (c)	ge Box Wie v Wie v	ein. iele F iele F	Sie br Passwe Passwe	rauchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. s $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ s $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5\cdot 10^{9}$ $\Sigma$ enthalten jedes Zeichen genau einmal? $10!$
(a) (b) (c) (d)	ge Box Wie v Wie v Wie v Wie v	ein. iele F ele P	Passwo Passwo Passwo	cauchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. In $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ In $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5 \cdot 10^9$ $\Sigma$ enthalten jedes Zeichen genau einmal? $10!$ In $\Sigma$ enthalten genau 3 O's? $\binom{10}{3} \cdot 9^7$
(a) (b) (c) (d)	ge Box Wie v Wie v Wie v Wie v	ein. iele F ele P	Passwo Passwo Passwo	cauchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus	Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht ausrechnen. Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nicht nicht mit einer Ziffer? Sahlwert nicht nic
(a) (b) (c) (d)	ge Box Wie v Wie v Wie v Wie v	ein. iele F ele P	Passwo Passwo Passwo	cauchen dabei den konkreten Z örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus örter mit genau 10 Zeichen aus	Zahlwert nicht ausrechnen. In $\Sigma$ gibt es? $10^{10}$ In $\Sigma$ beginnen nicht mit einer Ziffer? $5 \cdot 10^9$ $\Sigma$ enthalten jedes Zeichen genau einmal? $10!$ In $\Sigma$ enthalten genau 3 O's? $\binom{10}{3} \cdot 9^7$

#### Aufgabe 3: Permutationen

10 Punkte

Mit  $S_n$  wird die symmetrische Gruppe von n Elementen bezeichnet:

$$S_n =_{\operatorname{def}} \{ \pi \mid \pi : [n] \to [n] \text{ ist eine Permutation } \}$$

Auf  $S_n$  ist die Verknüpfung  $\circ: S_n \times S_n \to S_n$  wie folgt für alle  $\pi_1, \pi_2 \in S_n$  definiert:

$$\pi_1 \circ \pi_2 : [n] \to [n] : x \mapsto \pi_2(\pi_1(x))$$

Damit ist  $S_n = \langle S_n, \circ \rangle$  eine Gruppe.

Beantworten Sie folgende Fragen und tragen Sie Ihre Antworten in die jeweiligen Boxen ein.

(a) Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist  $(1\ 3\ 4)(2)(5\ 6)\circ(1\ 2)(3\ 4)(5\ 6)$ ?

 $(1\ 4\ 2)(3)(5)(6)$ 

(b) Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist das Inverse von  $(1\ 3\ 4)(2)(5\ 6)$  in  $\mathcal{S}_6$ ?

 $(1\ 4\ 3)(2)(5\ 6)$ 

(c) Welche Ordnung hat  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  in  $\mathcal{S}_4$ ?

4

(d) Wie viele Permutationen  $\pi \in \mathcal{S}_n$   $(n \geq 3)$  erfüllen  $\pi(1) < \pi(2)$  und  $\pi(1) < \pi(3)$ ?

 $\frac{1}{3} \cdot n!$ 

(e) Wie groß ist  $s_{4,2}$ ?

11

Zusatzblatt. Bitte machen Sie deutlich, auf welche Aufgabe(n) Sie sich hier beziehen.