实验4

学号	姓名	分工
21307035	邓栩瀛	完成预习部分和实验报告编写整合
21307056	钟欣余	完成实验三中1代码的编写
21307037	金思琪	完成实验三中2代码的编写
21307062	郑越	完成实验三中3代码的编写

1、问题描述

（1）编程计算双边指数衰减信号$x[n]=e^{-2|n|}$的离散时间傅里叶变换，并验证其时域内插，即

$$x_k[n]=\begin{cases}x[n/k], n\text{为}k\text{的整数倍}\\0, others\end{cases} \tag{1}$$

的离散时间傅里叶变换，取k = 3。请分别绘制$x[n]$和$x_k[n]$的幅频曲线和相频曲线

（2）考虑差分方程$y[n]-ay[n-1]=x[n]$，其中$|a|<1$。取$a=0.2$，编程求解该方程所描述系统的频率响应，并：

（a）画出系统的幅频和相频特性曲线；

（b）求解系统的单位脉冲响应并绘制出图形

（3）设离散时间双边指数衰减信号$x[n]=e^{-2|n|}$,$y[n]=x[n]*x[n]$，请

（a）编程用卷积性质求解$Y(e^{j\omega})$与$y[n]$，并绘制$x[n]$、$|Y(e^{j\omega})|$和$y[n]$的图像；

（b）编程用时域卷积求解$y[n]$，绘制$y[n]$的图像，并与（a）的结果比较。

2、问题分析

实验原理

若$x[n]$是离散时间非周期信号，则其离散时间傅里叶变换为

$$X(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x[n]e^{-j\omega n} \tag{1}$$

对应的离散时间傅里叶反变换为

$$x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega \tag{2}$$

Python 提供了 `scipy.signal.freqz()` 函数可以近似求解离散时间傅里叶变换。

对于(1)式的无穷级数求和还可用 `SymPy` 符号函数求和的方法，如 `sum()`、`summation()`、`gosper_sum()` 等函数都可用于级数求和操作。对于(2)式可用 SymPy 符号函数积分的方法进行，如 `integrate()` 函数。

此外，也可以根据定义，使用求和函数 `numpy.sum()` 和积分函数 `numpy.integrate.quad()` 对信号的(1)、(2)式进行数值计算。

通过 Python 的 NumPy 库和 SciPy 库可以产生基本的信号，如阶跃信号、指数信号、脉冲信号等等，其中 scipy.signal 可用于计算信号的卷积。

本次实验中程序库导入

```python
import numpy as np # 科学计算
import matplotlib.pyplot as plt # 画图
import scipy.signal as sg # 导入 scipy 的 signal 库
from scipy.integrate import quad, simps # 用于求积分
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore") # 去掉常规警告
```

2.1离散时间傅里叶变换的性质

(1) 线性：若 $x_1[n] \leftrightarrow X_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，$x_2[n] \leftrightarrow X_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则 $a_1x_1[n] + a_2x_2[n] \leftrightarrow a_1X_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) + a_2X_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$；

(2) 时移：若$x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则$x[n-n_0] \leftrightarrow \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n_0}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$；

(3) 频移：若$x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n_0}x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)})$；

(4) 共轭与共轭对称性：若$x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则$x^*[n] \leftrightarrow X^*(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})$；

(5) 差分与累加：若$x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则$x[n] - x[n-1] \leftrightarrow (1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \leftrightarrow \frac{X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}} + \pi X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}0})\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi k)$；

(6) 时间反转：若$x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则$x[-n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})$；

(7) 时域内插：若$x[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，$x_k[n] = \begin{cases} x[n/k], & n\text{为}k\text{的整数倍} \\ 0, & \text{其他}n \end{cases}$，则$x_k[n] \leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega})$。

(8) 卷积性质：若 $x_1[n] \leftrightarrow X_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，$x_2[n] \leftrightarrow X_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则 $x_1[n] * x_2[n] \leftrightarrow X_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})X_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$；

