

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«НИУ ИТМО» факультет ПИиКТ

Отчет
по лабораторной работе
«Построение конформных отображений»

по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

Вариант 11

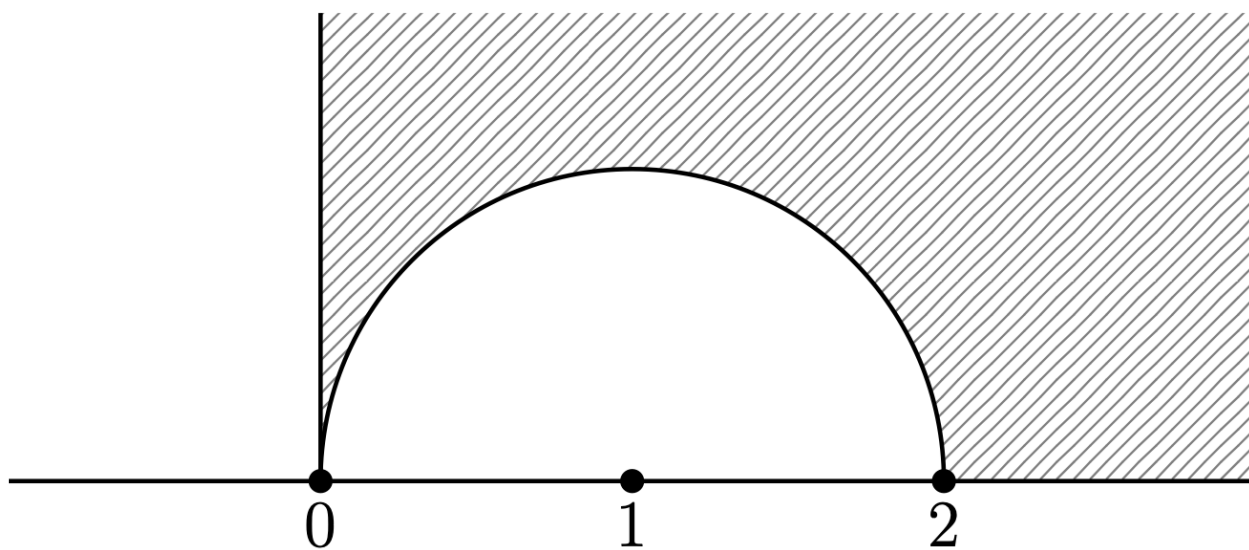
Выполнил:
Бободжонов Комронджон Давронджонович
поток 22.3

г. Санкт-Петербург 2025 г.

