

线性方程组的直接解法 实验报告

计73 郑林楷 2017011474

我使用 python3 + numpy + scipy + matplotlib 完成以下若干实验。

3-6

代码可见于 lab3/3-6.py。

运行结果

```
size = 10, delta = 0
||r||_inf: 4.440892098500626e-16
||delta||_inf: 6.943372649304003e-05
size = 10, delta = 1e-07
||r||_inf: 2.220446049250313e-16
||delta||_inf: 0.00023584844566038043
size = 8, delta = 0
||r||_inf: 4.440892098500626e-16
||delta||_inf: 6.025062604386733e-08
size = 12, delta = 0
||r||_inf: 2.220446049250313e-16
||delta||_inf: 0.5521155258554964
```

实现过程

Hilbert 矩阵由 `scipy.linalg.hilbert` 生成。

$Hx = b \Rightarrow LL^T x = b \Rightarrow Ly = b$, 故先按照书中算法 3.10 实现 Cholesky 算法, 并分解 H 得到 L 。
然后先解方程 $Ly = b$, 后解方程 $L^T x = y$ 。

结果分析和实验总结

由实验结果也可以看出, 给 b 微小的扰动会导致解出现极大的波动, 但残差却还是极小, 这说明两个解都是正确的, 侧面说明 Hilbert 矩阵是病态的, 其方程问题敏感性很大。

而且由后两个结果可以看出, 残差随着 n 的增大而增大, 说明 Hilbert 矩阵的病态性随着 n 的增大而严重。