(9) 相乘性质：若 $x_1[n] \leftrightarrow X_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，$x_2[n] \leftrightarrow X_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，则 $x_1[n] * x_2[n] \leftrightarrow \frac{1}{2\pi}X_1(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\otimes X_2(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$。

2.2离散时间 LTI 系统的频率响应和频域分析

设离散时间 LTI 系统的单位脉冲响应为$h[n]$，输入信号为$x[n]$，输出响应为$y[n]$，则$y[n] = x[n] * h[n]$。对应的傅里叶变换表达为$Y(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) = X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) \cdot H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，其中$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$为系统的频率响应，反映了系统的频域特性，模-相位形式为$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) = |H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\measuredangle H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})}$。

对于由线性常系数差分方程

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

描述的离散时间 LTI 系统，频率响应为：

$$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) = \frac{Y(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})}{X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega}}{\sum_{k=0}^{N} a_k \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega}}$$

对于上述频率响应，Python 工具箱中提供的 scipy.signal.freqz()可以直接计算，调用形式为：

[w, h] = freqz(b, a, n)

其中 b 为频率响应中分子多项式的系数向量，a 为分母多项式的系数向量，n 为返回的频率响应对应的频率点数，w 为角频率向量，向量 h 则是返回在 w 所定义的频率点上频率响应值。

提示：当$b_k = x[k]$，$a_k = \delta[k]$，且当$k < 0$，有$x[k] = 0$时，$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$即为离散时间非周期信号$x[n]$的离散时间傅里叶变换近似解。

3、实验预习

离散时间非周期信号的傅里叶变换有哪些性质?

1. 线性性质：傅里叶变换是线性的，对于信号的线性组合，傅里叶变换等于各个信号的傅里叶变换之和。
2. 时域和频域的对称性：离散时间非周期信号的傅里叶变换具有时域和频域的对称性。信号的傅里叶变换对应的频域函数在角频率ω处的值等于原始信号的傅里叶变换对应的时域函数在频率ω处的值。
3. 平移性质：信号在时域上的平移会导致其傅里叶变换的相位发生相应的平移。将信号在时域上右移k个单位，相应的傅里叶变换将在频域上发生k个单位的相位右移。
4. 缩放性质：信号在时域上的缩放会导致其傅里叶变换的频率发生相应的缩放。将信号在时域上的采样间隔变为原来的M倍，相应的傅里叶变换将在频域上发生M倍的频率缩放。
5. 周期性质：对于一个非周期信号，其傅里叶变换是一个连续的函数，但可以通过周期化信号的傅里叶级数来近似表示。将非周期信号的傅里叶变换视为周期信号的傅里叶级数，同时，考虑周期趋于无穷时的情况。

