

## โจทย์ชุดที่ยี่สิบแปด วันอังคารที่ 24 สิงหาคม พ.ศ. 2564 จำนวน 4 ข้อ

ที่	เนื้อหา	โจทย์
1.	Dynamic Programming จำนวน 4 ข้อ	1. ทิกเกอร์แดง ๆ (Tigger) 2. เทพเจ้าลัทธิฝอยทอง (Taep Foithong) 3. สถาปัตยกรรมเกรโก-โรมัน (Mravojed) 4. เสาน้ำแข็ง (Pillar TCP)

### 1. เรื่อง Dynamic Programming จำนวน 4 ข้อ

#### 1. ทิกเกอร์แดง ๆ (Tigger)

ที่มา: โจทย์ตัวผู้แทนศูนย์ สอวน. คอมพิวเตอร์ ม.บูรพา PeaTT~

ทิกเกอร์เป็นสัตว์ที่ใช้หางของตัวเองกระโดดไปไหนมาไหนได้เหมือนกับสปริง วันนี้ทิกเกอร์มาอยู่ในตารางสี่เหลี่ยมขนาด  $N$  ช่องติดกัน โดยช่องซ้ายสุดคือช่องที่ 1 ไล่ไปจนถึงช่องขวาสุดคือช่องที่  $N$  เริ่มต้นทิกเกอร์จะอยู่ที่ช่องที่ 1 และการกระโดดครั้งแรกของทิกเกอร์ จะต้องกระโดดไปทางขวา 1 ช่องเพื่อไปยังช่องที่ 2 เท่านั้น



หลังจากนั้น ทิกเกอร์จะกระโดดตามกฎการกระโดดที่ว่า

- หากทิกเกอร์ต้องการจะกระโดดไปทางขวา มันจะต้องกระโดดไปทางขวาเท่ากับจำนวนช่อง ของรอบที่แล้ว +1 ช่องเท่านั้น และ ห้ามกระโดดออกนอกขอบตาราง เช่น หากรอบที่แล้ว ทิกเกอร์กระโดด 1 ช่องมายังช่องที่ 2 รอบนี้ทิกเกอร์จะต้องกระโดดต่ออีก  $1+1 = 2$  ช่อง ไปยังช่องที่ 4 เป็นต้น
- หากทิกเกอร์ต้องการจะกระโดดไปทางซ้าย มันจะต้องกระโดดไปทางซ้ายเท่ากับจำนวนช่องของรอบที่แล้วเท่านั้น และ ห้ามกระโดดออกนอกขอบตาราง เช่น หากรอบที่แล้ว ทิกเกอร์กระโดด 1 ช่องมายังช่องที่ 2 รอบนี้ทิกเกอร์จะต้องกระโดดกลับไปทางซ้าย 1 ช่อง กลับไปยังช่องที่ 1 เป็นต้น

ในแต่ละช่องของการกระโดด ทิกเกอร์จะเสียพลังงานไป  $E_i$  หน่วย และหากทิกเกอร์กระโดดกลับมาช่องเดิม มันก็ต้องเสียพลังงานตามค่าของช่องนั้นอีกครั้ง จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาว่าทิกเกอร์จะกระโดดไปถึงช่องที่  $N$  โดยเสียพลังงานต่ำที่สุดกี่หน่วย? กำหนดให้ทิกเกอร์เริ่มเสียพลังงานหลังจากการกระโดดครั้งแรก (แปลว่า การยืนอยู่ที่ช่องที่ 1 ในตอนเริ่มต้นจะไม่เสียพลังงานนั่นเอง)

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก จำนวนเต็มบวก  $N$  ( $2 \leq N \leq 1,000$ ) แสดงจำนวนช่องของตารางสี่เหลี่ยม

## โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัครพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

N บรรทัดต่อมา แต่ละบรรทัดแสดงค่าพลังงานที่ทิกเกอร์จะต้องเสีย หากกระโดดมายังช่องเหล่านี้ โไล่ไปจากช่องที่ 1 ถึง ช่องที่ N โดย ตัวเลขเหล่านี้เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 500

#### ข้อมูลส่งออก

บรรทัดเดียว แสดงพลังงานที่น้อยที่สุดที่ทิกเกอร์สามารถกระโดดจากช่องที่ 1 ไปยังช่องที่ N ได้ภายใต้กฎการกระโดดข้างต้น

#### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
6 1 2 3 4 5 6	12

#### คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

หลังจากกระโดดมายังช่องที่สอง ทิกเกอร์ก็ควรจะกระโดดไปทางซ้าย 1 ช่อง เพื่อกลับไปยังช่องที่ 1 จากนั้นก็กระโดดไปทางขวา 2 ช่องเพื่อไปยังช่องที่ 3 แล้วกระโดดไปทางขวาอีก 3 ช่องเพื่อไปยังช่องที่ 6 นั่นเอง ซึ่งมีผลรวมพลังงานเป็น  $2+1+3+6 = 12$  หน่วย ซึ่งน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้แล้ว

+++++

## 2. เทพเข้าลัทธิฝอยทอง (Taep Foithong)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสองคัดเลือกว่านุญ ม.บูรพา รุ่น 10 ออกโดย PeaTT~

ต่อมาเทพก็ได้เดินทางมาถึงหมู่บ้านศักดิ์สิทธิ์ซึ่งเป็นหมู่บ้านที่ประชาชนศรัทธาในลัทธิฝอยทอง หากเทพต้องการจะเดินทางผ่านหมู่บ้านนี้ได้ เขาก็จะต้องเข้าร่วมลัทธิฝอยทองของหมู่บ้านนี้ให้ได้เสียก่อน

ลัทธิฝอยทอง (Foithong faith) เป็นลัทธิที่มีความเชื่อในการเปลี่ยนแปลงตัวเลขจำนวนเต็มบวกอยู่เสมอ โดยหลักการเปลี่ยนแปลงตัวเลขของลัทธินี้ก็คือ การนำตัวเลขโดดในแต่ละหลักของตัวเลขเก่ามายกกำลัง  $k$  แล้วบวกกันจะได้เป็นตัวเลขใหม่ เช่น ในกรณีที่  $k=2$  เลข 128 จะกลายเป็น  $1^2 + 2^2 + 8^2 = 1 + 4 + 64 = 69$  หรือ ในกรณีที่  $k=3$  เลข 128 จะกลายเป็น  $1^3 + 2^3 + 8^3 = 1 + 8 + 512 = 521$  เป็นต้น

ลัทธิฝอยทองมีความเชื่อว่าตัวเลขใดก็ตามที่สามารถเปลี่ยนแล้วตัวเลขตัวถัดไปเป็นตัวเลขเดิมได้ จะถือว่าเป็นตัวเลขนำโชค เช่น ตัวเลข 44 ในกรณีที่  $k=2$  จะได้ว่า  $44 \rightarrow 4^2+4^2 = 32 \rightarrow 3^2+2^2 = 13 \rightarrow 1^2+3^2 = 10 \rightarrow 1^2+0^2 = 1$  หรือ ตัวเลข 39316 ในกรณีที่  $k=3$  จะได้ว่า  $39316 \rightarrow 3^3+9^3+3^3+1^3+6^3 = 1000 \rightarrow 1^3+0^3+0^3+0^3+0^3 = 1$  เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า หากเลขใดมีการเปลี่ยนแล้วเป็นตัวเลข 1 จะได้เป็นตัวเลขนำโชคเสมอ กล่าวคือ ตัวเลข 44 ในกรณีที่  $k=2$  และ ตัวเลข 39316 ในกรณีที่  $k=3$  เป็นตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทอง แต่ตัวเลขบางตัวไม่ว่าจะยังงี้ก็ไม่สามารถเปลี่ยนให้ตัวถัดไปเป็นตัวเลขเดิมได้ จะไม่ถือว่าเป็นตัวเลขนำโชค เช่น ตัวเลข 2 ในกรณีที่  $k=2$  จะได้ว่า  $2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow 1^2+6^2 = 37 \rightarrow 3^2+7^2 = 58 \rightarrow 5^2+8^2 = 89 \rightarrow 8^2+9^2 = 145 \rightarrow 1^2+4^2+5^2 = 42 \rightarrow 4^2+2^2 = 20 \rightarrow 2^2+0^2 = 4 \rightarrow 16 \rightarrow \dots$  หรือตัวเลข 13 ในกรณีที่  $k=3$  จะได้ว่า  $13 \rightarrow 1^3+3^3 = 28 \rightarrow 2^3+8^3 = 520 \rightarrow 5^3+2^3+0^3 = 133 \rightarrow 5^3+3^3+3^3 = 155$

# โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

-> ... เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า ไม่มีทางที่จะเปลี่ยนให้ตัวเลขตัวถัดไปเป็นตัวเลขเดิมได้เลย กล่าวคือ ตัวเลข 2 ในกรณีที่  $k=2$  และ ตัวเลข 13 ในกรณีที่  $k=3$  จะไม่ใช่ตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทองนั่นเอง

### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อตอบคำถามว่า ตัวเลขที่รับเข้ามานั้นเป็นตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทองหรือไม่?