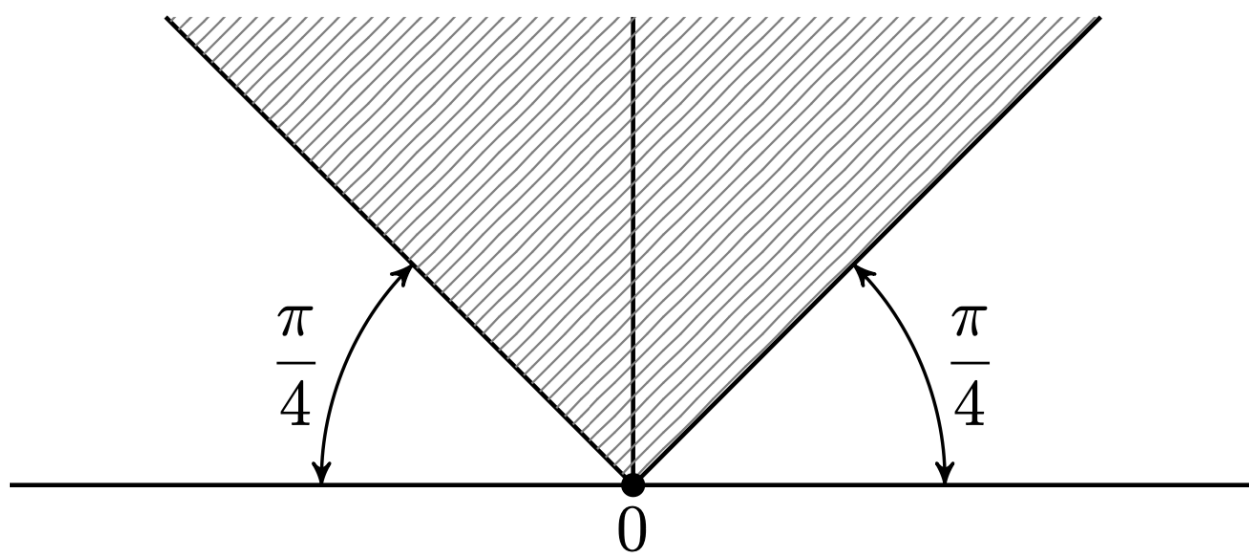
Оглавление

Описание множеств	3
Отображение из первого множества во второе	4
Преобразования.....	4
Визуализация.....	4
Отображение из второго множества в первое	5
Преобразования.....	5
Визуализация.....	5
Код	6

Описание множеств



$$\begin{cases} \operatorname{Im}(z) > 0 \\ \operatorname{Re}(z) > 0 \\ |z - 1| > 1 \end{cases}$$



$$\frac{\pi}{4} < \arg(z) < \frac{3\pi}{4}$$

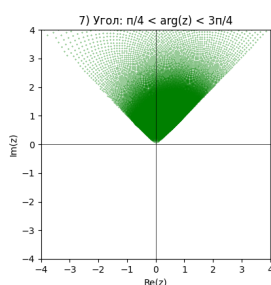
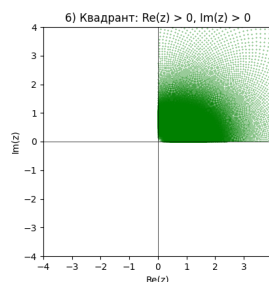
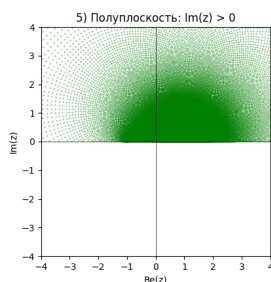
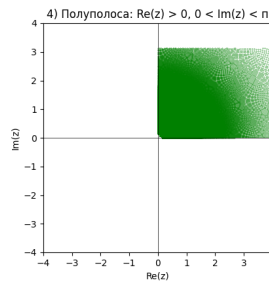
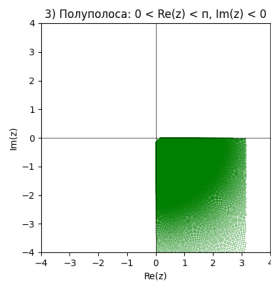
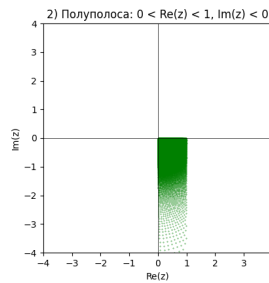
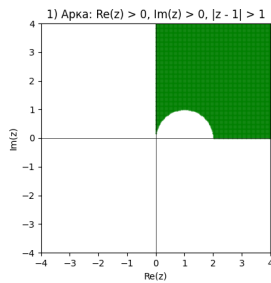
Отображение из первого множества во второе

Преобразования

- 1) $w_1 = \frac{2}{z}$ – преобразование арки в полуполосу шириной 1
- 2) $w_2 = w_1 \cdot \pi$ – масштабирование полуполосы до ширины π
- 3) $w_3 = w_2 \cdot e^{\frac{i\pi}{2}}$ – поворот на 90 градусов против часовой стрелки
- 4) $w_4 = \cosh w_3$ – преобразование к верхней полуплоскости
- 5) $w_5 = \sqrt{w_4}$ – преобразование к квадранту
- 6) $w_6 = w_5 \cdot e^{\frac{i\pi}{4}}$ – поворот на 45 градусов против часовой стрелки