4、实验代码

实验一：绘制 $x[n]$ 与 $x_k[n]$的幅频曲线和相频曲线。

```
# 导入 需要的 library 库
import math
import numpy as np  # 科学计算
```

```python
import matplotlib.pyplot as plt  # 画图
import scipy.signal as sg  # 导入 scipy 的 signal 库 命名为 sg

import warnings

warnings.filterwarnings("ignore")  # 去掉常规警告

def getX(a, k=1, m=-2 * np.pi, n=2 * np.pi):
    ws = np.linspace(m, n, 1024)  # 频率取点
    Xw = lambda w: (1 - np.power(a, 2)) / (1 - 2 * a * np.cos(k * w) + np.
                                           power(a, 2))
    return ws, Xw

n = np.arange(64)  # 定义序号
a = np.exp(-2)
xn = np.power(a, abs(n))
fs = 2 * np.pi  # 频域范围
w, Xw = getX(a, 1, -fs, fs)

fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(6, 6))  # 通过figsize调整图大小
plt.subplots_adjust(wspace=0, hspace=0.4)  # 通过hspace调整子图间距
plt.subplot(211)  # 绘制x[n]信号的子图
plt.plot(w, np.abs(Xw(w)))  # 绘制X(e^(jw))的幅频曲线
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('$\omega$')
plt.title('$|X(e^{jw})|$')
plt.grid()  # 显示网格

plt.subplot(212)  # 绘制X(e^(jw))的相频曲线
plt.plot(w, np.angle(Xw(w)))  # 绘制随时间衰减的单边指数信号DTFT相频图
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('$\omega$')
plt.title('$\measuredangle X(e^{jw})$')  # ∡
plt.grid()  # 显示网格
plt.show()  # 显示图像

kw, kXw = getX(a, 3, -fs, fs)

fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(6, 6))  # 通过figsize调整图大小
plt.subplots_adjust(wspace=0, hspace=0.4)  # 通过hspace调整子图间距
plt.subplot(211)  # 绘制x[n]信号的子图
plt.plot(kw, np.abs(kXw(w)))  # 绘制X(e^(jw))的幅频曲线
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('$\omega$')
plt.title('$|Xk(e^{jw})|$')
plt.grid()  # 显示网格

plt.subplot(212)  # 绘制x[n]傅里叶变换的相频曲线
plt.plot(kw, np.angle(kXw(w)))  # 绘制随时间衰减的单边指数信号DTFT相频图
# plt.plot(w, np.angle(Xw), w, np.angle(1/(1-a*np.exp(-1j*w)))) # 第二个图为解析解形式
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('$\omega$')
plt.title('$\measuredangle Xk(e^{jw})$')  # ∡
plt.grid()  # 显示网格
plt.show()  # 显示图像
```

实验二

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.signal as sg

# 定义差分方程的系数
a = 0.2

# 求解差分方程的频率响应
def freq_response(a):
    num = [1]
    den = [1, -a]
    ws = np.linspace(-2 * np.pi, 2 * np.pi, 1024)
    w, H = sg.freqz(num, den, ws)
    return w, H


# 求解系统的单位脉冲响应
def impulse_response(a, num_points):
    num = [1]
    den = [1, a]
    imp_resp = sg.impulse([num, den], N=num_points)
    return imp_resp[0], imp_resp[1]


# 求解频率响应
w, H = freq_response(a)

# 绘制幅频特性曲线和相频特性曲线
fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(6, 6))
plt.subplots_adjust(hspace=0.4)
plt.subplot(211)
plt.plot(w, np.abs(H))
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('$\omega$')
plt.title('$|H(e^{jw})|$')
plt.grid()  # 显示网格

plt.subplot(212)
plt.plot(w, np.angle(H))
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('$\omega$')
plt.title('$\measuredangle X(e^{jw})$')  # ∡
plt.grid()  # 显示网格
plt.show()  # 显示图像

# 求解单位脉冲响应
num_points = 50  # 单位脉冲响应的采样点数
n, impulse = impulse_response(a, num_points)

# 绘制单位脉冲响应图形
plt.stem(n, impulse)
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('h[n]')
plt.title('Impulse Response')
plt.grid()
plt.show()
```

实验三

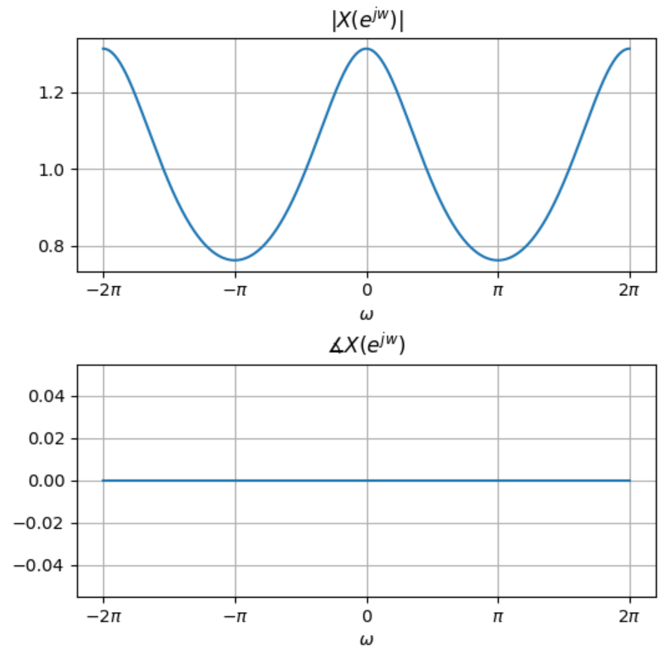
```
import numpy as np
import scipy.signal as sg
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import simps  # 用于求积分

