

## โจทย์ชุดที่สิบ วันอาทิตย์ที่ 4 กรกฎาคม พ.ศ. 2564 จำนวน 3 ข้อ

ที่	เนื้อหา	โจทย์
1.	Minimum Spanning Tree จำนวน 1 ข้อ	1. ท่อน้ำ (Pipe TOI12)
2.	Disjoint Set Union (Union Find Algorithm) จำนวน 2 ข้อ	2. สงครามของนายพล (General) 3. ฝึน่อยกลับบ้าน (PN_ComeHome)

### 1. เรื่อง Minimum Spanning Tree จำนวน 1 ข้อ

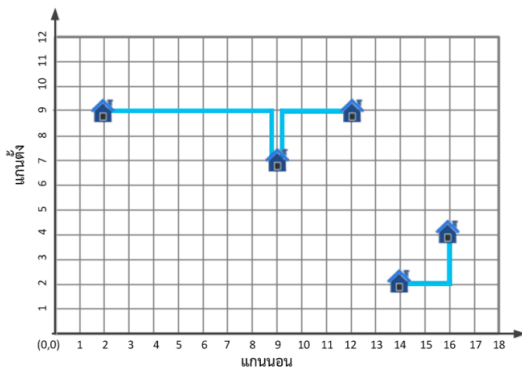
#### 1. ท่อน้ำ (Pipe TOI12)

ที่มา: ข้อสอบโอลิมปิกวิชาการระดับชาติครั้งที่ 12 ณ ศูนย์ สอวน. ม.สงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่

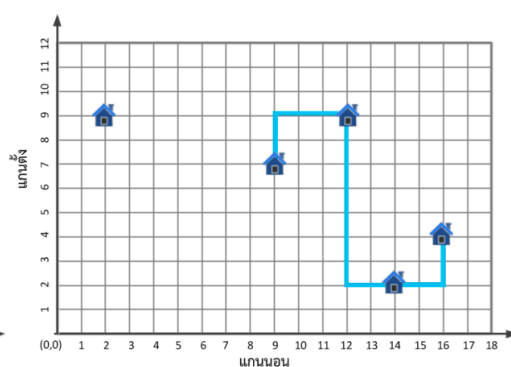
ช่วงฤดูร้อนที่ผ่านมา มีสภาพอากาศแปรปรวนทั่วโลก และทำให้เกิดความแห้งแล้งปกคลุมไปทั่วประเทศไทย จังหวัดสงขลา เกิดภัยพิบัติขาดแคลนน้ำกินน้ำใช้อย่างหนัก ทางความต้องการบรรเทาความทุกข์ร้อนของประชาชนจึงได้ทำการสำรวจจนพบว่า ยังมีแหล่งน้ำที่อุดมสมบูรณ์อยู่ในพื้นที่ดังกล่าวได้แก่ น้ำตกโดนงาช้าง ซึ่งเป็นน้ำตก 7 ชั้นที่สวยงามและมีชื่อเสียง โดยชั้นที่มีชื่อเสียงที่สุดคือ ชั้นที่ 3 มีชื่อเดียวกับชื่อน้ำตกว่า โดนงาช้าง มีลักษณะเป็นสายน้ำตกแยกออกเป็นสองสายคล้ายงาช้าง

ทางการจึงได้วางแผนในการสร้างจุดจ่ายน้ำจากน้ำตกดังกล่าวไปยังบ้านเรือนประชาชน  $n$  หลัง ซึ่งมีที่ตั้งระบุเป็นพิกัดตามแนวแกนนอนและแนวแกนตั้ง โดยไม่มีบ้านหลังใดตั้งอยู่บนพิกัดเดียวกัน ด้วยข้อจำกัดทางภูมิศาสตร์จึงทำให้สร้างจุดจ่ายน้ำได้เพียง  $k$  จุด และแต่ละจุดจะต้องสร้างอยู่ที่บ้านหลังใดหลังหนึ่งเท่านั้น และบ้านแต่ละหลังไม่สามารถมีจุดจ่ายน้ำมากกว่าหนึ่งจุดได้ ทางกรมสามารถส่งน้ำจากจุดจ่ายน้ำไปยังบ้านหลังอื่นผ่านทางท่อน้ำซึ่งถูกออกแบบให้วางขนานไปกับแกนนอนหรือแกนตั้ง และท่อน้ำจะเลี้ยวเป็นมุมฉาก (90 องศา) ได้เท่านั้น ท่อน้ำที่ต่อกับบ้านหลังหนึ่งไปยังอีกหลังหนึ่งจะเป็นท่อน้ำยาวต่อเนื่อง เป็นเนื้อเดียวกัน และไม่มีการเชื่อมต่อไปยังบ้านหลังอื่น

