

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Дисциплина «Дискретная математика»

**Курсовая работа**  
Часть 2  
Вариант 85

Студент  
Бободжонов Комронджон  
Р3113

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

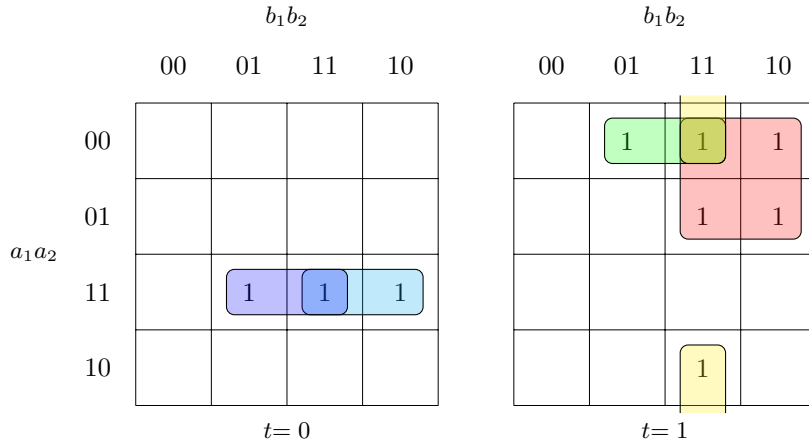
## Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию  $C = A + 3$  ( $A$  и  $C$  по 4 бита) при  $t = 0$  и  $C = A - B$  ( $A$  и  $B$  по 2 бита) при  $t = 1$ . При переносе/заеме устанавливается бит  $e$ .

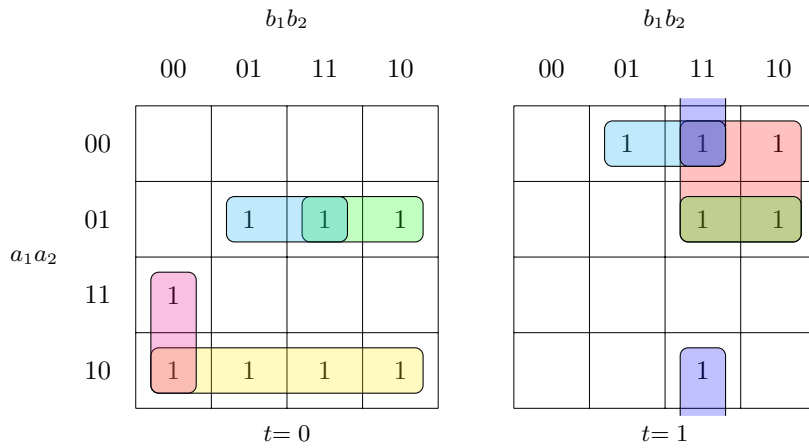
## Таблица истинности

№	$t$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$e$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
3	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
5	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
7	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
9	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
10	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
11	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
12	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1
13	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
14	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
15	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
18	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
19	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
20	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
22	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
24	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
26	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
30	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
31	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

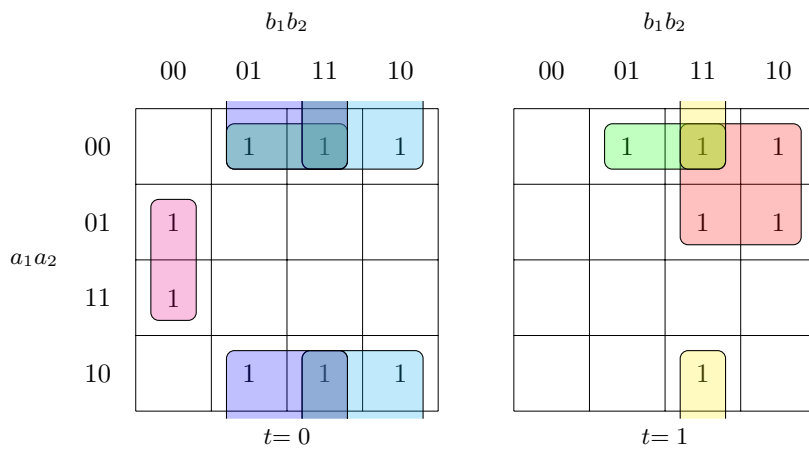
# Минимизация булевых функций на картах Карно



