ភាគទី១

- ស៊ីនេម៉ាទិចនៃចំនុចរូបធាតុ
- ឌីណាមិចនៃចំនុចរូបធាតុ
- ឌីណាមិចនៃប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុ និងអង្គធាតុរឹង
- ថាមពល

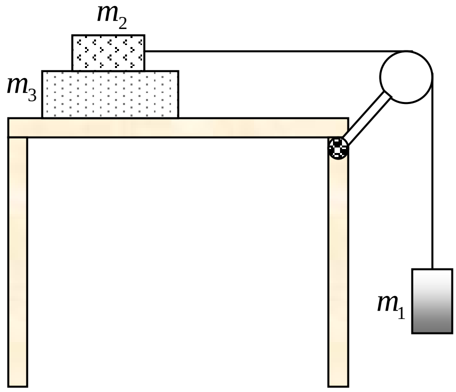
រៀបចំបកប្រែដោយ
កែវ សិរី

លំហាត់រូបវិទ្យាបំប៉នសិស្សពូកែកំរិតវិទ្យាល័យ

www.highschoolcam.blogspot.com

ឆ្នាំ២០១៣-២០១៤

Ex1: គេឲ្យប្រព័ន្ធមេកានិចដូចរូប។ រ៉កមានម៉ាសអាចចោលបាន, ខ្សែចងមិនយឺត និងមិនគិតម៉ាស។ $m_1 = 2kg; m_3 = 1kg$, មេគុណកកិតដោយរអិល រវាង m_3 ជាមួយប្លង់តុនៅនឹងគឺ $\mu_1 = 0;2$, មេគុណកកិតដោយរអិលរវាង m_2 និង m_3 គឺ $\mu_2 = 0,4$, យក $g = 10m/s^2$ ។ ប្រព័ន្ធត្រូវបានលែងឲ្យមានចលនានៅស្ងៀម។



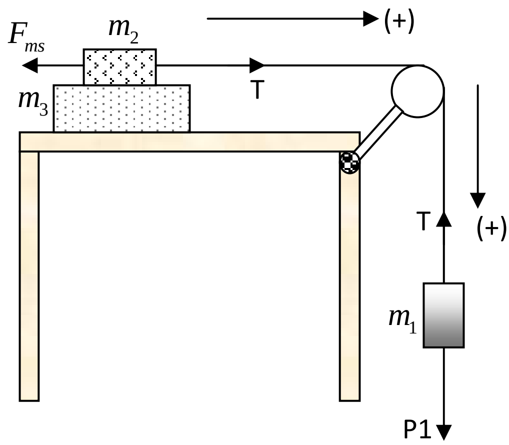
$a)$ កំណត់ m_2 ដើម្បីឲ្យវាមិនរអិលនៅលើ m_3 ពេលប្រព័ន្ធមានចលនា?

$b)$ រក m_2 ដើម្បីឲ្យសំទុះរបស់ m_3 ស្មើនឹងពាក់កណ្ដាលសំទុះរបស់ m_2 ពេលប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី? ពេលនោះ តើសំទុះរបស់ m_2 ស្មើប៉ុន្មាន?

(VNPho 30-4-2012, Grade 10, P2)

សម្រាយ

$a)$ ឧបមាថា m_2 នៅស្ងៀមនៅលើ m_3 ហើយប្រព័ន្ធទាំងមូលផ្លាស់ទីដោយសំទុះ a , ទិសដៅវិជ្ជមានកំណត់ដូចរូប។



+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះប្រព័ន្ធទាំងមូល យើងបាន:

$$(m_1 + m_2 + m_3).a = P_1 - \mu_1(P_2 + P_3)$$

ជំនួសលលេខ យើងបាន:

$$a = \frac{20 - 0,2(10m_2 + 10)}{3 + m_2} = \frac{18 - 2m_2}{3 + m_2} \qquad (1)$$

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះ m_1 យើងបាន:

$$T = m_1 g - m_1 a = 20 - 2a \qquad (2)$$

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះ m_2 យើងបាន:

$$m_2 a = T - F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = T - m_2 a \qquad (3)$$

+ ដោយ m_2 មិនរអិលនៅលើ m_3 យើងបាន:

$$F_{ms} \le \mu_2 m_2 g \Rightarrow F_{ms} \le 4m_2 \qquad (4)$$

ជំនួស $(1);(2);(3)$ ចូល (4) រួចសំរួលទៅ យើងបានវិសមីការ:

$$m_2^2 + 3m_2 - 12 \ge 0$$

$$\Rightarrow \ m_2 \le \frac{-3 - \sqrt{57}}{2}(kg) \text{ (មិនយក)}, \quad m_2 \ge \frac{-3 + \sqrt{57}}{2}(kg) \text{ (យក)}$$

+ ម្យ៉ាងទៀត តាម (1) យើងបាន $a>0$ ពេល $m_2<9(kg)$

សន្និដ្ឋាន: ដូចនេះ ដើម្បីឲ្យ m_2 មិនរអិលនៅលើ m_1 ពេលប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី គឺ:

$$\frac{-3+\sqrt{57}}{2}\le m_2<9$$

$b)$ តាងសំទុះរបស់ m_1 និង m_2 ដោយ $2a$ នោះសំទុះរបស់ m_3 គឺ a ។

តាងកំលាំងកកិតរវាង m_3 ជាមួយនឹងប្លង់តុដោយ F'_{ms} ។ កំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុនីមួយៗ ត្រូវបានគូសដូចរូប។

អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ចំពោះអង្គធាតុនីមួយ យើងបានសមីការខាងក្រោម:

$$m_1g-T=m_1.2a \qquad (5)$$

$$T-F_{ms2}=m_2.2a \qquad (6)$$

$$F_{ms2}-F_{ms1}=m_3.a \qquad (7)$$

ចំពោះ $F_{ms2}=\mu_2m_2g$ និង $F_{ms1}=\mu_1N_1=\mu_1(m_2+m_3).g \qquad (8)$

ជំនួស (8) ចូល (6) និង (7), រួចជំនួសលេខចូល យើងបាន:

$$m_2^2+2m_2-7=0\Rightarrow m_2\approx 1{,}83kg\Rightarrow a_2=2a\approx 3{,}31(\mathrm{m/s^2})$$

Ex2: គេទំលាក់គ្រាប់ឃ្លីដោយសេរីជាបន្តបន្ទាប់ក្នុងចន្លោះពេលស្មើគ្នាៗ ពីលើដំបូលផ្ទះមួយ, ពេលគ្រាប់ឃ្លីទីមួយប៉ះដី គឺគ្រាប់ឃ្លីទីពីរធ្លាក់បានពាក់កណ្ដាលកំពស់ធ្លាក់។ តើពេលនោះដែរ គ្រាប់ឃ្លីទីបីធ្លាក់បានប៉ុន្មានភាគនៃកំពស់ធ្លាក់? តើគ្រាប់ឃ្លីចំនួនប៉ុន្មាន ដែលគេបានទំលាក់ រហូតដល់ពេលគ្រាប់ឃ្លីទីមួយប៉ះដី? គេឲ្យ $g=10m/s^2$ ។

(VNPho 30-4-2012, Grade 10, P1)

<u>សម្រាយ</u>

រយៈពេលធ្លាក់របស់ឃ្លីមួយគ្រាប់ រហូតប៉ះដី: $t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

រយៈពេលដែលគ្រាប់ឃ្លីធ្លាក់បានពាក់កណ្ដាលកំពស់ធ្លាក់: $t_2=\sqrt{\frac{h}{g}}$

ចន្លោះពេលរវាងគ្រាប់ឃ្លីពីរត្រូវបានទំលាក់: $\Delta t=t_1-t_2=(\sqrt{2}-1)\sqrt{\frac{h}{g}}$

រយៈពេលដែលគ្រាប់ឃ្លីទីបីបានធ្លាក់: $t_3=t_2-\Delta t=2t_2-t_1=(2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}}$

កំពស់ធ្លាក់របស់គ្រាប់ឃ្លីទីបី ក្នុងពេលដែលគ្រាប់ឃ្លីទីមួយប៉ះដី:

$$h_3=\frac{1}{2}gt_3^2=\frac{g}{3}.\frac{h}{g}.(2-\sqrt{2})^2=h(3-2\sqrt{2})$$

យើងបាន: $n=\dfrac{t}{\Delta t}=\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{h}{g}}}{(\sqrt{2}-1)\sqrt{\dfrac{h}{g}}}\approx 3,4$

ដូចនេះ គេទំលាក់បានឃ្លី 4 គ្រាប់។

Ex3: មនុស្សម្នាក់ជិះម៉ូតូពី A ទៅ B នៅចំងាយពីគ្នា $400m$ ។ ពាក់កណ្តាលផ្លូវដំបូង, ម៉ូតូជិះនៅលើផ្លូវកៅស៊ូដោយល្បឿនមិនប្រែប្រួល V_1, ពាក់កណ្តាលផ្លូវចុងក្រោយ ម៉ូតូជិះនៅលើផ្លូវខ្សាច់ នាំឲ្យល្បឿនវាថយចុះនៅត្រឹម $V_2=\dfrac{V_1}{2}$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿន V_1, V_2 ដើម្បីឲ្យ ក្នុងពេល 1 នាទីក្រោយមកគាត់ជិះទៅដល់ចំនុច B ។

សម្រាយ

រយៈពេលម៉ូតូផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវកៅស៊ូ:

$$t_1=\frac{S}{2V_1}\quad (S=AB)$$

រយៈពេលម៉ូតូផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវខ្សាច់:

$$t_2=\frac{S}{2V_2}=\frac{S}{2\frac{V_1}{2}}=\frac{S}{V_1}$$

លក្ខខណ្ឌលំហាត់: $t_1+t_2=t=1$ នាទី $=60$ វិនាទី

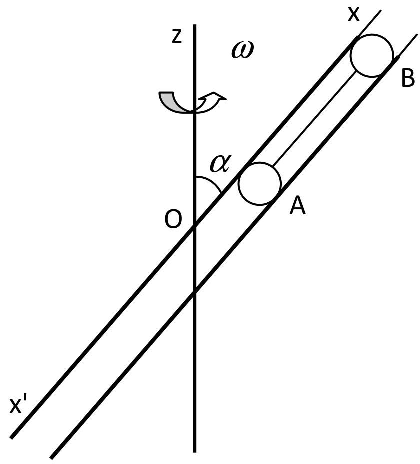
គឺថា $\quad \dfrac{S}{2V_1}+\dfrac{S}{V_1}=60$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{S+2S}{2V_1}=\dfrac{3S}{2V_1}=60$

$\Leftrightarrow \quad V_1=\dfrac{3S}{2.60}=\dfrac{3.400}{2.60}=10m/s$

ដូចនេះ $V_1=10m/s$ និង $V_2=5m/s$

Ex4: បំពង់ទុយោ $x'x$ មួយ មានអង្កត់ផ្ចិតតូច ត្រូវបានគេភ្ជាប់ឲ្យនៅនឹងថ្កល់ ជាមួយអ័ក្សឈរ Oz ត្រង់ចំនុច O។ បំពង់ផ្គុំជាមួយអ័ក្ស Oz បានមុំ α ដូចរូប។ អ័ក្ស Oz វិលដោយល្បឿនមុំ ω។ ក្នុងបំពង់មានគ្រាប់ឃ្លីតូចពី A និង B ដែលមានម៉ាសរៀងគ្នាគឺ M និង m, ភ្ជាប់គ្នាដោយរបាររឹង, ស្រាល និងមានប្រវែង l។ ឃ្លីទាំងពីរអាចរអិលដោយគ្មានកកិតក្នុងបំពង់។ ក្នុងពេលវិល A និង B តែងស្ថិតនៅខាងលើ O ជានិច្ច។



$a)$ តាង $x = OB$, គណនា x ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង

$b)$ រកលក្ខខណ្ឌរបស់ ω ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធមានលំនឹង

$c)$ លំនឹងរបស់ប្រព័ន្ធជាលំនឹងស៊ប់ រឺមិនស៊ប់? ចូរបកស្រាយ។

(VNPho 30-4-2012, Grade 10, P3)

សម្រាយ

$a)$ ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង:

ជ្រើសយកតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងបំពង់ទុយោវិល។

យើងឃើញថា ប្រព័ន្ធរងអំពើនៃកំលាំង:

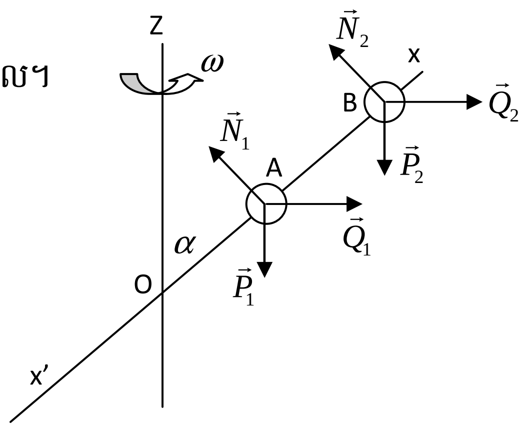
\+ ទំងន់ $\vec{P_1}$ និង $\vec{P_2}$

\+ កំលាំងនិចលភាពចាកផ្ចិត $\vec{Q_1}$ និង $\vec{Q_2}$

\+ កំលាំប្រតិកម្ម $\vec{N_1}$ និង $\vec{N_2}$

ដែល $Q_1 = M\omega^2(x-l)\sin\alpha$

$Q_2 = m\omega^2 x\sin\alpha$



ចំនោលកំលាំងទាំងអស់ទៅលើអ័ក្ស xx' ហើយតាងផលបូកបណ្តាចំនោលកែងដែលមានទិសដៅពី B ទៅ A ដោយ F_1 និងតាងផលបូកបណ្តាចំនោលកែងដែលមានទិសដៅពី A ទៅ B ដោយ F_2, យើងបាន:

$$F_1 = Mg\cos\alpha + mg\cos\alpha = (M+m)g\cos\alpha \qquad (1)$$

$$F_2 = M\omega^2(x-l)\sin^2\alpha + m\omega^2 x\sin^2\alpha = [M(x-l)+mx]\omega^2\sin^2\alpha \qquad (2)$$

លក្ខខណ្ឌលំនឹង: $F_1 = F_2$

តាម (1) និង (2) ទាញបាន: $$x = \frac{Ml}{M+m} + \frac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha} \qquad (3)$$

$b)$ លក្ខខណ្ឌរបស់ ω ដើម្បីឲ្យមានលំនឹង:

ត្រូវមាន: $x > l$

តាម (3) ទាញបាន: $\omega < \dfrac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\dfrac{(M+m)g\cos\alpha}{ml}}$ នាំឲ្យ $\omega < \omega_0$

$c)$ លក្ខណៈនៃលំនឹង:

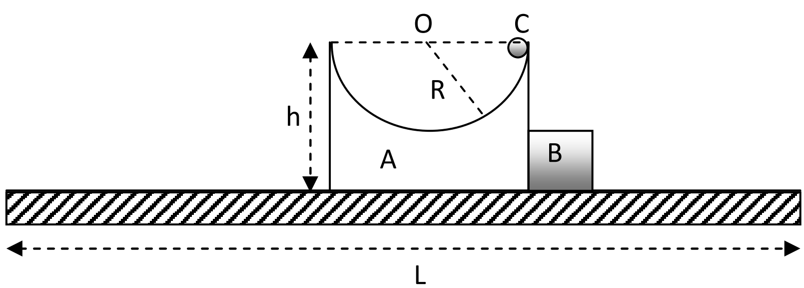
បើក្រោយមក $\omega > \omega_0$ នាំឲ្យ F_2 កើនឡើង, F_1 នៅតែមិនប្រែប្រួល នោះ A, B នឹងផ្លាស់ទីទៅរក x។ ដូចនេះ លំនឹងនេះជាលំនឹងមិនស៊ប់។

Ex5: នៅលើប្លង់តុរលោងរាបស្មើ មានប្រវែង L, មានដាក់វត្ថុពីរ A និង B ប៉ះគ្នា។ ផ្ទៃខាងលើរបស់ A គឺជាទរបង្គូរដែលមានរាងជាកន្លះរង្វង់កាំ R $(R << L)$, កំពស់របស់កំពូលទរបង្គូរធៀបនឹងប្លង់តុគឺ h។ វត្ថុ C តូចមួយ រអិលដោយគ្មានល្បឿនដើមពីចំនុចខ្ពស់បំផុតរបស់ទរបង្គូរ ចុះទៅក្រោម(មើលរូប)។ ម៉ាសរបស់ $A;B;C$ សុទ្ធតែស្មើនឹង m។ ដឹងថា ពីដំបូង A ស្ថិតនៅចំកណ្ដាលប្លង់តុ ហើយក្នុងចលនាផ្លាស់ទី A និង C ប៉ះគ្នាជានិច្ច។ មិនគិតកកិតនៅត្រង់ផ្ទៃប៉ះទាំងអស់។ សួរថា:

$a)$ ពេល A និង B ទើបដាច់ចេញពីគ្នា តើល្បឿនរបស់ B ស្មើប៉ុន្មាន? ដឹងថាពេលនោះវត្ថុ B មិនទាន់ធ្លាក់ចេញពីប្លង់តុទេ។

$b)$ ក្រោយពេល A និង B ដាច់ចេញពីគ្នា តើកំពស់អតិបរមារបស់ C ធៀបនឹងប្លង់តុស្មើប៉ុន្មាន?

$c)$ វត្ថុ A ធ្លាក់ទៅដី ពីខាងឆ្វេង រឺខាងស្តាំតែមតុ? គណនារយៈពេលគិតចាប់ពីវត្ថុ A ដាច់ចេញពីវត្ថុ B រហូតដល់ពេលវាធ្លាក់ទៅដី។ ចាត់ទុកថាវិមាត្ររបស់ A អាចចោលបានបើធៀបនឹងប្រវែង L របស់ប្លង់តុ។



សម្រាយ

$a)$ ពេល C ត្រូវបានលែង, កំលាំងប្រតិកម្មរបស់ C មានអំពើធ្វើឲ្យវត្ថុ $A; B$ ផ្លាស់ទីប៉ះគ្នា $(v_A = v_B)$, ពេល C ទៅដល់ចំនុចទាបបំផុតរបស់រង្វង់, C បន្តផ្លាស់ទីទៅខាងឆ្វេង, កំលាំងប្រតិកម្មរបស់ C មានអំពើធ្វើឲ្យអង្គធាតុ A ផ្លាស់ទីយឺតទៅៗ។ ដូចនេះ យើងអាចមើលឃើញថា

វត្ថុ $A; B$ នឹងដាច់ចេញពីគ្នាពេល C ឆ្លងកាត់ចំនុចទាបបំផុតរបស់រង្វង់។

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនានៃប្រព័ន្ធ តាមទិសដេក:

$$0 = -mv_C + 2mv_B \rightarrow v_C = 2mv_B \qquad (1)$$

ច្បាប់រក្សាថាមពល: $mgR = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 \quad (2)$

តាម (1) និង (2) យើងបាន: $v_B = \frac{1}{3}\sqrt{3gR} \quad (3)$

$b)$ ពេល A និង B ដាច់ចេញពីគ្នា, នោះវត្ថុ C បន្តរអិលនៅលើរង្វង់របស់ A, ពេលវានោះឡើងដល់កំពស់អតិបរមា នោះវានឹងមានល្បឿនដូចគ្នានឹង A ។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនាតាមទិសដេក ចំពោះ A និង C ក្នុងចលនានេះ យើងបាន:

$$mv_A - mv_C = mv \Rightarrow v = -\frac{v_A}{2} \qquad (4)$$

និងច្បាប់រក្សាថាមពល: $\frac{1}{2}mv_C^2 + v_A^2 + mg(h-R) = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_{\max} \quad (5)$

ជំនួសបណ្ដាតំលៃនៅ (3) និង (4) ចូល (5), យើងរកបាន: $h_{\max} = h - \frac{R}{4}$

$c)$ ពេល C ទៅដល់ចំនុចទាបបំផុតនៃរង្វង់, វាមានល្បឿនស្មើនឹង $v_C = 2v_A$ ហើយមានទិសដៅទៅខាងឆ្វេង, ល្បឿនរបស់ទីប្រជុំទំងន់នៃប្រព័ន្ធ $(A;C)$ គឺ:

$$2mv_{kt} = 2v_C + mv_A \Rightarrow v_{kt} = -\frac{v_A}{2}$$

ដោយមិនមានកកិត នោះក្រោយពេល A ដាច់ចេញពី B គឺទីប្រជុំទំងន់របស់ប្រព័ន្ធ A និង C ផ្លាស់ទីត្រង់ស្មើទៅខាងឆ្វេងដោយល្បឿន $v_{kt} = \frac{v_A}{2}$

រយៈពេលរអិលដល់គែមតុ: $t = \frac{\frac{L}{2}}{v_{kt}} = \frac{\frac{L}{2}}{\frac{v_A}{2}} = \frac{L\sqrt{3}}{\sqrt{gR}}$ ។

Ex6: ចំនុចរូបធាតុមួយ ផ្លាស់ទីពី A ទៅ B នៅចំងាយ s ពី A ។ ឲ្យតែផ្លាស់ទីបាន 3 វិនាទី នោះចំនុចរូបធាតុឈប់ 1 វិនាទី។ ក្នុងពេល 3 វិនាទីដំបូង ចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0 = 5m/s$ ។ ក្នុងចន្លោះពេល 3 វិនាទីបន្តបន្ទាប់ទៀត ចំនចរូបធាតុផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $2v_0$, $3v_0, ..., nv_0$ ។ គណនាល្បឿនមធ្យមរបស់ចំនុចរូបធាតុ នៅលើចំងាយចរ AB ក្នុងករណី:

$a)$ $s = 315m$

$b)$ $s = 325m$ ។

សម្រាយ

តាង $t_1 = 3(s)$

តាងចំងាយចរដែលចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីបានក្រោយពេល $nt_1(n>1)$ វិនាទីដោយ s:

$$s = s_1 + s_2 + ... + s_n$$

ក្នុងនោះ s_1 ជាចំងាយចរដែលចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីបានក្នុង 3 វិនាទីដំបូង។

$s_2, s_3, ..., s_n$ ជាចំងាយចរដែលចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីបានក្នុងបណ្តាចន្លោះពេល 3 វិនាទីបន្តបន្ទាត់មកទៀត។ ទាញបាន:

$$s = v_0 t_1 + 2v_0 t_1 + ... + nv_0 t_1 = v_0 t_1 (1+2+...+n)$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2} v_0 t_1 = 7,5n(n+1) \ \ (m)$$

$a)$ ពេល $s = 315m \Rightarrow 7,5n(n+1) = 315 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=6 \\ n=-7 \end{array}\right.$ (មិនយកតម្លៃ $n=-7$)

រយៈពេលផ្លាស់ទី: $t = nt_1 + n - 1 = 23 \ \ (s)$

ល្បឿនមធ្យម: $\overline{v} = \frac{s}{t} = \frac{315}{23} = 13,7 \ \ (m/s)$

$b)$ ពេល $s = 325\,m$:

រយៈពេលផ្លាស់ទី 315 ម៉ែត្រដំបូងស្មើនឹង 23 វិនាទី

រយៈពេលផ្លាស់ទី 10 ចុងក្រោយគឺ $\Delta t = \frac{10}{v_{n+1}} = \frac{10}{7,5} = 0,29 \ \ (s)$

ល្បឿនមធ្យម: $\overline{v} = \frac{325}{23+0,29+1} = 13,38 \ \ (m/s)$

Ex7: នៅលើប្លង់តុដេកមួយ, មានរបារបីប្រវែងស្មើគ្នា ដេកត្រួតលើគ្នា (មើលរូប)។ ម៉ាសរបារនីមួយៗស្មើនឹង m ។ របារទាំងបីត្រូវបានលាបខ្លាញ់រំអិល។ ពេលផ្លាស់ទី កំលាំងកកិតរវាងរបារទាំងបី, ក៏ដូចជារវាងរបារខាងក្រោមបំផុតជាមួយនឹងប្លង់តុ សមាមាត្រនឹងល្បឿនធៀប: $\vec{F} = -k\vec{v}_{td}$ ។ ដំបូងរបារទាំងបីនៅស្ងៀម, ក្រោយមករបារខាងលើបំផុត ត្រូវបានផ្តល់ល្បឿន $\vec{v}_0$ តាមទិសដេក។ កំណត់កំរិតផ្លាស់ទីធៀបរបស់របារទាំងបី ក្រោយពេលឈប់មានចលនា។

សម្រាយ

ពិនិត្យប្រព័ន្ធដែលមាន n របារដូចប្រធានលំហាត់ ($n=1;2;3$) តាមលំដាប់ពីលើចុះក្រោម កំលាំងដែលមានអំពើ ធ្វើឲ្យប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី គឺជាកំលាំងកកិតមានចំនោលកែងលើអ័ក្ស Ox:

$$F_n = -k(v_n - v_{n+1})$$

v_n និង v_{n+1} ជាល្បឿនរបស់បណ្តារបារនៅក្នុងតំរុយនៃបន្ទប់ពិសោធន៍

ពេលនោះ, នៅក្នុងកំរិតផ្លាស់ទីខ្លីៗនីមួយៗ, យើងអនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន:

$$\Delta p_{nx} = -k(v_n - v_{n+1})\Delta t = -k(\Delta x_n - \Delta x_{n+1}) = -k\Delta x_{ntd}$$

ចំពោះ Δp_{nx} : ជាបម្រែបម្រួលបរិមាណចលនារបស់របារ (?)