โดยเราสามารถต่อท่อน้ำจากบ้านหลังหนึ่งไปยังบ้านหลังอื่น ๆ ได้อย่างไม่จำกัด แต่ไม่สามารถต่อเชื่อมท่อน้ำ ณ จุดอื่นที่ไม่ใช่บ้านได้ บ้านที่มีท่อน้ำต่อถึงกันจะได้รับน้ำจากจุดจ่ายน้ำเดียวกัน และบ้านแต่ละหลังรับน้ำจากจุดจ่ายน้ำได้เพียงหนึ่งจุดเท่านั้น ทั้งนี้เพื่อให้ประหยัดค่าใช้จ่าย ทางกรมจะต้องออกแบบให้ความยาวรวมของท่อน้ำที่ใช้ทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด



ก. ตัวอย่างการต่อท่อน้ำแบบที่ 1



ข. ตัวอย่างการต่อท่อน้ำแบบที่ 2

รูปข้างบนแสดงตัวอย่างเส้นทางการต่อท่อน้ำเมื่อกำหนดให้มีบ้านอยู่ 5 หลัง ซึ่งตั้งอยู่ที่พิกัด (2,9), (9,7), (12,9), (14,2) และ (16,4) และให้สร้างจุดจ่ายน้ำ 2 จุด จากรูป พิกัดตามแกนนอนเริ่มจาก 0 ที่ด้านซ้ายสุด และพิกัดตามแกนตั้งเริ่มจาก 0 ที่ด้านล่าง

## โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

ล่างสุด การต่อท่อน้ำดังรูป ก. และรูป ข. มีความยาวรวมเท่ากัน คือ 18 หน่วย ซึ่งเป็นตัวอย่างของการต่อท่อน้ำที่ทำให้ความยาวรวมของท่อน้ำที่ใช้ทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด

#### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพเพื่อหาความยาวรวมน้อยที่สุดของท่อน้ำที่ทำให้สามารถจ่ายน้ำไปยังบ้านได้ครบทุกหลังตามเงื่อนไขและจำนวนจุดจ่ายน้ำที่กำหนด

#### ข้อมูลนำเข้า

มีทั้งสิ้น  $n+1$  บรรทัด ดังนี้

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวกสองจำนวน  $n$   $k$  แทนจำนวนบ้านและจำนวนจุดจ่ายน้ำตามลำดับ โดย  $3 \leq n \leq 15,000$  และ  $1 \leq k \leq 1,000$  และ  $k < n$

บรรทัดที่ 2 ถึง  $n+1$  แต่ละบรรทัดแสดงพิกัด  $x_i$   $y_i$  ตามลำดับของบ้านหลังที่  $i$  ห่างกันหนึ่งช่องว่างโดยที่  $0 \leq x_i, y_i \leq 50,000$

#### ข้อมูลส่งออก

บรรทัดเดียว ระบุความยาวรวมน้อยที่สุดของท่อน้ำที่ทำให้สามารถจ่ายน้ำไปยังบ้านได้ครบทุกหลัง

#### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
5 2 2 9 9 7 14 2 12 9 16 4	18

+++++

## 2. เรื่อง Disjoint Set Union (Union Find Algorithm) จำนวน 2 ข้อ

### 2. สงครามของนายพล (General)

เกมออนไลน์ใหม่เพิ่งเปิดตัวขึ้น ในเกมนี้ ผู้เล่นแต่ละคนจะเล่นเป็นนายพลซึ่งมีหน้าที่คุมทหารจำนวนหนึ่ง เมื่อเกิดการทำรบระหว่างผู้เล่นสองคน ผู้เล่นที่ชนะการสู้รบคือผู้เล่นที่มีทหารจำนวนมากกว่า แต่ถ้าหากทั้งสองฝ่ายมีจำนวนทหารเท่ากัน ผู้เล่นที่ชนะคือผู้เล่นที่มีหมายเลขประจำตัวนายพลที่น้อยกว่า

ผู้เล่นที่ชนะจะได้กำลังพลเพิ่มขึ้น ซึ่งเท่ากับทหารจำนวนครึ่งหนึ่งของฝ่ายที่แพ้ (กรณีที่จำนวนทหารหารด้วยสองไม่ลงตัว ให้ปัดเศษทิ้ง) ผู้เล่นที่แพ้จะถูกเปลี่ยนจากสถานะ "นายพล" เป็นสถานะ "เชลย" ของผู้เล่นที่ชนะ นอกจากนี้ผู้เล่นที่เคยตกเป็นเชลยของฝ่ายแพ้จะกลายเป็นเชลยของฝั่งผู้ชนะในการแข่งขันด้วย