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก  $Q$  แทนจำนวนคำถาม ตามด้วยจำนวนเต็มบวก  $k$  ห่างกันด้วยหนึ่งช่องว่างโดยที่  $1 \leq Q \leq 100,000$  และ  $1 \leq k \leq 6$

อีก  $Q$  บรรทัดต่อมา แต่ละบรรทัดรับจำนวนเต็มบวกที่มีค่าไม่เกิน  $10^{100}$

30% ของชุดข้อมูลทดสอบ ตัวเลขที่รับเข้ามาทั้งหมดจะมีค่าไม่เกิน 2,000,000

50% ของชุดข้อมูลทดสอบ ตัวเลขที่รับเข้ามาทั้งหมดจะมีค่าไม่เกิน  $10^{30}$

### ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น  $Q$  บรรทัดแต่ละบรรทัดถ้าตัวเลขที่รับเข้ามาเป็นตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทองให้พิมพ์คำว่า Yes แต่ถ้าไม่ใช่ให้พิมพ์คำว่า No ตามลำดับของข้อมูลนำเข้า

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
4 2	Yes
1	No
2	Yes
31	Yes
44	

+++++

## 3. สถาปัตยกรรมเกรโก-โรมัน (Mravojed)

นักโบราณคดีได้ค้นพบสิ่งที่หลงเหลืออยู่ของสถาปัตยกรรม เกรโก-โรมัน สถานที่ทั่วไปสามารถจำลองได้เป็นตารางช่องจัตุรัสขนาด  $R \times C$  ในแต่ละช่องนั้น นักโบราณคดีได้สำรวจว่าเคยมีสิ่งก่อสร้างในอดีตสร้างบนพื้นที่ช่องนี้แล้ว หรือว่าช่องนี้ยังไม่เคยถูกสร้างทับเลย

หลังจากการพิจารณา พวกเขาได้ข้อสรุปว่าบนพื้นที่แห่งนี้เคยเป็นที่ตั้งของสองอาคารซึ่งอยู่ในช่วงเวลาที่แตกต่างกัน และแต่ละอาคารนั้นจะมีโครงสร้างฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เนื่องจากทั้งสองอาคารนั้นอยู่ในช่วงเวลาที่แตกต่างกัน จึงเป็นไปได้ว่าทั้งสองอาคารอาจมีฐานที่เหลื่อมล้ำกัน

จงเขียนโปรแกรมเพื่อรับข้อมูลการสำรวจ และ บอกที่ตั้งและขนาด (ความยาวของช่องที่รองรับฐานของอาคาร) ของอาคารแต่ละตัว

### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก เป็นจำนวนเต็ม  $R$  และ  $C$  โดยที่  $1 \leq R \leq 100$  และ  $1 \leq C \leq 100$  คือขนาดของพื้นที่สำรวจ

# โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

บรรทัดถัดไปอีก R บรรทัด มีสายอักขระความยาว C ที่ประกอบด้วย '.' (จุด) หรือ 'x' (ตัวเล็ก) โดยที่ '.' แทนว่าช่องดังกล่าวไม่เคยมีอาคารถูกสร้าง ในขณะที่ 'x' หมายถึงช่องดังกล่าวเคยมีอาคารถูกสร้าง

### ข้อมูลส่งออก

มีสองบรรทัด แต่ละบรรทัด แสดงแถวและหลักของมุมบนซ้ายของอาคาร และขนาดของอาคาร โดยให้ตอบอาคารที่มีหมายเลขแถว น้อยกว่าก่อน ตามด้วย หมายเลขหลักน้อยกว่า แล้วจึงตามด้วยขนาดเล็กกว่า

### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
3 3 xx. xxx ...	1 1 2 2 3 1
4 6 xx..... xx.xxx ...xxx ...xxx	1 1 2 2 4 3
5 5 ..... xxx.. xxxx. xxxx. .xxx.	2 1 3 3 2 3

+++++

## 4. เสาน้ำแข็ง (Pillar TCP)

ที่มา: โจทย์ Thailand Programming Contest - TPC.1 MAR2014

เจ้าหญิงหิมะคนหนึ่งมีน้องสาวอยู่หนึ่งคน กิจกรรมที่พี่น้องสองคนนี้ชอบเล่นก็คือคนพี่จะเสกเสาน้ำแข็งหลาย ๆ ต้นติดกันให้คุณน้องกระโดดเล่นเป็นขั้นบันไดสูงขึ้นเรื่อย ๆ แต่ทว่าเจ้าหญิงผู้พี่นั้นบางครั้งก็เสกเสาพลาด ทำให้ความสูงไม่พอที่คุณน้องจะกระโดดข้ามไปมาได้ และเคยเกิดอุบัติเหตุจนกระทั่งเป็นตราบาบในจิตใจของเจ้าหญิง คุณน้องอยากจะช่วยเหลือเจ้าหญิงโดยให้คุณช่วยแก้ความสูงของเสาน้ำแข็งหนึ่งเสา จากเสาน้ำแข็งที่เคยเสกไว้แล้ว เพื่อให้ได้บันไดน้ำแข็งที่ยาวมาก ๆ และสามารถกระโดดไปมาได้สบาย และจะได้กระโดดให้เจ้าหญิงว่าคุณน้องสบายดี

