函数逼近与函数插值 实验报告

计73 郑林楷 2017011474

我使用 python3 + numpy + scipy + matplotlib 完成以下若干实验。

6-2

代码可见于 `lab6/6-2.py`。

运行结果

```
poly:
  a: -42.60192307692302
  b: 92.92489980607627
  c: -6.005623787976729
  R^2: 0.9842815264754677
exp:
  a: 67.66323755040695
  b: 0.23809674970164715
  R^2: 0.7541461648569806
```

实现过程

这里采用了书上算法 6.3 实现了求解曲线拟合的最小二乘法。

根据式 (6.28) 形成矩阵 A 并对其做 Householder 变换使其正交三角化，同时将变换作用于向量 f，最后取前 n 行并求解方程 $A_1x = f_1$ 得到 x。

结果分析

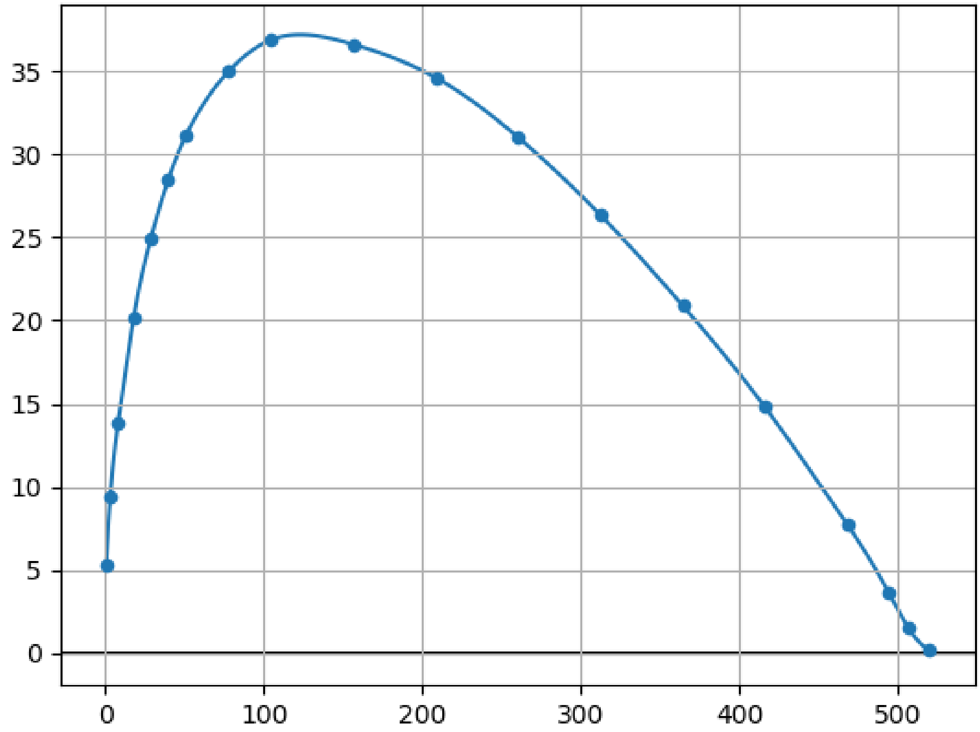
从结果可以看出二次多项式函数拟合的相关系数 R^2 要比指数函数拟合的相关系数 R^2 高出不少，说明二次多项式函数的拟合效果更好。

6-8

代码可见于 `lab6/6-8.py`。

运行结果

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
2	7.8182664	1.5537885	-0.2106237
30	25.3791650	0.3510325	-0.0059134
130	37.1532706	-0.0091734	-0.0011981
350	22.4686084	-0.1076115	-0.0001972
515	0.5412492	-0.0895035	0.0081490



实现过程

这里采用了书上算法 6.5 实现了用满足第一种边界条件的三次样条插值计算函数值。

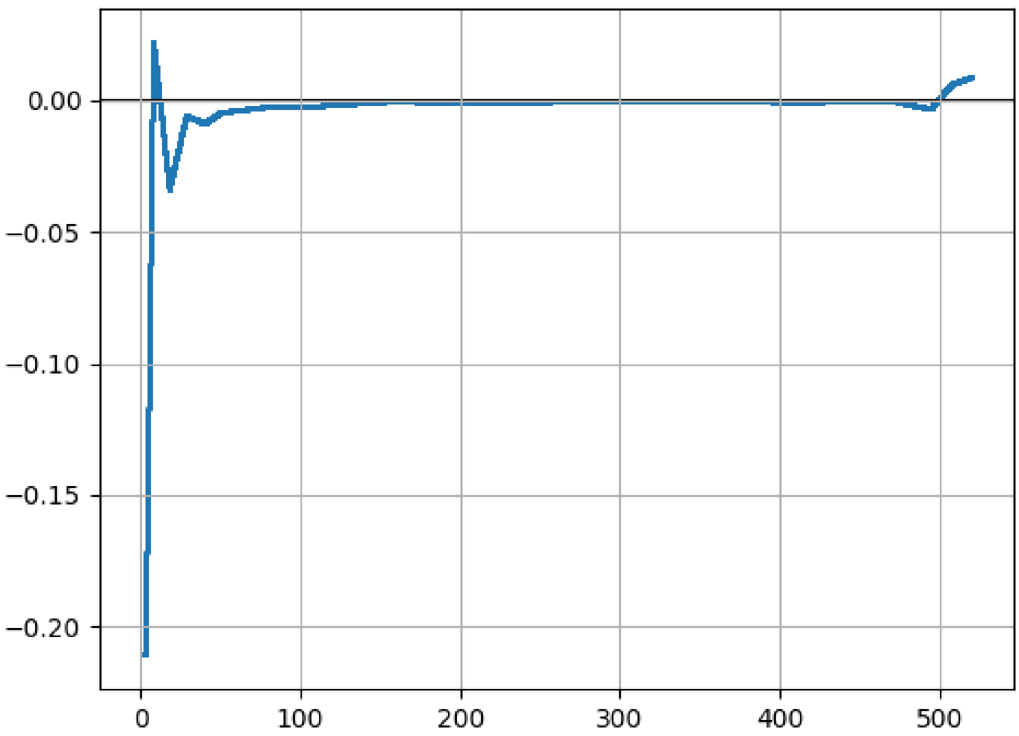
首先用算法 3.12 追赶法求解线性方程组 (6.79)，得到 $M_0, M_1 \dots M_n$；然后判断 x 所属的插值结点区间 j，根据：

$$S(x) = \frac{M_j \frac{(x_{j+1}-x)^3}{6} + M_{j+1} \frac{(x-x_j)^3}{6} + \left(f_j - \frac{M_j h_j^2}{6}\right)(x_{j+1} - x) + \left(f_{j+1} - \frac{M_{j+1} h_j^2}{6}\right)(x - x_j)}{h_j}$$

算出 $y = S(x)$。

结果分析

从结果上看，求出的三次样条插值函数基本反映了数据的大致分布规律，采样点也都落在曲线上。同时输出其二阶导数图：



可以看出三次样条插值函数的二阶导数是连续的。