

Quiz zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Termin: 6. Juni 2012, 8:15–8:45 Uhr

Name: _____ Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____ Gruppe: _____

Hinweise: Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Lesen Sie die Aufgaben bitte erst genau durch. Die Bearbeitungszeit beträgt **30 Minuten**. Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	gesamt
mögliche Punkte	10	10	10	30
erreichte Punkte				

Aufgabe 1: Algebraische Strukturen

10 Punkte

Betrachten Sie die folgenden Algebren $\langle A, \circ \rangle$ und beantworten Sie die nebenstehenden Fragen, in dem Sie für „Ja“ ein Kreuz in die Box eintragen und für „Nein“ die Box frei lassen.

Beachtung: Pro Teilaufgabe erhalten Sie für eine richtige Antwort +0,5 Punkte und für eine falsche Antwort −0,5 Punkte!

(a) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	b
c	a	b	c

Ist \circ assoziativ? ☐

Gibt es ein neutrales Element? ☐

Gibt es stets inverse Elemente? ☐

Ist \circ kommutativ? ☐

(b) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	b	a	c
b	a	b	c
c	c	c	b

Ist \circ assoziativ? ☐

Gibt es ein neutrales Element? ☐

Gibt es stets inverse Elemente? ☐

Ist \circ kommutativ? ☐

(c) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	b	a	b
b	a	b	c
c	c	c	b

Ist \circ assoziativ? ☐

Gibt es ein neutrales Element? ☐

Gibt es stets inverse Elemente? ☐

Ist \circ kommutativ? ☐

(d) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	b	c	c
b	a	b	c
c	a	a	b

Ist \circ assoziativ? ☐

Gibt es ein neutrales Element? ☐

Gibt es stets inverse Elemente? ☐

Ist \circ kommutativ? ☐

(e) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	b	c	b
b	c	b	c
c	b	c	b

Ist \circ assoziativ? ☐

Gibt es ein neutrales Element? ☐

Gibt es stets inverse Elemente? ☐

Ist \circ kommutativ? ☐

Aufgabe 2: Kombinatorik

10 Punkte

Zur Bildung von Passwörtern sei die Zeichenmenge $\Sigma =_{\text{def}} \{A, E, I, U, 2, 4, 6, 8\}$ aus Buchstaben und Ziffern gegeben.

Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Passwörter und tragen Sie das Ergebnis in die jeweilige Box ein. Sie brauchen dabei den konkreten Zahlwert nicht ausrechnen.

(a) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ gibt es?

(b) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ beginnen nicht mit einer Ziffer?

(c) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ enthalten ein Zeichen mindestens zweimal?

(d) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ enthalten genau 4 A's?

(e) Wie viele Passwörter mit genau 8 Zeichen aus Σ enthalten genau 4 A's oder 4 U's?

Aufgabe 3: Permutationen**10 Punkte**

Mit \mathcal{S}_n wird die *symmetrische Gruppe* von n Elementen bezeichnet:

$$\mathcal{S}_n =_{\text{def}} \{ \pi \mid \pi : [n] \rightarrow [n] \text{ ist eine Permutation} \}$$

Auf \mathcal{S}_n ist die Verknüpfung $\circ : \mathcal{S}_n \times \mathcal{S}_n \rightarrow \mathcal{S}_n$ wie folgt für alle $\pi_1, \pi_2 \in \mathcal{S}_n$ definiert:

$$\pi_1 \circ \pi_2 : [n] \rightarrow [n] : x \mapsto \pi_2(\pi_1(x))$$

Damit ist $\mathcal{S}_n = \langle \mathcal{S}_n, \circ \rangle$ eine Gruppe.

Beantworten Sie folgende Fragen und tragen Sie Ihre Antworten in die jeweiligen Boxen ein.

- (a) Welche Permutation in Zykelschreibweise ist $(1\ 3)(2\ 4\ 5)(6) \circ (1\ 3)(2\ 4)(5\ 6)$?

- (b) Welche Permutation in Zykelschreibweise ist das Inverse von $(1\ 3)(2\ 4\ 5)(6)$ in \mathcal{S}_6 ?

- (c) Welche Ordnung hat $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ in \mathcal{S}_4 ?

- (d) Wie viele Permutationen $\pi \in \mathcal{S}_n$ ($n \geq 3$) erfüllen $\pi(1) < \pi(2)$ oder $\pi(1) < \pi(3)$?

- (e) Wie groß ist $s_{5,4}$?

Zusatzblatt. Bitte machen Sie deutlich, auf welche Aufgabe(n) Sie sich hier beziehen.