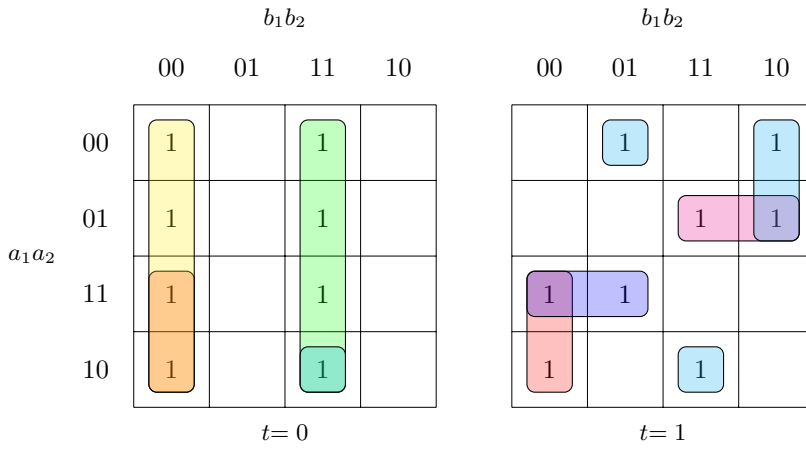
$$e = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 \bar{t} \vee a_1 a_2 b_2 \bar{t} \quad (S_Q = 24)$$



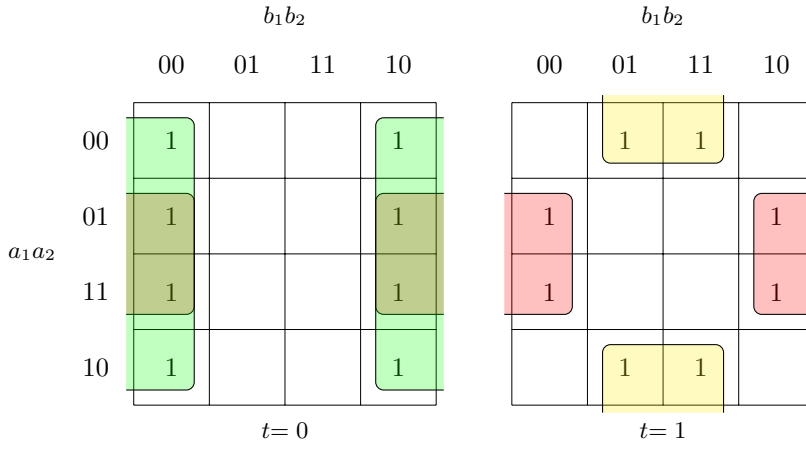
$$c_1 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} a_2 b_1 \vee a_1 \overline{a_2} \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} \vee \overline{a_1} a_2 b_2 \bar{t} \quad (S_Q = 32)$$



$$c_2 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 \vee \overline{a_2} b_1 b_2 \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_2 \bar{t} \vee a_2 \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} \quad (S_Q = 25)$$



$$c_3 = a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee b_1 b_2 \bar{t} \vee \bar{b}_1 \bar{b}_2 \bar{t} \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 t \quad (S_Q = 38)$$



$$c_4 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{b}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_2 b_2 t \quad (S_Q = 10)$$

## Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} e = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 \bar{t} \vee a_1 a_2 b_2 \bar{t} & (S_Q^e = 24) \\ c_1 = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_1 a_2 b_2 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 32) \\ c_2 = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_2 b_2 \bar{t} \vee a_2 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 25) \\ c_3 = a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee b_1 b_2 \bar{t} \vee \bar{b}_1 \bar{b}_2 \bar{t} \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 t \vee \\ \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 38) \\ c_4 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{b}_2 \bar{t} \vee \bar{a}_2 b_2 t & (S_Q^{c_4} = 10) \end{cases}$$

