

Расчетные задания

I. Изобразить на комплексной плоскости множество \mathcal{D} .

1. $\mathcal{D} = \{z : |z - 4| \leq 5, \quad |z + i| > 2\}$.
2. $\mathcal{D} = \{z : |z - 1 - i| > \sqrt{2}, \quad |z - 2 - 2i| \leq 2\sqrt{2}\}$.
3. $\mathcal{D} = \{z : 2 \leq |z + 2| < 3, \quad -\pi/2 < \arg z \leq \pi/2\}$.
4. $\mathcal{D} = \{z : 1 < |z + 1 - 2i| \leq 3, \quad \pi \leq \arg z < 2\pi\}$.
5. $\mathcal{D} = \{z : 1 \leq |z + 3 - 2i| < 4, \quad |\arg z| \leq 3\pi/4\}$.
6. $\mathcal{D} = \{z : 2 < |z + 2 + 4i| \leq 5, \quad |\arg z| > \pi/2\}$.
7. $\mathcal{D} = \{z : |z| > 3 + \operatorname{Re} z, \quad \pi/2 \leq \arg z < 2\pi/3\}$.
8. $\mathcal{D} = \{z : |z + 2 + 3i| < 3, \quad \pi \leq \arg z \leq 3\pi/2\}$.
9. $\mathcal{D} = \{z : |z| \leq 5, \quad |3\pi/2 - \arg z| < \pi/3\}$.
10. $\mathcal{D} = \{z : |z| < 6 - \operatorname{Re} z, \quad |\operatorname{Im} z| \leq 4\}$.
11. $\mathcal{D} = \{z : |z| \geq 3 - \operatorname{Re} z, \quad |\operatorname{Im} z| > 4\}$.
12. $\mathcal{D} = \{z : |z| > 3, |z - 4| \leq 2, \quad -\pi/2 \leq \arg z < 0\}$.
13. $\mathcal{D} = \{z : |z - 1| < 1, \quad \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z \leq 1\}$.
14. $\mathcal{D} = \{z : |z + i| \leq 1, \quad |3\pi/2 - \arg z| < \pi/3\}$.
15. $\mathcal{D} = \{z : |z - 3 + 2i| \leq 2, \quad 0 < \operatorname{Re}(iz) \leq 1\}$.
16. $\mathcal{D} = \{z : |z| \leq 4 - \operatorname{Im} z, \quad 0 < \arg z < \pi\}$.
17. $\mathcal{D} = \{z : |z| > 1 + \operatorname{Im} z, \quad |z - i| \leq 2\}$.
18. $\mathcal{D} = \{z : 1 < |z - 1| \leq 2, \quad \pi/4 \leq \arg z < \pi/3\}$.
19. $\mathcal{D} = \{z : |z| \leq 4 + \operatorname{Re} z, \quad |z - 0,5| < 4\}$.
20. $\mathcal{D} = \{z : |z - 4 - 3i| \geq 2, \quad \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1\}$.
21. $\mathcal{D} = \{z : \pi/4 \leq \arg z \leq 3\pi/4, \quad |\operatorname{Re}(iz)| < 1\}$.
22. $\mathcal{D} = \{z : |z + 1 - i| > \sqrt{2}, \quad |\operatorname{Im}(iz)| \leq 1\}$.
23. $\mathcal{D} = \{z : 1 \leq |z - 3 + 2i| < 3, \quad \operatorname{Im}(z^2) \geq 2\}$.

24. $\mathcal{D} = \{z : 2 < |z - 3 + 4i| \leq 4, \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 1\}.$
25. $\mathcal{D} = \{z : -3\pi/4 \leq \arg z \leq -\pi/4, -6 \leq \operatorname{Im} z \leq -3\}.$
26. $\mathcal{D} = \{z : |z| < 2 - \operatorname{Re} z, |z + 1| \leq 2\}.$
27. $\mathcal{D} = \{z : |z + i| \geq 1, |z - 3i| < 5\}.$
28. $\mathcal{D} = \{z : |z + 2 - 2i| > 3, \pi/2 \leq \arg z < \pi\}.$
29. $\mathcal{D} = \{z : |7\pi/4 - \arg z| < \pi/4, |z - 1| \leq 2\}.$
30. $\mathcal{D} = \{z : 0 < \operatorname{Re}(iz) < 2, |\arg z| \geq \pi/4\}.$