$\Delta x_n - \Delta x_{n+1}$: កំរិតផ្លាស់ទីរបស់របារទាំងបី (ក្នុងតំរុយក្នុងបន្ទប់ពិសោធន៍)

$\Delta x_{ntd} = \Delta x_n - \Delta x_{n+1}$: កំរិតផ្លាស់ទីរបស់របារទី n ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងរបារទី $n+1$

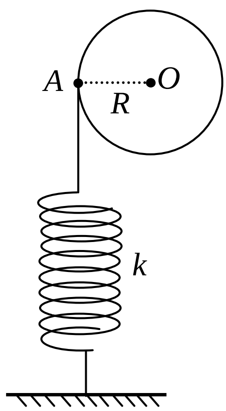
ដោយមានកកិត នោះពេលឈប់មានចលនា, យើងបាន:

$$\sum \Delta p_{nx} = -k\sum \Delta x_{ntd} \Rightarrow 0 - mv_0 = -kL_{ntd}$$

ដែល $L_{ntd} = \sum \Delta x_{ntd}$: កំរិតផ្លាស់ទីធៀបរបស់របារទី n ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងរបារទី $n+1$ ក្នុងរយៈពេលផ្លាស់ទី

កំរិតផ្លាស់ទីធៀបរបស់បណ្តារបារគឺដូចគ្នា។ ក្រោយពេលឈប់ស្ងៀម, ប្រព័ន្ធមានរាងដូចជាកាំជណ្តើរ ដែល "ជំហានរបស់កាំជណ្តើរ" គឺ: $L_{ntd} = \dfrac{mv_0}{k}$ ។

Ex8: ថាសស្មើសាច់មួយ, មានម៉ាស m, កាំ R, អាចវិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយស្ថិតក្នុងទិសដេកកាត់តាមផ្ចិត O របស់ថាស (មើលរូប)។ រ៉ឺស័រមានថេរកំរាញ k, ចុងម្ខាងនៅនឹង, ចុងម្ខាងទៀតភ្ជាប់ទៅនឹងចំនុច A របស់គែមថាស។ ពេល OA ស្ថិតក្នុងទិសដេក គឺរ៉ឺស័រមានប្រវែងដើម។



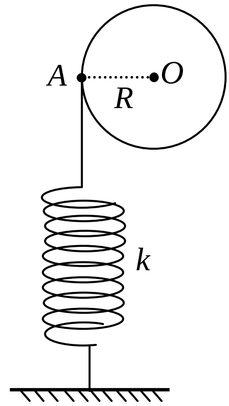
បង្វិលថាសឲ្យបានមុំតូច α_0 រួចលែងដោយថ្នមៗ។ ចាត់ទុកថារ៉ឺស័រតែងមានទិសឈរ ហើយម៉ាសរបស់វាអាចចោលបាន។

a. មិនគិតគ្រប់កំលាំងកកិត។ គណនាខួបលំយោលរបស់ថាស។

b. ការពិត តែងមានកំលាំងទប់របស់ខ្យល់ និងកំលាំងកកិតត្រង់អ័ក្សរង្វិល។ ចាត់ទុកម៉ូម៉ង់ទប់ M_C មានកន្សោម $M_C = \dfrac{kR^2}{200}$ ។

គណនាចំនួនលំយោលរបស់ថាស ក្នុងករណី $\alpha_0 = 0,1rad$ ។

សម្រាយ



a. បង្វិលថាសឲ្យបានមុំតូច α, A ផ្លាស់ទីបានអង្កត់ប្រវែង $R\alpha$

A រងអំពើរបស់កំលាំង $kR\alpha$ ដោយសាររ៉ឺស័រត្រូវប្តូរទ្រង់ទ្រាយ

* ថាសរងអំពើរបស់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងបង្វិល $M = -kR^2\alpha$ (1)

(សញ្ញា$(-)$ព្រោះ M មានទិសដៅផ្ទុយពីទិសដៅរបស់ α)

* ថាសស្មើសាច់, កាំ R មានម៉ូម៉ង់និចលភាព $I = \dfrac{mR^2}{2}$ (2)

* សំទុះមុំ $\gamma = \dfrac{d^2\alpha}{dt^2}$ (3)

* សមីការចលនារបស់អង្គធាតុរឹងវិលជុំវិញអ័ក្ស: $M = I\gamma$ (4)

យក $(1),(2),(3)$ ជំនួសចូល (4) យើងបាន:

$$\frac{1}{2}m\alpha'' + k\alpha = 0 \text{ រឺ } \alpha'' + \frac{2k}{m}\alpha = 0$$

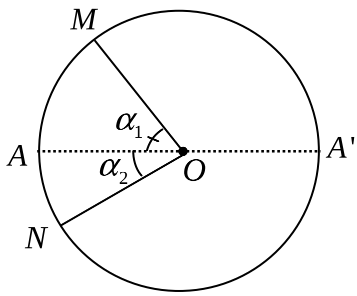
ប្រេកង់មុំ: $\omega = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$ ហើយ ខួប: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

b. ពិនិត្យមើលអង្កត់ OA ឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹងក្នុងមួយលើក

តាង α_1, α_2 ជាអំព្លីទុតនៅសងខាងបន្ទាត់ស្ថិតក្នុងទិសដេក

បម្រែបម្រួលថាមពលមេកានិចរបស់ប្រព័ន្ធគឺ:

$$\Delta W = \frac{1}{2}kR^2(\alpha_2^2 - \alpha_1^2)$$



កម្មន្តរបស់ម៉ូម៉ង់ទប់:

$$A_C = -M_C(\alpha_1 + \alpha) = -\frac{kR^2}{200}(\alpha_1 + \alpha_2)$$

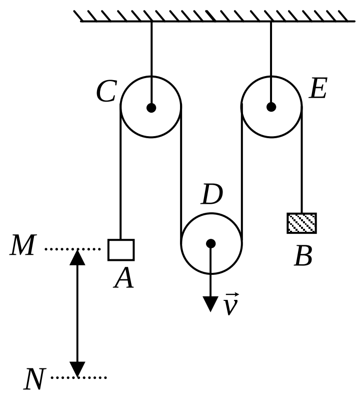
តាមទ្រឹស្តីបទបម្រែបម្រួលថាមពលមេកានិច:

$$\Delta W = A_C \to \alpha_1 - \alpha_2 = \frac{1}{100}$$

ចំនួនលំយោល: $n = \dfrac{\alpha_0}{2(\alpha_1 - \alpha_2)} = 5$

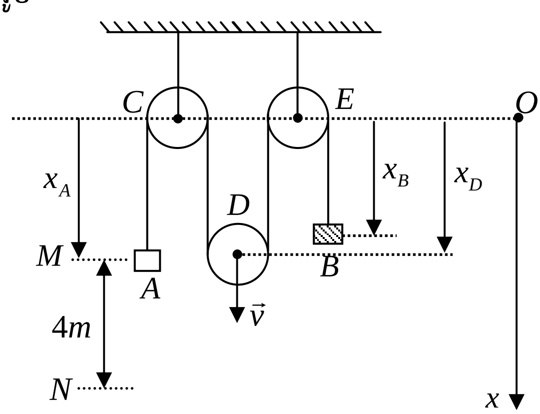
Ex9: គេឲ្យប្រព័ន្ធដូចរូប។ D ជារ៉កចល័ត តែងត្រូវបាន ទាញចុះក្រោមដោយល្បឿនថេរ $2m/s$ ។ C និង E ជារ៉ក នឹងពីរ។ ពេល $t=0$, អង្គធាតុ A ចាប់ផ្តើមផ្លាស់ទីពីទីតាំង M $(v_0=0)$ ដោយសំទុះថេរ។ ពេលទៅដល់ N $(MN=4m)$, A មានល្បឿន $8m/s$ ។ ចាត់ទុកថារ៉កស្រាលមិនគិតម៉ាស, ខ្សែមិនយឺត។

រកបំរែបំរួលកំពស់របស់ B, ល្បឿននិងសំទុះរបស់ B ។



សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយដូចរូប



$+$ ពិនិត្យដុំ A: $v^2 = 2.a_A.MN \;\Rightarrow\; a_A = \dfrac{v^2}{2.MN} = 8m/s^2$

$$v = a_A.t \;\Rightarrow\; t = \frac{v}{a_A} = 1s$$

$+$ ពិនិត្យរ៉ក D (ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្មើ): $S_D = v.t = 2m$ (*)

$+$ ពិនិត្យដុំ B: ដោយខ្សែមិនយឺត, តាមរូបយើងបាន: $x_A + 2x_D + x_B = const$ (1)

ក្រោយរយៈពេល $\Delta t = 1s$: $\Delta x_A + 2\Delta x_D + \Delta x_B = 0$

តាមបំរាប់ $\Delta x_A = 4m$, តាម (*) $\Delta x_D = 2m$

$$(1) \;\Rightarrow\; 4 + 2.2 + \Delta x_B = 0 \;\Rightarrow\; \Delta x_B = -8m$$

ដូចនេះ ចេញពីទីតាំងដើម B ផ្លាស់ទីទៅលើបាន $8m$

ចែកអង្គទាំងពីរនៃ (1) នឹង Δt តូចបំផុត: $v_A + 2v_D + v_B = 0$ (2)

ជំនួស $v_A = 8m/s$ និង $v_D = 2m/s$ ចូល (2) $\Rightarrow v_B = -12m/s$ (B ផ្លាស់ទីទៅលើ)

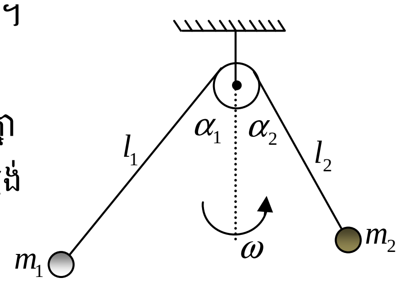
ចែកអង្គទាំងពីរនៃ (2) នឹង Δt តូចបំផុត: $a_A + 2a_D + a_B = 0$

ជំនួស $a_A = 8m/s^2$ និង $a_D = 0$ (D ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្មើ)

$\Rightarrow$ $a_B = -8m/s^2$ (B ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្ទុះស្មើឡើងទៅលើ)

សរុបមក យើងបាន: $\Delta x_B = -8m, v_B = -12m/s, a_B = -8m/s^2$, សញ្ញា $(-)$ បញ្ជាក់ពីទិសដៅរបស់អង្គធាតុ B ដែលផ្លាស់ទីផ្ទុយពីទិសដៅសន្មត។

Ex10: ស្វៃពីរមានម៉ាស $m_1 = 150g$ និង $m_2 = 200g$ ភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែស្រាលមិនយឺត មានប្រវែង $l = 1m$។ ខ្សែត្រូវបានថ្លក់កាត់តាមរ៉កស្រាលដូចរូប។ គេបង្វិលទំរព្យួររ៉ក ជុំវិញអ័ក្សឈរត្រង់ដោយល្បឿនមុំមិនប្រែប្រួល $\omega = 6rad/s$។ ស្វៃទាំងពីរត្រូវបានផ្តាច់ចេញពីគ្នា (មិនដាច់ចេញពីខ្សែទេ) ហើយធ្វើចលនាវង់នៅលើបណ្តាប្លង់ដេក។ យក $g = 10m/s^2$។ គណនា:



a). ប្រវែងអង្កត់ខ្សែ l_1, l_2។

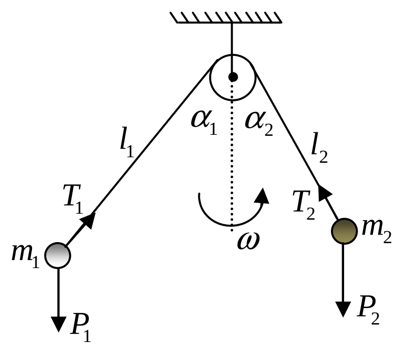
b). កាំគន្លងរបស់ស្វៃទាំងពីរ។

សម្រាយ

a. អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុនីមួយៗ:

$$\begin{cases}\vec{P} + \vec{T} = m_1\vec{a_1} \\ \vec{P_2} + \vec{T} = m_2\vec{a_2}\end{cases} \quad (1)$$

ដែល $T_1 = T_2 = T$



ចំនោល (1) លើទិសឈរ:

$$\begin{cases}T\cos\alpha_1 - P_1 = 0 \\ T\cos\alpha_2 - P_2 = 0\end{cases} \quad (2)$$

ចំនោល (1) លើទិសដេក:

$$\begin{cases}T\sin\alpha_1 = m_1\omega^2 R_1 = m_1\omega^2 l_1 \sin\alpha_1 \\ T\sin\alpha_2 = m_2\omega^2 R_2 = m_2\omega^2(l - l_1)\sin\alpha_2\end{cases} \quad (3)$$

តាមប្រព័ន្ធ (3) យើងរកបាន $l_1 \approx 0,571m$ និង $l_2 = 0,429m$។

ទាញបានកំលាំងតំនឹង $T \approx 3,086N$។

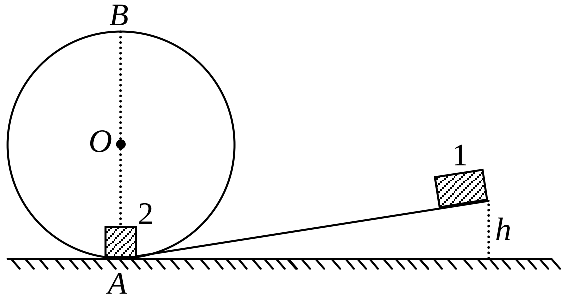
b. តាមប្រព័ន្ធ (2) យើងរកបានបណ្តាមុំ α:

$\cos\alpha_1 = m_1 g / T = 0,486 \Rightarrow \alpha_1 \approx 60^0 55'$

$\cos\alpha_2 = m_2 g / T = 0,648 \Rightarrow \alpha_2 \approx 49^0 36'$

បណ្តាកាំ: $R_1 = l_1 \sin\alpha_1 \approx 0,499m$ និង $R_2 = l_2 \sin\alpha_2 = 0,327m$ ។

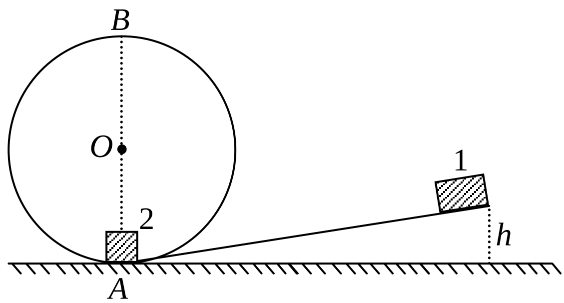
Ex11: ក្នុងប្លង់ឈរត្រង់, ទររាងជាប្លង់ទេមួយត្រូវបានភ្ជាប់ជាមួយនឹងទររាងជារង្វង់នៅត្រង់ចំនុចប៉ះ A របស់ទររាងជារង្វង់ទៅនឹងប្លង់ដេកដូចរូប។ នៅកំពស់ h លើទររាងជាប្លង់ទេ មានវត្ថុទី១ (ម៉ាស $m_1 = 2m$), នៅត្រង់ចំនុច A មានវត្ថុទី២ (ម៉ាស $m_2 = m$)។ វត្ថុទាំងពីរអាចរអិលដោយគ្មានកកិតនៅលើទរ។ គេលែងដោយថ្នមៗ ឲ្យវត្ថុទី១រអិលទៅទង្គិចនឹងវត្ថុទី២។ ទង្គិចនេះ គឺជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។



a). ចំពោះ $h < \frac{R}{2}$ (R ជាកាំរបស់ទររាងជារង្វង់), វត្ថុទាំងពីរផ្លាស់ទីដូចម្តេចក្រោយពេលទង្គិច? គណនាបណ្តាកំពស់អតិបរមា h_1 និង h_2 ដែលវត្ថុទាំងពីរអាចឡើងដល់ក្រោយពេលទង្គិច។

b). គណនាតម្លៃអប្បរមា $h_{\min}$ របស់ h ដើម្បីឲ្យ ក្រោយពេលទង្គិច វត្ថុទាំងពីរអាចផ្លាស់ទីបានពេញគន្លងទររាងជារង្វង់ដោយមិនធ្លាក់ចេញពីទរ។

សម្រាយ



a. អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច យើងឃើញថា: ពេលទើបទៅដល់ A អង្គធាតុ1មានល្បឿន:

$$\frac{1}{2}.2mv^2 = 2mgh$$

$v = \sqrt{2gh}$, ទង្គិចខ្ទាតនឹងអង្គធាតុ 2

+ តាង v_1 និង v_2 រៀងគ្នាល្បឿនរបស់អង្គធាតុ1 និងអង្គធាតុ 2 ក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច យើងបាន:

$$2mv = 2mv_1 + mv_2 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}2mv^2 = \frac{1}{2}2mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad (2)$$

+ តាម (1) & (2) ទាញបាន $v_2 = 4v/3$ និង $v_1 = v/3$

យើងឃើញថា v_1 និង v_2 មានសញ្ញាដូចគ្នាទៅនឹង v នោះក្រោយពេលទង្គិច អង្គធាតុទាំងពីរបន្តផ្លាស់ទីតាមទិសដៅដំបូងរបស់អង្គធាតុ1។

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចចំពោះអង្គធាតុនីមួយៗ, យើងរកបានបណ្ដាកំពស់ h_1 និង h_2 ដែលពួកវាឡើងទៅដល់:

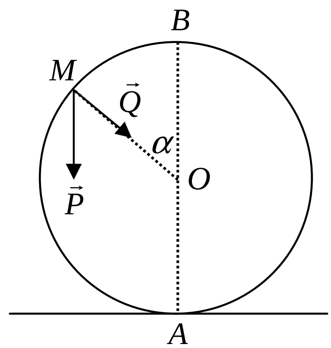
$$\frac{2mv_1^2}{2} = 2mgh_1 \Rightarrow h_2 = \frac{h}{9}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{16h}{9}$$

ដោយ $h < \frac{R}{2}$ នាំឲ្យ $h_1 < \frac{R}{18}(< R)$ ហើយ $h_2 < \frac{8R}{9}(< R)$ ។ មានន័យថា អង្គធាតុទាំងពីរនៅជាប់នឹងទរនៅឡើយ។

b. តាង α ជាមុំរវាងកាំ OB និងកាំ OM ភ្ជាប់ពី O ទៅអង្គធាតុទាំងពីរ(ដូចរូប)

+ អង្គធាតុ 2 រងអំពើនៃទំងន់ $\vec{P}$ និងកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{Q}$ របស់ទរ, ព្រោះវាសង្កត់លើទរ។



+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ហើយចំនោលសមីការវិចទ័រលើកាំ OM :

$$mg\cos\alpha + Q = \frac{mv^2}{R}$$

ចំពោះ v ជាល្បឿនរបស់អង្គធាតុ 2 ត្រង់ M

ទាញបាន $Q = \frac{mv^2}{R} - mg\cos\alpha \qquad (3)$

+ អង្គធាតុ 2 នៅជាប់នឹងទរបើ $Q \geq 0$

+ អង្គធាតុ 2 កាន់តែផ្លាស់ទីទៅលើនោះ v កាន់តែថយចុះ ហើយជាងនេះទៀតគឺ $mg\cos\alpha$ កើន (ព្រោះ α ថយចុះ), ដូចនោះ Q ថយចុះបន្តិចម្ដងៗ និងមានតំលៃតូចអប្បរមាពេល $\alpha = 0$ (ត្រូវគ្នានឹងចំនុច B)

ពេលនោះ: $Q_B = \frac{mv_B^2}{R} - mg \qquad (3)$

+ បើ $Q_B \geq 0$ នោះអង្គធាតុ 2 នៅតែជាប់នៅត្រង់ B ហើយវានឹងនៅជាប់ត្រង់គ្រប់ចំនុចផ្សេងទៀតរបស់ទររាងជារង្វង់នោះ។

+ តាម (4) ទាញបាន យើងត្រូវមាន $v_B^2 \geq Rg$

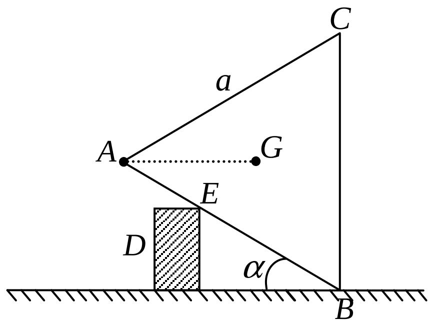
+ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច យើងបាន:

$$v_2^2 = v_B^2 + 2g.2R \text{ , ទាញបាន } v_2^2 \geq 5gR$$

+ តាមលទ្ធផលនៅសំនួរ a. នោះ $v_2^2 = \frac{16}{9}v^2 = \frac{32}{9}gh \geq 5gR$

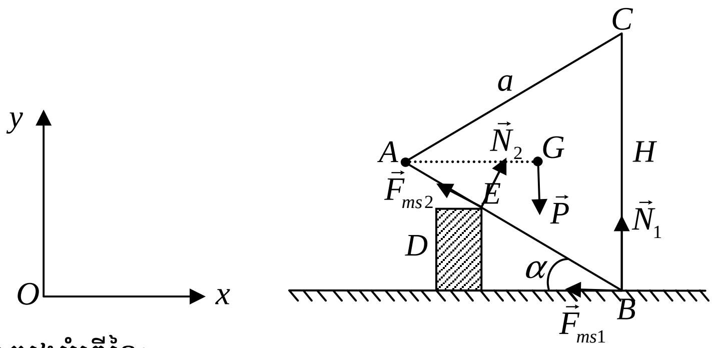
ដូចនេះ: $h_{\min} = \frac{45}{32}R$

Ex12: អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $10kg$ មានរាងជាព្រីសស្មើសាច់ មានមុខកាត់ជាត្រីកោណសម័ង្ស ABC មានជ្រុង $a=60cm$ ។ អង្គធាតុត្រូវបានដាក់គងពីលើទំរនឹង D យ៉ាងណាឲ្យមុខ BC ឈរត្រង់, មុខ AB ប៉ះនឹងទំរត្រង់ E , ដែល $EB=40cm$ ។ ចាត់ទុកថាមេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុជាមួយទំរ និងរវាងអង្គធាតុជាមួយកំរាលគឺដូចគ្នា។



ដឹងថាប្រព័ន្ធមានលំនឹង, រកមេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុនឹងកំរាល។

សម្រាយ



អង្គធាតុរងអំពើនែះ:

+ ទំងន់ $\vec{P}$

+ កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}_1$, កំលាំងកកិត $\vec{F}_{ms1}$ របស់កំរាល

+ កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}_2$, កំលាំងកកិត $\vec{F}_{ms2}$ របស់ទំរ

តាមលក្ខខណ្ឌលំនឹងរបស់អង្គធាតុ: $\vec{N}_1+\vec{N}_2+\vec{F}_{ms1}+\vec{F}_{ms2}+\vec{P}=0 \qquad (1)$

ចំនោល (1) ទៅលើតំរុយ $Oxy : Oy$ ឈរត្រង់, Ox ដេក

ចំនោល (1) លើអ័ក្ស Ox និង Oy : $\begin{cases} N_1+N_2\cos 30^0+F_{ms2}\sin 30^0-P=0 & (2)\\ N_2\sin 30^0-F_{ms2}\cos 30^0-F_{ms1}=0 & (3)\end{cases}$

លក្ខខណ្ឌលំនឹងទូទៅរបស់អ័ក្សរង្វិលត្រង់ B: $\quad N_2.BE-P.GH=0 \qquad (4)$

ចំពោះ $GH=\dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow N_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}P$ ។ ជំនួស $N_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}P$ ចូល (2) និង (3) , យើងបាន:

$$\begin{cases} N_1+\dfrac{F_{ms2}}{2}-\dfrac{5P}{8}=0 \Rightarrow F_{ms2}=\dfrac{5P}{3}-2N_1\\ \dfrac{\sqrt{3}}{8}P-\dfrac{\sqrt{3}}{2}F_{ms2}-F_{ms1}=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\ \frac{\sqrt{3}}{8}P-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{5P}{3}-2N_1\right)-F_{ms1}=0\ \Rightarrow\ \frac{-\sqrt{3}P}{2}+\sqrt{3}N_1-F_{ms1}=0$$

$$\Rightarrow\ F_{ms1}=-\frac{\sqrt{3}P}{2}+\sqrt{3}N_1\le\mu N_1$$

$\Rightarrow$ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមិនរអិល: $\mu\ge\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{P}{N_1}$

$\Rightarrow$ ពេលកើតមានការរអិល: $\begin{cases}F_{ms2}=\mu N_2=\frac{\sqrt{3}\mu}{3}P\Rightarrow N_1=\frac{5P}{8}-\frac{\sqrt{3}\mu P}{8}\\ F_{ms1}=\mu N_1\end{cases}$

$$\Rightarrow\ \mu\ge\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\frac{1}{8}\left(5-\mu\sqrt{3}\right)}\ \Leftrightarrow\ \mu^2-\frac{8}{\sqrt{3}}\mu+1>0$$

$\Rightarrow\ \begin{cases}\mu>\frac{4}{\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{13}{3}}\\ \mu<\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{13}{3}}\end{cases}$ (ដោយនឹងពិនិត្យឃើញថាពេលនោះ: $F_{ms1}\ne\mu N_1$ មិនយក)

ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមិនរអិលគឺ: $\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{13}{3}}\le\mu$

(4) $\Rightarrow\ N_2=43,3(N)$

ជំនួស N_2 ចូលសមីការ (2) និង (3) យើងបាន: $2,65\mu^2-100\mu+21,65=0$

ចំពោះលក្ខខណ្ឌ $\mu<1\ \Rightarrow\ \mu\approx0,22$.

Ex13: នៅលើបន្ទាត់ផ្លូវ (Δ) មានឡានបីកំពុងផ្លាស់ទីតាមទិសដៅតែមួយបន្តកន្ទុយគ្នា។ អ្នកអង្គុយនៅលើឡានទី១ ឃើញខ្យល់បក់ចំឡានរបស់ខ្លួនតាមទិសដៅផ្គុំជាមួយទិស (Δ) បានមុំ $\alpha=30^0$ ។ អ្នកអង្គុយលើឡានទី៣ ឃើញខ្យល់បក់ចំឡានរបស់ខ្លួនតាមទិសដៅផ្គុំជាមួយទិស (Δ) បានមុំ $\beta=45^0$ ។

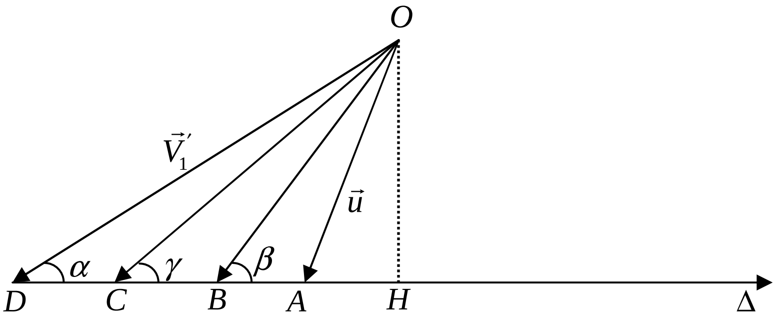
តើអ្នកអង្គុយនៅលើឡានទី២ (មានល្បឿនស្មើនឹងមធ្យមនព្វន្តនៃល្បឿនរបស់ឡានទាំងពីរខាងលើ) ឃើញខ្យល់បក់ចំឡានរបស់ខ្លួនតាមទិសដៅផ្គុំជាមួយទិស (Δ) បានមុំ φ ស្មើប៉ុន្មាន?