$(S_Q = 129)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ e = \varphi_0 \vee a_1 a_2 b_1 \bar{t} \vee a_1 a_2 b_2 \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t & (S_Q^e = 21) \\ c_1 = \varphi_0 \vee a_1 \overline{a_2} \bar{t} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} \vee \overline{a_1} a_2 b_2 \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t & (S_Q^{c_1} = 29) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 \vee \overline{a_2} b_1 b_2 \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_2 \bar{t} \vee a_2 \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 22) \\ c_3 = \varphi_0 a_2 \vee \varphi_0 \overline{b_2} \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} \vee b_1 b_2 \bar{t} \vee \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \vee a_1 \overline{a_2} b_1 b_2 \vee \\ \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} b_2 t & (S_Q^{c_3} = 34) \\ c_4 = a_2 \overline{b_2} \vee \overline{b_2} \bar{t} \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 10) \end{cases}$$

$$(S_Q = 119)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ e = \varphi_0 \vee a_1 a_2 \bar{t} (b_1 \vee b_2) \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^e = 15) \\ c_1 = \varphi_0 \vee a_1 \bar{t} (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 24) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \overline{a_2} b_2 (b_1 \vee \overline{a_1} \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} \vee a_2 \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 17) \\ c_3 = \varphi_0 (a_2 \vee \overline{b_2}) \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee \overline{b_1} \overline{b_2} (a_1 \vee \bar{t}) \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} b_2 t & (S_Q^{c_3} = 30) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases}$$

$$(S_Q = 98)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \varphi_0 \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1)$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_2 (\overline{a_1} \vee b_1 \vee \bar{t}) \vee a_2 \overline{b_1} \overline{b_2} \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 17) \\ c_3 = \varphi_0 (a_2 \vee \overline{b_2}) \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee \overline{b_1} \overline{b_2} (a_1 \vee \bar{t}) \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} b_2 t & (S_Q^{c_3} = 30) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ e = \varphi_1 \vee a_1 a_2 \bar{t} (b_1 \vee b_2) & (S_Q^e = 8) \\ c_1 = \varphi_1 \vee a_1 \bar{t} (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \bar{t}) & (S_Q^{c_1} = 17) \end{cases}$$

$$(S_Q = 92)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = \overline{b_1} \overline{b_2}, \quad \overline{\varphi_2} = b_1 \vee b_2$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = \overline{b_1} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_2 a_2 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_2 (\overline{a_1} \vee b_1 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_2} = 16) \\ c_3 = \varphi_0 (a_2 \vee \overline{b_2}) \vee \varphi_2 (a_1 \vee \bar{t}) \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} b_2 t & (S_Q^{c_3} = 29) \\ c_4 = \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) \vee \overline{a_2} b_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 8) \\ e = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_2} a_1 a_2 \bar{t} & (S_Q^e = 6) \\ c_1 = \varphi_1 \vee a_1 \bar{t} (\varphi_2 \vee \overline{a_2}) \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \bar{t}) & (S_Q^{c_1} = 15) \end{cases}$$

$$(S_Q = 89)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \overline{a_2} b_2, \quad \overline{\varphi_3} = a_2 \vee \overline{b_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_2 = \overline{b_1} \overline{b_2} \\ \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_3 (\overline{a_1} \vee b_1 \vee \overline{t}) \vee \varphi_2 a_2 \overline{t} \vee \overline{a_2} b_1 \overline{t} \\ c_3 = \varphi_0 \overline{\varphi_3} \vee \varphi_2 (a_1 \vee \overline{t}) \vee b_1 b_2 (\overline{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee \varphi_3 \overline{a_1} \overline{b_1} t \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \\ c_4 = \varphi_3 t \vee \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \vee \varphi_3 t (\overline{a_1} \vee b_1) \\ e = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_2} a_1 a_2 \overline{t} \\ c_1 = \varphi_1 \vee a_1 \overline{t} (\varphi_2 \vee \overline{a_2}) \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \overline{t}) \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_2} = 15) \\ (S_Q^{c_3} = 26) \\ (S_Q^{c_4} = 8) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 7) \\ (S_Q^e = 6) \\ (S_Q^{c_1} = 15) \end{array}$$

