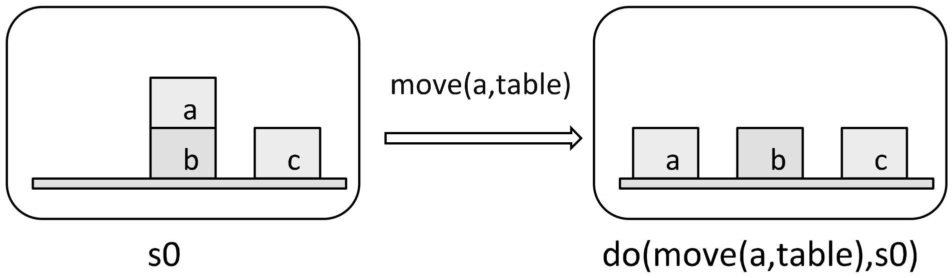
Situation Calculus



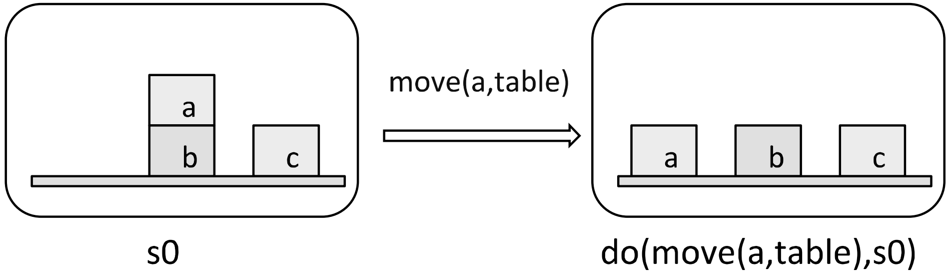
holds(on(a,b), s0)
holds(on(b, table), s0)
holds(on(c, table), s0)

Το σύμπαν μιας ερμηνείας για προτάσεις situation calculus συμπεριλαμβάνει, εκτός από στοιχεία όπως a, b, c, κλπ, και ***καταστάσεις*** (πχ σ0, σ1, σ2, . . .) και ενέργειες (πχ. ε1, ε2, . . .).

Το on(x,y) είναι ***συνάρτηση*** που επιστρέφει ένα σύνολο καταστάσεων (διαισθητικά, τις καταστάσεις στις οποίος ο κύβος x βρίσκεται πάνω στο y). Τέτοιες συναρτήσεις ονομάζονται ***fluents***.

Το **holds(f,s)** είναι κατηγόρημα που δηλώνει πως η κατάσταση s ανήκει στο αποτέλεσμα του fluent f (διαισθητικά, το f ισχύει στην s.

Situation Calculus



holds(on(a,b), s0)
holds(on(b, table), s0)
holds(on(c, table), s0)
holds(color(a,green),s0)
holds(color(b,yellow),s0)
holds(color(c,green),s0)

$\Rightarrow$ Αρχική κατάσταση

$\forall x\,(\, block(x) \Leftrightarrow x=a \lor x=b \lor x=c\,)$

$\forall x \forall y \forall s\,(\, holds(on(x,y), s) \Rightarrow (\, block(x) \land (y=table \lor block(y)\,)\,)\,)$

$a \neq b \neq c \neq s0$

$\forall x \forall s\,(\, holds(clear(x), s) \Leftrightarrow \neg \exists y\, (holds(on(y,x), s)\,)\,)$

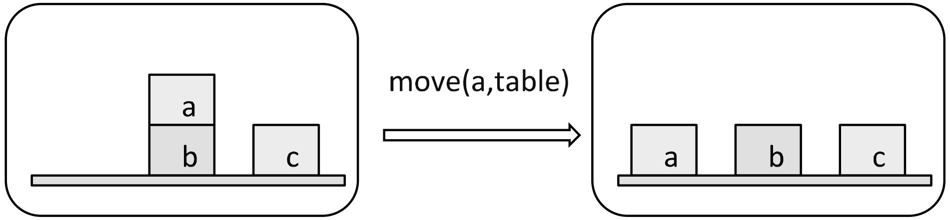
$\forall x \forall y \forall s\,(\, holds(on(x,y), s) \land holds(on(x,z), s)\,) \Rightarrow y=z\,)$

