

## Project 2 - Κωνσταντίνα Έλληνα 1115201600046

### Πρόβλημα 1:

Ξέρουμε ότι η τιμή που θα δοθεί από minimax εναντίον μη βέλτιστου MIN είναι πάντα μεγαλύτερη από την τιμή που θα δοθεί από minimax εναντίον βέλτιστου MIN. Αν θεωρήσουμε ότι  $N$  είναι οι κόμβοι τότε θα έχουμε  $\text{suboptimal}(N) > \text{minimax}(N)$ , για κάθε κόμβο του δέντρου minimax. Έστω, λοιπόν, ότι  $n$  είναι η μεγαλύτερη minimax τιμή, αλλά έχουμε  $\text{suboptimal}(n) > \text{minimax}(n)$ . Τώρα θεωρούμε το στοιχείο με τη μεγαλύτερη suboptimal τιμή, έστω  $m$ . Αφού είναι το μεγαλύτερο θα ισχύει  $\text{suboptimal}(m) > \text{suboptimal}(n)$ . Άρα  $\text{suboptimal}(m) > \text{minimax}(n)$ . Επομένως, αποδείχτηκε το ζητούμενο.

### Πρόβλημα 2:

(α) Οι τιμές είναι με τη σειρά από αριστερά προς τα δεξιά:

**MAX:** 8, 9, 2, 9, 8, 6, 7

**MIN:** 8, 2, 6

**MAX:** 8

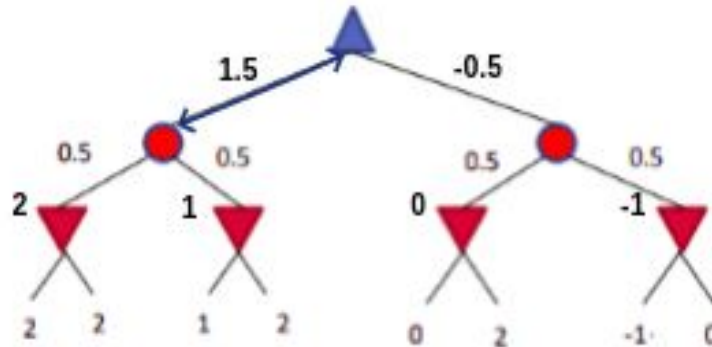
(β) Η minimax απόφαση στη ρίζα του δέντρου είναι η αριστερή γραμμή από τη ρίζα στον αριστερότερο κόμβο του επιπέδου του MIN, γιατί οδηγεί στην κατάσταση με την υψηλότερη minimax τιμή.

(γ) Οι κόμβοι είναι οι εξής:

- 1) Ο τέταρτος από τα αριστερά κόκκινος κόμβος του 4ου επιπέδου.
- 2) Το υποδέντρο που αποτελείται από τον 4ο και 5ο κόμβο από τα αριστερά του 3ου επιπέδου και τα παιδιά τους, δηλαδή οι κόμβοι 7, 8, 9, 10 από τα αριστερά του 4ου επιπέδου.
- 3) Το υποδέντρο που αποτελείται από τον 7ο κόμβο από τα αριστερά του 3ου επιπέδου με τα παιδιά του, δηλαδή τους κόμβους 14, 15 από τα αριστερά του 4ου επιπέδου.

### Πρόβλημα 3:

(α)



Φαίνονται με Bold γράμματα οι τιμές των κόμβων και των γραμμών και το αριστερό βελάκι δείχνει την καλύτερη κίνηση για τη ρίζα.

$$(0.5 * 2) + (0.5 * 1) = 1.5$$

$$(0.5 * 0) + (0.5 * (-1)) = -0.5$$

(β) Αν μας δώσουν τις τιμές των πρώτων 6 φύλλων χρειάζεται να υπολογίσουμε και το 7ο και 8ο γιατί αριστερά θα είναι 1.5 και δεξιά  $(0.5 * \min(0, 2)) + (0.5 * \min(N7, N8)) = 0.5 * N_{\min}$ , όπου N ο κόμβος. Αν αυτό είναι μεγαλύτερο από το 1.5 που είναι αριστερά τότε η ρίζα θα έδειχνε δεξιά ενώ αν ήταν μικρότερο θα έδειχνε αριστερά.

Αν μας δώσουν τις τιμές των πρώτων 7 φύλλων τότε δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε το 8ο γιατί όσο μικρότερο και να είναι από το -1 σίγουρα δεν θα ξεπεράσει το 1.5. Δηλαδή  $(0.5 * \min(-1, N8))$  θα είναι πάντα μικρότερο από 1.5, άρα θα δείχνει πάντα αριστερά.

(γ) Η τιμή του κόμβου θα είναι  $(0.5 * \min(2, 2)) + (0.5 * \min(N3, N4)) = 1 + (0.5 * \min(N3, N4))$ .

Ξέρουμε όμως ότι οι τιμές των φύλλων θα είναι μεταξύ του διαστήματος  $[-2, 2]$ . Άρα, και το  $\min(N3, N4)$  θα είναι μεταξύ αυτού του διαστήματος. Επομένως, διαιρούμε στο μισό για να σχηματίσουμε το  $0.5 * \min(N3, N4)$  και έχουμε  $-1 < 0.5 * \min(N3, N4) < 1$ .

Προσθέτουμε 1 και βγαίνει το τελικό αποτέλεσμα  $0 < 1 + 0.5 * \min(N3, N3) < 2$ .

Άρα ο αριστερός κόμβος τύχης θα έχει τιμές μεταξύ του διαστήματος  $[0, 2]$ .

(δ) Ξεκινάμε από τα αριστερά και η τιμή του 1ου κόμβου τύχης θα είναι 1.5. Η τιμή του 2ου κόμβου τύχης θα είναι  $0.5 * K3 + 0.5 * K4$ , όπου  $K3$  και  $K4$  οι κόμβοι 3 και 4 του 2ου επιπέδου του δέντρου. Ξεκινώντας από τον  $K3$  εξετάζουμε το 1ο παιδί που είναι 0, άρα ο κόμβος θα είναι το πολύ 0. Επομένως, ο δεξιός κόμβος τύχης θα είναι το πολύ  $0.5 * K4$ . Ξέρουμε ότι  $-2 < K4 < 2$ . Άρα  $-1 < 0.5 * K4 < 1$ . Άρα θα είναι πάντα μικρότερο του 1.5 και δεν χρειάζεται να αποτιμηθούν οι υπόλοιποι κόμβοι.