សម្រាយ

តាង:

+ $\vec{V}_1,\vec{V}_2,\vec{V}_3$ ជាល្បឿនរបស់ឡានទីមួយ, ទីពីរ, ទីបី ហើយ $\vec{u}$: ជាល្បឿនរបស់ខ្យល់

+ $\vec{V}_1';\vec{V}_2';\vec{V}_3'$ ជាល្បឿនរបស់ខ្យល់ធៀបនឹងឡានទីមួយ, ទីពីរ, ទីបី



+ តាមរូបខាងលើ និងតាមទ្រឹស្តីបទបូក(បង្គុំ?) ល្បឿន: $\vec{v}' = \vec{u} - \vec{v}$ យើងបាន:

$$\begin{cases} \vec{V}_1 = \overrightarrow{DA} \\ \vec{V}_2 = \overrightarrow{CA} \\ \vec{V}_3 = \overrightarrow{BA} \\ \vec{u} = \overrightarrow{OA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{V}_1' = \overrightarrow{OD} \\ \vec{V}_2' = \overrightarrow{OC} \\ \vec{V}_3' = \overrightarrow{OB} \end{cases}$$

+ តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណ, យើងបាន:

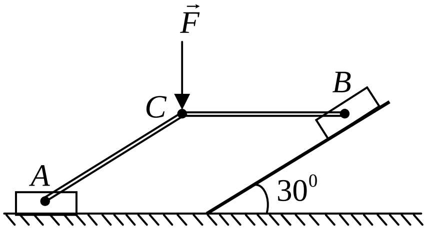
$$\begin{cases} HA + V_1 = \dfrac{OH}{\tan\alpha} \\ HA + V_2 = \dfrac{OH}{\tan\varphi} \\ HA + V_3 = \dfrac{OH}{\tan\beta} \end{cases} \qquad (1)$$

តាមបំរាប់: $V_2 = \dfrac{V_1 + V_3}{2}$ (2)

+ ជំនួស (2) ចូល (1), យើងបាន: $\dfrac{1}{\tan\alpha} + \dfrac{1}{\tan\beta} = \dfrac{2}{\tan\varphi}$

+ ជំនួសលេខចូល, យើងបាន: $\varphi \approx 36,21^0$

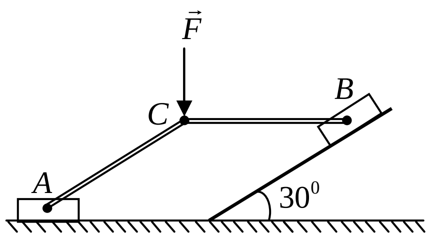
Ex14: អង្គធាតុពីរ A, B មានវិមាត្រដូចគ្នា និងសុទ្ធតែមានទំងន់ $100N$ ។ ពួកវាភ្ជាប់គ្នាដោយរបារស្រាយលពីរ $AC; BC$ និងបណ្តាត្រចៀកទ្វារ។ អង្គធាតុ A អាចរអិលបានតែតាមទិសដេក, អង្គធាតុ B អាចរអិលបានតែតាមប្លង់ទេមុំ 30^0 ធៀបនឹងទិសដេក។ ដើម្បីរក្សាលំនឹងដូចរូប គេត្រូវការប្រើកំលាំង F ទៅលើចំនុច C តាមទិសឈរ ពីលើចុះក្រោម។



បើមេគុណកកិតរវាង A, B ជាមួយនឹងបណ្តាប្លង់រអិលសុទ្ធតែស្មើ $\mu = 0,5$, តើកំលាំង F នឹងស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះណា?

សម្រាយ

ដោយ $\mu = 0,5 < \tan 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$



នោះពេល $F = 0$, B នឹងរអិលចុះក្រោម។

ដូចនោះ ចាំបាច់ត្រូវមានកំលាំង F អប្បបរមាណាមួយ ដើម្បីឲ្យ B មិនរអិលចុះក្រោម, យើងហៅកំលាំងនេះដោយ F_1។

ពេល F កើនពី F_1 ទៅ នោះ B មាននិន្នាការផ្លាស់ទីទៅលើ រហូតដល់ពេល $F = F_2$ នោះ ភាពមានលំនឹងនេះ នឹងលែងកើតមានតទៅទៀត។

យើងពិនិត្យករណីកំរិតនេះ។

* កំលាំងមានអំពើលើ B:

លក្ខខណ្ឌលំនឹង: $\vec{F}_B + \vec{F}_{CB} + \vec{P}_B = \vec{0}$

\+ ជ្រើសរើសអ័ក្សតំរុយដូចរូប (សូមបញ្ជាក់ថា ក្នុងលំហាត់នេះគេអត់បានគូសរូបក្នុងសំរាយទេ):

\+ ចំនោលលើបណ្តាអ័ក្ស: $(Ox): F_B + F_{CB}\cos 30^0 - mg\sin 30^0 = 0$ (1)

$(Oy): N_B - F_{CB}\cos 60^0 - mg\cos 30^0 = 0$ (2)

ចំពោះ: $F_B \le \mu N_B$

\+ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (1) និង (2), យើងបាន: $F_{CB} \ge 6N$

ដូចនេះ កំលាំងដែលមានអំពើត្រង់ចំនុច C គឺ $F_1 = F_{CB}\tan 30^0 \ge 4,64N$ (*)

\+ ដូចគ្នាដែរ បើឧបមាថា B មាននិន្នាការផ្លាស់ទីទៅលើ, យើងរកបាន $F_2 \le 87,4N$

អង្គធាតុ A មាននិន្នាការផ្លាស់ទីទៅខាងស្តាំ។ ជ្រើសរើសអ័ក្សតំរុយដូចរូប។

* កំលាំងមានអំពើលើ A:

លក្ខខណ្ឌលំនឹង: $\vec{F}_A + \vec{F}_{AC} + \vec{P}_A = \vec{0}$

\+ ចំនោលលើបណ្តាអ័ក្ស: $(Ox): F_A - F_{AC}\cos 30^0 = 0$ (3)

$(Oy): N_A + F_{AC}\cos 60^0 - mg = 0$ (4)

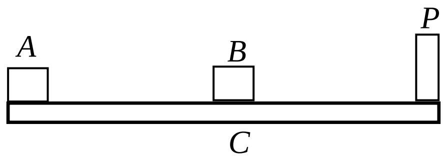
ចំពោះ: $F_A \le \mu N_A$

\+ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (3) និង (4), យើងបាន: $F_{AC} \le \dfrac{200}{2\sqrt{3}-1}N$

ដូចនេះ កំលាំងមានអំពើត្រង់ C គឺ: $F_2 = F_{AC}\sin 30^0 \le 40,6N$ (**)

តាម (*) និង (**) យើងទាញបានដែនរបស់កំលាំង F គឺ: $4,64N \le F \le 40,6N$

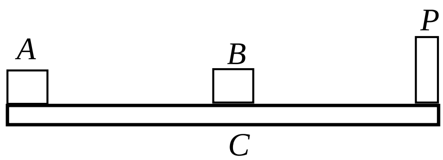
Ex15: នៅលើប្លង់ដេករលោងមួយមានបន្ទះក្តារ C មួយ ដែលនៅតែមចុងខាងស្តាំមានភ្ជាប់នឹងបន្ទះ P មួយ។ នៅលើបន្ទះក្តារមានដាក់អង្គធាតុតូចពីរ A និង B ។ ប្រវែងអង្គធាតុ A ឃ្លាតពីអង្គធាតុ B និងប្រវែងអង្គធាតុ B ឃ្លាតពីបន្ទះភ្ជាប់ P គឺស្មើគ្នា ហើយស្មើនឹង L ។ ម៉ាស របស់អង្គធាតុនីមួយៗ និងបន្ទះក្តារ(រួមទាំងបន្ទះភ្ជាប់ P) គឺស្មើគ្នា។ មេគុណកកិតស្តាទិចរវាងអង្គធាតុទាំងពីរ និងបន្ទះក្តារគឺ μ ។



តើត្រូវផ្តល់ឲ្យអង្គធាតុ A នូវល្បឿនដើមតាមទិសដេកនិងទិសដៅតំរង់ទៅ B ដោយទំហំប៉ុណ្ណា ដើម្បីឲ្យ A ទង្គិចជាមួយ B ហើយ B មិនទង្គិចនឹង P ។ ទង្គិចនេះ គឺជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។

សម្រាយ

ពេលផ្តល់ឲ្យអង្គធាតុ A នូវល្បឿន v_0 វានឹងរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ C ។ សំទុះរបស់អង្គធាតុ A:



$$a_A = -\frac{F_{ms}}{m} = -\mu g$$

ឧបមាថាអង្គធាតុ B មិនរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ, ពេលនោះសំទុះរបស់អង្គធាតុ B និង C គឺ:

$$a_0 = \frac{F_{ms}}{2m} = \frac{\mu g}{2}$$

ពេលនោះ កំលាំងកកិតស្តាទិចរវាង B និង C គឺ:

$$F_{msn} = ma_0 = \frac{\mu mg}{2} < \mu mg \quad (\mu mg : \text{កំលាំងកកិតស្តាទិចអតិបរមា})$$

ដូចនេះ B និង C មិនរអិលលើគ្នា ពេល A កំពុងរអិលនៅលើបន្ទះ C ។

សំទុះរបស់ A ធៀបនឹងបន្ទះក្តារគឺ: $a' = -\mu g - \frac{\mu g}{2} = -\frac{3\mu g}{2}$

ពិនិត្យតំរុយភ្ជាប់ទៅនឹងបន្ទះក្តារ:

+ ល្បឿនរបស់ A ក្រោយពេលទង្គិចទៅនឹង B ភ្លាម: $v = \sqrt{v_0^2 - 3\mu gL}$

+ ដើម្បីឲ្យ A ទង្គិចនឹង B នោះ: $v_0 > \sqrt{3\mu gL}$

+ ដោយ $m_A = m_B$ នោះក្រោយពេលទង្គិច អង្គធាតុទាំងពីរផ្លាស់ប្តូរល្បឿនឲ្យគ្នា, A នឹងមិនរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ ឯ B នឹងរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ C ។

ដើម្បីឲ្យ B មិនទង្គិចនឹងបន្ទះភ្ជាប់ P គឺពេល B ឈប់ស្ងៀមនៅលើ C បណ្តាអង្គធាតុមានល្បឿនដូចគ្នា v' ។

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា, យើងបាន:

$$mv_0 = 3mv' \Rightarrow v' = \frac{v_0}{3}$$

+ អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច, យើងបាន:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{3}{2}mv'^2 = \mu mg.S \Rightarrow S = \frac{v_0^2}{3\mu g}$$

ដូចនេះ B នឹងឈប់ស្ងៀមនៅចំងាយពីគែមខាងឆ្វេងរបស់បន្ទះក្តារ C បានអង្កត់: $S = \frac{v_0^2}{3\mu g}$

+ ដើម្បីឲ្យ B មិនទង្គិចនឹង P នោះត្រូវមានលក្ខខណ្ឌ:

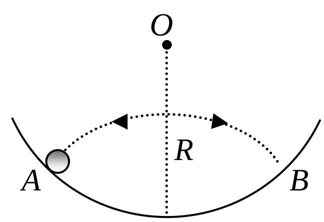
$$S \le 2L \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{3\mu g} \le 2L \Rightarrow v_0 \le \sqrt{6\mu gL} \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2), ទាញបានលក្ខខណ្ឌរបស់ v_0 គឺ: $\sqrt{3\mu gL} \le v_0 \le \sqrt{6\mu gL}$

Ex16: ស្វែតូចមួយផ្លាស់ទីទៅវិញទៅមករវាងពីរចំនុច A, B ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងប្លង់ឈរមានផ្ចិតស្វែ O។ ដឹងថា A, B ស្ថិតនៅលើផ្ទៃស្វែ ហើយទង្គិចរវាងស្វែតូច និងផ្ទៃស្វែជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង តាមប្លង់ឈរកាត់តាមផ្ចិតស្វែ។

រកល្បឿនអប្បបរមារបស់ស្វែ ក្នុងការធ្វើបំលាស់ទីដោយដឹងថា គន្លងរបស់វាកាត់តាមផ្ចិតរបស់ផ្ទៃស្វែ។

គូសគន្លងរបស់ស្វែធៀបនឹងផ្ទៃដី និងរកកាំកំនោងរបស់គន្លងត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត?



សម្រាយ

+ ដើម្បីឲ្យស្វែតូច មានគន្លងទៅមកឆ្លងកាត់ផ្ចិត O របស់ផ្ទៃស្វែ គឺស្វែតូច ត្រូវហោះខ្សែដែលមានចំនុចដើម A និងចំនុចចុង B ដោយល្បឿនរៀងគ្នាគឺ $\vec{v}_1$ និង $\vec{v}_2$, ដែល $\vec{v}_1$ បង្កើតជាមួយទិសដេកបានមុំ α_1; $\vec{v}_2$ ផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ α_2។

+ ចំងាយចរ របស់ស្វែតូច: $L = S_{AB} = \frac{v_1^2 \sin 2\alpha_1}{g} = \frac{v_2^2 \sin 2\alpha_2}{g}$

+ ដោយ $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v_0 \Rightarrow \sin 2\alpha_1 = \sin 2\alpha_2$ តែ $\alpha_1 \ne \alpha_2 \Rightarrow 2(\alpha_1 + \alpha_2) = 180^0$

$$\Leftrightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 90^0$$

+ យើងមាន: $\widehat{OAB} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 45^0$។ ទាញបាន: $S_{AB} = R\sqrt{2}$

+ ពេលស្វែតូច ទៅដល់ទីតាំងខ្ពស់បំផុតត្រង់ O, យើងបាន:

កំពស់ចរ របស់ស្វៃតូច: $H = \dfrac{R}{\sqrt{2}} = \dfrac{v_1^2 \sin^2 \alpha_1}{2g} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha_1}{2g}$ (1)

ចំងាយចរ របស់ស្វៃតូចត្រូវគ្នានឹង v_1 និង α_1 :

$$L = R\sqrt{2} = \frac{v_1^2 \sin 2\alpha_1}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_1}{g} \qquad (2)$$

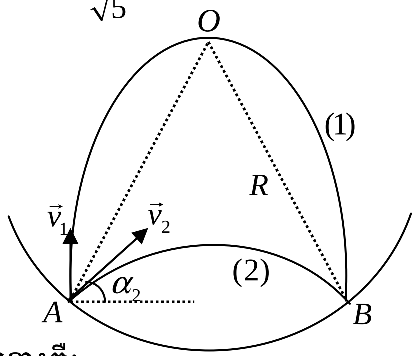
តាម (1) និង (2) យើងបាន: $\sin^2 \alpha_1 = \sin 2\alpha_1 \Leftrightarrow \sin \alpha_1 = 2\cos \alpha_1 \Leftrightarrow \tan \alpha_1 = 2$

ទាញបាន: $\cos^2 \alpha_1 = \dfrac{1}{1+\tan^2 \alpha_1} \Rightarrow \cos \alpha_1 = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin \alpha_1 = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

+ ជំនួសតំលៃ $\sin \alpha_1$ ចូល (1) , យើងបាន: $v_0 = \sqrt{\dfrac{5gR}{\sqrt{8}}}$

+ ល្បឿនរបស់ស្វៃមានតំលៃតូចបំផុតនៅត្រង់ O គឺ:

$$v_{min} = v_0 \cos \alpha_1 = \frac{v_0}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{gR}{\sqrt{8}}}$$



+ សង់គន្លងរបស់ស្វៃតូច:

នៅត្រង់ O សំទុះផ្ចិតកែងគឺជាសំទុះ g , នោះកាំកំនោងត្រង់នោះគឺ:

$$g = \frac{v_{min}^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v_{min}^2}{g} = \frac{R}{\sqrt{8}}$$

ដូចនេះ កាំកំនោងរបស់គន្លងត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតគឺ: $r = \dfrac{R}{\sqrt{8}}$

Ex17: ដុំឈើមួយរាងជាពាក់កណ្តាលស៊ីឡាំងកាំ R ត្រូវបានដាក់ដេកនៅលើប្លង់ដេកមួយយ៉ាងណាឲ្យមុខប្លង់របស់ពាក់កណ្តាលស៊ីឡាំងនេះប៉ះនឹងប្លង់ដេក។ កូនចង្រិតមួយនៅលើប្លង់ដេក កំពុងរកវិធីលោតរំលងដុំឈើ។ កូនចង្រិតត្រូវលោតដោយល្បឿនតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន? កំណត់ទីតាំង និងមុំលោតនៅពេលនោះ? មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់។ ឧបមាថាកូនចង្រិតមិនទទះស្លាបនៅពេលលោត។

សម្រាយ

គន្លងរបស់កូនចង្រិតមានរាងជាប៉ារ៉ាបូល ប៉ះនឹងដុំស៊ីឡាំងត្រង់ពីរចំនុចឆ្លុះគ្នា B, D ដូចរូប។

តាងល្បឿនលោតរបស់ចង្រិតត្រង់ A ដោយ v_1, មុំលោតដោយ α , ល្បឿនរបស់ចង្រិតត្រង់ B គឺ v_2 , ហើយផ្តុំជាមួយទិសដេកបានមុំ β ។

យើងបាន: $BD = 2R\sin\beta = v_2 \cos\beta . t$ (1)

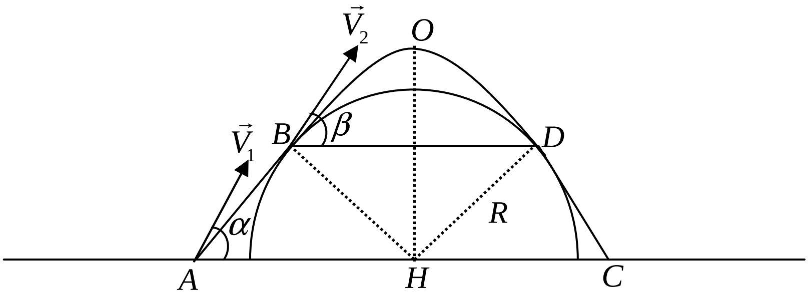
ក្នុងនោះ t ជារយៈពេលហោះពី B ទៅ D : $t = \dfrac{2v_2 \sin\beta}{g}$ (2)

ជំនួស (2) ចូល (1) , យើងបាន: $v_2^2 = \dfrac{gR}{\cos\beta}$ (3)

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចត្រង់ពីរចំនុច A និង B , យើងបាន:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgR(1+\cos\beta) \quad (4)$$

ជំនួស (3) ចូល (4) , យើងទាញបាន: $v_1^2 = 2gR\left(1+\cos\beta + \dfrac{1}{2}\cos\beta\right)$



អនុវត្តន៍វិសមភាពកូស៊ី យើងបាន:

$$v_{1\min} = \sqrt{2gR\left(1+\sqrt{2}\right)} \text{ ទទួលបានពេល } \beta = 45^0$$

ចំពោះ $\beta = 0$ នោះយើងបាន $v_1 = \sqrt{5gR} > v_{1\min}$

ដូចនេះ ល្បឿនលោតតូចបំផុតគឺ $v_{1\min} = \sqrt{2gR\left(1+\sqrt{2}\right)}$

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាតាមទិសដេក, យើងបាន: $v_1\cos\alpha = v_2\cos\beta$

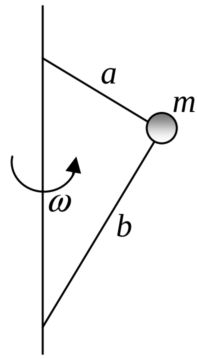
ជំនួសបណ្តាតំលៃខាងលើចូល យើងរកបាន $\alpha = 67,5^0$

ដូចនេះ ទីតាំងលោតនៅចំងាយពី O តាមទិសដេកបានប្រវែង:

$$\frac{AC}{2} = \frac{2v_{1\min}\sin\alpha\cos\alpha}{g} = R\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

អ្វីដែលឪពុកម្តាយអ្នកចង់ទទួលបានពីអ្នក គឺលទ្ធផលដ៏ល្អប្រសើររបស់អ្នកក្នុងការសិក្សា

Ex18: ស្វ៊ែតូចមួយមានម៉ាស $m=500g$ ត្រូវបានចងជាមួយខ្សែមិនយឺតពីរ, មានម៉ាសមិនគិត។ ចុងទាំងពីរដែលនៅសល់របស់ខ្សែ ត្រូវចងទៅនឹងចុងទាំងពីររបស់របារឈរមួយ។ គេឲ្យប្រព័ន្ធវិលជុំវិញអ័ក្សឈរកាត់តាមរបារដោយល្បឿនមុំ ω។

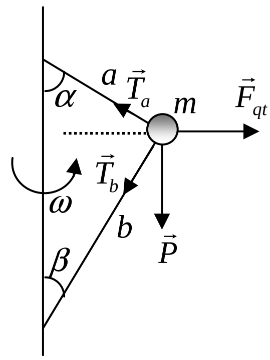


ពេលស្វ៊ែវិលក្នុងប្លង់ដេក ហើយខ្សែទាំងពីរបង្កើតជាមួយគ្នាបានមុំ 90^0 (មើលរូប)។ ប្រវែងរបស់ខ្សែខាងលើគឺ $a=30cm$, របស់ខ្សែខាងក្រោមគឺ $b=40cm$។ គេឲ្យសំទុះទំលាក់សេរីគឺ $g=10m/s^2$។

គណនា៖ $a.$ កំលាំងតំនឹងខ្សែពេលប្រព័ន្ធវិលដោយ $\omega=8rad/s$

$b.$ ល្បឿនមុំ ω ដើម្បីឲ្យខ្សែដាច់។ (ដឹងថាខ្សែដាច់ នៅពេលកំលាំងតំនឹងខ្សែរបស់វា $T=12,6N$)។

សម្រាយ



$a.$ក្នុងរូប, បង្ហាញពីកំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ។

$+$ ពិនិត្យក្នុងតំរុយវិល។

លក្ខខណ្ឌលំនឹងរបស់អង្គធាតុ: $\vec{P}+\vec{T}_a+\vec{T}_b+\vec{F}_{qt}=\vec{0}$

ចំនោលលើទិសរបស់ខ្សែនីមួយៗ:

$$-mg\cos\alpha+T_a-F_{qt}.\cos\beta=0 \qquad (1)$$

$$mg\cos\beta+T_b-F_{qt}.\cos\alpha=0 \qquad (2)$$

ចំពោះ: $F_{qt}=mr\omega^2=m\omega^2.\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$$\cos\alpha=\frac{r}{b}=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ និង } \cos\beta=\frac{r}{a}=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

ជំនួសបណ្ដាតំលៃរបស់ F_{qt}, $\cos\alpha$, $\cos\beta$ និង $\omega=8rad/s$ ចូល (1) និង (2) យើងបាន:

$$T_a=mg\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}+m\omega^2\frac{ab^2}{a^2+b^2}=9,14(N)$$

$$T_b=-mg\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}+m\omega^2\frac{a^2b}{a^2+b^2}=0,61(N)$$

$b.$ពេល $T_a=12,6(N)$ ខ្សែខាងលើនឹងដាច់ ហើយល្បឿនមុំ ωពេលនោះស្មើនឹង:

$$\omega^2=\frac{T(a^2+b^2)-mga\sqrt{a^2+b^2}}{mab^2}$$

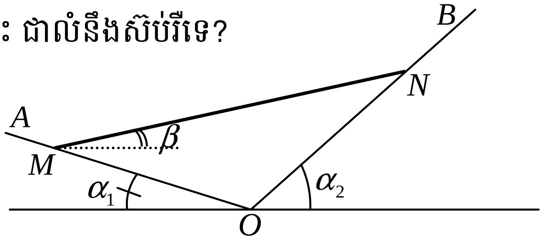
ជំនួសលេខចូល យើងបាន: $\omega=10(rad/s)$

Ex19: ទរពីរ OA និង OB ស្ថិតក្នុងប្លង់ឈរ ហើយទ្រេតបានបណ្តាមុំ α_1 និង α_2 ធៀបនឹងបន្ទាត់ដេក។ របារស្មើសាច់ MN មួយមានទំងន់ P សង្កត់ពីលើទរទាំងពីរដូចរូប។ មិនគិតកកិតរវាងរបារនិងទរ។ នៅទីតាំងលំនឹងរបារ MN ទ្រេតបានមុំ β ធៀបនឹងបន្ទាត់ដេក។

$a.$ រកមុំទ្រេត β ជាអនុគមន៍នៃ α_1, α_2 ។

$b.$ គេឲ្យ $\alpha_1 = 30^0; \alpha_2 = 45^0$ ។ គណនា β ។

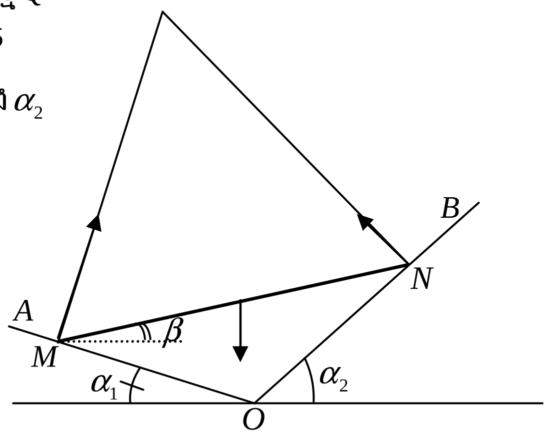
លំនឹងរបស់របារក្នុងករណីនេះ ជាលំនឹងស៊ប់រឺទេ?



<u>សម្រាយ</u>

a .រកមុំទ្រេត β ជាអនុគមន៍នៃ α_1, α_2 :

* តាមលក្ខខណ្ឌលំនឹង ឃើញថាកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{Q}$ ត្រង់ N ; កំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{R}$ ត្រង់ M និងទំងន់ $\vec{P}$ បង្កើតបានជាត្រីកោណដែលមានបណ្តាមុំ α_1 និង α_2



យើងបាន: $\dfrac{Q}{\sin\alpha_1} = \dfrac{P}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}$ (1)

* ចំពោះអ័ក្សរង្វិលត្រង់ M : $MN = 2l$

$P.l\cos\beta = Q.2l\cos(\alpha_2 - \beta)$ (2)

* តាម (1) និង (2) ទាញបាន:

$$\tan\beta = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tan\alpha_1} - \frac{1}{\tan\alpha_2}\right)$$

សង្កេត: បើ $\alpha_1 < \alpha_2$ នោះ $\beta > 0 \Rightarrow$ ចុង M ទាបជាងចុង N និងច្រាសមកវិញ។

$b.$ គណនា β , លំនឹងរបស់របារក្នុងករណីនេះ ជាលំនឹងស៊ប់រឺទេ?

