# SPRAWOZDANIE

## Wybrane zagadnienia geodezji wyższej

## Ćw.1 - Układy współrzędnych na elipsoidzie

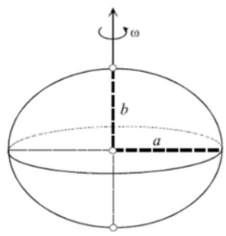
Konrad Wysokiński 311637

# 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zwizualizowanie trasy lotu samolotu na podstawie współrzędnych w trzech różnych układach odniesienia – geodezyjnym φλh, prostokątnym xyz i topocentrycznym neu.

# 2. Układy odniesienia

Układ współrzędnych geodezyjnych φλh.
Najpopularniejszy i powszechnie stosowany układ współrzędnych. Odnosi się on do powierzchni elipsoidy obrotowej GRS80. Charakteryzuje się ona podziałem na dwie półosie: półoś równikowa ‘a’ (6378173m) oraz półoś biegunową ‘b’ (6356752m). Dzięki różnicy w długości obu półosi jesteśmy w stanie wyznaczyć spłaszczenie elipsoidy obrotowej – pierwszy mimośród ‘$e^2$’.




$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.006\,694\,380\,022\,90$$

Podstawowymi danymi określającymi położenie w układzie geodezyjnym φλh są:

- Szerokość geograficzna (φ) – kąt pomiędzy normalną elipsoidy a płaszczyzną równika.
- Długość geograficzna (λ) – kąt zawierający południk zerowy elipsoidy (przechodzący przez Greenwich) oraz południk wybranego punktu.
- Wysokość (h) – odległość punktu od powierzchni elipsoidy względem normalnej

Układ prostokątny xyz

Początkiem układu jest środek geometryczny elipsoidy.

- Płaszczyzna xy pokrywa się z płaszczyzną równika
- xz pokrywa się z płaszczyzną południka zerowego (Greenwich)
- oś z pokrywa się z osią obrotu Ziemi.

W celu wyznaczenia współrzędnych xyz wykorzystuje się poniższe wzory:

$$x = (N + h)\cos\varphi \cdot \cos\lambda$$
$$y = (N + h)\cos\varphi \cdot \sin\lambda$$
$$z = \left[N\left(1 - e^2\right) + h\right]\sin\varphi$$

Układ topocentryczny neu

Lokalny układ, w którym początkiem jest wybrany przez nas punkt. Położenie określamy na podstawie trzech różnych współrzędnych:

- n (north) – oś skierowana w kierunku północnym
- e (east) – oś skierowana na wschód
- u (up) – wektor prostopadły wysokości nad punktem odniesienia

W celu wyznaczenia wartości n,e,u wykorzystuje się współrzędne w układnie prostokątnym oraz mnożenie macierzy jak we wzorze poniżej:

$$\begin{bmatrix} n_{ij} \\ e_{ij} \\ u_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\Phi\cos\Lambda & -\sin\Lambda & \cos\Phi\cos\Lambda \\ -\sin\Phi\sin\Lambda & \cos\Lambda & \cos\Phi\sin\Lambda \\ \cos\Phi & 0 & \sin\Phi \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

# 3. Wykonanie projektu

## Wybranie lotu

Wykorzystując dostępne narzędzia na stronie flightaware.com wybrałem lot z lotnika w Modlinie (EPMO) do lotniska w Rydze (EVRA). Linki lotów na powyższej stronie cały czas się zmieniają, przez co nie ma możliwości podesłania linku do wybranego lotu.

## Pobranie i wczytanie danych

Po wejściu w zakładkę *View Track Log* dostępna była tabela z kolejnymi współrzędnymi samolotu. Dane zostały pobrane dzięki krótkiemu skryptowi w Pythonie wykorzystującego bibliotekę requests.