II. Найти все значения функции в указанной точке.

- | | |
|---|---|
| 1. $3^{2+i}.$ | 16. $\exp(\exp(1 + \pi i/2))$ |
| 2. i^{1+i} | 17. $\cos(2 + i).$ |
| 3. $\operatorname{Ln}(1 + i).$ | 18. $\sin(2i)$ |
| 4. $(-2)^{\sqrt{2}}$ | 19. $\operatorname{ctg}(\pi/4 - i \log 2).$ |
| 5. $4^i.$ | 20. $\operatorname{cth}(2 + i)$ |
| 6. $(3 + 4i)^{1+i}$ | 21. $\operatorname{tg}(2 - i).$ |
| 7. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i}.$ | 22. $\operatorname{Arctg}(1 + 2i)$ |
| 8. $\operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$ | 23. $\operatorname{Arctg}(\sqrt{2} - i).$ |
| 9. $\operatorname{Ln}(2 - 3i).$ | 24. $\operatorname{Arcth}(1 - i)$ |
| 10. $\operatorname{Ln}(-2 - 3i)$ | 25. $\operatorname{Arcsin}(i).$ |
| 11. $\cos(5 - i).$ | 26. $\operatorname{Arcch}(2i)$ |
| 12. $\sin(1 - 5i)$ | 27. $\operatorname{Arcth}(1 - i).$ |
| 13. $\operatorname{tg}(2 - i).$ | 28. $1 + i + \operatorname{sh}(1 + i)$ |
| 14. $\operatorname{sh}(-3 + i)$ | 29. $(2 - i) \exp(2 - i).$ |
| 15. $\exp(\exp i).$ | 30. $\operatorname{ch}(3 - 2i)$ |

III. Найти аналитическую функцию по известной ее действительной или мнимой части.

1. $v(x, y) = 2 \cos x \operatorname{ch} y - x^2 + y^2, \quad f(0) = 2i.$
2. $v(x, y) = -2 \sin(2x) \operatorname{sh}(2y) + y, \quad f(0) = 2.$
3. $v(x, y) = \exp\left(-\frac{y}{2}\right) \cos \frac{x}{2} - \frac{y^3}{3} + x^2 y.$
4. $u(x, y) = \operatorname{sh} \frac{y}{2} \sin \frac{x}{2} + 4(x^2 - y^2) - 4x + 1.$
5. $u(x, y) = \operatorname{ch} \frac{y}{2} \cos \frac{x}{2} - 2xy - 2x.$
6. $v(x, y) = \exp(-2y) \sin(2x) - \frac{x^3}{3} + xy^2.$
7. $v(x, y) = -\frac{y}{x^2 + y^2}, \quad f(\pi) = \frac{1}{\pi}.$
8. $u(x, y) = \exp(2y) \sin(2x) + 3xy^2 - x^3.$
9. $u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}.$
10. $v(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}.$
11. $u(x, y) = 2 \sin x \operatorname{ch} y - x.$
12. $v(x, y) = 2(\operatorname{ch} x \sin y - xy), \quad f(0) = 0.$
13. $u(x, y) = x^2 + 2x - y^2, \quad f(i) = 2i - 1.$
14. $v(x, y) = \operatorname{ch} \frac{y}{3} \sin \frac{x}{3} + 2xy + 4y.$
15. $u(x, y) = \operatorname{sh}(2x) \cos(2y) + x^2 - y^2 + 4y - 4.$
16. $v(x, y) = \operatorname{sh} \frac{y}{3} \cos \frac{x}{3} + 4(x^2 - y^2) - 4x + 1.$
17. $u(x, y) = \operatorname{sh} 3y \cos 3x + 4(x^2 - y^2) + 4y - 1.$
18. $v(x, y) = 2(2 \operatorname{sh} x \sin y + xy), \quad f(0) = 3.$
19. $v(x, y) = \operatorname{sh} \frac{x}{2} \sin \frac{y}{2} - 8xy + 4x.$
20. $u(x, y) = \operatorname{ch}(3y) \sin(3x) - 8xy + 4y.$

$$21. \quad v(x, y) = \operatorname{ch}(2y) \cos(2x) + x^2 - y^2 - 2y + 1.$$

$$22. \quad u(x, y) = 3x^2y - y^3 + x + 5.$$

$$23. \quad v(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad f(1) = 0.$$