$$(S_Q = 86)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_4 = \varphi_3 t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_2 = \overline{b_1} \overline{b_2} \\ \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_3 (\overline{a_1} \vee b_1 \vee \overline{t}) \vee \varphi_2 a_2 \overline{t} \vee \overline{a_2} b_1 \overline{t} \\ \varphi_4 = \varphi_3 t \\ c_3 = \varphi_0 \overline{\varphi_3} \vee \varphi_2 (a_1 \vee \overline{t}) \vee \varphi_4 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee b_1 b_2 (\overline{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \\ c_4 = \varphi_4 \vee \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \vee \varphi_4 (\overline{a_1} \vee b_1) \\ e = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_2} a_1 a_2 \overline{t} \\ c_1 = \varphi_1 \vee a_1 \overline{t} (\varphi_2 \vee \overline{a_2}) \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \overline{t}) \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_2} = 15) \\ (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ (S_Q^{c_3} = 25) \\ (S_Q^{c_4} = 6) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 6) \\ (S_Q^e = 6) \\ (S_Q^{c_1} = 15) \end{array}$$

$$(S_Q = 84)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_5 = \varphi_2 \vee \overline{a_2}, \quad \overline{\varphi_5} = \overline{\varphi_2} a_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_3 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_2 = \overline{b_1} \overline{b_2} \\ \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_3 (\overline{a_1} \vee b_1 \vee \overline{t}) \vee \varphi_2 a_2 \overline{t} \vee \overline{a_2} b_1 \overline{t} \\ \varphi_4 = \varphi_3 t \\ c_3 = \varphi_0 \overline{\varphi_3} \vee \varphi_2 (a_1 \vee \overline{t}) \vee \varphi_4 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee b_1 b_2 (\overline{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee a_1 a_2 \overline{b_1} t \\ c_4 = \varphi_4 \vee \overline{b_2} (a_2 \vee \overline{t}) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \vee \varphi_4 (\overline{a_1} \vee b_1) \\ \varphi_5 = \varphi_2 \vee \overline{a_2} \\ e = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_5} a_1 \overline{t} \\ c_1 = \varphi_1 \vee \varphi_5 a_1 \overline{t} \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \overline{t}) \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_2} = 15) \\ (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ (S_Q^{c_3} = 25) \\ (S_Q^{c_4} = 6) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 6) \\ (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ (S_Q^e = 5) \\ (S_Q^{c_1} = 13) \end{array}$$

$$(S_Q = 83)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_6 &= \overline{a_1} \vee b_1, & \overline{\varphi_6} &= a_1 \overline{b_1} \\ \left\{ \begin{array}{l} \varphi_6 &= \overline{a_1} \vee b_1 & (S_Q^{\varphi_6} = 2) \\ \varphi_3 &= \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 &= \overline{b_1} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 &= \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_2 &= \varphi_0 \vee \varphi_3 (\varphi_6 \vee \bar{t}) \vee \varphi_2 a_2 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 14) \\ \varphi_4 &= \varphi_3 t & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_3 &= \varphi_0 \overline{\varphi_3} \vee \varphi_2 (a_1 \vee \bar{t}) \vee \varphi_4 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 \overline{a_2}) \vee \overline{\varphi_6} a_2 t & (S_Q^{c_3} = 24) \\ c_4 &= \varphi_4 \vee \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_1 &= \varphi_0 \vee \varphi_4 \varphi_6 & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_5 &= \varphi_2 \vee \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ e &= \varphi_1 \vee \overline{\varphi_5} a_1 \bar{t} & (S_Q^e = 5) \\ c_1 &= \varphi_1 \vee \varphi_5 a_1 \bar{t} \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \bar{t}) & (S_Q^{c_1} = 13) \end{array} \right. \\ & (S_Q = 82) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_7 &= \varphi_6 \vee \bar{t}, & \overline{\varphi_7} &= \overline{\varphi_6} t \\ \left\{ \begin{array}{l} \varphi_6 &= \overline{a_1} \vee b_1 & (S_Q^{\varphi_6} = 2) \\ \varphi_3 &= \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 &= \overline{b_1} \overline{b_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 &= \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ \varphi_4 &= \varphi_3 t & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ c_4 &= \varphi_4 \vee \overline{b_2} (a_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_1 &= \varphi_0 \vee \varphi_4 \varphi_6 & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_5 &= \varphi_2 \vee \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ e &= \varphi_1 \vee \overline{\varphi_5} a_1 \bar{t} & (S_Q^e = 5) \\ c_1 &= \varphi_1 \vee \varphi_5 a_1 \bar{t} \vee \overline{a_1} a_2 (b_1 \vee b_2 \bar{t}) & (S_Q^{c_1} = 13) \\ \varphi_7 &= \varphi_6 \vee \bar{t} & (S_Q^{\varphi_7} = 2) \\ c_2 &= \varphi_0 \vee \varphi_3 \varphi_7 \vee \varphi_2 a_2 \bar{t} \vee \overline{a_2} b_1 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 12) \\ c_3 &= \varphi_0 \overline{\varphi_3} \vee \varphi_2 (a_1 \vee \bar{t}) \vee \overline{\varphi_7} a_2 \vee \varphi_4 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 \overline{a_2}) & (S_Q^{c_3} = 23) \end{array} \right. \\ & (S_Q = 81) \end{aligned}$$