Pobrane dane następne wczytałem do środowiska matlab.

```
clear;

% GRS 80
a=6378137;
e2=0.00669437999013;

% Dane lotniska początkowego
phiB = 52.45066;
lambdaB = 20.65099;
hB = 341;

% Dane dot. lotu
dane = load('dane.txt');
phi = dane(:,1);
lambda = dane(:,2);
h = dane(:,3);
rows = size(dane, 1);
```

# Przeliczanie współrzędnych na pozostałe układy

Wykorzystując wcześniej wspomniany algorytm przeliczyłem dane na układ prostokątny xyz. Matlab do mnożenia pojedynczych wartości wymaga użycia operatora .* zamiast domyślnej *, która jest zarezerwowana do mnożenia macierzy.

```
% XYZ samolotu
N = (a./sqrt(1-e2 .* sind(phi) .* sind(phi)));
x = ((N+h) .* cosd(phi) .* cosd(lambda));
y = ((N + h) .* cosd(phi) .* sind(lambda));
z = ((N .* (1-e2) + h) .* sind(phi));

% XYZ lotniska
NB = (a./sqrt(1-e2 .* sind(phiB) .* sind(phiB)));
xB = ((NB+hB) .* cosd(phiB) .* cosd(lambdaB));
yB = ((NB + hB) .* cosd(phiB) .* sind(lambdaB));
zB = ((NB .* (1-e2) + hB) .* sind(phiB));
```

Wartości B przedstawiają współrzędne lotniska początkowego.

Następnie przekształciłem dane na układ topocentryczny mnożąc ze sobą macierz obrotu i macierz współrzędnych xyz

```
% NEU
obrotu = [-sind(phiB).*cosd(lambdaB) -sind(lambdaB) cosd(phiB).*cosd(lambdaB)
          -sind(phiB).*sind(lambdaB) cosd(lambdaB) cosd(phiB).*sind(lambdaB)
          cosd(phiB) 0 sind(phiB)];

transponowana = transpose(obrotu);
delty = [(x-xB)'
         (y-yB)'
         (z-zB)'];
neu = transponowana * delty;

n = neu(1,:)';
e = neu(2,:)';
u = neu(3,:)';
```

# Odległość skośna, kąt zenitalny, azymut

Kolejnym etapem była implementacja poniższych wzorów z OneNote na azymut, odległość skośną i kąt zenitalny.

$$\tan A_{ij} = \frac{e_{ij}}{n_{ij}} \qquad s_{ij} = \sqrt{n_{ij}^2 + e_{ij}^2 + u_{ij}^2} \qquad \cos z = \frac{u_{ij}}{\sqrt{n_{ij}^2 + e_{ij}^2 + u_{ij}^2}}$$

```
% Odległość skośna
s = sqrt(n.^2 + e.^2 + u.^2);
km = s ./ 1000;

% Wyznaczanie kąta zenitalnego
cos_z = u ./ s;
zenit = acosd(cos_z);

% Azymut A
tan_A = e ./ n;
azymut = atand(tan_A);
```

Aby wyniki wychodziły poprawnie potrzebna była mała korekta przeliczania azymutu w zależności od ćwiartki układu współrzędnych. Rozwiązaniem była jedna pętla przechodząca po kolejnych wartościach azymutów.

```
% Dostosowanie azymutu względem ćwiartki
for i = 1:rows
    if n(i) > 0 && e(i) < 0
        azymut(i) = azymut(i) + 360;
    elseif ((n(i) < 0 && e(i) > 0) || (n(i) < 0 && e(i) < 0))
        azymut(i) = azymut(i) + 180;
    end
end
```

# Wizualizacja lotu w trzech układach

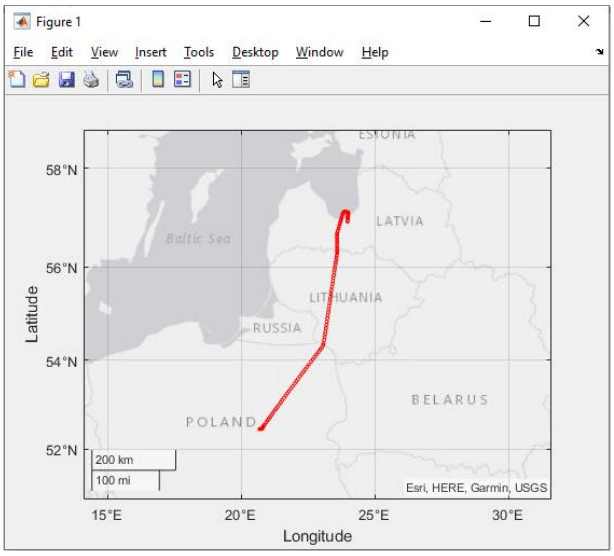
Środowisko Matlab udostępnia zaimplementowane narzędzia do wizualiazcji wykresów.

```
% lot z phi i lambda
geoscatter(phi,lambda,5,'ro');

% lot XYZ
plot3(x,y,z);

% lot NEU
plot3(n,e,u);
```