บางครั้งนายพลบางคนก็ซี้ซั้ว ไม่ยอมทำรบกับนายพลด้วยกันเอง แต่กลับไปทำรบกับเชลยของนายพลคนอื่น ในกรณีเหล่านี้ นายพลของเชลยที่ถูกทำรบนั้นก็มีหน้าที่ต้องปกป้องเชลยของตน และจะต้องต่อสู้แทนเชลยคนนั้น หรือบางครั้งเชลยก็ทะเลาะกันเอง จนทำให้นายพลของเชลยเหล่านี้ต้องมารบกัน ก็เป็นไปได้เช่นเดียวกัน

## โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

คุณเป็นผู้ดูแลระบบเกมออนไลน์นี้ คุณได้รับข้อมูลการปะทะกันระหว่างผู้เล่นแต่ละคู่ หน้าที่ของคุณคือบอกว่าในแต่ละครั้ง ผู้เล่นฝั่งใดเป็นฝ่ายชนะ คุณมีไฟล์ประวัติว่า ในช่วงหนึ่งอาทิตย์ที่ผ่านมา มีใครทำรบกับใครบ้าง หน้าที่ของคุณคือคำนวณว่า ในการสู้รบแต่ละครั้ง นายพลคนไหนเป็นผู้ชนะ เนื่องจากอาจมีการทำรบระหว่างเชลยหลายคนที่อยู่ใต้การควบคุมของนายพลคนเดียวกันได้ ในกรณีนี้ให้ ตอบ -1

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก มีจำนวนเต็มสองจำนวน  $N, M$  แทนจำนวนนายพลและจำนวนครั้งในการรบ ( $1 \leq N, M \leq 100,000$ )

อีก  $N$  บรรทัดถัดมาบอกข้อมูลของจำนวนทหารของผู้เล่นแต่ละคนในตอนเริ่มต้น โดยในบรรทัดที่  $i+1$  มีจำนวนเต็มหนึ่งตัวแสดง จำนวนทหารที่นายพลหมายเลข  $i$  มี ผู้เล่นแต่ละคนมีทหารจำนวนไม่เกิน 10,000 นายในตอนเริ่มต้น

อีก  $M$  บรรทัด มีจำนวนเต็มบรรทัดละสองตัวคือ  $a, b$  แสดงว่า  $a$  และ  $b$  ทำรบกัน ( $1 \leq a, b \leq N$  และ  $a \neq b$ )

#### ข้อมูลส่งออก

มี  $M$  บรรทัด แต่ละบรรทัดบอกหมายเลขประจำตัวนายพลของฝั่งผู้ชนะของการรบแต่ละครั้ง ถ้าไม่มีการรบเกิดขึ้น (คนที่ทำรบกัน เป็นเชลยของนายพลคนเดียวกัน) ให้พิมพ์ -1

#### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
5 4	5
3	5
4	-1
5	4
6	
7	
1 5	
1 2	
1 2	
3 4	

+++++

### 3. ฝีน้อยกลับบ้าน (PN\_ComeHome)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสองศูนย์ ม.บูรพา รุ่น16 ออกโดย PeaTT~

กาลครั้งหนึ่งนานมาแล้ว มีฝีน้อยในเกาหลีได้กำลังพยายามหาทางกลับบ้านของตนเอง

มีฝีน้อยทั้งสิ้น  $N$  คน เรียกว่าคนที่ 1 ถึง  $N$  และมีบ้านทั้งสิ้น  $L$  หลัง เรียกว่าบ้านหลังที่ 1 ถึง  $L$  บ้านแต่ละหลังสามารถมีคนอยู่ได้ไม่เกิน 1 คนเท่านั้น เริ่มต้นทุกบ้านว่างเปล่า ฝีน้อยแต่ละคนจะมีค่า  $A_i$  และ  $B_i$  ซึ่งหมายความว่าฝีน้อยนั้นจะสามารถอยู่ในบ้านหมายเลข  $A_i$  หรือบ้านหมายเลข  $B_i$  เท่านั้น โดยกฎการกลับบ้านของรัฐบาลเป็นดังนี้

- ถ้าบ้าน  $A_i$  ว่างอยู่ ฝีน้อยจะกลับบ้านหมายเลข  $A_i$  แล้วจบ
- ถ้าบ้าน  $B_i$  ว่างอยู่ ฝีน้อยจะกลับบ้านหมายเลข  $B_i$  แล้วจบ
- ลองย้ายฝีน้อยจากบ้านหมายเลข  $A_i$  ไปยังบ้านอีกบ้านที่ฝีน้อยคนนั้นสามารถอยู่ได้ ถ้าบ้านหลังนั้นไม่ว่างก็ย้ายฝีน้อยใน

## โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

บ้านหลังนั้นไปยังอีกบ้านที่ผีน้อยนั้นอยู่ได้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเจอบ้านหลังที่ว่าง หลังจากย้ายผีน้อยทั้งหมดเสร็จแล้ว ก็ให้ผีน้อยคนปัจจุบันอยู่บ้านหมายเลข Ai แล้วจบ หากไม่สามารถทำได้ เข้าสู่ข้อต่อไป

4. ลองย้ายผีน้อยจากบ้านหมายเลข Bi ไปยังบ้านอีกบ้านที่ผีน้อยคนนั้นสามารถอยู่ได้ ถ้าบ้านหลังนั้นไม่ว่างก็ย้ายผีน้อยในบ้านหลังนั้นไปยังอีกบ้านที่ผีน้อยนั้นอยู่ได้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเจอบ้านหลังที่ว่าง หลังจากย้ายผีน้อยทั้งหมดเสร็จแล้ว ก็ให้ผีน้อยคนปัจจุบันอยู่บ้านหมายเลข Bi แล้วจบ หากไม่สามารถทำได้ เข้าสู่ข้อต่อไป

5. หากไม่มีข้อ 1. - 4. ที่ทำได้ ผีน้อยคนนั้นก็จะไม่ได้กลับบ้าน (ลองดูคำอธิบายตัวอย่างที่ 2 จะเข้าใจมากขึ้น)

จงเขียนโปรแกรมเพื่อตอบว่าผีน้อยแต่ละคนจะสามารถกลับบ้านได้หรือไม่?

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก จำนวนเต็มบวก  $N, L$  โดยที่  $N, L$  ไม่เกิน 300,000

อีก  $N$  บรรทัดต่อมา รับจำนวนเต็มบวก  $A_i, B_i$  โดยที่  $1 \leq A_i, B_i \leq L$  และ  $A_i$  ไม่เท่ากับ  $B_i$

50% ของชุดข้อมูลทดสอบจะมี  $N, L$  ไม่เกิน 3,000

#### ข้อมูลส่งออก

$N$  บรรทัด แต่ละบรรทัด หากผีน้อยสามารถกลับบ้านได้ให้ตอบว่า Yes ถ้าไม่ได้ให้ตอบว่า No

#### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
6 4	Yes
1 2	Yes
1 3	Yes
1 2	No
1 2	No
1 3	Yes
2 4	
9 10	Yes
1 2	Yes
3 4	Yes
5 6	Yes
7 8	Yes
9 10	Yes
2 3	Yes
1 5	Yes
8 2	Yes
7 9	

#### คำอธิบายตัวอย่างที่ 2

มีผีน้อย 9 คน ดังนี้ ผีน้อยคนที่หนึ่ง กลับบ้านที่ 1 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่สอง กลับบ้านที่ 3 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่สาม กลับบ้านที่ 5 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่สี่ กลับบ้านที่ 7 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่ห้า กลับบ้านที่ 9 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่หก กลับบ้านที่ 2 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่เจ็ด กลับบ้านที่ 1 ไม่ได้ กลับบ้านที่ 5 ไม่ได้ จึงเข้าสู่กฎข้อที่ 3. ลองย้ายผีน้อยคนที่หนึ่งในบ้านที่ 1 ไปยังบ้านที่ 2 แล้ว

## โจทยพีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

---

ย้ายผีน้อยคนที่หกในบ้านที่ 2 ไปยังบ้านที่ 3 แล้วย้ายผีน้อยคนที่สองในบ้านที่ 3 ไปยังบ้านที่ 4 จะเจอบ้านที่ 4 วางอยู่ ทำให้ผีน้อยคนที่เจ็ด สามารถกลับบ้านที่ 1 ได้ จบ, ผีน้อยคนที่แปด กลับบ้านที่ 8 แล้วจบ, ผีน้อยคนที่เก้า กลับบ้านที่ 7 ไม่ได้ กลับบ้านที่ 9 ไม่ได้ จึงเข้าสู่กฎข้อที่ 3. ลองย้ายผีน้อยคนที่สี่ในบ้านที่ 7 ไปยังบ้านที่ 8 แล้วย้ายผีน้อยคนที่แปดในบ้านที่ 8 ไปยังบ้านที่ 2 แล้วย้ายผีน้อยคนที่หนึ่งในบ้านที่ 2 ไปยังบ้านที่ 1 แล้วย้ายผีน้อยคนที่เจ็ดในบ้านที่ 1 ไปยังบ้านที่ 5 แล้วย้ายผีน้อยคนที่สามในบ้านที่ 5 ไปยังบ้านที่ 6 จะเจอบ้านที่ 6 วางอยู่ ทำให้ผีน้อยคนที่เก้า สามารถกลับบ้านที่ 7 ได้ จบ (ลองไล่มือตัวอย่างที่ 1 ด้วยตนเองแล้วจะเข้าใจมากขึ้น)

+++++