เสาน้ำแข็งที่เสกไว้แล้วนั้นมีจำนวน N ต้นเรียงจากซ้ายไปขวา แต่ละต้นกำกับด้วยหมายเลข 0 ถึง N-1 ตามลำดับ กำหนดให้เสาหมายเลข i มีความสูงเป็นจำนวนเต็มไม่ลบ  $a_i$  คุณน้องกำหนดว่า ลำดับของเสาตั้งแต่เสาที่ p จนถึงเสาที่ q นั้นจะเป็นบันไดน้ำแข็งก็ต่อเมื่อ  $1 \leq a_{i+1} - a_i \leq 2$  สำหรับทุก i ในช่วงตั้งแต่ p ถึง q-1 หรือเมื่อ  $1 \leq a_i - a_{i+1} \leq 2$  สำหรับทุก i ในช่วงตั้งแต่ p ถึง q-1

## โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาตจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

จงหาว่าเราจะต้องเปลี่ยนเสาหมายเลขใดที่ทำให้ได้บันไดน้ำแข็งที่ยาวที่สุด เราสามารถเปลี่ยนเสาน้ำแข็งให้เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ก็ได้ และหากมีวิธีการเปลี่ยนเสาน้ำแข็งที่ได้บันไดน้ำแข็งที่ยาวที่สุดหลายแบบ ให้เลือกเปลี่ยนเสาที่มีหมายเลขน้อยที่สุด

ตัวอย่าง

กำหนดให้มีเสาน้ำแข็ง 12 ต้นที่มีค่าความสูงแต่ละต้นตามตารางด้านล่างนี้ บันไดน้ำแข็งที่ยาวที่สุดก่อนที่จะเปลี่ยนความสูงคือบันไดความยาว 2 ณ ช่วง [1, 2] และช่วง [6, 7] และช่วง [8, 9] แต่ถ้าหากเราเปลี่ยนเสาหมายเลข 8 จากความสูง 10 เป็นความสูง 14 ก็จะได้บันไดน้ำแข็งที่มีความยาว 4 ในช่วง [6, 9] หรือ ถ้าเปลี่ยนเสาหมายเลข 3 จาก 11 เป็น 13 ก็จะได้บันไดน้ำแข็งที่มีความยาว 4 ในช่วง [1, 4] เช่นกัน ในกรณีนี้ เราจะเลือกเปลี่ยนเสาหมายเลข 3 เพราะเสาหมายเลข 3 มีหมายเลขน้อยกว่าเสาหมายเลข 8

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	10	11	11	15	10	17	16	10	12	20	20

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก ระบุจำนวนเต็ม T แทนจำนวนข้อมูลชุดทดสอบ ( $1 \leq T \leq 50$ ) จากนั้นจะมีข้อมูลชุดทดสอบอีก T ชุดตามมา โดยข้อมูลแต่ละชุดทดสอบแต่ละชุดจะมีรูปแบบดังนี้

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N แทนจำนวนเสาน้ำแข็ง โดยที่ N ไม่เกิน 100,000

บรรทัดที่สอง รับจำนวนเต็ม N ตัวห่างกันด้วยหนึ่งช่องว่าง ระบุความสูงของเสาแต่ละต้น เรียงลำดับจากเสา หมายเลข 0 ไปยังเสาหมายเลข N-1 โดยเสาแต่ละต้นมีค่าไม่เกิน 1,000,000

30% ของชุดข้อมูลทดสอบจะมี N ไม่เกิน 1,000

#### ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น T บรรทัด ในแต่ละบรรทัด แสดงความยาวสูงสุดของบันไดน้ำแข็งหลังจากที่เปลี่ยนความสูง และ หมายเลขของเสา น้ำแข็งที่เปลี่ยน ห่างกันหนึ่งช่องว่าง

#### ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
2	4 3
12	2 0
20 10 11 11 15 10 17 16 10 12 20 20	
7	
0 0 0 0 0 0 0	

+++++