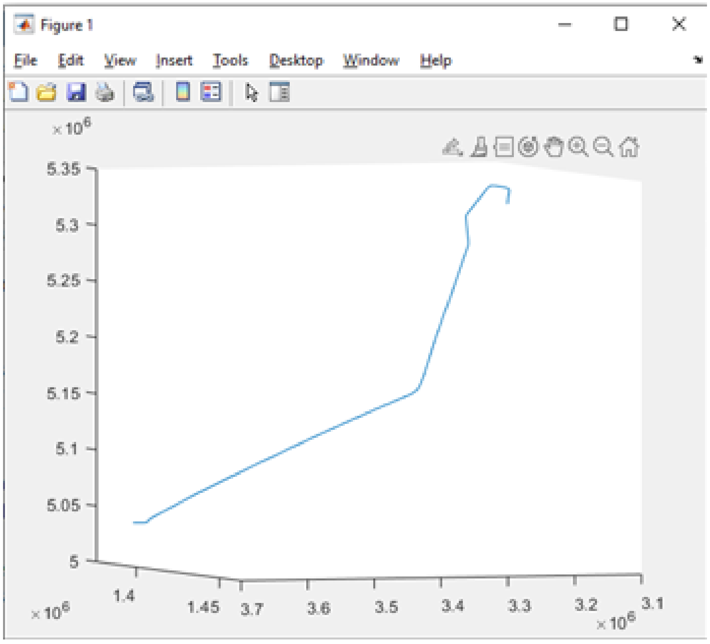
Geoscatter przyjmujący współrzędne w układzie geodezyjnym dodatkowo przedstawią mapę świada w formie 2D.



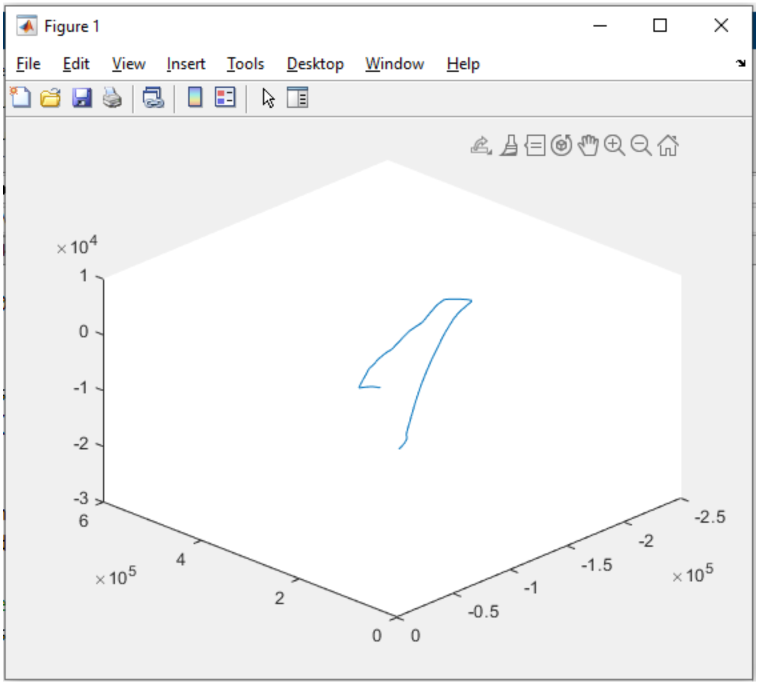

Interesującym wynikiem jest omijanie przez samolot Obwodu Kaliningradzkiego.

W celu wizualizacji danych w układach xyz i neu użyto funkcji plot3()

Układ xyz:




Układ neu:



# 4. Wnioski

Zastosowanie układu neu w tym zadaniu jest praktyczniejsze od układu geodezyjnego, gdyż podczas wizualizacji danych można dokładniej zaobserwować trasę lotu samolotu wokół kuli ziemskiej.

Zastosowanie układu neu w tym zadaniu jest mniej praktyczne, gdyż układ ten wymaga własnego układu odniesienia. Z tego powodu problematyczne może być śledzenie trasy lotu na powierzchni całej Ziemi.