* $\alpha_1 = 30^0; \alpha_2 = 45^0 \Rightarrow \tan\beta = 0,366 \Rightarrow \beta = 20^0$

* លំនឹងរបស់ MN អាស្រ័យនឹងលំនឹងរបស់ម៉ូម៉ង់ដែលផ្ទុយនឹងទ្រនិចនាឡិកាទាំងពីរ បង្កើតឡើងដោយ P និង Q ។

យើងឃើញថា: $f(\beta) = Pl\cos\beta$

$$g(\beta) = Q.2l\cos(\alpha_2-\beta) = 2Pl\frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}\cos(\alpha_2-\beta)$$

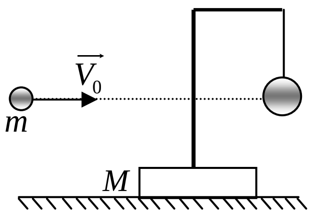
ក្នុងនោះ $\sin\alpha_1 = 0,5; \sin(\alpha_1+\alpha_2) = \sin 75^0 = 0,966$

ដូចនេះ ដោយប្រៀបធៀបអនុគមន៍ទាំងពីរ f និង g , តាមទីតាំងលំនឹង បើបង្កើន β នោះ f ថយចុះ, g កើនឡើង នាំឲ្យលំនឹងនេះ ជាលំនឹងមិនស៊ប់។

Ex20: ទំរស្រាលមួយភ្ជាប់នៅលើបន្ទះក្ដារមានម៉ាស M ដាក់នៅលើតុរលោងស្ថិតក្នុងទិសដេក មានព្យួរស្វៃដែលមានម៉ាស m ដោយខ្សែប្រវែង l។ គ្រាប់បាញ់មួយ ក៏មានម៉ាសស្មើ m ដែរ កំពុងហោះតាមទិសដេកដោយល្បឿន $\vec{V_0}$ ទៅបុកចំស្វៃ ហើយក៏ទាក់ជាប់នៅទីនោះ។

a. តម្លៃតូចបំផុតរបស់ល្បឿនគ្រាប់បាញ់ស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យខ្សែវិលបានមួយជុំពេញ បើបន្ទះក្ដារត្រូវបានរក្សានៅនឹង។

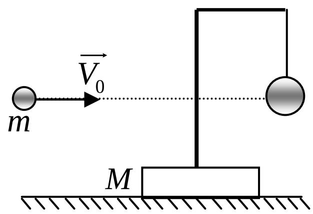
b. ល្បឿននោះនឹងស្មើប៉ុន្មានវិញ បើបន្ទះក្ដារត្រូវបានលែងឲ្យផ្លាស់ទីដោយសេរី?



សម្រាយ

a. រកល្បឿនរបស់គ្រាប់បាញ់តូចបំផុត:

\+ ដោយនេះជាទង្គិចស្ទក់ ហើយអង្គធាតុទាំងពីរមានម៉ាសស្មើគ្នា នោះល្បឿនរបស់ស្វៃ និងគ្រាប់បាញ់ក្រោយពេលទង្គិចគឺ $\frac{V_0}{2}$ (ដែល V_0 ជាល្បឿនរបស់គ្រាប់បាញ់មុនពេលទង្គិច)



\+ ដើម្បីឲ្យខ្សែវិលបានមួយជុំ, ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតល្បឿនរបស់ស្វៃគឺ V ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់: $T+mg=\frac{m.V^2}{l}$ (T ជាកំលាំងតំនឹងខ្សែ)

\+ ដូចនោះ $V=V_{\min}$ ពេល $T=0 \Rightarrow V_{\min}=\sqrt{g.l}$

\+ តាមច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច, ល្បឿនតូចបំផុត V_0 របស់គ្រាប់បាញ់ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់:

$$\frac{2mV_0^2}{8}=4mgl+\frac{2mV_{\min}^2}{2} \Rightarrow V_0=2\sqrt{5gl}$$

b. ល្បឿននោះ នឹងស្មើប៉ុន្មានបើបន្ទះក្ដារត្រូវបានលែងឲ្យផ្លាស់ទីដោយសេរី:

\+ ល្បឿនតូចបំផុតរបស់ស្វៃ ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត(ធៀបនឹងចំនុចព្យួរ)គឺ:

$$u_{\min}=\sqrt{gl}$$

\+ ពិនិត្យក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយដី: $V_1=u-u_{\min}$ (u ជាល្បឿនរបស់អង្គធាតុ M)

យើងបាន:

\+ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា: $mV_0' = M.u+2m(u-\sqrt{gl})$ (1)

\+ ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$$\frac{2m(V_0^{'})^2}{8} = 4mgl + \frac{M.u^2}{2} + \frac{2m(u-\sqrt{g.l})^2}{2} \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2) , យើងបាន: $V_0^{'} = 2\sqrt{gl(5+\frac{8m}{M})}$

Ex21: ឡានមួយត្រូវការដឹកទំនិញរវាងពីរចំនុច A និង B នៅចំងាយ $L = 800m$ ពីគ្នា។ ចលនារបស់ឡានរួមមាន 2 ដំណាក់កាល៖ ពេលចេញដំនើរត្រង់ A ឡានមានចលនាស្ទុះស្មើ ហើយក្រោយមកបន្តដោយចលនាយឺតស្មើដើម្បីឈប់ត្រង់ B ។ ដោយដឹងថា ទំហំសំទុះរបស់ឡានក្នុងដំនើរផ្លាស់ទីទាំងស្រុង មិនលើសពី $2m/s^2$ ទេ។ តើត្រូវប្រើពេលវេលាអស់ប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យឡានបើកបានចំងាយផ្លូវខាងលើ?

សម្រាយ

តាង x ជាចំងាយចរដែលឡានចរបានក្នុងវគ្គផ្លាស់ទីដោយចលនាស្ទុះស្មើ

a, b រៀងគ្នាជាទំហំសំទុះរបស់ឡាន ក្នុងវគ្គដើម និងវគ្គចុងក្រោយ $(a>0; b>0)$

* ក្នុងវគ្គដើម, យើងមាន: $x = \frac{1}{2}at_1^2$, ទាញបាន $t_1 = \sqrt{\frac{2x}{a}}$ (1)

និង $v_1^2 = 2ax$ (2)

* ក្នុងវគ្គចុងក្រោយ, យើងមាន: $v_1^2 = 2b(L-x)$ (3)

$v_1 = bt_2$ (4)

* តាម (2) និង (3) ទាញបាន: $x = \frac{bL}{a+b}$ (5)

និង $L - x = \frac{aL}{a+b}$ (6)

* តាម (1) និង (5) ទាញបាន: $t_1 = \sqrt{\frac{2bL}{(a+b)a}}$ (7)

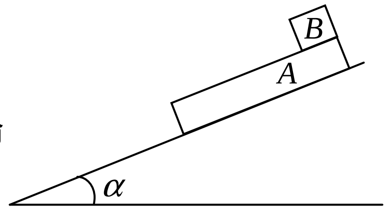
* តាម (3), (4) និង (6) ទាញបាន $t_2 = \sqrt{\frac{2aL}{(a+b)b}}$ (8)

* រយៈពេលឡានចរពី A ទៅ B: $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2L}{a+b}}\left(\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)$

* យើងមាន $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} \geq 2$ និង $\sqrt{\frac{2L}{a+b}} \geq \sqrt{\frac{L}{a_0}}$ ចំពោះ $a \leq 2$

ទាញបាន $t \geq \sqrt{\frac{L}{2a_0}}.2 = 40s$ ។ ដូចនេះ $t_{\min} = 40s$

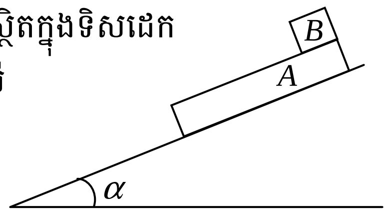
Ex22: បន្ទះក្តារ A មួយមានប្រវែង $l = 80cm$, ម៉ាស $m_1 = 1kg$, ត្រូវបានគេដាក់នៅលើប្លង់ទេបានមុំ $\alpha = 30^0$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ អង្គធាតុ B មានម៉ាស $m_2 = 100g$ ត្រូវបានដាក់ពីលើបន្ទះក្តារត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតរបស់បន្ទះក្តារ(មើលរូប)។ គេលែងឲ្យអង្គធាតុទាំងពីរ A និង B មានចលនា។ ដោយដឹងថា មេគុណកកិតរវាង A និងប្លង់ទេគឺ $\mu_1 = 0,2$ រវាង B និង A គឺ $\mu_2 = 0,1$។ យក $g = 10m/s^2$



a. រករយៈពេលដើម្បីឲ្យ B ធ្លាក់ចេញពី A

b. ពេល B ធ្លាក់ចេញពី A ភ្លាម តើ A ផ្លាស់ទីបានប្រវែងប៉ុន្មាននៅលើប្លង់ទេ?

សម្រាយ



ជ្រើសរើសតំរុយ Oxy មាន O ភ្ជាប់នឹងប្លង់ទេរ, អ័ក្ស Ox ស្ថិតក្នុងទិសដេកមានទិសដៅទៅខាងស្តាំ, អ័ក្ស Oy មានទិសដៅត្រង់ឡើងលើ

+ កំលាំងកកិតដែលបន្ទះក្តារមានអំពើលើអង្គធាតុ B:

$$F = F_{AB} = F_{BA} = \mu_2.N_2$$

+ តាង $\vec{a}_1$ និង $\vec{a}_2$ ជាបណ្តាវ៉ិចទ័រសំទុះរបស់ A និង B ធៀបនឹងប្លង់ទេ

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ចំពោះអង្គធាតុ B ហើយចំនោលសមីការវ៉ិចទ័រលើបណ្តាអ័ក្សកូអរដោនេ:

+ នៅលើអ័ក្ស Ox: $F\cos\alpha - N_2\sin\alpha = -m_2a_{2x}$ ដែល $F = \mu_2.N_2$

ជំនួសលេខ យើងបាន $a_{2x} = 4,13N_2$ (1)

+ នៅលើអ័ក្ស Oy: $F\sin\alpha + N_2\cos\alpha - P_2 = -m_2a_{2y}$

ជំនួសលេខ យើងបាន: $a_{2y} = 10 - 9,16N_2$ (2)

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ចំពោះបន្ទះ A ហើយចំនោលសមីការវ៉ិចទ័រនៅលើបណ្តាអ័ក្សកូអរដោនេ:

+ នៅលើអ័ក្ស Ox: $F'\cos\alpha - N_1\sin\alpha - F\cos\alpha + N_2\sin\alpha = -m_1a_{1x}$

ដែល $F' = \mu_1.N_1;\ N_1 = m_1g\cos\alpha + N_2$

ទាញបាន $a_{1x} = 2,831 - 0,0866N_2$ (3)

+ នៅលើអ័ក្ស Oy: $F'\sin\alpha + N_1\cos\alpha - F\sin\alpha - N_2\cos\alpha = -m_1a_{1y}$

ទាញបាន: $a_{1y} = 1,635 - 0,05N_2$ (4)

+ តាង $\vec{a}_{21} = \vec{a}$ ជាសំទុះរបស់ B ធៀបនឹង A, យើងបាន $\vec{a}_{20} = \vec{a}_{21} + \vec{a}_{10}$

ទាញបាន: $\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$

ដូចនោះ: $a_x = a_{2x} - a_{1x} = 4,216N_2 - 2,831$ និង $a_y = a_{2y} - a_{1y} = 8,365 - 9,11N_2$

ដោយដឹងថា $\frac{a_y}{a} = \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

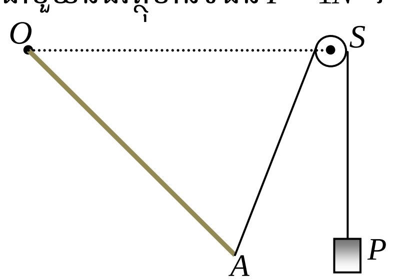
ទាញបាន $N_2 = 0,866N$ និង $a_y = 0,476m/s^2$; $a = 2a_y \approx 0,95\mathrm{m/s^2}$

a. រយៈពេលដើម្បីឲ្យអង្គធាតុ B ធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្ដារគឺ: $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a}} \approx 1,3s$

b. បន្ទះក្ដារចរបានចំងាយ: $s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}$ ដែល $a_1 = 2a_{1y} = 2.1,592 = 3,184(m/s^2)$

ទាញបាន: $s_1 = \frac{3,184.1,3^2}{2} = 2,69(m)$

Ex23: របារស្មើសាច់មួយ, ទំងន់ $Q = 2\sqrt{3}N$ អាចវិលជុំវិញត្រចៀកទ្វារនៅចុង O ដូចរូប។ ចុង A របស់របារត្រូវបានភ្ជាប់ដោយខ្សែមិនយឺត ពាក់ពីលើរ៉ក S ជាមួយនឹងវត្ថុមានទំងន់ $P = 1N$ ។ S នៅកំពស់ដូចគ្នានឹង O ដែរ ហើយ $OS = OA$។ ម៉ាសរ៉ក និងខ្សែមិនគិត។ គណនាមុំ $\alpha = \widehat{SOA}$ ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង និងរកកំលាំងប្រតិកម្មរបស់ត្រចៀកទ្វារនៅត្រង់ចំនុច O ។



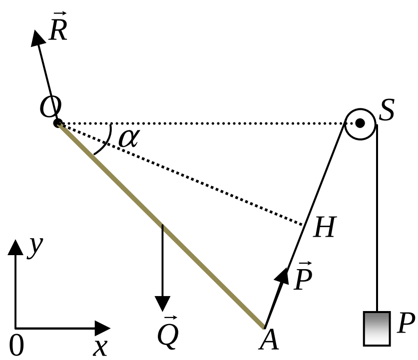
សម្រាយ

តាង $\vec{R}$ ជាកំលាំងប្រតិកម្មរបស់ត្រចៀកទ្វារ O ។

ចំនោលលើអ័ក្សទាំងពីរ នៃតំរុយ oxy យើងបាន:

$$R_x = -P\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$R_y = Q - P\cos\frac{\alpha}{2}$$



+ ពិនិត្យបណ្ដាម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងធៀបនឹង O (ចំនាំថា កំលាំងតំនឹងរបស់អង្កត់ខ្សែ AS ស្មើនឹង $\vec{P}$):

$$P.OA.\cos\frac{\alpha}{2} - Q.\frac{OA}{2}\cos\alpha = 0$$

រឺ $P\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2}\cos\alpha$, តាង $\cos\frac{\alpha}{2} = x > 0$, យើងបាន:

$P.x = \frac{Q}{2}(2x^2 - 1)$, ដែល $P = 1N$ និង $Q = 2\sqrt{3}N$

យើងបានសមីការ: $4\sqrt{3}x^2-2x-2\sqrt{3}=0$ ។ ទាញបាន $x=\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\alpha}{2}$

នាំឲ្យ $\alpha=60^0$

តាមនោះ: $R_x=-P\sin\frac{\alpha}{2}=-0,5N$

$$R_y=Q-P\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}N$$

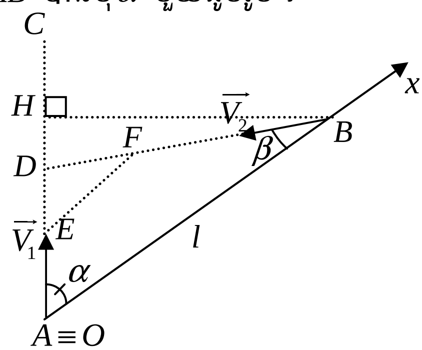
ហើយ $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{7}=2,,65N$

Ex24: រថភ្លើងពីរ A និង B ដំបូងឡើយ នៅចំងាយពីគ្នាប្រវែង l ។ ពួកវាមានចលនាត្រង់ស្មើក្នុងពេលតែមួយ ដោយបណ្ដាល្បឿនមានតំលៃរៀងគ្នាគឺ V_1,V_2 ។

រថភ្លើង A ផ្លាស់ទីតាមទិសដៅ AC បង្កើតជាមួយ AB បានមុំ α មួយដូចរូប។

a. តើរថភ្លើង B ត្រូវផ្លាស់ទីតាមទិសដៅណាដើម្បីអាចជួបជាមួយរថភ្លើង A ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបរថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នា?

b. ចង់ឲ្យរថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ H (មើលរូប) តើទំហំល្បឿន V_1,V_2 ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌអ្វី?



សម្រាយ

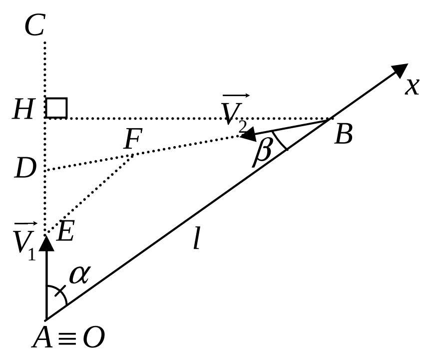
a. ឧបមាថារថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ D:

$EF\parallel AB$, យើងបាន:

$$\frac{AE}{AD}=\frac{BF}{BD}\Rightarrow\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{BF}=\frac{V_1}{V_2}\qquad(1)$$

ទ្រឹស្ដីបទស៊ីនុសក្នុង ΔADB:

$$\frac{AD}{\sin\beta}=\frac{BD}{\sin\alpha}\Rightarrow\frac{AD}{BD}=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\qquad(2)$$



តាម (1) និង (2) ទាញបាន: $\sin\beta=\frac{V_1}{V_2}\sin\alpha$ (ដែល $\sin\beta\le1\Rightarrow V_2\ge V_1\sin\alpha$)

ដូចនេះ: រថភ្លើង B ត្រូវផ្លាស់ទីតាមទិសដៅ BD បង្កើតជាមួយ BA បានមុំ:

$$\beta=\arcsin\left(\frac{V_1}{V_2}\sin\alpha\right)$$

ម្យ៉ាងទៀត: ជ្រើសយើសអ័ក្ស $Ox\equiv AB$ ដែល $O\equiv A$ និងគល់ពេល(ពេលចេញដំណើរដំបូង)

ជាពេលដែលរថភ្លើងទាំងពីរចាប់ចេញដំណើរដូចគ្នា $(t_0 = 0)$

យើងបាន:

រថភ្លើង A: $X_A = V_1 \cos\alpha . t$

រថភ្លើង B: $X_B = -V_2 \cos\beta . t + l$

រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ D ពេល $X_A = X_B \Leftrightarrow V_1 \cos\alpha . t = -V_2 \cos\beta . t + l$

ដូចនេះ រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាក្រោយរយៈពេល $t = \dfrac{l}{V_1 \cos\alpha + V_2 \cos\beta}$

b. រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ H នាំឲ្យ $\beta = 90^0 - \alpha$ ហើយ $\vec{V}_2$ មានទិស $\equiv BH$, ទិសដៅពី B ទៅរក H ។

ដូចនោះ $\sin\beta = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha = \dfrac{V_1}{V_2} . \sin\alpha$

ដូចនេះ រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ H ពេលទំហំល្បឿន V_1, V_2 ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់: $\dfrac{V_2}{V_1} = \tan\alpha$ ។

Ex25: *a.* រករយៈពេលអប្បបរមាដើម្បីឲ្យកីឡាករប្រណាំងឡាន បើកឆ្លងកាត់តំណាត់របត់ដែលមានប្រវែងស្មើ $\dfrac{1}{3}$ រង្វង់កាំ R ។ គេឲ្យមេគុណកកិតស្តាទិចរវាងកង់ឡាន និងផ្លូវគឺ μ , ផ្លូវត្រូវបានធ្វើឲ្យទេបានមុំ α ធៀបនឹងប្លង់ដេក។

b. គណនាអានុភាពកំណត់ របស់ម៉ូទ័រនៅពេលនោះ។ ចាត់ទុកថាកង់ឡានទាំងអស់សុទ្ធតែជាកង់ចលករ។

សម្រាយ

a. $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{msn}$ (1)

ចំនោលលើ $Oy: 0 = -mg - F_{msn} \sin\alpha + N\cos\alpha$

$\Leftrightarrow -mg + N\cos\alpha = F_{msn}\sin\alpha \le \mu N \sin\alpha$

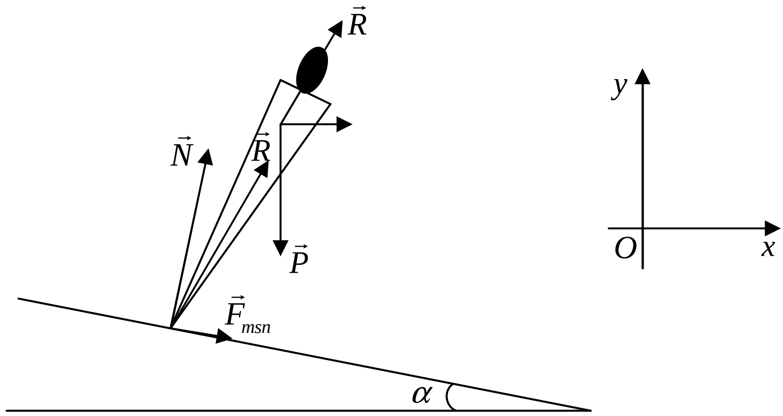
$\Rightarrow N \le \dfrac{mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$ (2)

ចំនោលលើ $Ox: \dfrac{mV_{\max}^2}{R} = F_{msn}\cos\alpha + N\sin\alpha \le \mu N\cos\alpha + N\sin\alpha$ (3)

តាម (2) និង (3) $\Rightarrow |V| \le \sqrt{\dfrac{gR(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}} \Rightarrow |V_{\max}| = \sqrt{\dfrac{gR(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}}$

ដូចនេះ កីឡាករប្រណាំងត្រូវបើកដោយល្បឿនអតិបរមាថេរ, យើងបាន $t_{\min}$ គឺ:

$$t_{\min} = \frac{s}{V_{\max}} = \frac{2\pi R}{2}\sqrt{\frac{1 - \mu\tan\alpha}{gR(\mu + \tan\alpha)}} = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{R(1 - \mu\tan\alpha)}{g(\mu + \tan\alpha)}}$$



$b.$ យើងមាន: $P_{\max} = F.V$

$$P_{\max} \text{ ពេល } \begin{cases} F = F_{msn\max} = \mu N \\ V = V_{\max} \end{cases}$$

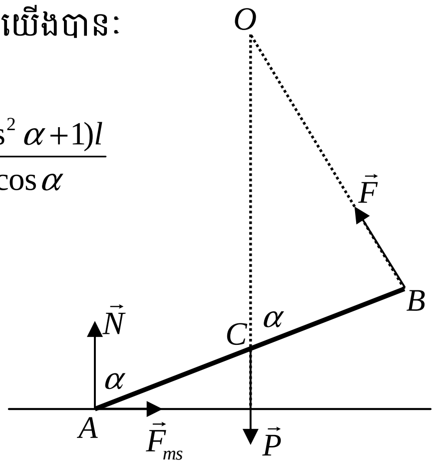
$$P_{\max} = \frac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}\sqrt{\frac{gR(\mu+\tan\alpha)}{1-\mu\tan\alpha}}$$

Ex26: របារ AB មានមុខកាត់ស្មើ, មានម៉ាសរាយស្មើសាច់,ចុង A ផ្អែកនៅលើប្លង់កំរាលដេក, ចុង B ត្រូវបានរក្សាដោយកំលាំង $\vec{F}$ ។ ដឹងថា $\vec{F}$ កែងនឹង AB ។ កំណត់មេគុណកកិតតូចបំផុតរវាងរបារ និងកំរាល ដើម្បីឲ្យរបារមានលំនឹង។

សម្រាយ

ឧបមាថា របារមានប្រវែង $2l$ ហើយ C ជាចំនុចកណ្តាលរបស់របារ AB

តាមបំរាប់, ដោយរបារមានលំនឹង នោះពេលពិនិត្យម៉ូម៉ង់នៃបណ្តាកំលាំងធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិលនៅត្រង់ O ជាបណ្តោះអាសន្ន(ព្រោះអាចផ្លាស់ប្តូរពេលវារិល), យើងបាន:



$$Nl\sin\alpha = F_{ms}(l\cos\alpha + OC)$$

$$= F_{ms}\left(l\cos\alpha + \frac{l}{\cos\alpha}\right) = F_{ms}\frac{(\cos^2\alpha+1)l}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad F_{ms} = \frac{N\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha+1} = \frac{N\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}$$

$$= \frac{N}{\tan\alpha + 2\cot g\alpha} \le KN$$

$$\Rightarrow K \ge \frac{1}{\tan\alpha+2\cot g\alpha} = y \qquad (*)$$

តាមសមីការ $(*)$ យើងឃើញថា:

y មានតំលៃអតិបរមា ពេលភាគបែងអប្បបរមា ចំពោះ

$$\tan\alpha = 2\cot g\alpha = \frac{2}{\tan\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{2}$$

ដូចនេះ $K_{\min} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Ex27: គ្រាប់ឃ្លីតូចមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានព្យួរទៅនឹងខ្សែ រួចគេទាញវាទៅម្ខាងយ៉ាងណាឲ្យខ្សែស្ថិតក្នុងទិសដេក ហើយលែងវិញដោយថ្នមៗ។ គណនា:

a. សំទុះទាំងមូលរបស់គ្រាប់ឃ្លី និងកំលាំងតំនឹងខ្សែ ជាអនុគមន៍នៃមុំ α ដែលផ្គុំដោយខ្សែជាមួយទិសឈរ។

b. កំលាំងតំនឹងខ្សែ ពេលផ្នែកល្បឿនតាមទិសឈររបស់គ្រាប់ឃ្លីមានតម្លៃអតិបរមា។

c. មុំលំងាក α ពេលវ៉ិចទ័រសំទុះទាំងមូលរបស់គ្រាប់ឃ្លីស្ថិតក្នុងទិសដេក។

សម្រាយ

a. តាមរូប, អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចត្រង់ $A; B$ និងច្បាប់ទីពីរញូតុនត្រង់ B, យើងបាន:

$$V_B = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

$$T_B = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

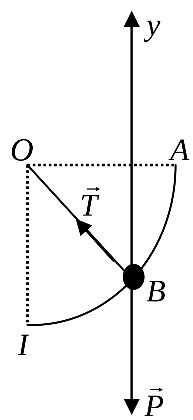
ចំពោះ $\alpha_0 = \dfrac{\pi}{2}$ សមីការទាំងពីរខាងលើ $\Rightarrow \begin{cases} V_B = \sqrt{2gl\cos\alpha} \\ T_B = 3mg\cos\alpha \end{cases}$