Итоговое отображение $w = \sqrt{\cosh\left(\frac{2}{z} \cdot \pi \cdot e^{\frac{i\pi}{2}}\right)} \cdot e^{\frac{i\pi}{4}}$

Визуализация



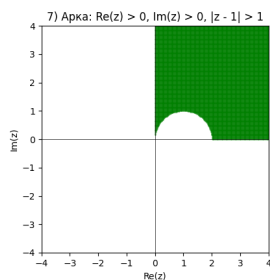
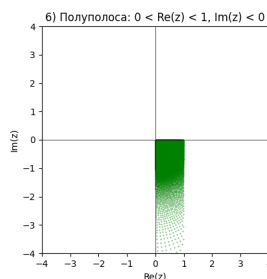
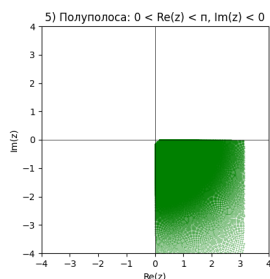
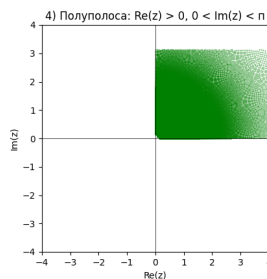
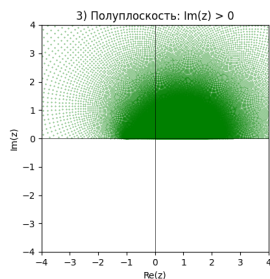
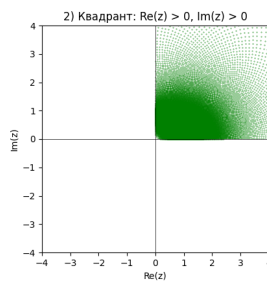
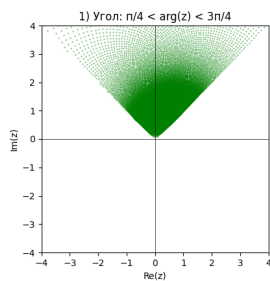
Отображение из второго множества в первое

Преобразования

- 1) $z_1 = w \cdot e^{-\frac{i\pi}{4}}$ – поворот на 45 градусов по часовой стрелке
- 2) $z_2 = z_1^2$ – преобразование к верхней полуплоскости
- 3) $z_3 = \operatorname{arccosh} z_2$ – преобразование к полосе шириной π
- 4) $z_4 = z_3 \cdot e^{-\frac{i\pi}{2}}$ – поворот на 90 градусов по часовой стрелке
- 5) $z_5 = \frac{z_4}{\frac{\pi}{2}}$ – масштабирование полуполосы до ширины 1
- 6) $z_6 = \frac{2}{z_5}$ – преобразование полуполосы в арку

Итоговое отображение $z = \frac{2\pi}{\operatorname{arccosh}\left(\left(w \cdot e^{-\frac{i\pi}{4}}\right)^2\right) \cdot e^{-\frac{i\pi}{2}}}$

Визуализация



Код

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

rows = 4
cols = 2
x = np.linspace(-40, 40, 4000)
y = np.linspace(-40, 40, 4000)
X, Y = np.meshgrid(x, y)
Z = X + 1j * Y

def setup_plot(a):
    desc = 'Множество 1 в множество 2'
    if a == 1:
        desc = 'Множество 2 в множество 1'
    plt.figure(figsize=(15, 25))
    plt.subplots_adjust(hspace=0.5)
    plt.suptitle(desc, fontsize='xx-large', y=0.95)