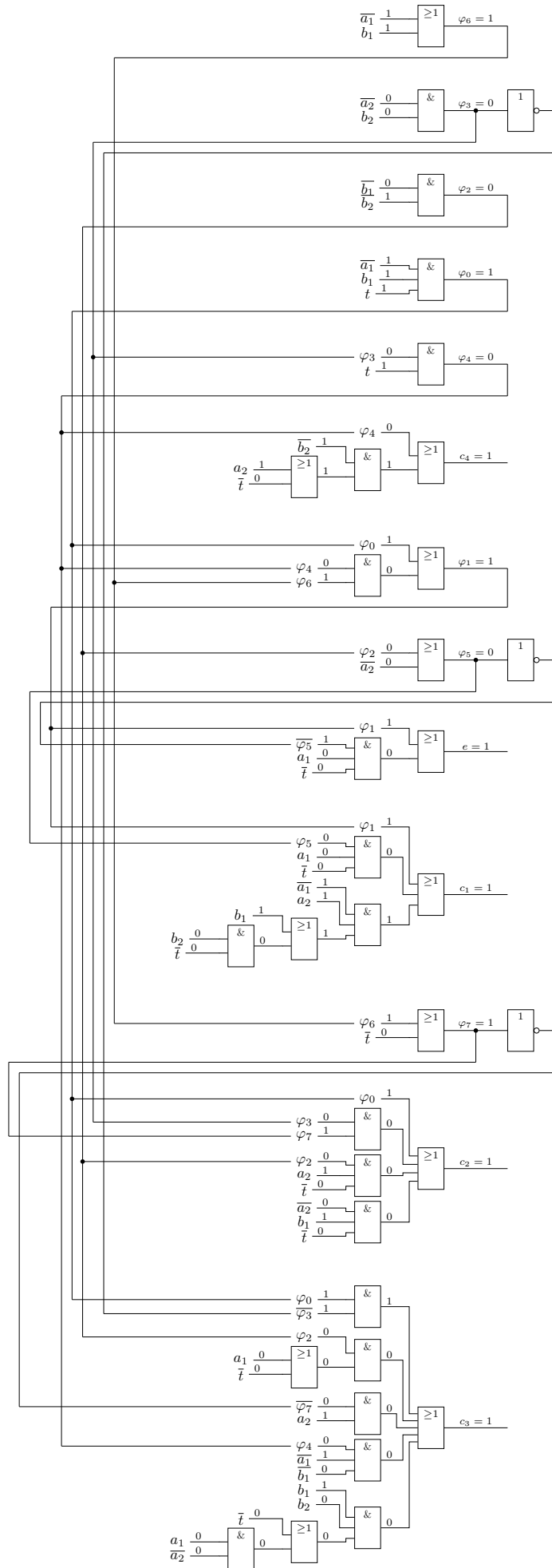
## Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 1, b_1 = 1, b_2 = 0, t = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 1, c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы:  $S_Q = 81$ . Задержка схемы:  $T = 5\tau$ .