សំទុះផ្គុំប៉ះ និងសំទុះផ្គុំកែងត្រង់ B:

$$\Rightarrow \begin{cases} ma_t = mg\sin\alpha \\ a_n = \dfrac{V_B^2}{l} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_t = g\sin\alpha \\ a_n = 2g\cos\alpha \end{cases}$$

ដូចនេះ កំលាំងតំនឹង និងសំទុះទាំងមូលរបស់ប៉ោលនៅត្រង់ទីតាំងមុំលំងាក α គឺ:

$$\Rightarrow \begin{cases} T_B = 3mg\cos\alpha \\ a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = g\sqrt{1+3\cos^2\alpha} \end{cases}$$



b. ពិនិត្យត្រង់ទីតាំងមុំលំងាក β:

ដូចគ្នាដែរ យើងមាន: $\begin{cases} V = \sqrt{2gl\cos\beta} \\ T = 3mg\cos\beta \end{cases}$

នាំឲ្យ $V_y = V\sin\beta = V\sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{2gl(\cos\beta - \cos^3\beta)}$

យើងឃើញថា $V_{y\min}$ ពេល $y = \left(\cos\beta - \cos^3\beta\right)_{\max}$

ពិនិត្យ $y' = 0$ ហើយយើងទាញបាន $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ កំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែពេល $V_{y\min}$ គឺ: $T = 3mg\cos\beta = mg\sqrt{3}$

$c.$ ពេលសំទុះទាំងមូលស្ថិតក្នុងទិសដេក, ឧបមាថា ត្រូវគ្នានឹងមុំលំងាក α :

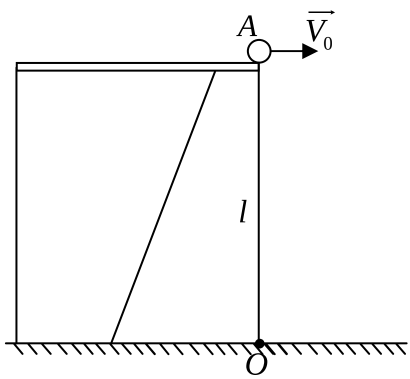
ចំនោលលើ By : $a_y = 0$ នាំឲ្យ

$$mg = T\cos\alpha = 3mg\cos^2\alpha \;\Rightarrow\; \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ដូចនេះ, ពេលសំទុះទាំងមូលស្ថិតក្នុងទិសដេក នោះ $\alpha = ar\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \beta$

(ត្រូវគ្នានឹងលទ្ធផលរបស់សំនួរ $b.$)

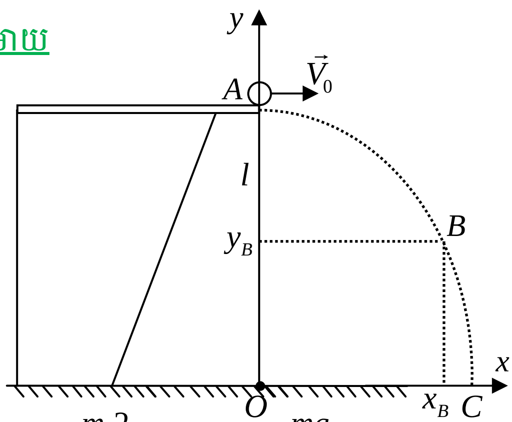
Ex28: គ្រាប់ឃ្លីមួយត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងចុងម្ខាងរបស់ខ្សែស្រាល, មិនយឺតមានប្រវែង l, ឃ្លីត្រូវបានដាក់នៅគែម A របស់តុ, ចុងម្ខាងទៀតរបស់ខ្សែនៅនឹង ត្រង់ចំនុច O ស្ថិតនៅលើកំរាលដេក, OA កែងនឹងកំរាល(ដូចរូប)។ គេផ្តល់ឲ្យគ្រាប់ឃ្លីនូវល្បឿន $\vec{V}_0$ តាមទិសដេក$\left(V^2 = \frac{2}{3}gl\right)$។ មិនគិតកំលាំងទប់របស់ខ្យល់។



$a.$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា គន្លងរបស់ឃ្លីក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីគែមតុ មិនមែនជារង្វង់។

$b.$ កំណត់ និងសង់គន្លងរបស់ឃ្លីក្រោយពេលវាធ្លាក់ចេញពីតុ រហូតដល់ពេលវាទង្គិចនឹងកំរាលើ។

សម្រាយ



$a.$ គន្លងរបស់គ្រាប់ឃ្លី ក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីគែមក្តារ មិនមែនជារង្វង់ទេ។

ពិតជាដូចនេះ, ឧបមាថា V_0 ធំល្មមដើម្បីឲ្យគ្រាប់ឃ្លីផ្លាស់ទីរាងជារង្វង់ នៅលើគន្លង (O, l)

ត្រង់ A ពិនិត្យនៅលើទិសដៅតំរង់ទៅរកផ្ចិត: $P + T = \frac{mV_0^2}{l} \Rightarrow T = \frac{mV_0^2}{l} - P \Rightarrow T = \frac{m}{l}\frac{2}{3}gl - mg = -\frac{mg}{3} < 0$

ដូចនេះ ក្រោយពេលគ្រាប់ឃ្លីធ្លាកចេញពីក្តារ, ឃ្លីមិនផ្លាស់ទីជារង្វង់ទេ។

b. ជ្រើសរើសតំរុយ Oxy ដូចរូប និងគល់ពេល ជាពេលដែលឃ្លីចាប់ផ្តើមធ្លាក់ចេញពីក្តារ $(t_0 = 0)$

តាមទិស Ox: $x = V_0 t$ (1)

តាមទិស Oy: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + l$ (2)

តាម (1) និង (2) ទាញបាន: $y = -\frac{3}{4l}x^2 + l$ (*)

សមីការ (*) ឲ្យយើងឃើញពីគន្លងរបស់ឃ្លី គឺជាផ្នែក AB របស់ប៉ារ៉ាបូល។

ឧបមាថា ត្រង់ B ជាទីតាំងខ្សែចាប់ផ្តើមតឹង នោះ $B(x_B; y_B)$ នៅលើរង្វង់ (O, l) មានសមីការ:

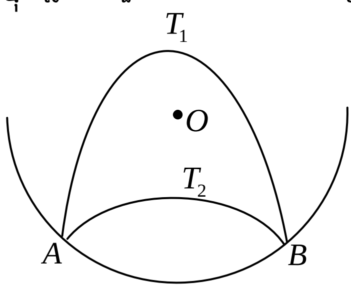
$$x_B^2 + y_B^2 = l^2 \qquad (**)$$

តាម (*) និង (**) យើងបាន: $x_B^2 + \frac{9}{16l}x_B^4 + l^2 - \frac{3}{2}x_B^2 l = l^2$

យើងរកបាន: $x_B = \frac{2l\sqrt{2}}{3}$, $y_B = \frac{l}{3}$

ដូចនេះ ក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីតុ, គន្លងរបស់គ្រាប់ឃ្លី គឺជាផ្នែក AB របស់ប៉ារ៉ាបូល និងផ្នែកធ្នូ BC របស់រង្វង់ (O, l) ។

Ex29: កន្លះស្វ៊ែមួយ ដាក់នៅលើតុដេក, បង្វិលផ្នែកផតឡើងលើ។ គ្រាប់ឃ្លីមួយ ធ្លាក់លើផ្ទៃខាងក្នុងរបស់កន្លះស្វ៊ែ ហើយទង្គិចខ្ទាតជាមួយកន្លះស្វ៊ែនៅត្រង់ទីតាំងពីរបន្តបន្ទាប់ A, B ស្ថិតនៅកំពស់ដូចគ្នា។ ដោយដឹងថា រយៈពេលផ្លាស់ទីពី A ទៅ B គឺ T_1 ហើយពី B ទៅ A គឺ T_2 $(T_2 \neq T_1)$, បណ្តាគន្លងស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ។ រកកាំរបស់ស្វ៊ែ។

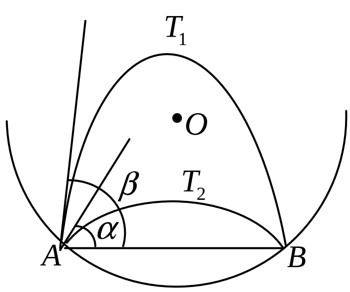


សម្រាយ

\+ ដោយជាទង្គិចខ្ទាត នោះល្បឿនមុខនិងក្រោយទង្គិចមានទំហំដូចគ្នាគឺ v, នេះជាចលនាចោលតាមទិសទេពីរដែលមានមុំចោល α និង β: $\alpha + \beta = 90^0$

\+ មាន: $T_2 = \frac{2v\sin\alpha}{g}$; $T_1 = \frac{2v\sin\beta}{g} = \frac{2v\cos\alpha}{g}$

\+ ដោយជាទង្គិចស្ទក់ នោះវ៉ិចទ័រល្បឿនទាំងពីរ តាមច្បាប់



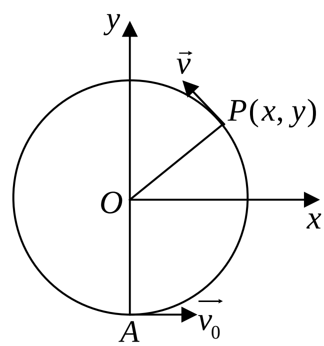
ចំនាំងផ្លាត, បន្ទាត់កែង គឺជាកាំ AO ។ មុំ $OAI = 45^0$,

$$R = AO = AI\sqrt{2}$$

$+$ ចំងាយធ្លាក់: $AB = \dfrac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \dfrac{2v\cos\alpha.2v\sin\alpha}{2g} = \dfrac{T_1T_2g}{2}$

$+$ $R = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{T_1T_2g\sqrt{2}}{4}$

Ex30: អង្គធាតុតូចមួយចាប់ផ្តើមធ្វើចលនាតាមទិសដេកដោយល្បឿន v_0 ពីចំនុច A នៅលើបាតរបស់ទរវាងជារង្វង់មួយ, រលោងមានកាំ R, ដាក់ឈរត្រង់។ អង្គធាតុផ្លាស់ទីតាមបណ្តោយទរ រហូតដល់ចំនុច P ណានោះ ក៏ធ្លាក់ចេញពីទរ, រួចធ្លាក់ចំកន្លែងចាប់ផ្តើម A ។ បើកូអរដោនេរបស់ចំនុច P គឺ (x, y) ចូរស្រាយថា:



a. $1 + \dfrac{R}{y} = \dfrac{x^2}{y^2}\left(-1 + \dfrac{R^2}{2y^2}\right)$

b. ពិនិត្យមើលថា $y = \dfrac{R}{2}$ គឺជាឬសរបស់សមីការនេះរឺទេ? ចូរកំណត់ v_0 ។

c. ល្បឿនរបស់អង្គធាតុស្មើប៉ុន្មាន ពេលវាធ្លាក់ទៅដល់ A?

សម្រាយ

a. $+$ សមីការច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុត្រង់ P: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

$+$ ចំនោលលើទិសកែង: $mg\sin\theta - N = \dfrac{mv^2}{R}$

ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីទរគឺ $N = 0$, ទាញបាន $v^2 = Rg\sin\theta = g.y \quad (1)$

$+$ សមីការចលនារបស់អង្គធាតុក្នុងតំរុយ $x'Py'$:

$$x' = t.v\sin\theta; \; y' = -t.v.\cos\theta + g.t^2/2$$

$+$ ពេលអង្គធាតុទៅប៉ះ A គឺ: $x' = x; y' = y + R$, ទាញបាន $t = x / v\sin\theta$

និង $y + R = -x\cot g\theta + \dfrac{gx^2}{2v^2\sin^2\theta} \qquad (2)$

$+$ ជំនួស (1) ចូល (2): $y + R = -x\cot g\theta + \dfrac{x^2}{2y\sin^2\theta}$

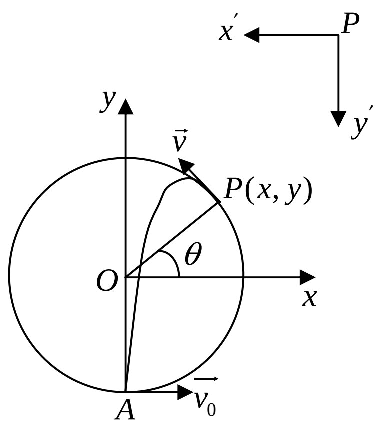
ដោយ $x/y = \cot g\theta; \; y/R = \sin\theta$,

ទាញបាន $y + R = -\dfrac{x^2}{y} + \dfrac{x^2R^2}{2y^3}$

ចុងក្រោយ: $1+\dfrac{R}{y}=\dfrac{x^2}{y^2}\left(\dfrac{R^2}{2y^2}-1\right)$ (3)

$b.+$ ចំពោះ $y=\dfrac{R}{2}$ ជំនួសចូល (3), យើងរកបាន $x=\dfrac{3R}{4}$

យើងឃើញថា $y=\dfrac{R}{2}$ ជាឬសរបស់ (3) ព្រោះ $y^2+x^2=R^2$



$+$ តាមច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$E_A=E_P \rightarrow mv_0^2/2=mv^2/2+mg(R+y)$ (4)

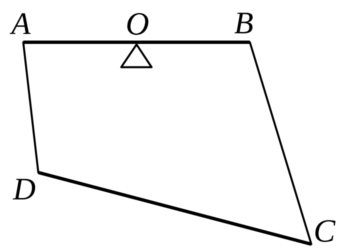
តាម (1), ពេល $y=R/2$ នោះ: $v^2=gR/2$,

ជំនួសចូល (4) បាន $v_0=\sqrt{3,5gR}$

$c.+$ ដោយថាមពលមេកានិចរបស់អង្គធាតុមិនប្រែប្រួល នោះល្បឿនរបស់អង្គធាតុពេលទៅដល់ A នៅតែស្មើនឹង: $v_0=\sqrt{3,5gR}$

Ex31: របារតូចពីរ AB និង CD ស្មើសាច់ ត្រូវបានចងភ្ជាប់គ្នានៅចុងទាំងពីរ ដោយបណ្តាខ្សែ AD, BC មិនយឺត, ម៉ាសអាចចោលបាន។

របារ AB អាចវិលដោយគ្មានកកិតជុំវិញអ័ក្សនឹងស្ថិតក្នុងទិសដេក កាត់តាមចំនុចកណ្តាល O របស់របារ។ ចូរគណនាបណ្តាមុំផ្គុំឡើងដោយបណ្តារបារ និងបណ្តាខ្សែពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង?



គេឲ្យ $AB=40cm;\ BC=50cm;\ \ CD=70cm;\ AD=30cm$

សម្រាយ

$+$ ពិនិត្យលំនឹងរបស់ប្រព័ន្ធទាំងមូល, កំលាំងដែលមានអំពើរទាំងបី P_1, P_2 និង N ស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ, កាត់តាម O នាំឲ្យទំររបស់ P_2 ក៏កាត់តាម O ដែរ

$+$ ពិនិត្យលំនឹងរបស់របារ CD ក្រោមអំពើររបស់កំលាំងទាំងបី T_1, T_2, P_2

មានពីរករណីដែលអាចកើតមាន: កំលាំងទាំងបីស្របគ្នា រឺកំលាំងទាំងបីកាត់តាមចំនុចមួយ

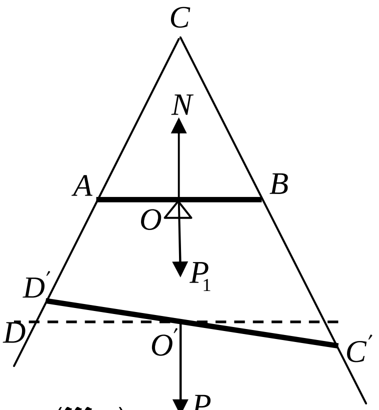
$+$ ករណីទី១: បើកំលាំងទាំងបីស្របគ្នា (រូប b)

សង់ $DE \parallel AB$, ពិនិត្យត្រីកោណ $DEC,$ ដោយ $DE+EC=60<70=DC$, ករណីនេះមិនអាចកើតមាន។

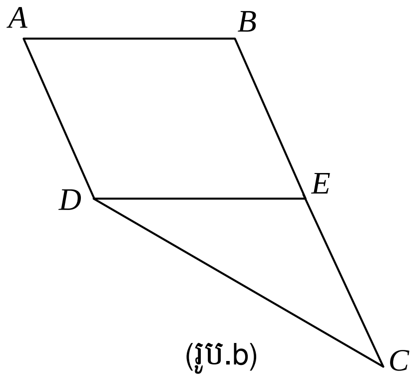
$+$ ករណីទី២: កំលាំងទាំងបីកាត់តាមចំនុចមួយ(ប្រសព្វគ្នា) (រូប a)

ឧបមាថា CD មិន $\parallel AB$, តាម O' សង់ $C'D' \parallel AB$

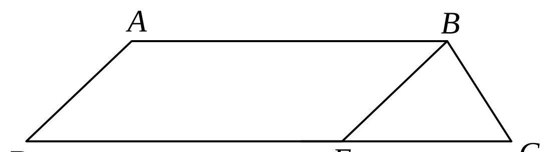
$\rightarrow O'D'=O'C'$ នាំឲ្យ $DD'CC'$ ជាប្រលេឡូក្រាម, មិនសមហេតុផល, ទាញបាន $CD \parallel AB$



(រូប.a)



(រូប.b)



(រូប.c)

\+ តាម B សង់ $BE \parallel AD$ (រូប c), តាមទ្រឹស្តីបទអនុគមន៍កូស៊ីនុស:

$$\cos C = \frac{BC^2 + CE^2 - BE^2}{2.BC.CE} = \frac{50^2 + 30^2 - 30^2}{2.50.30} = \frac{5}{6}$$

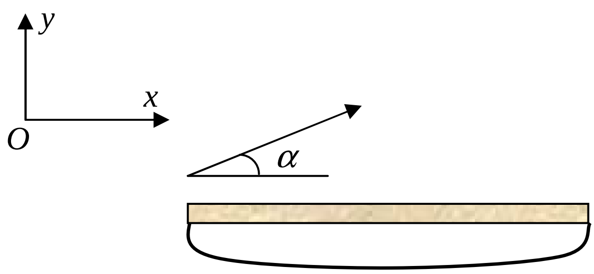
$$\cos D = \cos E = \frac{30^2 + 30^2 - 50^2}{2.30.30} = -\frac{7}{18}$$

$$\hat{B} = 180^0 - \hat{C};\ \hat{A} = 180^0 - \hat{D}$$

Ex32: ទូកមានប្រវែង l, មានម៉ាស m_1, នៅនឹងថ្កល់លើផ្ទៃទឹក, មនុស្សម្នាក់មានម៉ាស m_2 ឈរនៅក្បាលទូក លោតទៅលើដោយល្បឿន $\vec{v}_0$ តាមទិសទេរបានមុំ α ធៀបនឹងផ្ទៃទឹក ហើយធ្លាក់ចំកណ្តាលទូក។ គណនា v_0 ?

សម្រាយ

សមីការចលនារបស់មនុស្ស:



$$x_1 = v_0 \cos\alpha.t$$

$$y_1 = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

រយៈពេលផ្លាស់ទីរបស់មនុស្ស:

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \Rightarrow x_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (1)$$

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា តាមទិសដេក:

$$m_2 v_0 \cos\alpha + m_1 v_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -\frac{m_2 v_0 \cos\alpha}{m_1}$$

ទាញបាន: $x_2 = v_1.t = -\dfrac{m_2 v_2^2 \sin 2\alpha}{m_1 g}$

តាមបំរាប់: $x_2 - x_1 = \dfrac{l}{2}$ (2)

តាម (1) & (2) $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\dfrac{m_1 g l}{2(m_1+m_2)\sin 2\alpha}}$

Ex33: ស្មៀតមួយមានមុខ AB ប្រវែង $1m$ ទ្រេតបានមុំ 30^0 ធៀបនឹងទិសដេក។ ដាក់វត្ថុ M មានម៉ាស $m = 1kg$ នៅត្រង់ A, លែងឲ្យ M រអិលនៅលើប្លង់ទេ AB របស់ស្មៀត។ មេគុណកកិតរវាង M និងស្មៀតគឺ $\mu = 0,2$ ។ រករយៈពេលដើម្បីឲ្យ M រអិលទៅដល់ B ក្នុងបណ្តាករណី៖

a. ស្មៀតនៅនឹង

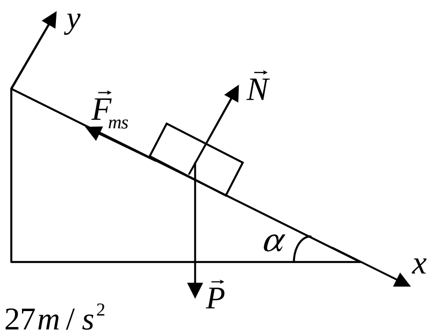
b. ស្មៀតត្រូវបានទាញឡើងដោយសំទុះ $a' = 2m/s^2$ តាមទិសឈរត្រង់ឡើងទៅលើ។ យក $g = 10m/s^2$

សម្រាយ

a. អង្គធាតុ M រងអំពើនៃកំលាំងបី: ទំងន់ $\vec{P}$, កំលាំងកកិត $\vec{F}_{ms}$, កំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{N}$

* ករណីស្មៀត(ប្លង់ទេរ) នៅស្ងៀម:

ជ្រើសរើសតំរុយ Oxy ដូចរូប:



តាមច្បាប់ទីពីរញូតុន: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

ចំនោលលើអ័ក្សទាំងពីរ Ox និង Oy:

$$Ox: \ -P\sin\alpha - F_{ms} = ma \qquad (1)$$

$$Oy: \ N - P\cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2): $a = g(\sin 30^0 - \mu\cos 30^0) = 3,27m/s^2$

រយៈពេលដែលអង្គធាតុធ្លាក់: $S = \dfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2S}{a}} = \sqrt{\dfrac{2}{3,17}} = 0,78s$

b. ស្មៀតត្រូវបានទាញឡើងត្រង់ទៅលើដោយ $a' = 2m/s^2$

ជ្រើសរើសតំរុយដូចរូប:

ចំនោលលើ Ox: $N\sin 30^0 - \mu N\cos 30^0 = ma_x$ (3)

ចំនោលលើ Oy : $N\cos 30^0 - \mu N\sin 30^0 - P = ma_y$ (4)

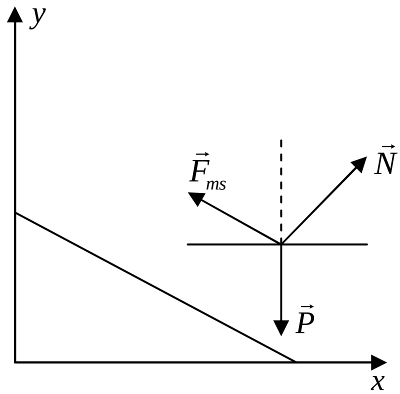
តាមដ្យាក្រាមវ៉ិចទ័រៈ

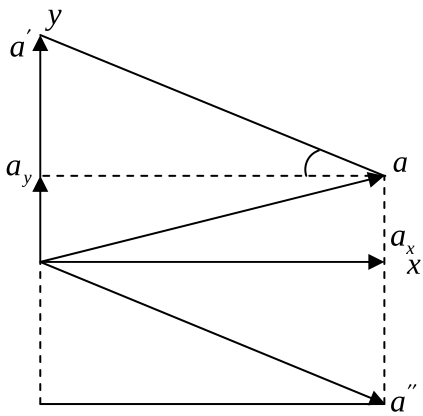
$$a_x = a''\cos 30^0 = 0,866a''$$

$$a_y = a' - a''\sin 30^0 = 2 - 0,5a''$$

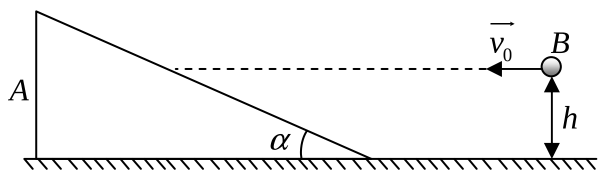
ជំនួសចូល (3) និង (4) $\Rightarrow$ $a'' = 3,92m/s^2$

រយៈពេលផ្លាស់ទីអស់ប្លង់ជំរាលៈ $t = \sqrt{\dfrac{2S}{a''}} = 0,71s$





Ex34: ស្នៀត A មួយ មានម៉ាស M ដាក់នៅលើតុដេក, មេគុណកកិតរវាងស្នៀត និងតុគឺ μ , មុំ $\alpha = 30^0$, គ្រាប់បាញ់មួយ បាញ់តាមទិសដេកដោយល្បឿន v_0 (នៅកំពស់ h ធៀបនឹងតុ) ទៅទង្គិចនឹងប្លង់ទេរបស់ស្នៀត។ ទង្គិចរបស់ស្នៀត និងគ្រាប់បាញ់ គោរពតាមច្បាប់ចំនាំងផ្លាតកញ្ចក់ ហើយល្បឿនឃ្លីក្រោយពេលទង្គិចមានល្បឿន $\dfrac{7v_0}{9}$ ។ តើក្រោយពេលទង្គិច គ្រាប់ឃ្លីឡើងដល់កំពស់អតិបរមានស្មើប៉ុន្មានធៀបនឹងតុ ហើយស្នៀតបំលាស់ទីបានចំងាយណា?

