

## โจทย์ชุดที่สามสิบ วันอังคารที่ 7 กันยายน พ.ศ. 2564 จำนวน 3 ข้อ

| ที่ | เนื้อหา                         | โจทย์   |
|-----|---------------------------------|---|
| 1.  | Dynamic Programming จำนวน 3 ข้อ | 1. เทพเข้าลัทธิฝอยทอง (Taep Foithong)<br>2. เสาน้ำแข็ง (Pillar TCP)<br>3. ? |

### 1. เรื่อง Dynamic Programming จำนวน 3 ข้อ

#### 1. เทพเข้าลัทธิฝอยทอง (Taep Foithong)

ที่มา: ข้อสอบท้ายค่ายสองคัดเลือกว่านคุณนัย ม.บูรพา รุ่น 10 ออกโดย PeaTT~

ต่อมาเทพก็ได้เดินทางมาถึงหมู่บ้านศักดิ์สิทธิ์ซึ่งเป็นหมู่บ้านที่ประชาชนศรัทธาในลัทธิฝอยทอง หากเทพต้องการจะเดินทางผ่านหมู่บ้านนี้ได้ เขาก็จะต้องเข้าร่วมลัทธิฝอยทองของหมู่บ้านนี้ให้ได้เสียก่อน

ลัทธิฝอยทอง (Foithong faith) เป็นลัทธิที่มีความเชื่อในการเปลี่ยนแปลงตัวเลขจำนวนเต็มบวกอยู่เสมอ โดยหลักการเปลี่ยนแปลงตัวเลขของลัทธินี้ก็คือ การนำตัวเลขโดดในแต่ละหลักของตัวเลขเก่ามายกกำลัง  $k$  แล้วบวกกันจะได้เป็นตัวเลขใหม่ เช่น ในกรณีที่  $k=2$  เลข 128 จะกลายเป็น  $1^2 + 2^2 + 8^2 = 1 + 4 + 64 = 69$  หรือ ในกรณีที่  $k=3$  เลข 128 จะกลายเป็น  $1^3 + 2^3 + 8^3 = 1 + 8 + 512 = 521$  เป็นต้น

ลัทธิฝอยทองมีความเชื่อว่าตัวเลขใดก็ตามที่สามารถเปลี่ยนแล้วตัวเลขตัวถัดไปเป็นตัวเลขเดิมได้ จะถือว่าเป็นตัวเลขนำโชค เช่น ตัวเลข 44 ในกรณีที่  $k=2$  จะได้ว่า  $44 \rightarrow 4^2+4^2 = 32 \rightarrow 3^2+2^2 = 13 \rightarrow 1^2+3^2 = 10 \rightarrow 1^2+0^2 = 1$  หรือ ตัวเลข 39316 ในกรณีที่  $k=3$  จะได้ว่า  $39316 \rightarrow 3^3+9^3+3^3+1^3+6^3 = 1000 \rightarrow 1^3+0^3+0^3+0^3+0^3 = 1$  เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า หากเลขใดมีการเปลี่ยนแล้วเป็นตัวเลข 1 จะได้เป็นตัวเลขนำโชคเสมอ กล่าวคือ ตัวเลข 44 ในกรณีที่  $k=2$  และ ตัวเลข 39316 ในกรณีที่  $k=3$  เป็นตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทอง แต่ตัวเลขบางตัวไม่ว่าจะยังงี้ก็ไม่สามารถเปลี่ยนให้ตัวถัดไปเป็นตัวเลขเดิมได้ จะไม่ถือว่าเป็นตัวเลขนำโชค เช่น ตัวเลข 2 ในกรณีที่  $k=2$  จะได้ว่า  $2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow 1^2+6^2 = 37 \rightarrow 3^2+7^2 = 58 \rightarrow 5^2+8^2 = 89 \rightarrow 8^2+9^2 = 145 \rightarrow 1^2+4^2+5^2 = 42 \rightarrow 4^2+2^2 = 20 \rightarrow 2^2+0^2 = 4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow \dots$  หรือตัวเลข 13 ในกรณีที่  $k=3$  จะได้ว่า  $13 \rightarrow 1^3+3^3 = 28 \rightarrow 2^3+8^3 = 520 \rightarrow 5^3+2^3+0^3 = 133 \rightarrow 5^3+3^3+3^2 = 250 \rightarrow 2^3+5^3+0^3 = 133 \rightarrow 5^3+3^3+3^2 = 250 \rightarrow \dots$  เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า ไม่มีทางที่จะเปลี่ยนให้ตัวเลขตัวถัดไปเป็นตัวเลขเดิมได้เลย กล่าวคือ ตัวเลข 2 ในกรณีที่  $k=2$  และ ตัวเลข 13 ในกรณีที่  $k=3$  จะไม่ใช่ตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทองนั่นเอง

