Mathematik: Diskrete Strukturen
Lösungsblatt

Anton Bubnov, Yevgen Kuzmenko

May 6, 2015

Vertiefung:

(a) Welchen Wert hat $\pi^{23}(5)$ für $\pi = (42531)(867)$?

Da 5 befindet sich in dem Zyklus der Länge 5, gilt $\pi^{23}(5) = \pi^3(5)$

$$\begin{aligned} \pi^0(5) &= 5 \\ \pi^1(5) &= 1 \\ \pi^2(5) &= 4 \\ \pi^3(5) &= 3 \\ \text{BIN NICHT SICHER OB die ANTWORT 3 ODER 5 } \pi^4(5) &= 5 \\ \pi^{23}(5) &= 3. \end{aligned}$$

(b) Wie sieht die Permutation (3, 2, 6, 7, 5, 1, 4) in Zyklenschreibweise aus?

$$\begin{array}{lll} \pi(1) = 3 & \pi(3) = 6 & \pi(6) = 1 \\ \pi(2) = 2 & & \\ \pi(4) = 7 & \pi(7) = 4 & \\ \pi(5) = 5 & & \end{array}$$

(361)(2)(74)(5)

(c) Wie sieht die Permutation (8 1 5 3)(2 4)(6 7) in Tupelschreibweise aus?

$$\begin{array}{llll} \pi(8) = 1 & \pi(1) = 5 & \pi(5) = 3 & \pi(3) = 8 \\ \pi(2) = 4 & \pi(4) = 2 & & \\ \pi(7) = 7 & \pi(7) = 6 & & \end{array}$$

$(5, 4, 8, 2, 3, 7, 6, 1)$

(d) Welchen Zyklentyp besitzt die Permutation (2, 4, 1, 3, 5, 8, 6, 9, 7)?

Es gibt folgende Zyklen: (2 4 3 1)(5)(8 9 7 6), der Zyklentyp ist (4, 4, 1), oder $4^2 1^1$.

(e) Wie viele Permutationen von n Elementen mit dem Zyklentyp $(3, 1, \ldots, 1)$ gibt es für $n \geq 4$?

Wir sollen erstens ein Tupel mit 3 Elementen aus n Elementen machen:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \qquad \text{(nach Satz 6. (ungeordnet, ohne Zurücklegen) und Bin. Def.)}$$

In dieser Tupel aus 3 Elementen haben wir 2 mögliche Permutationen (nach Satz 13., Zyklenschreibweise (Beispiel 3)). Folglich:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} \cdot 2 = \frac{n!}{3 \cdot (n-3)!}$$