

Mathematik: Diskrete Strukturen

Lösungsblatt

Anton Bubnov, Yevgen Kuzmenko

May 7, 2015

Vertiefung:

- (a) Welchen Wert hat $\pi^{23}(5)$ für $\pi = (42531)(867)$?

Da 5 befindet sich in dem Zyklus der Länge 5, gilt $\pi^{23}(5) = \pi^3(5)$

$$\begin{aligned}\pi^0(5) &= 5 \\ \pi^1(5) &= 1 \\ \pi^2(5) &= 4 \\ \pi^3(5) &= 3 \\ \pi^4(5) &= 5 \\ \pi^{23}(5) &= 3.\end{aligned}$$

- (b) Wie sieht die Permutation $(3, 2, 6, 7, 5, 1, 4)$ in Zykelschreibweise aus?

$$\begin{aligned}\pi^0(1) &= 1, & \pi^1(1) &= 3, & \pi^2(1) &= 6, & \pi^3(1) &= 1; \\ \pi^0(2) &= 2, & \pi^1(2) &= 2; \\ \pi^0(3) &= 3, & \pi^1(3) &= 6, & \pi^2(3) &= 1, & \pi^3(3) &= 3; \\ \pi^0(4) &= 4, & \pi^1(4) &= 7, & \pi^2(4) &= 4; \\ \pi^0(5) &= 5, & \pi^1(5) &= 5; \\ \pi^0(6) &= 6, & \pi^1(6) &= 1, & \pi^2(6) &= 3, & \pi^3(6) &= 6; \\ \pi^0(7) &= 7, & \pi^1(7) &= 4, & \pi^2(7) &= 7;\end{aligned}$$

Zykelschreibweise: $(136)(2)(47)(5)$

- (c) Wie sieht die Permutation $(8\ 1\ 5\ 3)(2\ 4)(6\ 7)$ in Tupelschreibweise aus?

$$\begin{aligned}\pi(8) &= 1 & \pi(1) &= 5 & \pi(5) &= 3 & \pi(3) &= 8 \\ \pi(2) &= 4 & \pi(4) &= 2 \\ \pi(7) &= 7 & \pi(7) &= 6\end{aligned}$$

Tupelschreibweise: $(5, 4, 8, 2, 3, 7, 6, 1)$

- (d) Welchen Zyklentyp besitzt die Permutation $(2, 4, 1, 3, 5, 8, 6, 9, 7)$?

Es gibt folgende Zyklen: $(2\ 4\ 3\ 1)(5)(8\ 9\ 7\ 6)$, der Zyklentyp ist $(4, 4, 1)$, oder $4^2 1^1$.

- (e) Wie viele Permutationen von n Elementen mit dem Zyklentyp $(3, 1, \dots, 1)$ gibt es für $n \geq 4$?

Wir sollen erstens ein Tupel mit 3 Elementen aus n Elementen machen:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \quad (\text{nach Satz 6. (ungeordnet, ohne Zurücklegen) und Bin. Def.})$$

In dieser Tupel aus 3 Elementen haben wir 2 mögliche Permutationen (nach Satz 13., Zyklenschreibweise (Beispiel 3)). Folglich:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} \cdot 2 = \frac{n!}{3 \cdot (n-3)!}$$