#### งานของคุณ

จงเขียนโปรแกรมเพื่อตอบคำถามว่า ตัวเลขที่รับเข้ามานั้นเป็นตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทองหรือไม่?

#### ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก  $Q$  แทนจำนวนคำถาม ตามด้วยจำนวนเต็มบวก  $k$  ห่างกันด้วยหนึ่งช่องว่างโดยที่  $1 \leq Q \leq 100,000$  และ  $1 \leq k \leq 6$

อีก  $Q$  บรรทัดต่อมา แต่ละบรรทัดรับจำนวนเต็มบวกที่มีค่าไม่เกิน  $10^{100}$

30% ของชุดข้อมูลทดสอบ ตัวเลขที่รับเข้ามาทั้งหมดจะมีค่าไม่เกิน 2,000,000

# โจทย์พีพีทีมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

## หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

50% ของชุดข้อมูลทดสอบ ตัวเลขที่รับเข้ามาทั้งหมดจะมีค่าไม่เกิน  $10^{30}$

### ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น Q บรรทัดแต่ละบรรทัดถ้าตัวเลขที่รับเข้ามาเป็นตัวเลขนำโชคของลัทธิฝอยทองให้พิมพ์คำว่า Yes แต่ถ้าไม่ใช่ให้พิมพ์คำว่า No ตามลำดับของข้อมูลนำเข้า

### ตัวอย่าง

| ข้อมูลนำเข้า | ข้อมูลส่งออก |
|--------------|--------------|
| 4 2          | Yes          |
| 1            | No           |
| 2            | Yes          |
| 31           | Yes          |
| 44           |              |

+++++

## 2. เสาน้ำแข็ง (Pillar TCP)

ที่มา: โจทย์ Thailand Programming Contest - TPC.1 MAR2014

เจ้าหญิงหิมะคนหนึ่งมีน้องสาวอยู่หนึ่งคน กิจกรรมที่พี่น้องสองคนนี้ชอบเล่นก็คือคนที่จะเสกเสาน้ำแข็งหลาย ๆ ต้นติดกันให้คุณน้องกระโดดเล่นเป็นขั้นบันไดสูงขึ้นไปเรื่อย ๆ แต่ทว่าเจ้าหญิงผู้พี่นั้นบางครั้งก็เสกเสาพลาด ทำให้ความสูงไม่พอที่คุณน้องจะกระโดดข้ามไปมาได้ และเคยเกิดอุบัติเหตุจนกระทั่งเป็นตราบาบในจิตใจของเจ้าหญิง คุณน้องอยากจะช่วยเหลือเจ้าหญิงโดยให้คุณช่วยแก้ความสูงของเสาน้ำแข็งหนึ่งเสา จากเสาน้ำแข็งที่เคยเสกไว้แล้ว เพื่อให้ได้บันไดน้ำแข็งที่ยาวมาก ๆ และสามารถกระโดดไปมาได้สบาย และจะได้กระโดดให้เจ้าหญิงว่าคุณน้องสบายดี

เสาน้ำแข็งที่เสกไว้แล้วนั้นมีจำนวน  $N$  ต้นเรียงจากซ้ายไปขวา แต่ละต้นกำกับด้วยหมายเลข  $0$  ถึง  $N-1$  ตามลำดับ กำหนดให้เสาหมายเลข  $i$  มีความสูงเป็นจำนวนเต็มไม่ลบ  $a_i$  คุณน้องกำหนดว่า ลำดับของเสาตั้งแต่เสาที่  $p$  จนถึงเสาที่  $q$  นั้นจะเป็นบันไดน้ำแข็งก็ต่อเมื่อ  $1 \leq a_{i+1} - a_i \leq 2$  สำหรับทุก  $i$  ในช่วงตั้งแต่  $p$  ถึง  $q-1$  หรือเมื่อ  $1 \leq a_i - a_{i+1} \leq 2$  สำหรับทุก  $i$  ในช่วงตั้งแต่  $p$  ถึง  $q-1$

