

Дискретная математика
Домашнее задание №6
«Сложение чисел с плавающей запятой»
Вариант №59
Выполнил: Бободжонов Комронджон (гр. P3113)

Варианты задания

<i>A</i>	<i>B</i>
62,84	58,92

Ход работы

#1

1. Формат ΦI

$$A = (62,84)_{10} = (3E,D)_{16} = \underbrace{(0,3ED)}_{MA} \cdot 16^2$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$B = (58,92)_{10} = (3A,EB)_{16} = \underbrace{(0,3AF)}_{MB} \cdot 16^2$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

2. Формат $\Phi 2$

$$A = (62,84)_{10} = (111110,11010111000)_2 = (0,11111011010111000)_2 \cdot 2^6$$

0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$B = (58,92)_{10} = (111010,11101011100)_2 = (0,11101011101011100)_2 \cdot 2^6$$

0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

#2-4

1. Формат ΦI

$$X_A = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0$$

$$\underline{X_B = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0}$$

$$(X_A - X_B)_{\text{доп}} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$X_A - X_B = 0, X_C = X_A = 66$$

a) $A > 0, B > 0$:

$$\begin{array}{r} M_A = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ M_B = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ \hline M_C = .0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \end{array}$$

$$M_C = 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_c} = (0,79C)_{16} \cdot 16^2 = (79,C)_{16} = 121.75$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 121,76 - 121,75 = 0,01$$

$$\delta C = \left| \frac{0,01}{121,76} \right| \cdot 100\% = 0,008\%$$

б) $A > 0, B < 0$:

$$\begin{array}{r} M_A = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ M_B = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ \hline M_C = .0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

$$M_C = .0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0$$

<-4

$$M_C = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$

$$X_C = X_C - 1 = 65$$

0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_c} = (0,3E)_{16} \cdot 16^1 = (3,E)_{16} = 3,875$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 3,92 - 3,875 = 0,045$$

$$\delta C = \left| \frac{0,045}{3,92} \right| \cdot 100\% = 1,15\%$$

Погрешность полученного результата объясняется неточным представлением операндов.

в) $A < 0, B > 0$:

$$\begin{array}{r} M_B = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ M_A = .0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline M_{C_{don}} = .1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0 \end{array}$$

$$M_C = .0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$$

<-4

$$M_C = .0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$X_C = X_C - 1 = 65$$

1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 16^{P_c} = (0,3E)_{16} \cdot 16^1 = (3,E)_{16} = -3,875$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = -3,92 + 3,875 = -0,045$$

$$\delta C = \left| \frac{-0,045}{3,92} \right| \cdot 100\% = 1,15\%$$

2. Формат $\Phi 2$

$$X_A = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$X_B = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$(X_A - X_B)_{\text{доп}} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$X_C = X_A = 134.$$

$$(X_A - X_B) = 0;$$

a) $A > 0, B > 0$:

$$M_A = .1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0$$

$$M_B = .1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$$

$$M_C = 1.1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$M_C = 1.1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$$

$$M_C \rightarrow 1 \quad M_C = 0.1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$(X_C = X_C + 1 = 135).$$

0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_c} = (0,111100111000)_2 \cdot 2^7 = (1111001,11000)_2 = 121,75$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 121,76 - 121,75 = 0,01$$

$$\delta C = \left| \frac{0,01}{121,76} \right| \cdot 100\% = 0,008\%$$

Погрешность полученного результата объясняется следующими факторами:

- неточным представлением операндов;

- потерей значащих разрядов мантииссы одного из операндов при уравнивании порядков;

б) $A > 0, B < 0$:

$$\begin{array}{r} M_A = .1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \overrightarrow{M_B} = .1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline M_C = .0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} M_C = .0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ M_C < -4 \quad M_C = .1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ (X_C = X_C - 4 = 130). \end{array}$$

0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_C} = (0, 111110110000)_2 \cdot 2^2 = (11, 111011)_2 = 3,921875$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 3,92 - 3,921875 = -0,001875$$

$$\delta C = \left| \frac{-0,001875}{3,92} \right| \cdot 100\% = 0,0478\%$$

Погрешность полученного результата объясняется следующими факторами:

- неточным представлением операндов;
- потерей значащих разрядов мантииссы одного из операндов при уравнивании порядков;
- потерей значащих разрядов мантииссы результата при его нормализации.

в) $A < 0, B > 0$:

$$\begin{array}{r} \overrightarrow{M_B} = .1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \overrightarrow{M_A} = .1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \hline M_{C\partial on} = .1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} M_C = .0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ M_C < -4 \quad M_C = .1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ (X_C = X_C - 4 = 130). \end{array}$$

1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$C^* = M_C \cdot 2^{P_C} = (0, 111110110000)_2 \cdot 2^2 = (11, 111011)_2 = -3,921875$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = -3,92 - (-3,921875) = 0,001875$$

$$\delta C = \left| \frac{0,001875}{3,92} \right| \cdot 100\% = 0,0478\%$$

Погрешность полученного результата объясняется следующими факторами:

- неточным представлением операндов;
- потерей значащих разрядов мантиссы одного из операндов при уравнивании порядков;
- потерей значащих разрядов мантиссы результата при его нормализации.

#5

Причины возникновения погрешности:

1. Неточное представление операндов.
2. Потеря значащих разрядов мантиссы одного из операндов при уравнивании порядков.
3. Потеря значащих разрядов мантиссы результата при его нормализации сдвигом мантиссы вправо.

В формате Ф2 результаты точнее, потому что операнды представлены точнее, и сдвиг при нормализации результата производится на любое число бит, не обязательно кратное 4, за счет чего теряется меньше значащих разрядов.