$\forall x \forall y \forall s\,(\, holds(on(x,y), s) \land holds(on(z,y), s) \land y \neq table \Rightarrow x=z\,)$

$\forall x \forall s(\, block(x) \Rightarrow \exists y(\, holds(on(x,y), s)\,)\,)$

$\Rightarrow$ Περιορισμοί Ακεραιότητας

Situation Calculus



s0 do(move(a,table),s0)

$$\forall x \forall y \forall s \; (\underbrace{\text{holds}(\text{clear}(x),s) \wedge (\text{holds}(\text{clear}(y),s) \vee y=\text{table})}_{\text{Προϋποθέσεις}} \Rightarrow \underbrace{\text{holds}(\text{on}(x,y), \text{do}(\text{move}(x,y),s))}_{\text{Αποτέλεσμα}})$$

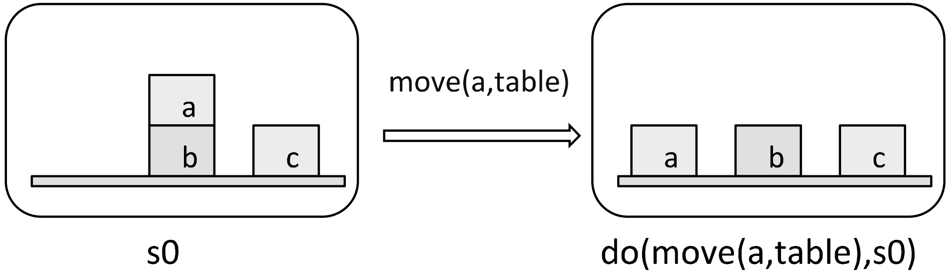
Effect Axiom

$$\forall x \forall y \forall z \forall w \forall s \; (\text{holds}(\text{on}(x,y), s) \vee x \neq z) \Rightarrow \text{holds}(\text{on}(x,y), \text{do}(\text{move}(z,w),s)))$$

$$\forall x \forall y \forall z \forall w \; (\text{holds}(\text{color}(x,y), s) \Rightarrow \text{holds}(\text{color}(x,y), \text{do}(\text{move}(z,w),s)))$$

Frame Axioms

Συμπερασμός με Situation Calculus



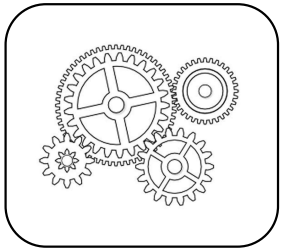
<u>Περιγραφή Μικρόκοσμου</u>:

Αρχική Κατάσταση

Περιορισμοί Ακεραιότητας

Effect Axioms

Frame Axioms



Απάντηση
(πχ «do(move(c,a), do(mova(a,table), s0))»)

Query
(πχ «πως θα φτιάξω πράσινο πύργο με βάση το α;»)

Frame Problem: Είναι (πρακτικά) πολύ δύσκολο να απαριθμήσει κανείς για κάθε ενέργεια όλα όσα **δεν αλλάζουν**.

Συμπερασμός – Μέθοδος Green

Στην πόλη έγινε ένας φόνος. Το θύμα ήταν ο David. Η αστυνομία συνέλαβε τρεις υπόπτους, τον Abbott, τον Babbitt και τον Cabot. Επίσης, υποθέτει ότι οι δύο που είναι αθώοι λένε την αλήθεια.

Οι ύποπτοι κατέθεσαν τα ακόλουθα:

- Ο Abbott ισχυρίζεται ότι ο Babbitt ήταν φίλος του David και ότι ο Cabot μισούσε τον David.
  $\text{innocent}(a) \Rightarrow \text{friend}(b,d)$
  $\text{innocent}(a) \Rightarrow \text{hates}(c,d)$
- Ο Babbitt αρνήθηκε ότι ήταν στην πόλη την ημέρα του φόνου και επίσης είπε ότι δεν γνώριζε τον David.
  $\text{innocent}(b) \Rightarrow \neg\text{in\_town}(b)$
  $\text{innocent}(b) \Rightarrow \neg\text{knows}(b,d)$
- Ο Cabot κατέθεσε ότι είδε τον Abbott και τον Babbitt να είναι με τον David λίγο πριν το έγκλημα.
  $\text{innocent}(c) \Rightarrow \text{with}(a,d)$
  $\text{innocent}(c) \Rightarrow \text{with}(b,d)$
- Η αστυνομία είναι βέβαιη ότι ακριβώς ένας από τους Abbott, Babbitt και Cabot είναι ο ένοχος.
  $\neg\text{innocent}(a) \lor \neg\text{innocent}(b) \lor \neg\text{innocent}(c)$
  $(\text{innocent}(a) \land \text{innocent}(b)) \lor (\text{innocent}(a) \land \text{innocent}(c)) \lor (\text{innocent}(b) \land \text{innocent}(c))$