$$24. \quad u(x, y) = x^2 - y^2 - x.$$

$$25. \quad v(x, y) = \log(x^2 + y^2) + x - 2y.$$

$$26. \quad u(x, y) = 2 \exp x \cos y + x^2y^2 - \frac{x^4 + y^4}{6}.$$

$$27. \quad v(x, y) = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}.$$

$$28. \quad u(x, y) = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}.$$

$$29. \quad v(x, y) = \operatorname{sh}(2y) \sin(2x) + x^2 - y^2 + 2x - 1.$$

$$30. \quad u(x, y) = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3.$$

IV. Вычислить интеграл по заданной кривой в указанном направлении.

$$1. \quad \int_C \operatorname{Re} z \, dz, \quad C - \text{полуокружность } |z - 1| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0. \text{ Начало пути интегрирования в точке } z = 2.$$

$$2. \quad \int_C x \, dz, \quad C - \text{радиус-вектор точки } z = 2 + i.$$

$$3. \quad \int_C x \, dz, \quad C - \text{полуокружность } |z| = 1, \quad 0 \leq \arg z \leq \pi. \text{ Начало пути интегрирования в точке } z = 1.$$

$$4. \quad \int_C x \, dz, \quad C - \text{окружность } |z - a| = R. \text{ Обход контура в положительном направлении.}$$

$$5. \quad \int_C y \, dz, \quad C - \text{окружность } |z - a| = R. \text{ Обход контура в отрицательном направлении.}$$

$$6. \quad \int_C y \, dz, \quad C - \text{полуокружность } |z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0. \text{ Начало пути интегрирования в точке } z = 1.$$

7. $\int_C (\bar{z} - 1) dz$, C – ломаная $ABCD$ с вершинами $A(-2; 0)$, $B(-1; 1)$, $C(1; 1)$, $D(2; 0)$.
8. $\int_C y dz$, C – радиус-вектор точки $z = 2 - i$.
9. $\int_C \bar{z} dz$, C – окружность $|z - 2| = 2$. Обход контура в отрицательном направлении.
10. $\int_C \operatorname{Im} z dz$, C – ломаная с вершинами $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, $B(2; 0)$.
11. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, C – окружность $|z - 2| = 2$. Обход контура в положительном направлении.
12. $\int_C \operatorname{Ln} z dz$, C – окружность $|z| = R$, $\operatorname{Ln} R = \log R + 2\pi i$. Обход контура в отрицательном направлении.
13. $\int_C \operatorname{Ln} z dz$, C – окружность $|z| = R$, $\operatorname{Ln} R = \log R + 2\pi i$. Обход контура в положительном направлении.
14. $\int_C \operatorname{Im} z dz$, C – полуокружность $|z - 1| = 1$, $\operatorname{Re} z \geq 1$. Начало пути интегрирования в точке $z = 1 - i$.
15. $\int_C \operatorname{Im} z dz$, C – полуокружность $|z - 1| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$. Начало пути интегрирования в точке $z = 2$.
16. $\int_C z^2 \operatorname{Ln} z dz$, C – окружность $|z| = 1$, $\operatorname{Ln} 1 = 0$. Обход контура в отрицательном направлении.
17. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, C – ломаная с вершинами $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, $B(2; 0)$.
18. $\int_C \operatorname{Im} z dz$, C – окружность $|z - 2| = 3$. Обход контура в положительном направлении.
19. $\int_C |z| dz$, C – окружность $|z| = R$. Обход контура в отрицательном направлении.
20. $\int_C |z| dz$, C – ломаная с вершинами $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, $B(2; 1)$.

21. $\int_C \bar{z} dz$, C – полуокружность $|z - 1| = 1$, $\operatorname{Re} z \geq 1$. Начало пути интегрирования в точке $z = 1 - i$.
22. $\int_C |z| dz$, C – полуокружность $|z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$. Начало пути интегрирования в точке $z = 1$.
23. $\int_C |z| dz$, C – полуокружность $|z| = 1$, $\operatorname{Re} z \geq 0$. Начало пути интегрирования в точке $z = i$.
24. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, C – ломаная с вершинами $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, $B(2; 1)$.
25. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, C – полуокружность $|z - 1| = 1$, $\operatorname{Re} z \leq 1$. Начало пути интегрирования в точке $z = 1 - i$.
26. $\int_C \bar{z} dz$, C – ломаная $OABO$ с вершинами $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, $B(2; 1)$.
27. $\int_C \operatorname{Re} z dz$, C – ломаная $OABO$ с вершинами $O(0; 0)$, $A(-1; 1)$, $B(1; 1)$.
28. $\int_C \operatorname{Im} z dz$, C – ломаная $OABO$ с вершинами $O(0; 0)$, $A(2; 1)$, $B(4; 0)$.
29. $\int_C (z - \operatorname{Re} z) dz$, C – окружность $|z| = 1$. Обход контура в положительном направлении.
30. $\int_C |z| dz$, C – радиус-вектор точки $z = 3 - 4i$.

V. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Тейлора в окрестности точки z_0 и указать область, в которой ряд представляет данную функцию.

1. $f(z) = 6 \sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$, $z_0 = 0$.
2. $f(z) = (z + 1)(z^2 + 5z + 6)^{-1}$, $z_0 = -1$.
3. $f(z) = (z + 1)(z - 2)^{-1}$, $z_0 = 1$.
4. $f(z) = \operatorname{sh} z = \frac{1}{2}(\exp z - \exp(-z))$, $z_0 = 0$.
5. $f(z) = (z - 1)(z + 3)^{-1}$, $z_0 = -1$.

6. $f(z) = z^2(\exp(z^2) - 1), \quad z_0 = 0.$
7. $f(z) = \operatorname{sh} z = \frac{1}{2}(\exp z - \exp(-z)), \quad z_0 = 1.$
8. $f(z) = (3z - 3)(z^2 - z - 2)^{-1}, \quad z_0 = 1.$
9. $f(z) = (z + 1)(z - 2)^{-1}, \quad z_0 = 0.$
10. $f(z) = z \exp z, \quad z_0 = 1.$
11. $f(z) = \frac{z}{z + 2}, \quad z_0 = 1.$
12. $f(z) = z^2(1 + z)^{-2}, \quad z_0 = 0.$
13. $f(z) = \operatorname{ch} z = \frac{1}{2}(\exp z + \exp(-z)), \quad z_0 = 0.$
14. $f(z) = z(z^2 - 2z + 5)^{-1}, \quad z_0 = 1.$
15. $f(z) = z^2 \exp z, \quad z_0 = 1.$
16. $f(z) = \log \left(\frac{1 + z}{1 - z} \right), \quad z_0 = 0.$
17. $f(z) = \cos^2 z, \quad z_0 = 0.$
18. $f(z) = (z^2 - 3z + 2)^{-1}, \quad z_0 = 0.$
19. $f(z) = \sin^2 z, \quad z_0 = 0.$
20. $f(z) = (z + 1)(1 + z^2)^{-1}, \quad z_0 = 0.$
21. $f(z) = z \log(1 + 2z), \quad z_0 = 1.$
22. $f(z) = (3z - 3)(z^2 - z - 2)^{-1}, \quad z_0 = 0.$
23. $f(z) = \log(2 + z), \quad z_0 = 0.$
24. $f(z) = \log \left(\frac{1 - z}{1 + z} \right), \quad z_0 = 0.$
25. $f(z) = \operatorname{ch} z = \frac{1}{2}(\exp z + \exp(-z)), \quad z_0 = 1.$
26. $f(z) = \sin^2 z, \quad z_0 = -1.$
27. $f(z) = \exp(2z - 1) - \exp 1, \quad z_0 = 1.$

28. $f(z) = \operatorname{sh} z = \frac{1}{2}(\exp z - \exp(-z)), \quad z_0 = -2.$
29. $f(z) = \sin(2z - z^2), \quad z_0 = 1.$
30. $f(z) = z^2 \log(3 - 2z), \quad z_0 = 2.$