import warnings

warnings.filterwarnings("ignore")  # 去掉常规警告

def DTFT(n, xn, k=1, a=-2 * np.pi, b=2 * np.pi):
    ws = np.linspace(a, b, 1024)  # 频率取点
    Xw = np.zeros_like(ws, dtype=complex)
    for i in range(len(ws)):
        Xw[i] = np.sum(xn * np.exp(-1j * k * ws[i] * n))  # 利用公式计算DTFT
    return ws, Xw


def getY(w, Xw):
    Yw = np.zeros_like(w, dtype=complex)
    for i in range(len(w)):
        Yw[i] = Xw[i] * Xw[i]
    return Yw

# 定义离散时间双边指数衰减信号x[n] = e^(-2|n|)
n = np.arange(-10, 11)  # 时间序列范围
xn = np.exp(-2 * abs(n))
fs = 2 * np.pi  # 频域范围

# 根据卷积性质，计算频域响应Y(e^(jω))
w, Xw = DTFT(n, xn, 1, -fs, fs)
Yw = getY(w, Xw)

# 计算离散时间信号y[n]
yn = np.zeros_like(n, dtype=float)  # 时域信号值，这里一定要显示设置dtype=float，否则默认为int32
for i in range(len(n)):  # 用于计算离散信号x[n]
    yn[i] = simps(Yw * np.exp(1j * w * n[i]), w) / (
        w[-1] - w[0])  # 辛普森积分，积分默认区间为[-2π, 2π]，w[0]=-2π, w[-1]=2π

# 绘制离散时间信号x[n]的图像
fig, axs = plt.subplots(2, 1, figsize=(6, 8))  # 通过figsize调整图大小
plt.subplots_adjust(wspace=0, hspace=0.4)  # 通过hspace调整子图间距
plt.subplot(311)
plt.stem(n, xn)
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('x[n]')
plt.title('Discrete-Time Signal x[n]')
plt.grid(True)

# 绘制频域响应|Y(e^(jω))|的图像
plt.subplot(312)
plt.plot(w, np.abs(Yw))
xticks = np.array([-2 * np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2 * np.pi])  # 用于控制横坐标的显示范围
xlabels = ['$-2\pi$', '$-\pi$', '0', '$\pi$', '$2\pi$']
plt.xticks(xticks, xlabels)
plt.xlabel('ω')
plt.ylabel('|Y(e^(jω))|')
plt.title('Magnitude Spectrum of Y(e^(jω))')
plt.grid(True)

# 绘制离散时间信号y[n]的图像
n_y = np.arange(-20, 21)  # 时间序列范围为-20到20，为了与卷积结果对齐
plt.subplot(313)
plt.stem(n, yn)
```

```python
plt.xlabel('n')
plt.ylabel('y[n]')
plt.title('Discrete-Time Signal y[n]')
plt.grid(True)

