Mathematik: Diskrete Strukturen
Lösungsblatt

Anton Bubnov, Yevgen Kuzmenko

April 29, 2015

Vertiefung:

(a) Wie viele Verlosungen von 5 identischen Kaffeemaschinen unter 25 Teilnehmern gibt es?

Ziehen ohne Zurücklegen, ohne Reihenfolge.

$$\binom{n}{k} = \binom{25}{5} = \frac{25!}{5!(25-5)!} = \frac{20! \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25}{5! \cdot 20!} = 53\,1230$$

(b) Wie viele Möglichkeit gibt es, genau 7 Chips auf die drei Felder 1-12, 13-24, 25-36 beim Roulette zu legen?

Wir ziehen die Felder ohne Reihenfolge mit Zurücklegen.
$n = 3;\ k = 7$

$$\binom{n+k-1}{k} = \binom{3+7-1}{7} = \binom{9}{7} = \frac{9!}{7!(2!)} = \frac{8 * 9}{2} = 36$$

(c) Wie viele Binärzahlen der Länge 8 beginnen mit einer 0 oder enden mit 11?

Da am Anfang haben wir 0, bleib für die Reste 7 Stellen, also $2^7 = 128$ Varianten.
Da am Ende haben wir zwei 1, bleib für die Reste 6 Stellen, also $2^6 = 64$ Varianten.
Nach Satz 6. (geordnet, mit Zurücklegen)

(d) Sie haben 5 Informatik-Bücher, 4 Mathematik-Bücher und 3 Philosophie-Bücher zur Auswahl. Wie viele Möglichkeiten gibt es, auf eine Reise zwei Bücher aus verschiedenen Themenbereichen mitzunehmen?

Nach Satz 6. (ungeordnet, ohne Zurücklegen) es gibt 3 Kombinationen von Fächern und zwar Inf. und Mathe, Inf. und Phil., Mathe und Phil.
Gemäss jeden Fall haben wir insgesamt so viel Kombinationen:

$$5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 47$$

(e) In einer Gruppe von 11 Personen sind 5 Vorstandsposten (ohne Personalunion) für jeweils eine Person zu vergeben: Präsidentin, Vizepräsidentin, Geschäftsführerin, stellvertretende Geschäftsführerin, Schatzmeisterin. Wie viele verschiedene Vorstände sind möglich?

In dieser Fall sollen wir ein Formel aus Satz 6. (geordnet, ohne Zurücklegen) benutzen:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{11!}{(11-5)!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11}{6!} = 55440$$

(f) Wie viele verschiedene Wörter können Sie aus dem Wort PICHICHI bilden?

In dieser Wort haben wir 8 Buchstaben. Da aber manche Buchstaben sich viederholen:

I=3, C=2, H=2 - Mal. Da wir die Umstellung der gleiche Buchstaben nicht unterscheiden, haben wir:

$$\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_n!} = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = 1680$$

(g) Welcher Faktor B(n, k) erfüllt die Gleichung $\binom{n}{k} = B(n,k) \cdot \binom{n-1}{k-1}$?

$$\begin{aligned}
\binom{n}{k} &=_{def} \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \\
B(n,k) &= \frac{\binom{n}{k}}{\binom{n-1}{k-1}} \\
&= \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \cdot \frac{(k-1)! \cdot (n-k)!}{(n-1)!} \\
&= \frac{n \cdot (n-1)!}{k \cdot (k-1)!} \cdot \frac{(k-1)! \cdot (n-k)!}{(n-1)!} \\
&= \frac{n}{k}
\end{aligned}$$