VI. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана в указанной области

1. $f(z) = z^{-1}(1 - z)^{-1}, \quad 0 < |z| < 1.$
2. $f(z) = (z + 1) \exp(-1/z^2), \quad 0 < |z| < \infty.$
3. $f(z) = (3z/2 - 1/z) \cos(1/z), \quad 0 < |z| < \infty.$
4. $f(z) = z^{-1}(1 - z)^{-1}, \quad 0 < |z - 1| < 1.$
5. $f(z) = (z - 1) \sin(1/z), \quad 0 < |z| < \infty.$
6. $f(z) = \frac{z^2 - 2z + 5}{(z - 2)(z^2 + 1)}, \quad 1 < |z| < 2.$
7. $f(z) = (z^2 - 3z + 2)^{-1}, \quad 2 < |z| < \infty.$
8. $f(z) = z^2 \sin\left(\frac{1}{z - 1}\right), \quad 0 < |z - 1| < \infty.$
9. $f(z) = z \exp\left(\frac{1}{1 - z}\right), \quad 0 < |z - 1| < \infty.$
10. $f(z) = 2(z^2 - 6z + 8)^{-1}, \quad 2 < |z| < 4.$
11. $f(z) = z^2 \exp(1/z), \quad 0 < |z| < \infty.$
12. $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - z}\right), \quad 0 < |z - 1| < \infty.$
13. $f(z) = (z^2 - 3z + 2)^{-1}, \quad 1 < |z| < 2.$
14. $f(z) = z^{-2} \cos(z + 1), \quad 0 < |z| < \infty.$
15. $f(z) = 3(z^2 - 7z + 10)^{-1}, \quad 2 < |z| < 5.$
16. $f(z) = \frac{z^2 - 2z + 5}{(z - 2)(z^2 + 1)}, \quad 0 < |z - 2| < \sqrt{5}.$
17. $f(z) = 2(z^2 - 6z + 8)^{-1}, \quad 0 < |z - 4| < 2.$
18. $f(z) = (z - 1)^{-1} \exp z, \quad 0 < |z - 1| < \infty.$

19. $f(z) = 3(z^2 - 5z + 4)^{-1}, \quad 1 < |z| < 4.$
20. $f(z) = (z - 1)^{-1} \exp(z^2 - 2z), \quad 0 < |z - 1| < \infty.$
21. $f(z) = z^{-1}(1 - z)^{-1}, \quad |z| > 1.$
22. $f(z) = z \sin\left(\frac{1}{1 - z}\right), \quad 0 < |z - 1| < \infty.$
23. $f(z) = 2(z^2 - 6z + 8)^{-1}, \quad 0 < |z - 2| < 2.$
24. $f(z) = z(z - 2)^{-1}, \quad |z| > 2.$
25. $f(z) = 3(z^2 - 5z + 4)^{-1}, \quad 0 < |z - 1| < 3.$
26. $f(z) = 9(z^2 - 5z + 4)^{-1}, \quad 0 < |z - 4| < 3.$
27. $f(z) = 3(z^2 - 7z + 10)^{-1}, \quad 0 < |z - 2| < 3.$
28. $f(z) = 6(z^2 - 7z + 10)^{-1}, \quad 0 < |z - 5| < 3.$
29. $f(z) = (z^2 - 3z + 2)^{-1}, \quad 0 < |z - 1| < 1.$
30. $f(z) = (z^2 - 3z + 2)^{-1}, \quad 0 < |z - 2| < 1.$

7. Вычислить интеграл при помощи вычетов.

1. $\int_L (z^3 + 1) \exp\left(\frac{1}{z + 1}\right) dz, \quad L = \{z : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1\}.$
2. $\int_L \frac{z + 1}{z(z - 1)^2(z - 3)} dz, \quad L = \{z : |z| = 2\}.$
3. $\int_L \frac{dz}{z^4 + 2z^3}, \quad L = \{z : |z| = 3\}.$
4. $\int_L \frac{\exp(iz) - 1}{z^3} dz, \quad L = \{z : |z| = 1\}.$
5. $\int_L \frac{\exp z - \sin z}{z^4} dz, \quad L = \{z : |z| = 1/3\}.$
6. $\int_L \frac{\sin z}{(z^3 - z)(z - 1)} dz, \quad L = \{z : |z - 1| = 3/2\}.$