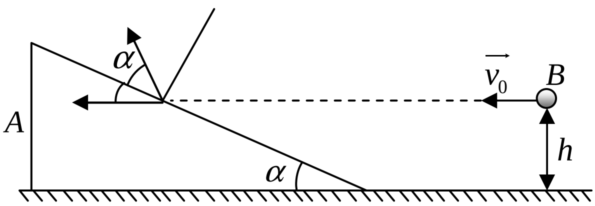


សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយ Oxy ដូចរូបៈ O ជាចំនុចទង្គិច

តាង $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$ ជាល្បឿនគ្រាប់ឃ្លីក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម, $\vec{v}_A$ ជាល្បឿនរបស់ស្នៀតក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា ចំពោះស្នៀតតាមទិសដេកៈ $mv_x + Mv_A = mv_0$



ដែល $\begin{cases} v_x = v\cos 2\alpha = \dfrac{7}{9}v_0\cos 2\alpha \\ v_y = v\sin 2\alpha = \dfrac{7}{9}v_0\sin 2\alpha \end{cases}$

$$\Rightarrow v_A = \frac{mv_0}{M}(1-\frac{7}{9}\cos 2\alpha) = \frac{11mv_0}{18M}$$

កំពស់អតិបរមា ដែលគ្រាប់ឃ្លីអាចឡើងដល់ពីចំនុចចោលៈ

$$h_{\max} = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{(\frac{7}{9}v_0\sin 2\alpha)^2}{2g} = \frac{49v_0^2}{216g}$$

កំពស់អតិបរមាដែលគ្រាប់ឃ្លីអាចឡើងទៅដល់ ធៀបនឹងគុៈ

$$H_{\max} = \frac{49v_0^2}{216g} + h$$

សំទុះរអិលតាមទិសដេករបស់ស្មៀតៈ $a = -\dfrac{F_{ms}}{M} = -\dfrac{\mu Mg}{M} = -\mu g$

ស្មៀតរអិលតាមទិសដេកតាមប្រវែងៈ $s = -\dfrac{v_A^2}{2a} = \dfrac{(\frac{11mv_0}{18M})^2}{2\mu g} = \dfrac{121m^2v_0^2}{648M^2\mu g}$

Ex35: មនុស្សម្នាក់មានម៉ាស m ឈរនៅក្បាលទូកដែលមានម៉ាស M , ប្រវែង l កំពុងនៅស្ងៀម។ តើគាត់ ត្រូវលោតដោយល្បឿនតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន តាមទិសណា ដើម្បីធ្លាក់ចំកន្ទុយទូក។

សម្រាយ

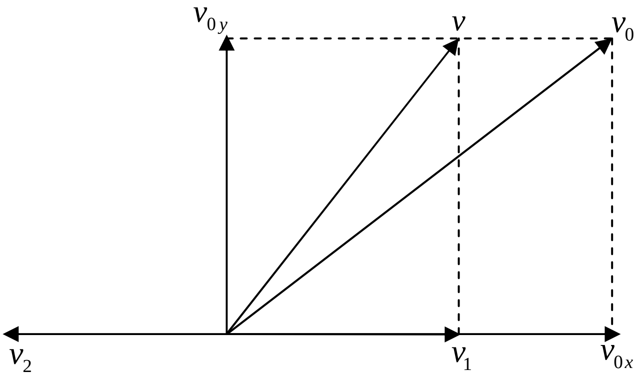
ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយទូក, មនុស្សមានល្បឿនដើម $\vec{v}_0$, ផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ α_0 ។

ចំងាយធ្លាក់របស់មនុស្សៈ $l = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$

ល្បឿនតូចបំផុត $v_{0\min} = \sqrt{gl}$, ត្រូវគ្នានឹង $\alpha_0 = 45^0$

បណ្តាល្បឿនតាមទិសដេក និងតាមទិសឈរ ក្នុងពេលនេះគឺៈ $v_{0x} = v_{0y} = \sqrt{\dfrac{gl}{2}}$

តាង v_1 ជាល្បឿនរបស់មនុស្សតាមទិសដេក, v_2 ជាល្បឿនរបស់ទូក។



ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយដី, បរិមាណចលនារបស់ប្រព័ន្ធត្រូវបានរក្សា:

$$mv_1 + Mv_2 = 0 \Rightarrow v_2 = -\frac{m}{M}v_1$$

ល្បឿនរបស់មនុស្សធៀបនឹងទូក:

$$v_{0x} = v_1 - v_2 = \frac{M+m}{M}v_1$$

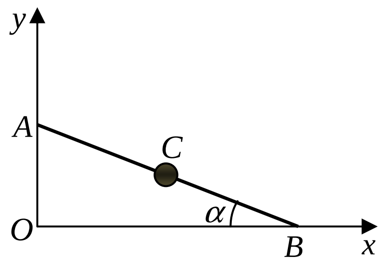
$$v_1 = \frac{M}{M+m}v_{0x}$$

ដូចនេះ ល្បឿនអប្បបរមារបស់មនុស្ស លោតក្នុងតំរុយភ្ជាប់ទៅនឹងដីគឺ:

$$v_{\min} = \sqrt{v_1^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{\frac{gl}{2}}\sqrt{\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 + 1}$$

មុំលោត α: $\tan\alpha = \frac{v_{0y}}{v_1} = \frac{M+m}{M}$

Ex36: របារ AB ប្រវែង l, មិនគិតម៉ាស មានចុងទាំងពីរផ្អែកនៅលើអ័ក្សទាំងពីរ Ox និង Oy (ដូចរូប)។ ល្បឿនរបស់ចុង B ស្មើ v_0 មិនប្រែប្រួល។ ត្រង់ចំនុចកណ្តាល C របស់របារ មានភ្ជាប់វត្ថុតូចមួយ មានម៉ាស m ។ គណនាកំលាំងដែលវត្ថុមានអំពើលើ របារ ពេលរបារផ្គុំជាមួយ Ox បានមុំ 30^0 ។



សម្រាយ

m មានគន្លងជាធ្នូរង្វង់ផ្ចិត O, កាំ $\frac{1}{2}$ ។ វ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v}$ ប៉ះនឹងធ្នូរង្វង់ $(\vec{v} \perp OC)$

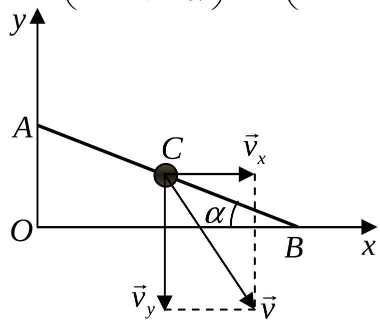
$$\frac{v_x}{v} = \sin\alpha \Rightarrow v = \frac{v_x}{\sin\alpha}, \text{ ចំពោះ } v_x = \frac{v_B}{2} = v_0, \alpha = 30^0, v = v_0$$

អំពើដែលមានទៅលើអង្គធាតុ m គឺកំលាំង $\vec{P}$ និងកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{N}$ របស់របារ។

$\vec{P}+\vec{N}=m\vec{a}$ មាន v_x មិនប្រែប្រួល នាំឲ្យ $a_x=0, \vec{a}, \vec{N}$ មានទិសឈរត្រង់។

ពិនិត្យតាមទិសដៅតំរង់ទៅផ្ចិត:

$$(mg-N).\sin\alpha = ma_{ht} = m\frac{v^2}{\frac{1}{2}} = \frac{2mv^2}{l} \Rightarrow N = m\left(g-\frac{2v^2}{l\sin\alpha}\right) = m\left(g-\frac{4v^2}{l}\right)$$



កំលាំងដែលអង្គធាតុមានអំពើលើរបារ: $\vec{Q}=-\vec{N}$

$\vec{Q}$ មានទិសដៅចុះក្រោមបើ $g>\frac{4v^2}{l}$

$\vec{Q}$ មានទិសដៅទៅលើបើ $g<\frac{4v^2}{l}$

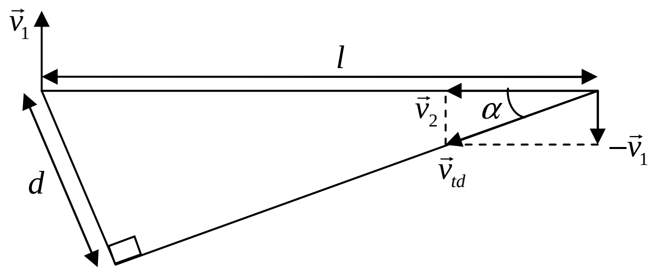
Ex37: ចេញពីពីរចំនុចនៅកំពស់តែមួយ h ស្ថិតនៅលើផ្ទៃដី និងឃ្លាតពីគ្នាចំងាយ l, គេចោលព្រមគ្នា នូវថ្មពីរដុំ៖ មួយមានទិសដៅទៅលើ តាមទិសឈរត្រង់ដោយល្បឿន $\vec{v}_1$ និងមួយទៀតតាមទិសដេកដោយល្បឿន $\vec{v}_2$។ សួរថា ក្នុងដំណើរការដែលដុំថ្មទាំងពីរផ្លាស់ទី, ចំងាយខ្លីបំផុតរវាងពួកវាស្មើប៉ុន្មាន? ដោយដឹងថា ល្បឿនដើមរបស់ដុំថ្មទាំងពីរស្ថិតក្នុងប្លង់ឈរដូចគ្នា។

សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយភ្ជាប់ទៅនឹងដុំថ្មទី១។ ពេលនោះ, យើងពិនិត្យចលនារបស់ដុំថ្មទី២:

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_{12} - \vec{a}_1 = \vec{g} - \vec{g} = 0$$

$$\vec{v}_{td} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



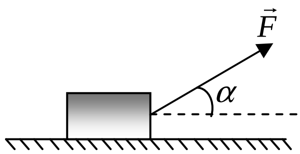
ចំងាយខ្លីបំផុតរវាងដុំថ្មទាំងពីរគឺ: $d = l\sin\alpha = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$

រយៈពេលដើម្បីឲ្យដុំថ្មទាំងពីរ មានចំងាយខ្លីបំផុត: $t = \frac{l\cos\alpha}{v_{td}} = \frac{l\cos\alpha}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}} = \frac{lv_2}{v_1^2+v_2^2}$

ដើម្បីឲ្យលទ្ធផលខាងលើមានន័យ, ត្រូវមានលក្ខខណ្ឌបន្ថែម គឺទៅដល់ខណៈពេលនោះ, ដុំថ្មទី១ មិនទាន់ប៉ះដី: $\Rightarrow t \le \sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow \frac{lv_2}{v_1^2 + v_2^2} \le \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Ex38: អង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស m កំពុងនៅស្ងៀមនៅលើប្លង់ដេករលោង។ ពេល $t=0$ អង្គធាតុនេះ រងអំពើរបស់កំលាំងមួយអាស្រ័យនឹងរយៈពេលតាមច្បាប់ $F = Ct$, C ជាចំនួនថេរ។ កំលាំងផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ α មិនប្រែប្រួល។

បង្កើតកន្សោមល្បឿន និងគណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុពេលវាធ្លាក់ចេញពីប្លង់។



សម្រាយ

ពេលអង្គធាតុនៅរអិលលើប្លង់

$$ma = F\cos\alpha = (C.\cos\alpha).t \qquad (1)$$

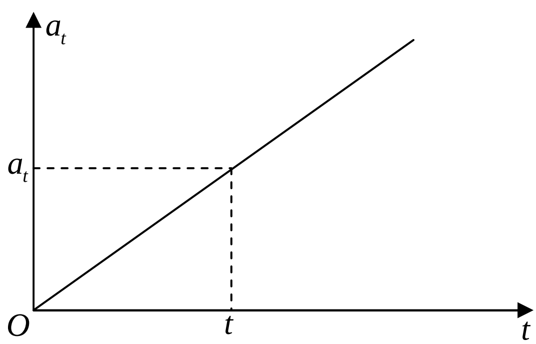
$$N = mg - F.\sin\alpha = mg - (C.\sin\alpha).t \qquad (2)$$

សំទុះរបស់អង្គធាតុ: តាម (1) យើងបាន:

$$a_t = \frac{(C.\cos\alpha).t}{m} = A.t \qquad (3)$$

ដែល $A = \frac{C.\cos\alpha}{m}$

សំទុះ a_t ជាអនុគមន៍ដឺក្រេទីមួយនៃរយៈពេល t មានក្រាបដូចរូបខាងក្រោម:



ទំហំល្បឿននៅខណៈពេល t ស្មើនឹងក្រឡាផ្ទៃរូបត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយគឺ t, ជ្រុងមួយទៀតគឺ a_t, នៅលើក្រាប $v_t = \frac{1}{2}a_t.t = \frac{1}{2}.\frac{C.\cos\alpha}{m}.t^2$

ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីប្លង់នៅខណៈពេល t_0 : $N = 0 \Rightarrow t_0 = \frac{mg}{C.\sin\alpha}$

ល្បឿនរបស់អង្គធាតុនៅពេលនោះគឺ: $v_{t_0} = \dfrac{mg^2.\cos\alpha}{2C.\sin^2\alpha}$

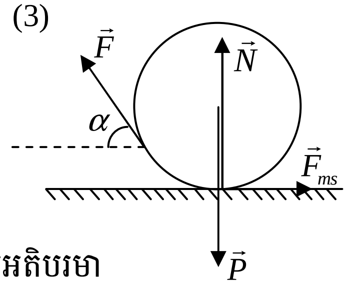
Ex38: គេរុំខ្សែមិនយឺត, ម៉ាសមិនគិត ជុំវិញជុំស៊ីឡាំងមានម៉ាស m ។ ស៊ីឡាំងដាក់នៅលើកំរាលដេក។ តើត្រូវទាញខ្សែដោយកំលាំង $\vec{F}_{\min}$ តូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យស៊ីឡាំងវិលនៅនឹងកន្លែង? មេគុណកកិតរវាងស៊ីឡាំង និងកំរាលគឺ k ។

សម្រាយ

ស៊ីឡាំងវិលនៅនឹងកន្លែងនាំឲ្យ: $F\cos\alpha - F_{ms} = 0$ (1)

$N + F.\sin\alpha - mg = 0$ (2)

$F_{ms} = k.N$ (3)



តាមបណ្តាសមីការខាងលើ, យើងបាន:

$$F.\cos\alpha = k(mg - F.\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow F = \frac{kmg}{\cos\alpha + k\sin\alpha} = \frac{kmg}{y}$$

កំលាំង F មានតំលៃអប្បបរមា បើ $y = \cos\alpha + k\sin\alpha$ មានតំលៃអតិបរមា

$\Rightarrow \tan\alpha = k$ (ធ្វើដេរីវេ រកតំលៃអតិបរមា) និង $y = \sqrt{1+k^2}$

ដូចនេះ: $\alpha = \arctan k$

$$F_{\min} = \frac{kmg}{\sqrt{1+k^2}}$$

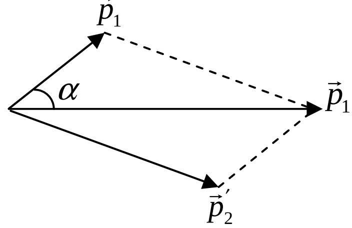
Ex39: អង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស m_1 ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $\vec{v}_1$ ពី A ទៅទង្គិចខ្ទាតនឹងអង្គធាតុ m_2 $(m_2 < m_1)$ កំពុងនៅស្ងៀមត្រង់ B នៅលើកំរាលដេក។ ក្រោយពេលទង្គិច m_1 មានល្បឿន $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_1'$ ផ្គុំជាមួយ $\vec{v}_1$ បានមុំ α ។ កំណត់ផលធៀប $\dfrac{v_1'}{v_1}$ ត្រូវគ្នានឹងករណីមុំលំងាក α ធំបំផុត។ មិនគិតគ្រប់កកិត។

សម្រាយ

ពិនិត្យប្រព័ន្ធបិទដែលមាន m_1 និង m_2:

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា $\vec{p}_1 = \overrightarrow{p_1'} + \overrightarrow{p_2'}$

$\Rightarrow p_2'^2 = p_1^2 + p_1'^2 - 2p_1p_1'\cos\alpha$ (1)



ច្បាប់រក្សាថាមពល $K_1 = K_1' + K_2'$

ដោយ $K=\dfrac{p^2}{2m}$ នាំឲ្យ $\dfrac{m_1}{m_2}p_2'^2 = p_1^2 - p_1'^2$ (2)

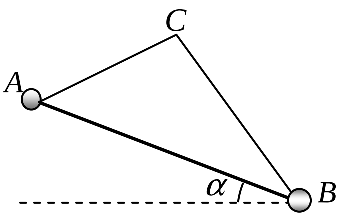
ជំនួស (1) ចូល (2): $\Rightarrow (1-\dfrac{m_2}{m_1})p_1^2 + (1+\dfrac{m_2}{m_1})p_1'^2 = 2p_1p_1'\cos\alpha$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{x}(1-\dfrac{m_2}{m_1}) + x(1+\dfrac{m_2}{m_1}) = 2\cos\alpha$ ដែល $x=\dfrac{v_1'}{v_1}$

ពេលមុំលំងាក α ធំបំផុត $\Rightarrow \cos\alpha_{\min} \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}(1-\dfrac{m_2}{m_1}) = x(1+\dfrac{m_2}{m_1})$

ពេលនោះ: $x=\dfrac{v_1'}{v_1}=\sqrt{\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}}$

Ex40: របារ AB មានប្រវែង l ,មានម៉ាសអាចចោលបាន។ ចុង A ភ្ជាប់នឹងអង្គធាតុ $m_1=300g$ ចុង B ភ្ជាប់នឹងអង្គធាតុ $m_2=200g$ ។ គេងចងខ្សែមិនយឺតមួយទៅនឹងចុងទាំងពីរ A, B រួចព្យួរទៅនឹងកំពូល C ស្ថិតនៅនឹងមិនមានកកិត យ៉ាងណាឲ្យរបារមានលំនឹងដូចរូប។
ដឹងថា ប្រវែងខ្សែ $ACB=l'=30cm$ ។



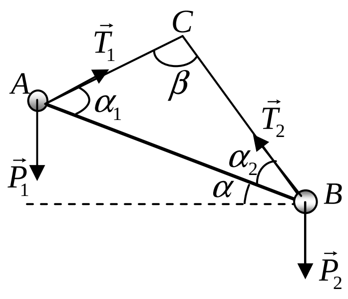
a. គណនាប្រវែងអង្កត់ខ្សែនីមួយៗ CA និង CB

b. ដោយដឹងថារបារ AB ផ្គុំជាមួយទិសដេកបាន មុំ $\alpha=10^0$ ។ គណនាប្រវែងរបារ AB ។

សម្រាយ

a. $CA+CB=30cm$

ដោយ AB មានលំនឹង, យើងបាន:



$+\ M(\vec{P}_{1/B}) = M(\vec{T}_{1/B})$

$+\ M(\vec{P}_{2/A}) = M(\vec{T}_{2/A})$

$\Rightarrow P_1.AB\cos\alpha = T_1.AB\sin\alpha_1$ (1)

$P_2.AB\cos\alpha = T_2AB\sin\alpha_2$ (2)

ដោយមិនមានកកិត: $T_1=T_2$

តាម (1), (2) $\Rightarrow \dfrac{P_1}{\sin\alpha_1}=\dfrac{P_2}{\sin\alpha_2} \Rightarrow \dfrac{0,3.10}{\sin\alpha_1}=\dfrac{0,2.10}{\sin\alpha_2}$

$\Rightarrow \sin\alpha_1 = \dfrac{3}{2}\sin\alpha_2$ (3)

តាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស: $\dfrac{CB}{\sin\alpha_1}=\dfrac{AC}{\sin\alpha_2} \Rightarrow \dfrac{1-AC}{\sin\alpha_1}=\dfrac{AC}{\sin\alpha_2}$

$\Rightarrow\ AC = 12cm, CB = 18cm$

b. ប្រវែង AB:

ដោយ AB មានលំនឹង: $\vec{T_1} + \vec{P_1} + \vec{T_2} + \vec{P_2} = \vec{0}$

ចំនោលលើអ័ក្ស Ox: $T_1.\cos(\alpha_1 - \alpha) = T_2 \cos(\alpha_2 + \alpha)$

$\Rightarrow\ \alpha_1 - \alpha = \alpha_2 + \alpha \ \Rightarrow\ \alpha_1 = \alpha_2 + 20^0$

$\alpha_1 - \alpha = -(\alpha + \alpha_2)$ (ចោល)

តាម (3) $\Rightarrow\ \sin(\alpha_2 + 20^0) = \frac{3}{2}\sin\alpha_2 \qquad (4)$

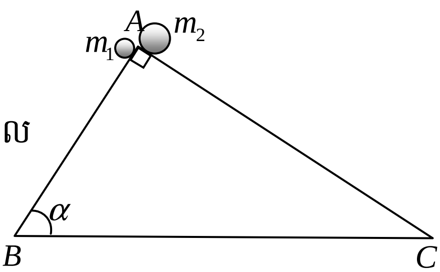
$$\sin\alpha_2.\cos 20^0 + \cos\alpha_2.\sin 20^0 = \frac{3}{2}\sin\alpha_2$$

$$\sin\alpha_2(\cos 20^0 - \frac{3}{2}) + \cos\alpha_2.\sin 20^0 = 0$$

$$\Rightarrow\ \tan\alpha_2 = \frac{\sin 20^0}{\frac{3}{2} - \cos 20^0} \ \Rightarrow\ \alpha_2 = 31,38^0,\ \alpha_1 = 51,38^0 \ \Rightarrow\ \beta = 97,24^0$$

អនុវត្តន៍: $\frac{AB}{\sin\beta} = \frac{CB}{\sin\alpha_1} \ \Rightarrow\ AB \approx 22,89cm$

Ex41: អង្គធាតុពីរមានម៉ាស $m_2 = 3m_1$ ចាប់ផ្តើមផ្លាស់ទីពីកំពូលរបស់ស្នៀតមួយមានរាងជាត្រីកោណកែង ABC ដូចគ្នា (កែងត្រង់ A, និងមុំ α ដូចរូប) តាមបណ្តាប្លង់ជំរាលពីរ AB និង AC ដោយមិនមានកកិត។ យក $g = 10m/s^2$ ។



a. រក្សាស្នៀតឲ្យនៅស្ងៀម, លែងអង្គធាតុទាំងពីរព្រមគ្នា នោះរយៈពេលរអិលទៅដល់ជើងបណ្តាប្លង់ជំរាលរបស់ពួកវារៀងគ្នាគឺ t_1 និង t_2 ដែល $t_2 = 2t_1$ ។

គណនា α ។

b. ដើម្បីឲ្យ $t_2 = t_1$ តើត្រូវឲ្យស្នៀតផ្លាស់ទីតាមទិសដេកដោយសំទុះថេរ a_0 ស្មើប៉ុន្មាន?

សម្រាយ

a. រក្សាស្នៀតឲ្យនៅស្ងៀម

* សំទុះចលនារបស់បណ្តាអង្គធាតុនៅលើប្លង់ទេមិនគិតកកិតគឺ:

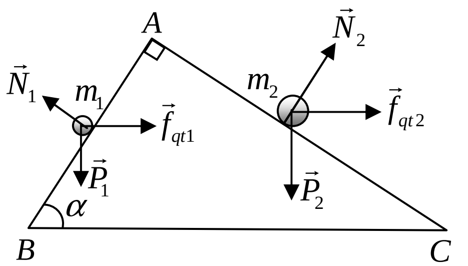
$$a_1 = g\sin\alpha;\ a_2 = g\cos\alpha$$

* រយៈពេលដែលបណ្តាអង្គធាតុរអិលទៅដល់ជើងប្លង់ជំរាលគឺត្រូវបានគណនាដោយរូបមន្ត:

$$AB = \frac{1}{2} g \sin\alpha . t_1^2 \text{ និង } AC = \frac{1}{2} g \cos\alpha . t_2^2$$

តាមបំរាប់, យើងបាន: $t_2 = 2t_1 \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{4}{\tan\alpha}$

ម្យ៉ាងទៀត $\frac{AC}{AB} = \tan\alpha$ នាំឲ្យ $\tan\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 63,4^0$



$b.$ ពេលស្នៀតផ្លាស់ទី:

* ដើម្បីឲ្យបាន $t_2 = t_1$ យើងឃើញថា ស្នៀត M ត្រូវផ្លាស់ទីទៅខាងឆ្វេង ដោយចលនាស្ទុះស្មើ ដោយសំទុះ a_0

* ក្នុងតំរុយភ្ជាប់នឹងស្នៀត បណ្តាអង្គធាតុ m_1 និង m_2 រងអំពើបន្ថែមនៃកំលាំងនិចលភាព $\vec{f}_{qt1}$ និង $\vec{f}_{qt2}$, ដូចនោះ សំទុះរបស់បណ្តាអង្គធាតុនៅពេលនេះគឺ:

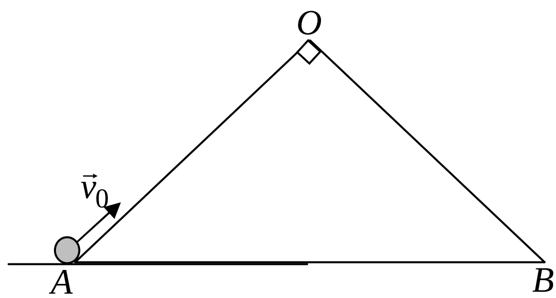
$$a_1 = g\sin\alpha - a_0\cos\alpha \text{ និង } a_2 = g\cos\alpha + a_0\sin\alpha$$

ដោយ $t_2 = t_1$ នាំឲ្យ $\frac{AC}{AB} = \frac{a_2}{a_1}$

$$\tan\alpha = \frac{g\cos\alpha + a_0\sin\alpha}{g\sin\alpha - a_0\cos\alpha} = \frac{g + a_0\tan\alpha}{g\tan\alpha - a_0}$$

ទាញបាន $a_0 = \frac{3g}{4} = 7,5m/s^2$

Ex42: ស្វ៊ែតូចមួយ ស្ថិតនៅត្រង់ជើងស្នៀត AOB កែងសមបាតត្រង់ O, នៅនឹង មានជ្រុង l (ដូចរូប)។ តើត្រូវផ្តល់ឲ្យស្វ៊ែ នូវល្បឿន $\vec{v}_0$ ស្មើប៉ុន្មាន តាមទិសដៅស្របនឹងប្លង់ស្នៀត ដើម្បីឲ្យស្វ៊ែធ្លាក់ចំ ចំនុច B នៅលើស្នៀត។ មិនគិតគ្រប់កកិតទាំងអស់, ចាត់ទុកគ្រប់ទង្គិច ទាំងអស់ គឺជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។

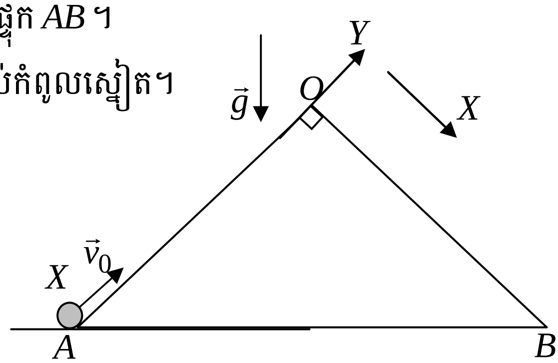


សម្រាយ

ជ្រើសរើសគល់ប៉ូតង់ស្យែល នៅត្រង់ប្លង់មានផ្ទុក AB ។

តាង $\vec{v}$ ជាល្បឿនរបស់ស្វែ ពេលឡើងទៅដល់កំពូលស្នៀត។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:



$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+mg\frac{l\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad v=\sqrt{v_0^2-gl\sqrt{2}}$$

ក្រោយពេលធ្លាក់ពី O, ស្វែផ្លាស់ទីដូចជាអង្គធាតុចោលតាមទិសទេរ ដោយល្បឿន $\vec{v}$ បង្កើតជាមួយទិសដេកបានមុំ 45^0 ។

+ តាមអ័ក្ស Oy: $a_y=-\frac{g\sqrt{2}}{2}=\text{const}$

$$v_y=v-\frac{g\sqrt{2}}{2}t; \quad y=vt-\frac{g\sqrt{2}}{4}t^2$$

ពេលទង្គិច B: $y=0 \quad \Rightarrow \quad t=\frac{2\sqrt{2}v}{g}$

ល្បឿនស្វែក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម: $v_y=v-\frac{g\sqrt{2}}{2}.\frac{2\sqrt{2}v}{g}=-v$

ដោយនេះជាទង្គិចខ្ទាត, នោះក្រោយពេលទង្គិច ល្បឿនរបស់ស្វែតាមទិស Oy គឺ $\vec{v}_1$ បានជាស្វែចាប់ផ្តើមផ្លាស់ទីដូចខាងលើទៀត។

ប្រវែងរវាងការទង្គិចគ្នាពីរដងតគ្នា រវាងស្វែ និងប្លង់ស្នៀត OB គឺ $t=\frac{2\sqrt{2}v}{g}$

+ តាមអ័ក្ស Ox: $a_x=\frac{g\sqrt{2}}{2}=\text{const}$, $v_{0x}=0$, ស្វែមានចលនាស្ទុះស្មើ ។

ចំងាយចរបានតាម Ox ក្រោយពេលទង្គិចគ្នា: $x_1:x_2:x_3:...=1:3:5:...:(2n-1)$

$$x_1=\frac{1}{2}a_xt^2=\frac{2\sqrt{2}(v_0^2-gl\sqrt{2})}{g}$$

ដើម្បីឲ្យស្វែធ្លាក់ចំ ចំនុច B:

$$x_1 + x_2 + ... + x_n = [1+3+5+...+(2n-1)]x_1 = n^2 x_1 = l$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2\sqrt{2}(v_0^2 - gl\sqrt{2})}{g}n^2 = l \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{(4n^2+1)gl}{2\sqrt{2}n^2}}$$ ។

សំគាល់: បើសិស្សគ្រាន់តែស្រាយបាន ១ករណីៈ អង្គធាតុក្រោយពេលធ្លាក់ពី O នឹងធ្លាក់ចំ B ភ្លាមគឺបានពិន្ទុតែពាក់កណ្ដាលនៃពិន្ទុសរុបនៃលំហាត់នេះទេ! ។

Ex43: ក្បាលម៉ាស៊ីនរបស់រថភ្លើងមួយ មានម៉ាស 40 តោន, ទំងន់ត្រូវបានចែកស្មើទៅឲ្យកង់ទាំង 8 ។ ក្នុងនោះ មានកង់ចលករចំនួន 4 ។ ក្បាលម៉ាស៊ីនទាញទូរចំនួន 8 , ដែលទូរនីមួយៗ មានម៉ាស 20 តោន។ មេគុណកកិត រវាងកង់រថភ្លើងជាមួយនឹងផ្លូវដែកគឺ $0,07$ ។ មិនគិតកកិត នៅត្រង់អ័ក្សរង្វិលទាំងអស់។ នៅលើពិដាន របស់ទូររថភ្លើង មានស្វ៊ែតូចមួយមានម៉ាស 200 ក្រាម ព្យួរដោយខ្សែស្រាល, មិនយឺត។ (ឲ្យ $g = 10m/s^2$) ។

a. គណនារយៈពេលខ្លីបំផុត គិតចាប់ពីពេលចាប់ផ្ដើមចេញដំណើរ ដល់ពេលតួរថភ្លើងទាំងមូលមានល្បឿន 20km/h និង គណនាមុំលំងាក របស់ខ្សែដែលព្យួរប៉ោល ធៀបនឹងទិសឈរ និងកំលាំងតំនឹង របស់ខ្សែនោះ។

b. ក្រោយពីរយៈពេលខាងលើ, រថភ្លើងចាប់ហ្វ្រាំង។ ដឹងថា ពេលនេះម៉ូទ័រមិនផ្ដល់កំលាំងទៅឲ្យបណ្ដាកង់ទៀតទេ។

គណនា ចំងាយចរដែលរថភ្លើងចរបាន ចាប់ពីពេលចាប់ហ្វ្រាំងដល់ពេលឈប់ស្ងៀម, មុំលំងាករបស់ខ្សែព្យួរធៀបនឹងទិសឈរ និងកំលាំងតំនឹងខ្សែ ក្នុង២ករណីៈ

1. ចាប់ហ្វ្រាំងតែនៅត្រង់បណ្ដាកង់ នៃក្បាលម៉ាស៊ីនតែប៉ុណ្ណោះ។
2. ចាប់ហ្វ្រាំងគ្រប់បណ្ដាកង់របស់តួរថភ្លើងទាំងមូល។

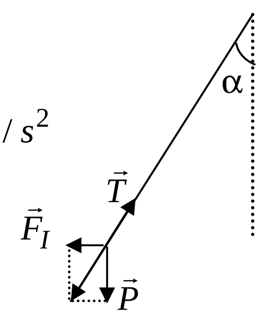
សម្រាយ

a. កំលាំងចលករ គឺជាកំលាំងកកិត មានអំពើទៅលើកង់ទាំង 4 នៅក្បាលម៉ាស៊ីនៈ

$$F_{pd} = f_{ms} = k.M_d.g/2 = 14.10^3 N$$

សំទុះអតិបរមាដែលរថភ្លើងទទួលបានៈ

$$a_{\max} = F_{pd}/M = F_{pd}/(M_d + M_t) = 0,07m/s^2$$



រយៈពេលខ្លីបំផុតៈ $v_t = v_0 + a.t_{\min}$

$\rightarrow \quad t_{\min} = v_t / a_{\max} = 79,4s$ (រឺ 1នាទី 15វិនាទី)

មុំលំងាក α របស់ខ្សែព្យួរ និងកំលាំងតំនឹងខ្សែៈ

ខ្សែត្រូវបានងាក មកខាងក្រោយ (ធៀបនឹងល្បឿន)

+ ដោយ $m << M$ នោះវាមិនមានឥទ្ធិពលទៅដល់សំទុះរបស់រថភ្លើងទេ

+ ក្នុងប្រព័ន្ធតំរុយដែលភ្ជាប់នឹងរថភ្លើង, អង្គធាតុ m រងអំពើរបស់កំលាំង 3 : $\vec{P}, \vec{T}, \vec{F_I}$

យើងមាន: $\tan\alpha = F_I / P = m.a_{\max} / m.g = 0,007 \rightarrow \alpha = 0,4^0$

ម្យ៉ាងទៀត យើមាន: $\cos\alpha = P / T \rightarrow T = m.g / \cos\alpha = 2,0002N$ (មើលរូប)។

b. 1. ករណីចាប់ហ្វ្រាំងនៅក្បាលម៉ាស៊ីន:

ពេលនេះ រថភ្លើងមានចលនាយឺតស្មើ

+ សំទុះរបស់រថភ្លើង: $a_1 = -f_{ms} / M = -k.M_d.g / M = -0,14 m / s^2$

+ ពេលឈប់ ល្បឿនរបស់រថភ្លើងស្មើសូន្យ

$$s = -v_1^2 / 2.a_1 = 110,23m \ .$$

+ មុំលំងាក: $\tan\alpha_1 = ma_1 / mg = 0,14 \rightarrow \alpha_1 = 7,97^0$ ខ្សែងាកទៅខាងមុខ

+ កំលាំងតំនឹងខ្សែ: $\cos\alpha_1 = P / T_1 \Rightarrow T_1 = 2,0195N$ ។

2. ពេលចាប់ហ្វ្រាំងគ្រប់បណ្តាកង់:

+ សំទុះរបស់រថភ្លើង: $a_2 = -f_{ms} / M = -k.(M_d + M_t).g / M$ ។

Ex44: បន្ទះក្តារមួយមានម៉ាស M ត្រូវបានព្យួរទៅនឹងខ្សែស្រាល, មិនយឺត។ បើគ្រាប់បាញ់មានម៉ាស m បាញ់ចំបន្ទះក្តារដោយល្បឿន v_0 នោះវាឈប់នៅត្រង់ផ្ទៃខាងក្រោយរបស់បន្ទះ, បើបាញ់ដោយល្បឿន $v_1 > v_0$ នោះគ្រាប់បាញ់អាចចោះទំលុះបន្ទះក្តារបាន។

គណនា ល្បឿន v របស់បន្ទះក្តារ ក្រោយពេលគ្រាប់បាញ់ចោះទំលុះភ្លាម។ ឧបមាថា កំលាំងទប់របស់បន្ទះក្តារ ចំពោះគ្រាប់បាញ់ មិនអាស្រ័យនឹងល្បឿនរបស់គ្រាប់ទេ។

បកស្រាយដើម្បីជ្រើសរើសសញ្ញាក្នុងចំលើយ។

សម្រាយ

ពេលល្បឿនគ្រាប់បាញ់គឺ v_0, ក្រោយពេលចោះទំលុះ, គ្រាប់បាញ់ និងបន្ទះក្តារផ្លាស់ទីដោយល្បឿន v' ដូចគ្នា។

អនុវត្តន៍ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងថាមពល យើងបាន:

$$mv_0 = (M+m).v' \quad (1) \text{ និង } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(M+m).v^2 + Q \quad (2)$$

ដែល Q ជាកម្មន្តរបស់កំលាំងទប់បំលែងទៅជាកំដៅ។

$$(1),(2) \quad \Rightarrow \quad Q=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{M+m}.v_0\right)^2$$

$$Q=\frac{mM}{2(M+m)}.v_0^2 \qquad (3)$$

ពេលគ្រាប់បាញ់មានល្បឿន $v_1>v_0$ ។ តាង v_2 ជាល្បឿនគ្រាប់បាញ់ក្រោយពេលចោះទំលុះបន្ទះក្តារ។

ដូចគ្នាដែរ យើងបាន: $\quad mv_1=Mv+mv_2 \quad \Rightarrow \quad v_2=v_1-\frac{M}{m}v \quad (4)$

$$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}mv_2^2+Q \qquad (5)$$

ជំនួស $(3),(4)$ ចូល (5) យើងទាញបាន: $v_1^2=\frac{M}{m}v^2+\left(v_1-\frac{M}{m}v\right)^2+\frac{M}{M+m}.v_0^2$

$$\Rightarrow \qquad v=\frac{m}{M+m}\left(v_1\pm\sqrt{v_1^2-v_0^2}\right)$$

បើយកសញ្ញា "+", ជំនួសចូល (4) យើងទាញបាន:

$$v_2=\frac{mv_1-M\sqrt{v_1^2-v_0^2}}{M+m}<v=\frac{m}{M+m}\left(v_1+\sqrt{v_1^2-v_0^2}\right)$$

ករណីនេះ មិនសមហេតុផល ព្រោះល្បឿនគ្រាប់បាញ់ ក្រោយពេលចោះទំលុះបន្ទះក្តារមិនអាចតូចជាងល្បឿនរបស់បន្ទះក្តារទេ។ ដូចនោះ យើងយក: $v=\frac{m}{M+m}\left(v_1-\sqrt{v_1^2-v_0^2}\right)$

Ex45: ប្រអប់មួយមានផ្ទុកខ្សាច់ដែលពីដំបូង កំពុងនៅស្ងៀម, ត្រូវបានទាញនៅលើកំរាលដោយប្រើខ្សែមួយដោយប្រើកំលាំង $F=1000N$,មេគុណកកិតរវាងប្រអប់នឹងកំរាល $0,35$ ។

a. តើមុំរវាងខ្សែ និងទិសដេកស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដើម្បីទាញបានបរិមាណខ្សាច់ធំបំផុត?

b. ម៉ាសខ្សាច់ និងប្រអប់ ក្នុងករណីនោះស្មើប៉ុន្មាន? យក $g=10m/s^2$ ។

សម្រាយ

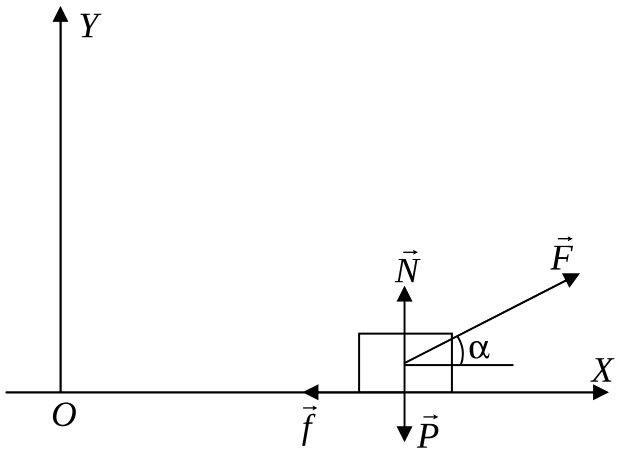
a. + ប្រព័ន្ធអង្គធាតុ រងអំពើនៃបណ្តាកំលាំងដូចរូប។

+ ជ្រើសយកប្រព័ន្ធតំរុយ Oxy (ដូចរូប) ។

+ យើងបាន: $\vec{N}+\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a} \qquad (1)$

ចំណោល (1) ទៅលើ Oy: $F.\sin\alpha+N-P=0 \quad \Rightarrow \quad N=P-F.\sin\alpha \quad (2)$

ចំណោល (1) ទៅលើ Ox: $F.\cos\alpha-f=m.a \qquad (3)$



ដោយ $f = K.N = K.m.g - K.F.\sin\alpha \;\Rightarrow\; m = \dfrac{K(\cos\alpha + K.\sin\alpha)}{K.g + a}$

\+ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យ $m_{\max}$ គឺ: $(\cos\alpha + K.\sin\alpha)_{\max}$

$$(K.g + a)_{\min} \quad \Rightarrow \quad a = 0$$

ដោយ $F = \text{const}\,;\, g = \text{const}\,;\, K = \text{const}$

តាមវិសមភាព *Bunhiacopski* : $1.\cos\alpha + K.\sin\alpha \le \sqrt{1 + K^2}$

$$\Rightarrow \qquad m \le \frac{F\sqrt{1+K^2}}{K.g}$$

សញ្ញាស្មើកើតមានពេល $K = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha = 0,35$

$$\Rightarrow \qquad \alpha = 19,3^0$$

ពេលនោះ ម៉ាសខ្សាច់ គឺធំបំផុត, ម៉ាសខ្សាច់ និងប្រអប់គឺ:

$$m_{\max} = \frac{F\sqrt{1+K^2}}{K.g}$$

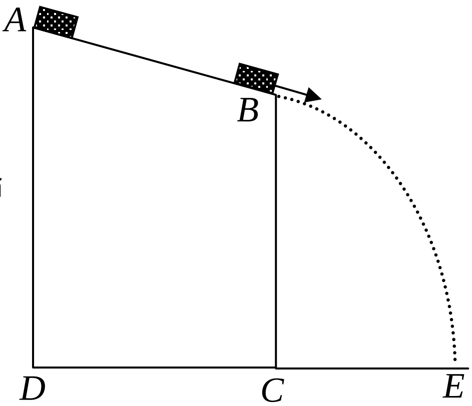
$$= \frac{1000\sqrt{1+0,35^2}}{0,35.10} = 303kg$$ ។

កើតជាកូនខ្មែរ ទោះមិនបានធ្វើអ្វីជាដុំកំភួនសម្រាប់ជួយជាតិខ្មែរ សុំត្រឹមតែចេះចែករំលែកដើម្បីជនរួមជាតិ គឺជាការរួមចំណែកមួយសំរាប់អភិវឌ្ឍន៍ជាតិយើងគឺបានហើយ!!

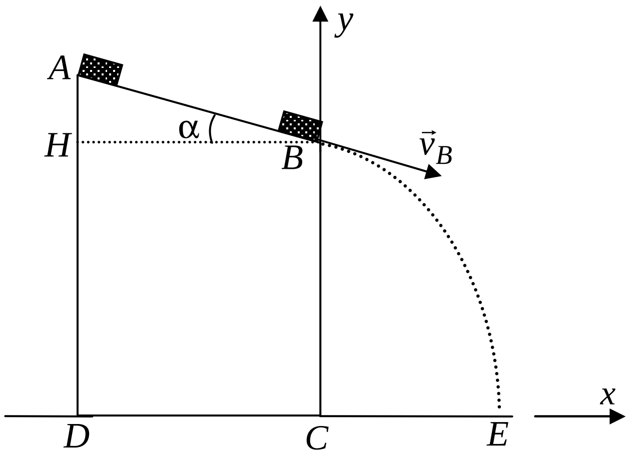
Ex46: ពីកំពូល A របស់ប្លង់តុទេរមួយ គេលែងវត្ថុតូចមួយមានម៉ាស $m=0,2kg$ រអិលដោយគ្មានកកិត, គ្មានល្បឿនដើម។ គេឲ្យ $AB=50cm$, $BC=100cm$, $AD=130cm$, និង $g=10m/s^2$ ។

a. គណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុត្រង់ចំនុច B ។

b. ស្រាយបញ្ជាក់ថា គន្លងរបស់អង្គធាតុក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីប្លង់តុ គឺជាប៉ារ៉ាបូលមួយ។ អង្គធាតុធ្លាក់បានចំងាយ CE ពីជើងតុ ស្មើប៉ុន្មាន?
(យកគល់តម្រុយត្រង់ C)



សម្រាយ



a. គណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុត្រង់ចំនុច B

+ ដោយរអិលនៅលើ AB ដោយគ្មានកកិត នោះសំទុះរបស់អង្គធាតុ នៅលើប្លង់ទេរ AB គឺ:

$$a=g.\sin\alpha$$

ចំពោះ: $\sin\alpha=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{AD-HD}{AB}=\dfrac{AD-BC}{AB}=\dfrac{130-100}{50}=0,6$

$\Rightarrow \quad a=g.\sin\alpha=10.0,6=6m/s^2$

+ ល្បឿនរបស់អង្គធាតុត្រង់ B ត្រូវបានកំណត់: $V_B^2-V_A^2=2a.AB$

$\Rightarrow \quad V_B=\sqrt{2a.AB+V_A^2}=\sqrt{2.6.0,5+0}=2,45m/s$

b. ជ្រើសរើសតំរុយ Oxy ដូចរូប, គល់តំរុយត្រង់ C គល់រយៈពេល គឺពេលអង្គធាតុនៅត្រង់ B

+ តាម Ox: គេបាន: $x = v_B.\cos\alpha.t$

+ តាម Oy: គេបាន: $y = h - v_B.\sin\alpha.t - \dfrac{gt^2}{2}$

បំបាត់ t, រវាង x និង y យើងបាន:

$$y = h - \tan\alpha.x - \frac{g}{2v_B^2.\cos^2\alpha}.x^2 \quad (1)$$

ពីកន្សោមរបស់ y, យើងឃើញថា គន្លងរបស់អង្គធាតុក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពី B គឺជាប៉ារ៉ាបូលមួយ។

+ ត្រង់ចំនុចធ្លាក់ E, គេបាន: $y_E = 0$, $x_E = \overline{CE} = l$

ពី (1), យើងបាន: $0 = h - \tan\alpha.l - \dfrac{g}{2v_B^2.\cos^2\alpha}.l^2 \quad (2)$

ចំពោះ $\sin\alpha = 0,6 \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-(0,6)^2} = 0,8$

$\Rightarrow \quad \tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0,75$

ពី (2), យើងបានសមីការ: $1,3l^2 + 0,75l - 1 = 0$

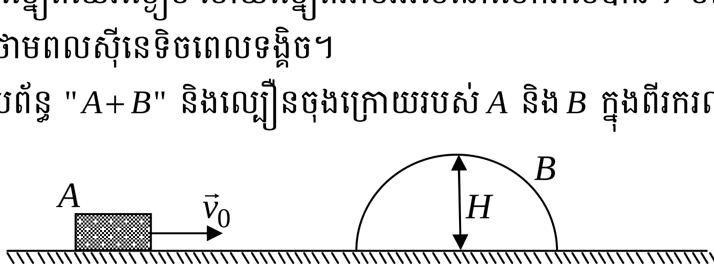
យើងរកបាន: $l = 0,635m$ (យក) និង $l = -1,21m$ (ចោល) ។

Ex47: អង្គធាតុ A មានម៉ាស $m_1 = 1kg$ រអិលនៅលើប្លង់កំរាលស្ថិតតាមទិសដេក ដោយល្បឿន $v_0 = 5m/s$ រួចរអិលនៅលើស្នៀត B មានម៉ាស $m_2 = 5kg$, មានរាងដូចរូប និងកំពស់របស់កំពូលគឺ H ។ ដំបូងស្នៀតឈរស្ងៀម ហើយស្នៀតអាចរអិលនៅលើកំរាលបាន។ មិនគិតគ្រប់កកិត និងកំហាតថាមពលស៊ីនេទិចពេលទង្គិច។

a. ពណ៌នាចលនារបស់ប្រព័ន្ធ "$A+B$" និងល្បឿនចុងក្រោយរបស់ A និង B ក្នុងពីរករណី៖

ក. $H = 1m$

ខ. $H = 1,2m$



b. រកតម្លៃតូចបំផុត v_{min} របស់ v_0 ដើម្បីឲ្យពេល $v_0 > v_{min}$ នោះអង្គធាតុរអិលឆ្លងកាត់ស្នៀតកំពស់ $H = 1,2m$ ។ គេយក $g = 10m/s^2$ ។

សម្រាយ

a. ឧបមាថា អង្គធាតុមិនឆ្លងកាត់កំពូលស្នៀត តែគ្រាន់តែឡើងទៅដល់កំពស់អតិបរមាស្មើ h , មានន័យថា អង្គធាតុឈប់ស្ងៀមត្រង់នោះ ធៀបនឹងស្នៀត, ពេលនោះ អង្គធាតុនិង ស្នៀតមាន

ល្បឿនស្មើគ្នាគឺ v ។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច, យើងបាន:

$$m_1.v_0 = (m_1 + m_2).v \qquad (1)$$

$$\frac{m_1.v_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2).v^2}{2} + m_1.g.h \qquad (2)$$

ពី (1) និង (2) ទាញបាន: $h = \dfrac{m_2.v_0^2}{2(m_1 + m_2).g} = 1,04m \quad (3)$

ក). បើ $H = 1m$ នោះ $h > H$: អង្គធាតុឆ្លងកាត់កំពូលស្នៀត ហើយពេលធ្លាក់ចុះផ្ទៃខាងក្រោយរបស់ស្នៀត នោះអង្គធាតុ នឹងបញ្ឈប់ស្នៀត, ចុងក្រោយ អង្គធាតុនឹង ផ្លាស់ទីលឿនជាងស្នៀត, មានន័យថា ពេលធ្លាក់ចេញពីស្នៀត ល្បឿនចុងក្រោយ v_1 របស់អង្គធាតុធំជាងល្បឿនចុងក្រោយ v_2 របស់ស្នៀត $(v_2 \geq 0)$

អនុវត្តន៍ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និង ច្បាប់រក្សាថាមពលស៊ីនេទិច:

$$m_1.v_0 = m_1.v_1 + m_2.v_2 \qquad (4)$$

$$\frac{m_1.v_0^2}{2} = \frac{m_1.v_1}{2} + \frac{m_2.v_2^2}{2} \qquad (5)$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = \frac{m_1(v_0 - v_1)}{m_2} \qquad (6)$$

ហើយ $(m_1 + m_2).v_1^2 - 2.m_1.v_0.v_1 - (m_2 - m_1).v_0^2 = 0 \qquad (7)$

ដោះស្រាយសមីការ , យើងរកបាន: $v_1 = v_0$ និង $v_1 = -\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}.v_0 < 0 \qquad (8)$

យកឬស $v_1 = v_0 = 5m/s$ ជំនួសចូល (6): $v_2 = 0$

ខ). បើ $H = 1,2m$, មានន័យថា $H > h$: អង្គធាតុឡើងដល់កំពស់ $h = 1,04m$ វានឹងថយចុះមកវិញ ហើយរុញច្រានស្នៀតបន្ថែមទៀត។

ពេលនោះ យើងនៅតែទទួលបានសមីការ (4) និង (5) តែ $v_2 > 0, v_1$ អាចវិជ្ជមាន រឺអវិជ្ជមាន។ យើងក៏ទទួលបានសមីការ (7) តែ $v_1 = v_0$ មិនសមស្រប (ព្រោះ $v_2 = 0$) ,

នោះត្រូវរកឬស: $v_1 = -\dfrac{(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}.v_0 = -3,3m/s$

ជំនួសចូល (6): $v_2 = 1,67m/s$ ។

b. តំលៃតូចបំផុត $v_{\min}$ របស់ v_0 ត្រូវគ្នានឹងករណីអង្គធាតុទើបឡើងទៅដល់កំពូល ហើយផ្លាស់ទីរួមគ្នាជាមួយស្នៀត។

អនុវត្តន៍ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងរក្សាថាមពលស៊ីនេទិច:

$$m_1.v_{\min} = (m_1 + m_2).v \qquad (9)$$

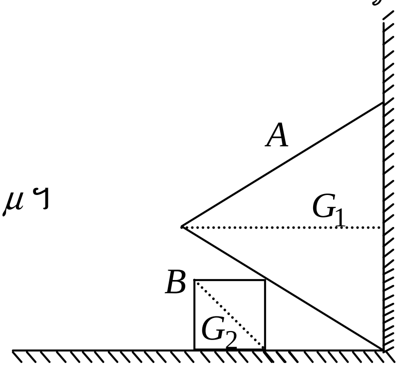
$$\frac{m_1.v^2_{\min}}{2} = \frac{(m_1 + m_2).v^2}{2} + m_1.g.H \qquad (10)$$

តាម (9) និង (10) ទាញបាន: $v_{\min} = \sqrt{\frac{2.g.H.(m_1 + m_2)}{m_2}} = 5,4 m/s$ ។