# 调整子图间的间距
plt.subplots_adjust(hspace=0.5)

# 显示图像
plt.show()
```

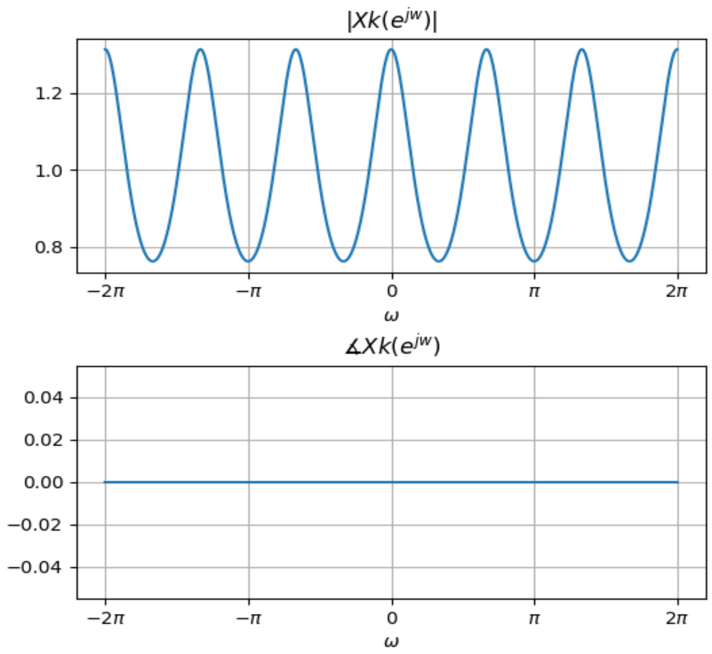
5、实验结果

实验一

绘制 $x[n]$ 的幅频曲线和相频曲线。



绘制 $x_k[n]$ 的幅频曲线和相频曲线。



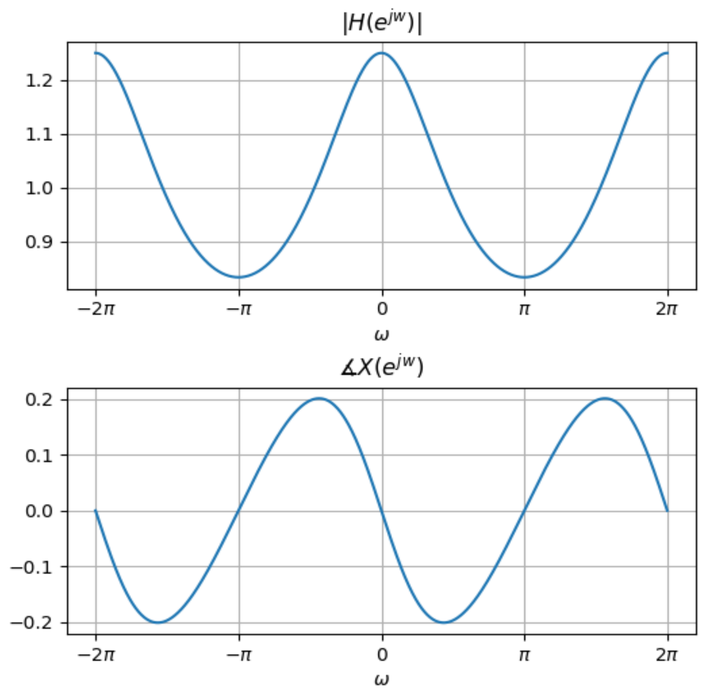
1. 图一是原始指数衰减信号的频域幅度谱$|X(e^(jw))|$
2. 图二是原始信号的频域相位谱$\measuredangle X(e^{jw})$
3. 图三是对原始信号进行时域内插（k=3）后的频域幅度谱$|Xk(e^(jw))|$
4. 图四是相应的频域相位谱$\measuredangle Xk(e^{jw})$

通过这些图像，可以观察到以下特点：

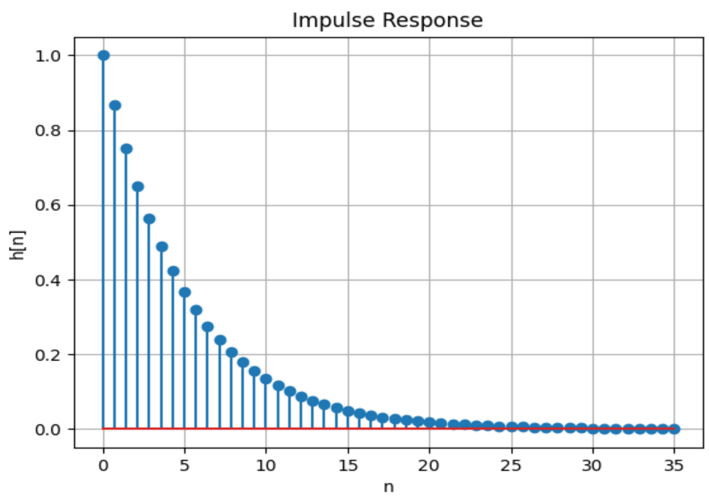
- 原始信号的频域幅度谱呈现指数衰减的形态，幅度随频率增加而逐渐减小。
- 时域内插后的信号频域幅度谱形态与原始信号相似，但具有更多的细节和波动。
- 通过这些图像，可以更好地理解指数衰减信号在频域的特性以及时域内插对频域表示的影响。

实验二

a



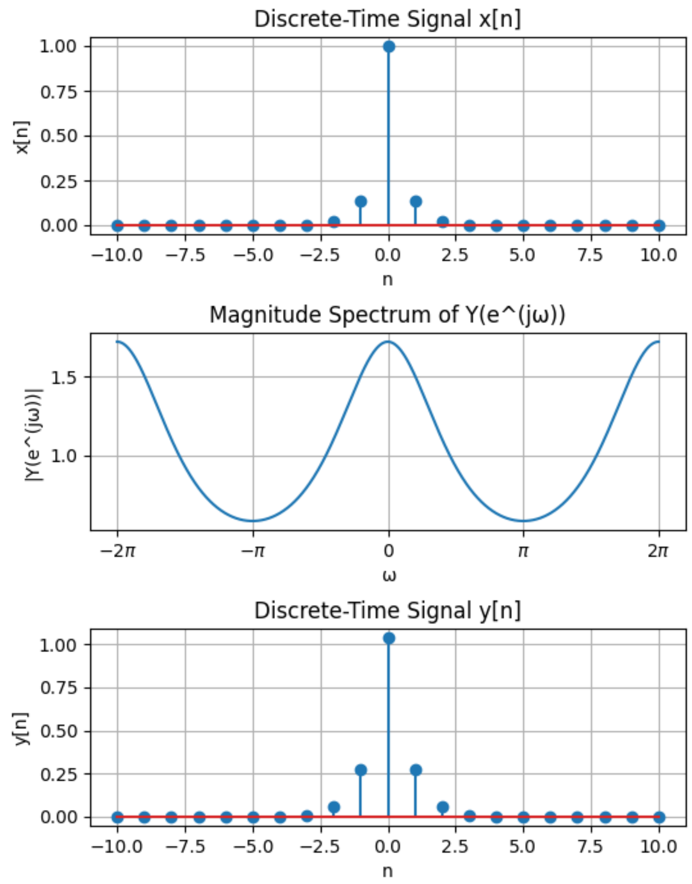
b



1. 该实验主要是分析差分方程系统的频率响应和单位脉冲响应
2. 通过定义差分方程的系数a，然后利用 `scipy.signal.freqz()` 函数计算系统的频率响应。频率响应包括幅频特性曲线$|H(e^{jw})|$和相频特性曲线$\measuredangle H(e^{jw})$。幅频特性曲线展示了系统在不同频率下的增益或衰减情况，相频特性曲线展示了系统在不同频率下的相位变化。
3. 通过定义差分方程的系数a和采样点数，利用 `scipy.signal.impulse()` 函数计算系统的单位脉冲响应。其中单位脉冲响应表示系统对一个单位脉冲输入信号的输出响应，描述了系统的时域特性和冲击响应。