จงหาว่าเราจะต้องเปลี่ยนเสาหมายเลขใดที่ทำให้ได้บันไดน้ำแข็งที่ยาวที่สุด เราสามารถเปลี่ยนเสาน้ำแข็งให้เป็นจำนวนเต็มใด ๆ ก็ได้ และหากมีวิธีการเปลี่ยนเสาน้ำแข็งที่ได้บันไดน้ำแข็งที่ยาวที่สุดหลายแบบ ให้เลือกเปลี่ยนเสาที่มีหมายเลขน้อยที่สุด

### ตัวอย่าง

กำหนดให้มีเสาน้ำแข็ง 12 ต้นที่มีค่าความสูงแต่ละต้นตามตารางด้านล่างนี้ บันไดน้ำแข็งที่ยาวที่สุดก่อนที่จะเปลี่ยนความสูงคือบันไดความยาว 2 ณ ช่วง  $[1, 2]$  และช่วง  $[6, 7]$  และช่วง  $[8, 9]$  แต่ถ้าหากเราเปลี่ยนเสาหมายเลข 8 จากความสูง 10 เป็นความสูง 14 ก็จะได้บันไดน้ำแข็งที่มีความยาว 4 ในช่วง  $[6, 9]$  หรือ ถ้าเปลี่ยนเสาหมายเลข 3 จาก 11 เป็น 13 ก็จะได้บันไดน้ำแข็งที่มีความยาว 4 ในช่วง  $[1, 4]$  เช่นกัน ในกรณีนี้ เราจะเลือกเปลี่ยนเสาหมายเลข 3 เพราะเสาหมายเลข 3 มีหมายเลขน้อยกว่าเสาหมายเลข 8

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 |
| 20 | 10 | 11 | 11 | 15 | 10 | 17 | 16 | 10 | 12 | 20 | 20 |

### ข้อมูลนำเข้า

## โจทย์พีพีทมีลิขสิทธิ์ ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดไปดัดแปลง หรือ ใช้งานต่อ โดยเด็ดขาด

### หากไม่ได้รับความอนุญาติจาก นายอัศรพนธ์ วัชรพลากร (พีพีท)

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็ม T แทนจำนวนข้อมูลชุดทดสอบ ( $1 \leq T \leq 50$ ) จากนั้นจะมีข้อมูลชุดทดสอบอีก T ชุดตามมา โดยข้อมูลแต่ละชุดทดสอบแต่ละชุดจะมีรูปแบบดังนี้

บรรทัดแรก รับจำนวนเต็มบวก N แทนจำนวนเสาไฟฟ้า โดยที่ N ไม่เกิน 100,000

บรรทัดที่สอง รับจำนวนเต็ม N ตัวห่างกันด้วยหนึ่งช่องว่าง ระบุความสูงของเสาแต่ละต้น เรียงลำดับจากเสา หมายเลข 0 ไปยังเสาหมายเลข N-1 โดยเสาแต่ละต้นมีค่าไม่เกิน 1,000,000

30% ของชุดข้อมูลทดสอบจะมี N ไม่เกิน 1,000

#### ข้อมูลส่งออก

มีทั้งสิ้น T บรรทัด ในแต่ละบรรทัด แสดงความยาวสูงสุดของบันไดน้ำแข็งหลังจากที่เปลี่ยนความสูง และ หมายเลขของเสา น้ำแข็งที่เปลี่ยน ห่างกันหนึ่งช่องว่าง

#### ตัวอย่าง

| ข้อมูลนำเข้า                        | ข้อมูลส่งออก |
|-------------------------------------|--------------|
| 2                                   | 4 3          |
| 12                                  | 2 0          |
| 20 10 11 11 15 10 17 16 10 12 20 20 |              |
| 7                                   |              |
| 0 0 0 0 0 0 0                       |              |

+++++