Ex48: អង្គធាតុ A មានម៉ាស $m_1 = 5kg$ មានរាងជាដុំព្រី មានមុំកាត់ជាត្រីកោណសម័ង្ស, ត្រូវបានកៀបជាប់ទៅនឹងជញ្ជាំងឈរមួយ ដោយកល់ទៅលើអង្គធាតុ B មានម៉ាស $m_2 = 5kg$ មានរាងជាដុំគូប, ដាក់នៅលើប្លង់កំរាលដេក។ ចាត់ទុកថា មេគុណកកិតនៅជញ្ជាំង និងនៅត្រង់កំរាលសុទ្ធតែស្មើនឹង μ ។

គណនា μ និងកំលាំងសង្កត់ត្រង់បណ្ដាកន្លែងប៉ះ។

គេឲ្យ $g = 10m/s^2$, មិនគិតកកិតត្រង់កន្លែងប៉ះរវាងអង្គធាតុ A និងអង្គធាតុ B ។



សម្រាយ

\+ អង្គធាតុ A រងអំពើ:

- កំលាំងទំនាញដី $\vec{P}_1$ (ចំនុចចាប់ត្រង់ G_1)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}_1$
- កំលាំងកកិត $\vec{F}_1$ របស់ជញ្ជាំង ($\vec{F}_1$ មានទិសដៅទៅលើ)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{Q}_1$ (ព្រោះមិនគិតកកិត) របស់អង្គធាតុ B

យើងបាន: $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 + \vec{Q}_1 = 0 \qquad (1)$

\+ អង្គធាតុ B រងអំពើ:

- កំលាំងទំនាញ $\vec{P}_2$ (ចំនុចចាប់ត្រង់ G_2)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}_2$
- កំលាំងកកិត $\vec{F}_2$ របស់កំរាល ($\vec{F}_2$ មានទិសដៅទៅស្ដាំ)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{Q}_2$ របស់អង្គធាតុ A ($Q_2 = Q_1$)

យើងបាន: $\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 + \vec{Q}_2 = 0 \qquad (2)$

ចំណោលបណ្ដាសមីការវ៉ិចទ័រ (1) និង (2) ទៅលើអ័ក្ស Oy ឈរ និងអ័ក្ស Ox ដេក:

យើងទាញបាន: $P_1 = F_1 + Q_1.\cos 30^0$ ដែល $F_1 = \mu.N_1$; $N_1 = Q_1.\sin 30^0$

និង $P_2 = N_2 - Q_2.\cos 30^0$ ដែល $Q_2 = Q_1$; $Q_2.\sin 30^0 = F_2 = \mu.N_2$

ពីបណ្តាសមីការខាងលើ យើងជំនួសលេខចូល, ទាញបាន: $\mu^2 + 3,46\mu - 1 = 0$

យើងយកឫសវិជ្ជមាន: $\mu = 0,267$

ពីនោះ យើងបាន: $N_2 = 1,869.Q_2 = 1,869.Q_1 ; Q_1 = P_1 = 50N$

$N_1 = \frac{Q_1}{2} = 25N$ ហើយ $N_2 = 93,5N$ ។

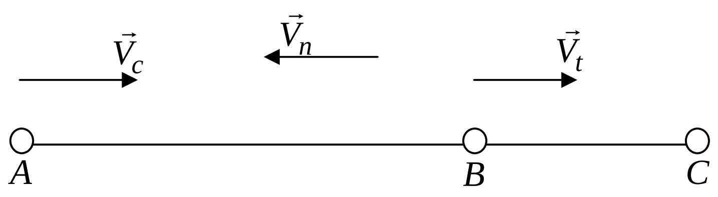
Ex49: ចេញពីកំពង់ផែពីរនៅតាមបណ្តោយទន្លេមួយ ដែលនៅចំងាយពីគ្នាប្រវែង $L = 72km$, មានកាណូតមួយគ្រឿង និងទូកមួយគ្រឿង ចេញដំណើរក្នុងពេលតែមួយ ហើយជួបគ្នានៅរយៈពេល $t_1 = 5h$ ក្រោយមក។ ក្រោយពេលនោះភ្លាម កាណូតក៏ត្រឡប់មកវិញ, ហើយទូកមិនចែវបន្តទៀតទេ។ ជាលទ្ធផល នៅរយៈពេល $t_2 = 4h$ ក្រោយមក, ទាំងទូកនិងកាណូត បានត្រឡប់មកដល់កន្លែងចេញដំណើរក្នុងពេលតែមួយ។

រកល្បឿនទឹកហូរ, ល្បឿនរបស់កាណូត និងទូក ពេលទឹកនៅនឹងថ្កល់។ (ដឹងថា ក្នុងពេលមានចលនា គឺល្បឿនរបស់ទូក ក៏ដូចជារបស់កាណូតធៀបនឹងទឹក គឺមិនប្រែប្រួល)។

សម្រាយ

សង្កេត:

ទូកឈប់ចែវ តែនៅតែត្រឡប់ទៅកាន់ទីតាំងដើម នោះពេលដំបូង ទូកធ្វើដំណើរច្រាសចរន្តទឹក។ រយៈពេល ត្រឡប់មកវិញរបស់កាណូត តូចជាងរយៈពេលទៅ នោះពេលដំបូង កាណូតបើកបញ្ច្រាសទឹក។



តាង v_n ជាល្បឿនរបស់ទឹកធៀបនឹងច្រាំង

v_t ជាល្បឿនរបស់ទូកធៀបនឹងទឹក

v_c ជាល្បឿនរបស់កាណូតធៀបនឹងទឹក

$$BC = (v_t - v_n).t_1 = v_n.t_2 \quad (1)$$

$$AC = (v_c - v_n).t_1 = (v_c + v_n).t_2 \quad (2)$$

ពី (1) យើងកំណត់បានល្បឿនរបស់ទូកជាអនុគមន៍នៃល្បឿនរបស់ទឹក:

$$v_t = \frac{t_1 + t_2}{t_1}.v_n = \frac{9}{5}v_n \quad (3)$$

ពី (2) យើងកំណត់បានល្បឿនរបស់កាណូតជាអនុគមន៍នៃល្បឿនទឹក:

$$v_c = \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2}.v_n = 9v_n \qquad (4)$$

ម្យ៉ាងទៀត $AC = L + BC$

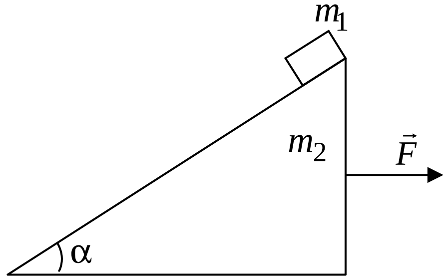
$$(v_c + v_n).t_2 = L + v_n.t_2 \quad \Leftrightarrow \quad 10v_n.4 = 72 + 4v_n$$

ដូចនេះ $v_n = 2km/h\,; v_c = 18km/h\,; v_t = 3,6km/h$ ។

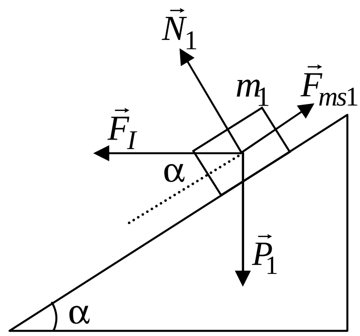
Ex50: នៅលើប្លង់ដេក មានស្នៀតមួយមានម៉ាស $m_2 = 4kg$, ប្រវែង $L = 12m$ និង $\alpha = 30^0$ ។ នៅលើស្នៀតមានដាក់ដុំឈើ $m_1 = 1kg$ ។

ដឹងថា មេគុណកកិតរវាងដុំឈើ និងស្នៀត គឺ $\mu = 0,1$ ។ មិនគិតគ្រប់កកិត រវាងស្នៀតនិងប្លង់ដេក។

រកកម្លាំង $\vec{F}$ ដែលមានអំពើលើស្នៀត ដើម្បីឲ្យដុំឈើអាចរអិលបានអស់ប្រវែងប្លង់ទេ ក្នុងរយៈពេល $t = 2s$ ពីសភាពនៅស្ងៀម។ យក $g = 10m/s^2$



សម្រាយ



តាង a_2 ជាសំទុះរបស់ស្នៀតធៀបនឹងផ្ទៃដី។

- ពិនិត្យ m_1 : ជ្រើសរើសតំរុយភ្ជាប់នឹងស្នៀតដូចរូប។

សំទុះរបស់ m_1 ធៀបនឹង m_2 : $L = \frac{1}{2}at^2$

$$\Rightarrow \quad a_{12} = \frac{2L}{t^2} = 6m/s^2$$

$$\cos\alpha.F_I + m_1.g.\sin\alpha - F_{ms1} = m_1 a_{12}$$

$$F_{ms} = \mu.N_1 = \mu(m_1.g.\cos\alpha - m_1 a_2 \sin\alpha)$$

កំលាំងដែលមានអំពើលើ m_1 តាមទិស Ox

$$m_1.g\sin\alpha + m_1.a_2\sin\alpha - \mu.m_1 g\cos\alpha + \mu.m_1 a_2\sin\alpha = m_1 a_{12}$$

អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន: $a_2 = \dfrac{a_{12} + \mu.g\cos\alpha - g.\sin\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} \approx 2m/s$

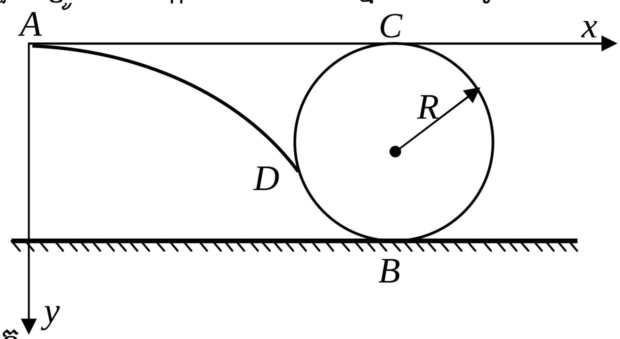
- ពិនិត្យស្នៀត: ជ្រើសរើសតំរុយភ្ជាប់នឹងដី។

$$F + N'_1\sin\alpha - F_{ms1}.\cos\alpha = m_2.a_2$$

$$N_1 = m_1.g.\cos\alpha - m_1 a_2\sin\alpha$$

$$F_{ms} = \mu(m_1 g\cos\alpha - m_1 a_2 \sin\alpha)$$
$$F = m_2 a_2 + m_1[\mu g\cos^2\alpha - (g+\mu a_2)\sin\alpha\cos\alpha + a_2\sin^2\alpha]$$
$$F \approx 4,9N$$

Ex51: ក្នុងប្លង់ឈរមានទរសំរាប់រំអិលមួយ ត្រូវបានបង្កើតដោយរាងពីរផ្នែក៖ ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y = \frac{5}{49}x^2$, ភ្ជាប់ជាមួយនឹងរង្វង់ដែលមានកាំ $R = 3,6m$ ។ អង្គធាតុតូចមួយ ស្ថិតនៅត្រង់កំពូល A របស់ទរ ហើយត្រូវបានផ្តល់ល្បឿនដើម v_0 តាមទិសដេក។



រកលក្ខខណ្ឌរបស់ v_0 ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុចរបានអស់ផ្នែករាងជារង្វង់របស់ទរសំរាប់រំអិលនោះ។ មិនគិតកកិត។ ឧបមាថា លក្ខខណ្ឌរបស់លំហាត់ ធានាឲ្យអង្គធាតុតែងតោងជាប់នៅនឹងអង្កត់ទរ ADB និងយក $g = 10m/s^2$ ។

សម្រាយ

- បើមិនមានផ្លូវរំអិល អង្គធាតុត្រូវបានចោលតាមទិសដេកពី A ដោយល្បឿនដើម v_0, នឹងផ្លាស់ទីតាមប៉ារ៉ាបូល

  ដែលមានសមីការ: $y_1 = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

- ចង់ឲ្យអង្គធាតុរអិលបានអស់ផ្នែក AD, មានន័យថា ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ:

$$y = \frac{5}{49}x^2 \le y_1$$
$$\Rightarrow \quad v_0 \le 7m/s \text{ ។}$$

- អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនត្រង់ C យើងបាន: $N_c = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$

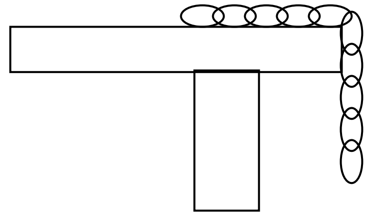
  ដើម្បីឲ្យ អង្គធាតុរអិលបានអស់ផ្នែកទររាងជារង្វង់ អង្គធាតុត្រូវទៅដល់ចំនុច C, មានន័យថា:

$$N_c \ge 0 \text{ ឬ } \left(\frac{v^2}{R} - g\right) \ge 0 \quad \Rightarrow \quad v \ge \sqrt{Rg} = 6m/s$$

- អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច, ដោយចំនុច C នៅកំពស់ស្មើនឹងចំនុច A នោះ៖ $v = v_0$
- ដូចនេះ៖ លក្ខខណ្ឌរបស់លំហាត់គឺ: $6m/s \le v_0 \le 7m/s$ ។

Ex52: ខ្សែច្រវ៉ាក់មួយ ស្ថិតនៅលើប្លង់តុរលោងមិនមានកកិត, ពាក់កណ្ដាលខ្សែច្រវ៉ាក់ បានទំលាក់ចុះក្រោម។ គេចងទៅនឹងចុងទាំងពីររបស់ច្រវ៉ាក់ នូវអង្គធាតុពីរមានម៉ាសដូចគ្នា។

តើរយៈពេលរអិលរបស់ច្រវ៉ាក់ប្រែប្រួលដូចម្តេច?



សម្រាយ

តាង m,l រៀងគ្នា ជាម៉ាស និងប្រវែងរបស់ច្រវ៉ាក់

m_0 ជាម៉ាសមួយឯកតាប្រវែង $(m_0 = m/l)$,

x ជាប្រវែងផ្នែកច្រវ៉ាកធ្លាក់ចុះក្រោម

ពេលមិនទាន់ភ្ជាប់អង្គធាតុ (តាង a ជាសំទុះរបស់ខ្សែច្រវ៉ាក់)

$$ma = m_0.x.g = m_0.x.g/m \qquad (1)$$

ពេលភ្ជាប់អង្គធាតុពីរដែលមានម៉ាសស្មើគ្នាគឺ M ទៅនឹងចុងទាំងពីរ (តាង a' ជាសំទុះរបស់ខ្សែច្រវ៉ាក់)

$$(2M+m)a' = (m_0.x+M)g \quad \Rightarrow \quad a' = \frac{(m_0.x+M)g}{2M+m} \qquad (2)$$

នៅខណៈពេលដំបូង (ពេលចាប់ផ្តើមរអិល) : $m_0 = m/2; x = l/2$ នោះ $a = a' = g/2$

ក្រោយមក: $x > l/2; m_0.x > m/2 \quad (*)$, យើងប្រៀបធៀប a និង a'

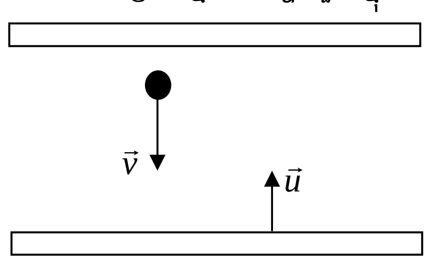
ពី (1) និង (2) : $a - a' = \dfrac{m_0.x.g}{m} - \dfrac{(m_0.x+M)g}{2M+m} = \dfrac{(2m_0.x - m).M.g}{2M+m} \qquad (**)$

ពី $(*) \& (**)$ យើងបាន: $a - a' > 0 \quad \to \quad a > a'$

សន្និដ្ឋាន: ពេលភ្ជាប់អង្គធាតុពីរដែលមានម៉ាសស្មើគ្នា នោះច្រវ៉ាក់ផ្លាស់ទីយឺតជាងមុន។

Ex53: ស្វ៊ែមួយ ទង្គិចស្រាលៗផ្លាស់ទីនៅចន្លោះបន្ទះដែកធំពីរដាក់ស្របគ្នា។ បន្ទះមួយក្នុងចំណោមបន្ទះដែកទាំងពីរ នៅស្ងៀម, ឯបន្ទះដែកទី២ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន u តាមទិសដៅទៅរកបន្ទះទី១។

ថាមពលរបស់ស្វ៊ែ នឹងកើនឡើងប៉ុន្មាន% ក្រោយពេលទង្គិចនឹងបន្ទះដែកបាន N ដង ជាមួយនឹងបន្ទះដែកដែលផ្លាស់ទី បើពីដំបូងវាមានល្បឿន v $(v > u)$ ហើយផ្លាស់ទីកែងនឹងបន្ទះដែកទាំងពីរដូចរូប។ មិនគិតការប្រែប្រួលល្បឿនរបស់ស្វ៊ែដែលកើតមានដោយសារអំពើរបស់កំលាំងទំនាញដី។



<u>សម្រាយ</u>

ពិនិត្យក្នុងប្រព័ន្ធតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងបន្ទះដែកដែលកំពុងផ្លាស់ទី, នោះល្បឿនរបស់ស្វ៊ែគឺ v_1 គឺ:

$$v_1 = u + v \ .$$

ក្រោយពេលទង្គិចខ្ទាតនឹងបន្ទះដែក, វាខ្ទាតឡើងដោយល្បឿនដែលមានតំលៃ:

$$v_2 = v_1 = u + v \ .$$

បំលែងទៅក្នុងប្រព័ន្ធតំរុយភ្ជាប់នឹងផ្ទៃដី, ល្បឿនរបស់ស្វ៊ែក្រោយពេលទង្គិច ត្រូវបានបំលែងទៅជា:

$$v_3 = v_2 + u = 2u + v \ .$$

ដូចនេះ, ក្រោយពេលទង្គិច កំរិតតប្រែប្រួលល្បឿនរបស់ស្វ៊ែគឺ:

$$\Delta v = v_3 - v = 2u \ .$$

ក្រោយពេលទង្គិច N ដង, ស្វ៊ែមានកំរិតប្រែប្រួលល្បឿគឺ $2Nu$

ដូចនោះ, បំរែបំរួលថាមពលស៊ីនេទិចរបស់វាស្មើ:

$$\Delta W = W_N - W = \frac{1}{2}m(v+2Nu)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(4Nvu + 4N^2u^2)$$

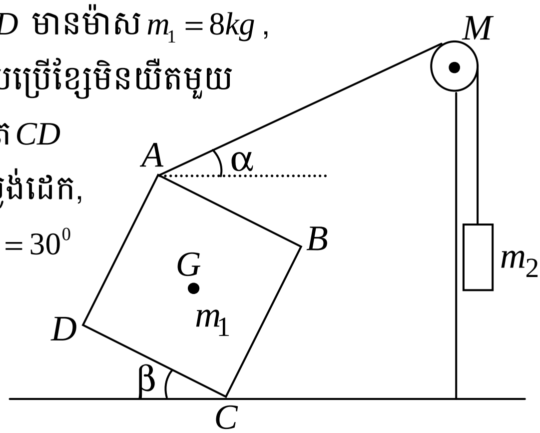
$$\Delta W = 2Num(v + Nu) \ .$$

បើគណនាជាភាគរយនោះយើងបាន:

$$\frac{\Delta W}{W}.100\% = \frac{2Nmu(v+Nu)}{\frac{1}{2}mv^2}.100\% = \frac{4Nu(v+Nu)}{v}.100\% \text{ ។}$$

Ex54: ប្រអប់គូបមួយមានមុខកាត់ត្រង់ $ABCD$ មានម៉ាស $m_1 = 8kg$, មានជ្រុង A ត្រូវបានភ្ជាប់នឹងអង្គធាតុ m_2 ដោយប្រើខ្សែមិនយឺតមួយពាក់លើរ៉ក R តូចមួយ នៅនឹងដូចរូប។ ប្លង់បាត CD របស់ប្រអប់គូបទ្រេតបានមុំ $\beta = 15^0$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក, ឯអង្កត់ខ្សែដែលភ្ជាប់នឹងជ្រុង A ទ្រេតបានមុំ $\alpha = 30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក។

ប្រអប់គូបមានលំនឹង។ រកម៉ាសរបស់អង្គធាតុ m_2 និងមេគុណកកិតរវាងប្រអប់គូប និងកំរាល។ មិនគិតកកិត និងម៉ាសរ៉ក។ គេយក $g = 10m/s^2$



<u>សម្រាយ</u>

$*$ ពិនិត្យអង្គធាតុ M : បណ្ដាកំលាំងមានអំពើលើអង្គធាតុដូចរូប។

- ពេលអង្គធាតុ M មានលំនឹងនោះ: $\vec{P}_1 + \vec{T}_2 = 0$ (1)

• ចំណោលសមីការ (1) ទៅលើទិសរបស់កំលាំងតំនឹងយើងបាន:

$$-P_2 + T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = P_2 = m_2.g$$

• ដោយខ្សែមិនយឺត នោះ $T = T_1 = T_2 = P_2 = m_2.g$

∗ ពិនិត្យប្រអប់គូប:

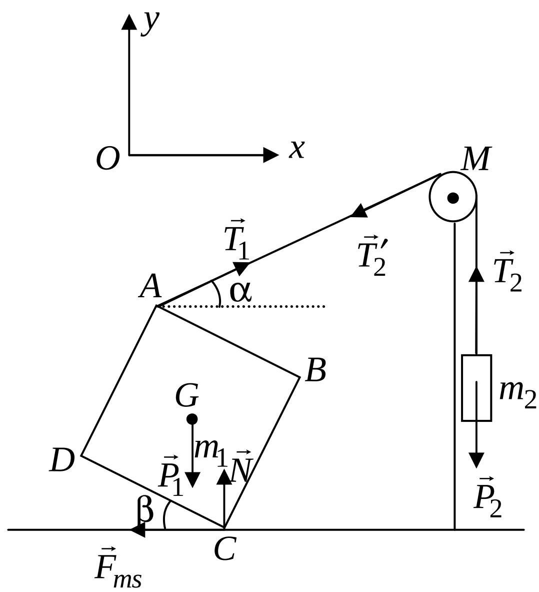
• ចង់ឲ្យប្រអប់មានលំនឹងគឺត្រូវមាន:

$$\vec{P_1} + \vec{N} + \vec{T_1} + \vec{F}_{ms} = 0 \qquad (2).$$

• ចំណោលសមីការ (2) ទៅលើអ័ក្ស:

$$Oy: \; -P_1 + T_1 \sin\alpha + N = 0 \Rightarrow -P_1 + T.\sin\alpha + N = 0 \quad (3)$$

$$Ox: \; T_1.\cos\alpha - F_{ms} = 0 \Rightarrow T.\cos\alpha - \mu.N = 0 \qquad (4)$$



• អនុវត្តន៍លក្ខខណ្ឌលំនឹងចំពោះអ័ក្ស C :

$$T_1.AC - P_1.\frac{AC}{2}.\cos(45^0 + \beta) = 0$$

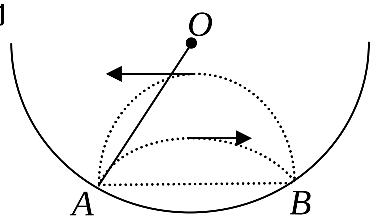
$$\Rightarrow \quad T.AC - P_1.\frac{AC}{2}.\cos(45^0 + \beta) = 0 \quad (5)$$

• ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (3),(4),(5) យើងបាន:

$$N = 70N \,,\, m_2 = 2kg \,,\, \mu = 0,24$$ ។

Ex55: ស្វែតូចមួយលោតទៅវិញទៅមក ក្នុងកន្លិបស្វែមួយដូចរូប។ វាទង្គិចខ្ទាតទៅនឹងផ្ទៃខាងក្នុង ត្រង់ពីរចំនុចដែលស្ថិតនៅលើខ្សែដេកមួយជាមួយគ្នា។ ចន្លោះពេលដែលស្វែផ្លាស់ទីពីឆ្វេងទៅស្តាំគឺ T_1, ពីស្តាំទៅឆ្វេងគឺ T_2 ដែល $T_1 \neq T_2$

រកកាំរបស់កន្លិបស្វែ។



សម្រាយ

ចំងាយធ្លាក់ របស់ស្វែត្រូវបានចោលតាមទិសទេរ ដោយល្បឿនដើម v_0, មុំចោលគឺ α ធៀបនឹងទិសដេកគឺ: $$s=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

ដោយពីរចំនុចទង្គិច ស្ថិតនៅលើខ្សែដេកតែមួយ នោះទំហំល្បឿនដើមរបស់ចលនាពីឆ្វេងទៅស្តាំ និងពីស្តាំទៅឆ្វេងគឺដូចគ្នា: $v_{01}=v_{02}=v_0$

ដូចនេះ ចំងាយធ្លាក់ ដែលត្រូវគ្នានឹងមុំចោលទាំងពីរ α_1 (ពីស្តាំទៅឆ្វេង) និង α_2 (ពីឆ្វេងទៅស្តាំ) គឺស្មើគ្នា: $$s=\frac{v_0^2\sin 2\alpha_1}{g}=\frac{v_0^2\sin 2\alpha_2}{g}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin 2\alpha_1 = 2\sin 2\alpha_2 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l}\alpha_1=\alpha_2\\ 2\alpha_1=\pi-2\alpha_2\end{array}\right.$$

តែដោយ $T_2 \neq T_1$ នោះ: $\alpha_2 \neq \alpha_1$, ដូចនេះ: $\alpha_2+\alpha_1=90^0$ ។

ដោយទង្គិចនេះ ជាទង្គិចខ្ទាត នោះទិសរបស់ល្បឿនមុន និងក្រោយទង្គិចឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់កែង AO ត្រង់ទីតាំងទង្គិច។ ដូចនេះ មុំរវាង AO ធៀបនឹងទិសដេកគឺ:

$$\varphi=\alpha_2+\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2}=\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}=45^0$$

ដូចនេះ កាំរបស់កន្លិបស្វែគឺ: $$R=\frac{s/2}{\cos\varphi}=\frac{s}{\sqrt{2}}$$

តែយើងមាន: $$T_1=\frac{2v_0\sin\alpha_1}{g} \quad \text{និង} \quad T_2=\frac{2v_0\sin\alpha_2}{g}=\frac{2v_0\cos\alpha_1}{g}$$

$$\Rightarrow \quad T_1T_2=\frac{4v_0^2\sin\alpha_1\cos\alpha_1}{g^2}=\frac{2v_0^2\sin 2\alpha_1}{g^2}=\frac{2s}{g}$$

$$\Leftrightarrow \quad s=\frac{gT_1T_2}{2} \quad \Rightarrow \quad R=\frac{gT_1T_2}{2\sqrt{2}}$$