4. 对于频率响应部分，第一个图是幅频特性曲线$|H(e^{jw})|$，展示了系统在不同频率下的增益或衰减情况。第二个图是相频特性曲线$\measuredangle H(e^{jw})$，展示了系统在不同频率下的相位变化。通过这些图可以分析系统的频率特性，包括频率选择性、滤波效果等。
5. 对于单位脉冲响应部分，绘制了系统的单位脉冲响应图形。单位脉冲响应展示了系统对单位脉冲输入信号的输出响应，通过观察单位脉冲响应图形可以了解到系统的时域特性，如脉冲宽度、延迟等。

实验三

a & b



以上三个图像，分别是离散时间信号$x[n]$、频域响应$|Y(e^{j\omega})|$和离散时间信号$y[n]$的图像。

1. 离散时间信号x[n]的图像：这显示了离散时间信号x[n]在时间序列范围内的取值。离散时间信号x[n]是一个双边指数衰减信号，根据定义$x[n]=e^{-2|n|}$，它在n=0处达到峰值1，并随着离散时间n的增加而指数衰减。
2. 频域响应$|Y(e^{j\omega})|$的图像：展示了频域响应$|Y(e^{j\omega})|$的幅度谱。通过对离散时间信号$x[n]$进行DTFT计算得到频域响应$X(e^{j\omega})$，然后根据卷积性质对$X(e^{j\omega})$进行平方运算得到频域响应$Y(e^{j\omega})$。图中显示了频率ω在-2π到2π范围内的幅度谱，即$|Y(e^{j\omega})|$的取值随着频率变化的情况。
3. 离散时间信号y[n]的图像：展示了通过对频域响应进$Y(e^{j\omega})$行逆DTFT计算得到的离散时间信号$y[n]$。在计算过程中，使用了辛普森积分来对频域响应$Y(e^{j\omega})$进行积分运算。离散时间信号$y[n]$表示了频域响应$Y(e^{j\omega})$在时间序列范围内的取值情况。

6、收获与感想