Quiz zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Termin: 8. Juni 2011, 10:15–10:45 Uhr

Name: _____ Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____ Studienfach: _____

Hinweise: Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Lesen Sie die Aufgaben bitte erst genau durch. Die Bearbeitungszeit beträgt **30 Minuten**. Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	gesamt
mögliche Punkte	10	10	10	30
erreichte Punkte				

Aufgabe 1: Algebraische Strukturen

10 Punkte

Betrachten Sie die folgenden Algebren $\langle A, \circ \rangle$ und beantworten Sie die nebenstehenden Fragen, in dem Sie für „Ja“ ein Kreuz in die Box eintragen und für „Nein“ die Box frei lassen.

Beachtung: Pro Teilaufgabe erhalten Sie für eine richtige Antwort +0,5 Punkte und für eine falsche Antwort −0,5 Punkte!

(a) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	a	b	c
b	b	b	c
c	c	c	c

Ist \circ assoziativ? ☒

Gibt es ein neutrales Element? ☒

Gibt es stets inverse Elemente? ☐

Ist \circ kommutativ? ☒

(b) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	b	a

Ist \circ assoziativ? ☐

Gibt es ein neutrales Element? ☒

Gibt es stets inverse Elemente? ☒

Ist \circ kommutativ? ☐

(c) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	c	b	a
b	b	a	c
c	a	c	b

Ist \circ assoziativ? ☐Gibt es ein neutrales Element? ☐Gibt es stets inverse Elemente? ☐Ist \circ kommutativ? ☒(d) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

Ist \circ assoziativ? ☒Gibt es ein neutrales Element? ☒Gibt es stets inverse Elemente? ☒Ist \circ kommutativ? ☒(e) Trägermenge $A = \{a, b, c\}$ mit dem Operator:

\circ	a	b	c
a	a	b	a
b	b	a	b
c	a	b	a

Ist \circ assoziativ? ☒Gibt es ein neutrales Element? ☐Gibt es stets inverse Elemente? ☐Ist \circ kommutativ? ☒**Aufgabe 2: Kombinatorik****10 Punkte**

Zur Bildung von Passwörtern sei die Zeichenmenge $\Sigma =_{\text{def}} \{A, E, I, O, U, 0, 2, 4, 6, 8\}$ aus Buchstaben und Ziffern gegeben.

Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Passwörter und tragen Sie das Ergebnis in die jeweilige Box ein. Sie brauchen dabei den konkreten Zahlwert nicht ausrechnen.

(a) Wie viele Passwörter mit genau 10 Zeichen aus Σ gibt es?(b) Wie viele Passwörter mit genau 10 Zeichen aus Σ beginnen nicht mit einer Ziffer?(c) Wie viele Passwörter mit genau 10 Zeichen aus Σ enthalten jedes Zeichen genau einmal?(d) Wie viele Passwörter mit genau 10 Zeichen aus Σ enthalten genau 3 O's?(e) Wie viele Passwörter mit genau 10 Zeichen aus Σ enthalten genau 3 O's und 2 U's?

Aufgabe 3: Permutationen**10 Punkte**

Mit \mathcal{S}_n wird die *symmetrische Gruppe* von n Elementen bezeichnet:

$$\mathcal{S}_n =_{\text{def}} \{ \pi \mid \pi : [n] \rightarrow [n] \text{ ist eine Permutation} \}$$

Auf \mathcal{S}_n ist die Verknüpfung $\circ : \mathcal{S}_n \times \mathcal{S}_n \rightarrow \mathcal{S}_n$ wie folgt für alle $\pi_1, \pi_2 \in \mathcal{S}_n$ definiert:

$$\pi_1 \circ \pi_2 : [n] \rightarrow [n] : x \mapsto \pi_2(\pi_1(x))$$

Damit ist $\mathcal{S}_n = \langle \mathcal{S}_n, \circ \rangle$ eine Gruppe.

Beantworten Sie folgende Fragen und tragen Sie Ihre Antworten in die jeweiligen Boxen ein.

- (a) Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist $(1\ 3\ 4)(2)(5\ 6) \circ (1\ 2)(3\ 4)(5\ 6)$?

(1 4 2)(3)(5)(6)

- (b) Welche Permutation in Zyklenschreibweise ist das Inverse von $(1\ 3\ 4)(2)(5\ 6)$ in \mathcal{S}_6 ?

(1 4 3)(2)(5 6)

- (c) Welche Ordnung hat $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ in \mathcal{S}_4 ?

4

- (d) Wie viele Permutationen $\pi \in \mathcal{S}_n$ ($n \geq 3$) erfüllen $\pi(1) < \pi(2)$ und $\pi(1) < \pi(3)$?

$\frac{1}{3} \cdot n!$

- (e) Wie groß ist $s_{4,2}$?

11

Zusatzblatt. Bitte machen Sie deutlich, auf welche Aufgabe(n) Sie sich hier beziehen.