7. $\int_L \frac{z^3}{z^4 - 1} dz, \quad L = \{z : |z| = 3/2\}.$
8. $\int_L \left(z + \frac{1}{6}\right) \exp\left(\frac{1}{3z}\right) dz, \quad L = \{z : |z| = 1/2\}.$
9. $\int_L z \sin\left(\frac{1}{1-z}\right) dz, \quad L = \{z : |z - 1| = 1/2\}.$
10. $\int_L (z + 2) \exp\left(\frac{1}{1-z}\right) dz, \quad L = \{z : |z - 1| = 2\}.$
11. $\int_L (z - 5) \cos\left(\frac{1}{z+1}\right) dz, \quad L = \{z : |z| = 3\}.$
12. $\int_L (z^2 - 1) \sin\left(\frac{1}{z-1}\right) dz, \quad L = \{z : |z| = \sqrt{2}\}.$
13. $\int_L \frac{dz}{(z+3)(z^2+1)}, \quad L = \{z : |z| = 4\}.$
14. $\int_L \frac{z^2 \exp(3/z^2) - 1}{z} dz, \quad L = \{z : |z| = \sqrt{5}\}.$
15. $\int_L z^3 \cos(2i/z) dz, \quad L = \{z : |z| = \sqrt{2}\}.$
16. $\int_L \frac{dz}{z^2(z^{10} - 2)}, \quad L = \{z : |z| = 1\}.$
17. $\int_L \frac{\sin z}{z(z-6)^2} dz, \quad L = \{z : |z| = 10\}.$
18. $\int_L \frac{2z}{1 - 2\sin^2 z} dz, \quad L = \{z : |z| = 1\}.$
19. $\int_L \frac{z^2 + \sin z + 2}{z^3 + z^2\pi} dz, \quad L = \{z : |z| = 2\}.$
20. $\int_L \frac{\sin z}{z^2(z-8)} dz, \quad L = \{z : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1\}.$
21. $\int_L \exp(3/z^2)(z^3 - z) dz, \quad L = \{z : |z| = \sqrt{3}\}.$

$$22. \int_L (z^2 + 1) \exp(-1/z) dz, \quad L = \{z : |z| = 2\}.$$

$$23. \int_L \frac{dz}{(z^2 + 4)^2}, \quad L = \{z : |z - 2i| = 2\}.$$

$$24. \int_L \frac{z + 1}{(z - 1)(z - 2)(z - 3)} dz, \quad L = \{z : |z| = 5/2\}.$$

$$25. \int_L \frac{z^2}{(z^2 + 1)(z - 5)} dz, \quad L = \{z : |z| = 3\}.$$

$$26. \int_L \exp\left(\frac{z}{z + 2}\right) dz, \quad L = \{z : |z + 2| = 1\}.$$

$$27. \int_L (z - 2) \exp\left(\frac{1}{z - 1}\right) dz, \quad L = \{z : |z| = 3\}.$$

$$28. \int_L \frac{dz}{z^4 + 1}, \quad L = \{z : |z - 1| = 1\}.$$

$$29. \int_L \frac{dz}{(z - 1)(z - 2)^2}, \quad L = \{z : |z - 2| = 1/2\}.$$

$$30. \int_L (z + i) \exp(2/z) dz, \quad L = \{z : |z| = 2\}.$$

8. Вычислить несобственный интеграл.

$$1. \int_0^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 3} dx, \quad a > 0.$$

$$5. \int_0^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{x^2 + 11} dx, \quad a < 0.$$

$$2. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 - 2x + 5} dx, \quad a < 0.$$

$$6. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 2x + 5} dx, \quad a > 0.$$

$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 2x + 10} dx, \quad a > 0.$$

$$7. \int_0^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 11} dx, \quad a < 0.$$

$$4. \int_0^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 7} dx, \quad a < 0.$$

$$8. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 2x + 2} dx, \quad a > 0.$$

9. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 - 4x + 8} dx, \quad a > 0.$
10. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{x^2 + 2} dx, \quad a < 0.$
11. $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 5} dx, \quad a < 0.$
12. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 - 2x + 10} dx, \quad a < 0.$
13. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{x^2 + 6x + 10} dx, \quad a < 0.$
14. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{b^2 x^2 + 10} dx, \quad a > 0.$
15. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 4x + 8} dx, \quad a > 0.$
16. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 - 2x + 17} dx, \quad a < 0.$
17. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 - 4x + 5} dx, \quad a > 0.$
18. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{x^2 + 4x + 5} dx, \quad a < 0.$
19. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 - 4x + 20} dx, \quad a > 0.$
20. $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 12} dx, \quad a < 0.$
21. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{b^2 x^2 + 13} dx, \quad a < 0.$
22. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 2x + 2} dx, \quad a > 0.$
23. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 - 2x + 2} dx, \quad a < 0.$
24. $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 8} dx, \quad a < 0.$
25. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(ax)}{x^2 - 8x + 17} dx, \quad a > 0.$
26. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 + 8x + 17} dx, \quad a > 0.$
27. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 4x + 13} dx, \quad a < 0.$
28. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^2 - 10x + 26} dx, \quad a > 0.$
29. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos(ax)}{x^2 + 10x + 26} dx, \quad a > 0.$
30. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(ax)}{x^2 - 2x + 2} dx, \quad a < 0.$