Ποιος είναι ο δολοφόνος;

Συμπερασμός – Μέθοδος Green

$innocent(a) \Rightarrow friend(b,d)$

$innocent(a) \Rightarrow hates(c,d)$.

$innocent(b) \Rightarrow \neg in\_town(b)$

$innocent(b) \Rightarrow \neg knows(b,d)$

$innocent(c) \Rightarrow with(a,d)$

$innocent(c) \Rightarrow with(b,d)$

$\neg innocent(a) \vee \neg innocent(b) \vee \neg innocent(c)$

$(innocent(a) \wedge innocent(b)) \vee (innocent(a) \wedge innocent(c)) \vee (innocent(b) \wedge innocent(c))$

$\forall x\ (with(x,d) \Rightarrow in\_town(x))$

$\forall x \forall y\ (friend(x,y) \Rightarrow knows(x,y))$

$\forall x \forall y\ (hates(x,y) \Rightarrow knows(x,y))$

Συμπερασμός – Μέθοδος Green

<u>Συζευκτική Κανονική Μορφή</u>

1. { ¬innocent(a), friend(b,d) }
2. { ¬innocent(a), hates(c,d) }
3. { ¬innocent(b), ¬in_town(b) }
4. { ¬innocent(b), ¬knows(b,d) }
5. { ¬innocent(c), with(a,d) }
6. { ¬innocent(c), with(b,d) }
7. { ¬with(x,d), in_town(x) }
8. { ¬friend(x,y), knows(x,y) }
9. { ¬hates(x,y), knows(x,y) }
10. { ¬innocent(a), ¬innocent(b), ¬innocent(c) }
11. { innocent(a), innocent(b) }
12. { innocent(a), innocent(c) }
13. { innocent(b), innocent(c) }

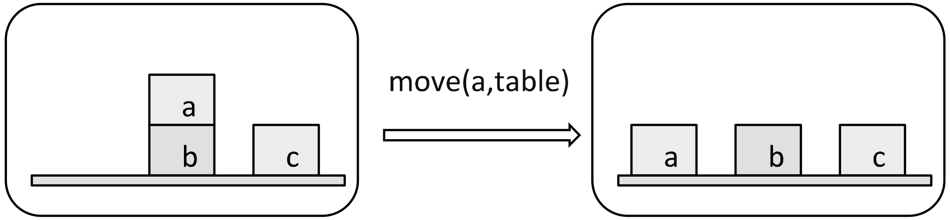
<u>Άρνηση Αποδεικτέου και Προσθήκη Απάντησης</u>:

14. { innocent(x), Ans(x) }

<u>Αναγωγή</u>

15.	{¬in_town(b), Ans(b) }	(14), (3)
16.	{ ¬with(b,d), Ans(b) }	(15), (7), [x|b]
17.	{ ¬innocent(c), Ans(b) }	(16), (6)
18.	{ innocent(a), Ans(b) }	(17), (12)
19.	{ ¬knows(b,d), Ans(b) }	(14), (4), [x|b]
20.	{ ¬friend(b,d), Ans(b) }	(19), (8), [x|b, y|d]
21.	{ ¬innocent(a), Ans(b) }	(20), (1)
22.	{ innocent(c), Ans(b) }	(21), (12)
23.	{ Ans(b) }	(17), (22)

Situation Calculus και Μέθοδος Green



s0 do(move(a,table),s0)

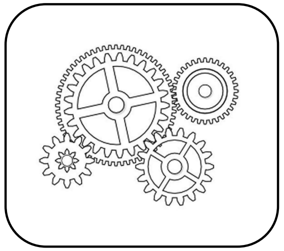
<u>Περιγραφή Μικρόκοσμου</u>:

Αρχική Κατάσταση

Περιορισμοί Ακεραιότητας

Effect Axioms

~~Frame Axioms~~



Ans(do(move(c,a), do(mova(a,table), s0)))

«πως θα φτιάξω πράσινο πύργο με βάση το α;»

∀s(goal(s) ⇔ holds(on(c,a),s) ∧ holds(on(a,table),s) ∧ holds(on(b,table),s))

{ ¬goal(s), Ans(s) }

Frame Problem: Είναι (πρακτικά) πολύ δύσκολο να απαριθμήσει κανείς για κάθε ενέργεια όλα όσα **δεν αλλάζουν**.

