

Mathematik: Diskrete Strukturen

Lösungsblatt

Anton Bubnov, Yevgen Kuzmenko

May 6, 2015

Vertiefung:

- (a) Welchen Wert hat $\pi^{23}(5)$ für $\pi = (42531)(867)$?

Da 5 befindet sich in dem Zyklus der Länge 5, gilt $\pi^{23}(5) = \pi^3(5)$

$$\pi^0(5) = 5$$

$$\pi^1(5) = 1$$

$$\pi^2(5) = 4$$

$$\pi^3(5) = 3$$

$$\pi^4(5) = 5$$

$$\pi^{23}(5) = 3.$$

- (b) Wie sieht die Permutation $(3, 2, 6, 7, 5, 1, 4)$ in Zykelschreibweise aus?

$$\pi(1) = 3 \quad \pi(3) = 6 \quad \pi(6) = 1$$

$$\pi(2) = 2$$

$$\pi(4) = 7 \quad \pi(7) = 4$$

$$\pi(5) = 5$$

$$(361)(2)(74)(5)$$

- (c) Wie sieht die Permutation $(8 \ 1 \ 5 \ 3)(2 \ 4)(6 \ 7)$ in Tupelschreibweise aus?

$$\pi(8) = 1 \quad \pi(1) = 5 \quad \pi(5) = 3 \quad \pi(3) = 8$$

$$\pi(2) = 4 \quad \pi(4) = 2$$

$$\pi(7) = 7 \quad \pi(7) = 6$$

$$(5, 4, 8, 2, 3, 7, 6, 1)$$

- (d) Welchen Zyklentyp besitzt die Permutation $(2, 4, 1, 3, 5, 8, 6, 9, 7)$?

Es gibt folgende Zyklen: $(2 \ 4 \ 3 \ 1)(5)(8 \ 9 \ 7 \ 6)$, der Zyklentyp ist $(4, 1, 4)$

- (e) Wie viele Permutationen von n Elementen mit dem Zyklentyp $(3, 1, \dots, 1)$ gibt es für $n \geq 4$?

Wir sollen erstens ein Tupel mit 3 Elementen aus n Elementen machen:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \quad (\text{nach Satz 6. (ungeordnet, ohne Zurücklegen) und Bin. Def.})$$

In dieser Tupel aus 3 Elementen haben wir 2 mögliche Permutationen (nach Satz 13., Zykelschreibweise (Beispiel 3)). Folglich:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} \cdot 2 = \frac{n!}{3 \cdot (n-3)!}$$