

# UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

E3T-27138-RC

Envío primer examen-Taller: 26-11-2021

Grupos de máximo cuatro personas y mínimo de dos

Fecha límite de entrega: **viernes 10 de DICIEMBRE 2021, 11:59 pm.**

## *Reglas para la evaluación:*

Una sola persona designada por el grupo deberá subir el **EXAMEN-TALLER** al aula virtual de esta asignatura. No se califica si lo envían a mi correo-e. Enviarlos en formato **pdf**. El examen debe tener los nombres de los integrantes.

La persona responsable deberá subir adicionalmente al aula virtual, otro **documento** en formato **pdf** que indique el nombre y códigos de los integrantes del grupo, con propósitos de verificación.

Todas las figuras y tablas deberán tener los ejes con nombres y con unidades SIU, leyendas, etc., y una EXPLICACIÓN de su contenido y relación con el problema. Definir las unidades de todas las variables que utilicen en el examen en caso necesario (una sola vez).

No se admiten FOTOGRAFÍAS del examen, así se vean muy bonitas. No se califica el examen.

LAS PELEAS INTERNAS en su grupo SON DE SU ENTERA RESPONSABILIDAD Y MANEJO. No serviré de árbitro, ni juez, por favor **NO** me involucren. Uds. son los responsables de conformar el grupo.

*"Lo que pasa en su grupo, se queda en su grupo"*

1. (30%) Desarrollen numéricamente los siguientes modelos matemáticos, grafique los resultados y analícelos:

a. Utilicen los siguientes valores:

$L = 1,21$ ;  $g = 10$ ;  $a_1 = 2,5$ ;  $a_2 = 5,0$ ; Asuma condiciones iniciales diferentes de cero para  $t(0)$ . El modelo es dimensionalmente consistente:

$$L^2 \ddot{\varphi} - \ddot{y} \sin \varphi + \ddot{x} \cos \varphi + \cos \varphi = 0$$

$$\frac{(a_1 + a_2)}{a_2 L} \ddot{u} - \ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi = -\frac{(a_1 + a_2)}{a_2 L} g$$

$$\frac{(a_1 + a_2)}{a_2 L} \ddot{y} - \ddot{\varphi} \sin \varphi = \dot{\varphi}^2 \cos \varphi$$

b.  $g = 10$ . El modelo es dimensionalmente consistente.  $m_1=10$ ,  $m_2 = 30$ ,  $k = 30$ .

$$[m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2] \ddot{\theta} + 2m_2 r_2 \dot{r}_2 \dot{\theta} + [m_1 r_1 + m_2 r_2] g \sin \theta = 0$$

$$m_2 \ddot{r}_2 - m_2 r_2 \dot{\theta}^2 - m_2 g \cos \theta + k(r_2 - 1,1) = 0$$

c. Para el siguiente modelo asuma que  $J_1 < J_2 < J_3$ . Proponga valores para estos momentos de inercia cumpliendo la desigualdad y analice. Realice al menos cinco simulaciones con diferentes *Jotas* manteniendo las mismas condiciones iniciales (que deben ser diferentes a cero, para el tiempo  $t_0 = 0$ ).  $\omega_i \equiv \omega_i(t)$ ,

$$J_1 \dot{\omega}_1 + [J_2 - J_3] \omega_2 \omega_3 = 0$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 - [J_1 - J_3] \omega_1 \omega_3 = 0$$

$$J_3 \dot{\omega}_3 + [J_1 - J_2] \omega_2 \omega_1 = 0$$

2. (30%) Representen en ESPACIO DE ESTADOS (en caso de que se pueda) los siguientes modelos:

a.

$$D\ddot{\varphi} - \ddot{\gamma} \sin \varphi + \ddot{\mu} \cos \varphi + \cos \varphi = 0$$

$$A\ddot{\mu} - \ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi = C$$

$$B\ddot{\gamma} - \ddot{\varphi} \sin \varphi = \dot{\varphi}^2 \cos \varphi$$

Se medirán todas las salidas con sendos sensores junto con las fuentes.

b.

$$55\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 - 7\dot{x}_3 - 5x_2 - 7 \sin(0.1t) = 0$$

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 + 18\dot{x}_2 + 4x_3 + 7 \cosh(0.5t) = 0$$

$$\pi\ddot{x}_3 - 6\ddot{x}_3 - 7\dot{x}_1 - 8x_2 - 3 \tan(0.7t) = 0$$

Aquí se medirán simultáneamente todas las salidas con sendos sensores, e incluso las mismas entradas (pero con sensores diferentes y únicos (¡dedicación exclusiva para cada entrada!)).

c.

$$12\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 + t\dot{x}_5 - 5\dot{x}_4 - \sin(0.1t) = 0$$

$$\ddot{x}_2 - t\ddot{x}_6 + 18\dot{x}_2 + 4x_3 + x_1 + t \cosh(0.5) = 0$$

$$6\ddot{x}_5 - t^{-1}\dot{x}_1 + 8\ddot{x}_2 - 3 \tan(t+1) x_6 = 0$$

$$5\ddot{x}_4 - \ddot{x}_2 - 7\ddot{x}_3 - \cos(t) x_1 + 0.1 = 0$$

$$12 \ddot{x}_5 - \ddot{x}_1 + t^3 \dot{x}_2 + 4x_4 + x_3 \cosh(t) = 0$$

$$-t\ddot{x}_6 - e^{-5t}\ddot{x}_3 - 3\dot{x}_1 - 8x_5 + t \tan(t+2) = 0$$

Se medirán simultáneamente todas las salidas con sendos sensores (incluyendo las entradas).

3. (30%) Linealice los siguientes modelos (en caso de ser no-lineales) y resuélvanlos numéricamente. Definan las condiciones de solución del sistema. Grafiquen las soluciones del sistema no-lineal y el correspondiente linealizado, y analicen. Incluya todos los pasos de la linealización. Linealizarlo alrededor del punto de operación  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 5$ .

a.

$$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_1 + 18\dot{x}_2 + 4x_1 + x_2 + \cosh(x_1) = 0$$

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_2 + 18\dot{x}_1 + 4x_2 + x_1 + \sinh(x_2) = 0$$

b.

$$\sqrt{y} \frac{dy}{dx} + y^{1.5} - 1 = 0, y(1) = 2, \bar{y} = 10$$

c.

Para este caso solamente linealizarlo. Punto de operación:  $\bar{x} = \bar{y} = \bar{z} = 1$

$$f(x, y, z) = \cos(x + y)^z + e^{(x+y+z)^2} - \cosh\sqrt{x + y + z} - \left[\frac{x + y}{z}\right]^x$$

4. (10%) Apliquen el método de la impedancia (si es posible) para modelar el siguiente sistema. En caso de no poderse, explicar claramente el por qué no.

Si es viable, deben detallar paso a paso cómo se hizo. No valen respuestas “sorpresa”. El resorte es lineal, tiene una longitud inicial  $l_0$  y una constante  $k$ . La polea tiene un radio  $r$ , una masa  $M$  y un momento de inercia  $I = \frac{1}{2}Mr^2$ .

