

# Assignment I

11911409

孙永祯

1.

1. 你认为下面的命题是真还是假, 做出判定. 如果为真, 给出一个简短的解释. 如果为假, 给出一个反例.

真还是假? 在每个稳定匹配问题的实例中, 存在一个包含  $(m, w)$  对的稳定匹配, 使得  $m$  在  $w$  的优先表上排名第一且  $w$  在  $m$  的优先表上排名第一.

真. 在两个集合独立的条件下一定存在稳定匹配.  
所以在除了  $m, w$  的集合中一定存在一种稳定匹配.  
再让  $m-w$  匹配即可满足条件. 因为  $m, w$  的引入并不会破坏之前的匹配结果. (引入了不稳定对)

2.

2. 你认为下面的命题是真还是假, 做出判定. 如果为真, 给出一个简短的解释. 如果为假, 给出一个反例.

真还是假? 考虑一个稳定匹配问题的实例, 其中存在一个男人  $m$  和一个女人  $w$  使得  $m$  在  $w$  的优先表上排名第一且  $w$  在  $m$  的优先表上排名第一. 那么对这个实例的每个稳定匹配  $S$  中,  $(m, w)$  对属于  $S$ .

$m_1: w_1 w_2$

$w_1: m_1 m_2$

$m_2: w_1 w_2$

$w_2: m_1 m_2$

假:  $m_1-w_2, m_2-w_1$  反例如上.

3.

3. 存在许多其他的背景, 其中我们可以问与某类“稳定”原则相关的问题. 这里是一个

例子, 涉及到两个企业之间的竞争.

假设我们有两个电视网, 叫做  $A$  与  $B$ . 存在  $n$  个黄金时间的节目安排时段, 每个网有  $n$  个电视节目. 每个网都想做出一个时间表——每个节目得到不同时段的分配方案——以吸引尽可能多的市场占有率.

给定两个电视网的时间表, 下面是我们确定它们的表现相对有多好的方式. 每个节目基于上一年收看节目的人数有固定的收视率; 我们将假设没有两台节目有恰好相同的收视率. 如果一个网为某时段安排的节目比起另一个网为那个时段安排的节目有更高的收视率, 那么这个网就赢得这个给定的时段. 每个网的目标就是赢得尽可能多的时段.

假设在秋季的开放周里,  $A$  网展示了一个时间表  $S$ ,  $B$  网展示了一个时间表  $T$ . 在这两个时间表的基础上, 每个网依照上述规则赢得某些时段. 如果没有一个网能单方面改变它自己的时间表而赢得更多的时段, 我们就说这对时间表  $(S, T)$  是稳定的. 那就是说, 不存在时间表  $S'$  使得  $A$  网用  $(S', T)$  对比用  $(S, T)$  对赢得更多的时段; 对称地, 也不存在时间表  $T'$  使得  $B$  网用  $(S, T')$  对比用  $(S, T)$  对赢得更多的时段.

类似于 Gale-Shapley 问题, 对于这类稳定性有如下问题: 对每组电视节目和收视率, 是否总是存在一对稳定的时间表? 通过做下面两件事中的一件重新求解这个问题:

(a) 给出一个算法, 使得它对任何一组电视节目和相关的收视率, 产生一对稳定的时间表; 或者

(b) 给出一组电视节目和相关收视率的例子, 对于它不存在一对稳定的时间表.

\*反例: Show  $A_1$   $A_2$   $A_3$  Show  $B_1$   $B_2$   $B_3$   
 rate 6 4 2 rate 5 3 1  
 (Net A) (Net B)

in this case. there is no stable pair of schedules.

time: 1	2	3		time 1	2	3
net A: 6	4	2	$\Rightarrow$	Net A: 6	4	2
net B: 5	3	1		Net B: 1	5	3
	$\uparrow$				$\downarrow$	
time 1	2	3		time 1	2	3
Net A: 2	6	4	$\Leftarrow$	Net A: 2	6	4
Net B: 3	1	5		Net B: 1	5	3