def draw_plot(Z, desc, index):
    plt.subplot(rows, cols, index)
    plt.scatter(np.real(Z), np.imag(Z), c="green", s=0.1)
    plt.title(str(index) + ") " + desc)
    plt.xlabel('Re(z)')
    plt.ylabel('Im(z)')
    plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.5)
    plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.5)
    plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')
    plt.xlim([-4, 4])
    plt.ylim([-4, 4])

def prepare_points():
    mask_start = ((X - 1) ** 2 + Y ** 2 > 1) & (X > 0) & (Y > 0)
    z = Z[mask_start]
    draw_plot(z, 'Арка:  $\operatorname{Re}(z) > 0$ ,  $\operatorname{Im}(z) > 0$ ,  $|z - 1| > 1$ ', 1)
    return z

def to_strip(z):
    w = 2 / z
    draw_plot(w, 'Полуполоса:  $0 < \operatorname{Re}(z) < 1$ ,  $\operatorname{Im}(z) < 0$ ', 2)
    return w

def scale_up(z):
    w = z * np.pi
    draw_plot(w, 'Полуполоса:  $0 < \operatorname{Re}(z) < \pi$ ,  $\operatorname{Im}(z) < 0$ ', 3)
    return w

def rotate_ccw90(z):
    w = z * np.exp(1j * np.pi / 2)
    draw_plot(w, 'Полуполоса:  $\operatorname{Re}(z) > 0$ ,  $0 < \operatorname{Im}(z) < \pi$ ', 4)
    return w

def to_half_set(z):
    w = np.cosh(z)
    draw_plot(w, 'Полуплоскость:  $\operatorname{Im}(z) > 0$ ', 5)
    return w

def to_square_set(z):
    w = np.sqrt(z)
    draw_plot(w, 'Квадрант:  $\operatorname{Re}(z) > 0$ ,  $\operatorname{Im}(z) > 0$ ', 6)
    return w

def rotate_ccw45(z):
```

```

w = z * np.exp(1j * np.pi / 4)
draw_plot(w, 'Угол:  $\pi/4 < \arg(z) < 3\pi/4$ ', 7)
return w

def rotate_cw45(z):
w = z * np.exp(-1j * np.pi / 4)
draw_plot(w, 'Квадрант:  $\operatorname{Re}(z) > 0, \operatorname{Im}(z) > 0$ ', 2)
return w

def rev_to_half_set(z):
w = np.square(z)
draw_plot(w, 'Полуплоскость:  $\operatorname{Im}(z) > 0$ ', 3)
return w

def rev_to_strip(z):
w = np.arccosh(z)
draw_plot(w, 'Полуполоса:  $\operatorname{Re}(z) > 0, 0 < \operatorname{Im}(z) < \pi$ ', 4)
return w

def rotate_cw90(z):
w = z * np.exp(-1j * np.pi / 2)
draw_plot(w, 'Полуполоса:  $0 < \operatorname{Re}(z) < \pi, \operatorname{Im}(z) < 0$ ', 5)
return w

def scale_down(z):
w = z / np.pi
draw_plot(w, 'Полуполоса:  $0 < \operatorname{Re}(z) < 1, \operatorname{Im}(z) < 0$ ', 6)
return w

def to_arc(z):
w = 2 / z
draw_plot(w, 'Арка:  $\operatorname{Re}(z) > 0, \operatorname{Im}(z) > 0, |z - 1| > 1$ ', 7)

def start():
    setup_plot(2)
    p =
rotate_ccw45(to_square_set(to_half_set(rotate_ccw90(scale_up(to_strip(prepare
_points()))))))
    plt.show()
    return p

def reverse(p):
    setup_plot(1)
    draw_plot(p, 'Угол:  $\pi/4 < \arg(z) < 3\pi/4$ ', 1)

to_arc(scale_down(rotate_cw90(rev_to_strip(rev_to_half_set(rotate_cw45(p)))))
)
plt.show()

if __name__ == '__main__':
    reverse(start())

```