邓栩瀛：通过本次实验，我掌握了离散时间傅里叶变换的计算方法，学习了如何将时域离散时间信号转换为频域的离散时间傅里叶变换，并通过Python编程实现了相关的代码。此外，通过这次实验，我对信号处理和频域分析的重要性有了更加深入的了解。傅里叶变换在通信领域、音频处理领域、图像处理领域等待，都是是一种有用且常用的数学工具，能够帮助我们更好地理解信号的特性，从而设计滤波器、进行频谱分析等等。而通过本次实验所掌握的傅里叶变换的原理、计算方法和基本性质，能够帮助我们更好地分析并处理各种类型的信号，并在实际应用中发挥其更大的作用。

钟欣余：这个实验使我能够实际应用傅里叶变换来分析信号在频域上的特性，并生成相应的频谱图。同时，我也熟悉了离散时间傅里叶变换的一些基本性质。我学习了线性性质、时移性质、频移性质和调制性质等，这些性质在离散时间信号的分析和处理中非常重要。通过了解这些性质，我能够更好地理解信号在频域上的行为和系统的特性，从而能够对信号进行更准确和全面的分析。这个实验为我提供了一个深入理解傅里叶变换和频域分析的机会，为我今后在信号处理领域的学习和研究奠定了坚实的基础。

金思琪：在本次实验中，我对离散时间信号的频域分析和傅里叶变换的原理有了更深入的理解。运用离散时间非周期信号的傅里叶变换公式以及其推导过程 我们可以将离散信号从时域转换到频域，更直观的理解信号在不同频率成分上的能量分布和频域特性。综合运用傅立叶变换、逆变换的原理和Python的库函数进行计算，得到相应的幅频曲线和相频曲线，有助于更直观地理解信号的频域信息，认识信号的性质。当然，在实验过程中，我也遇到了一些问题，包括选择适当的采样频率和采样点数，不同形式的函数表达不同等，这都是需要注意的地方。

郑越：通过这次实验，我对离散时间傅里叶变换的性质有更加深刻的理解，如线性性质、时移性质、频移性质等，这些性质对于分析和处理离散时间信号非常重要，能够帮助我更好地理解信号的频域特性。此外，我还学会了使用Python中的NumPy、SciPy和Matplotlib等库来进行信号处理和频域分析，对其进行傅里叶变换，使用这些库中提供的函数来计算傅里叶变换，并将结果可视化为频谱图像、幅频曲线和相频曲线。这些工具和方法的应用使得信号处理和频域分析变得更加方便和高效。