Ο Κόσμος των Κύβων σε ASP

```
% Αντικείμενα Μικρόκοσμου
block(a;b;c).
object(table).
object(X) :- block(X).

% Αρχική Κατάσταση
on(a,b,0). on(b,table,0). on(c,table,0).
color(a,green,0). color(b,yellow,0). color(c,green,0).

% Στοχος
#const n=2.
goal :- on(c,a,n), on(a,table,n), on(b,table,n).
:- not goal.

% Προϋποθέσεις μετακίνησης
:- on(X,Y,T), move(Y,_,T), T<n.
:- block(Y), on(_,Y,T), move(_,Y,T), T<n.

% Effect Axiom
on(X,Y,T+1) :- move(X,Y,T), T<n.
```

```
% Frame Axiom
on(X,Y,T+1) :- on(X,Y,T), not move(X,_,T), T<n.
color(X,Y,T+1) :- color(X,Y,T), T<n.

% Επιλογή Κινήσεων
1 {move(X,Y,T): block(X), object(Y)} 1 :- T = 0..n-1.

#show move/3.
```

Θετικό Λογικό Πρόγραμμα

- Ένα λογικό πρόγραμμα ονομάζεται ***θετικό*** δεν περιέχει κανόνες που να έχουν στο σώμα τους αρνήσεις (για όλους τους κανόνες r του προγράμματος, $body(r)^- = \emptyset$).

- Στα πλαίσια του λογικού προγραμματισμού θα ονομάζουμε ***ερμηνεία*** Μ ένα σύνολο από ***ground atoms***, π.χ. M = { }, M = { a, c }, M = { move(a,table,0), move(c,a,1), color(a,green) }. Τα ground atoms που περιέχονται σε μια ερμηνεία Μ είναι αυτά που επαληθεύονται από την ερμηνεία – όλα τα υπόλοιπα ground atoms εκλαμβάνονται ως ψευδή.

- Μια ερμηνεία Μ είναι ***μοντέλο*** για ένα θετικό λογικό πρόγραμμα Π όταν ικανοποιεί όλους του κανόνες του: για κάθε κανόνα r του προγράμματος, εφόσον $body(r)^+ \subseteq M$, τότε $head(r) \in M$.

- Το ***ελάχιστο*** μοντέλο ενός θετικού λογικού προγράμματος Π ονομάζεται ***σταθερό μοντέλο*** του Π.

Παράδειγμα:

Πρόγραμμα	Ερμηνείες	
a :- b.	{ a, b }	(μοντέλο)
b :- a	{ a }	X
	{ b }	X
	{ }	(σταθερό μοντέλο)

Σύνολα Απαντήσεων (Answer Sets)

Η **μείωση** (reduct) ενός λογικού προγράμματος Π ως προς μια ερμηνεία Μ, που συμβολίζεται $\mathbf{\Pi^M}$ ορίζεται ως εξής:

$$\Pi^M = \{\ head(r) \text{ :- } body(r)^+ \ |\ r \in \Pi \ \text{ και } \ body(r)^- \cap M = \varnothing\ \}$$

Παράδειγμα:

$$\Pi = \left\{ \begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{c :- not b, not d.} \\ \text{d :- a, not c.} \end{array} \right\}$$

$\cancel{M = \{ a \}}$

$$\Pi^M = \left\{ \begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{c.} \\ \text{d :- a.} \end{array} \right\}$$

✔

$M = \{ a, c \}$

$$\Pi^M = \left\{ \begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{c.} \end{array} \right\}$$

$\cancel{M = \{ a, b, c, d \}}$

$$\Pi^M = \left\{ \begin{array}{l} \text{a.} \end{array} \right\}$$

Μια ερμηνεία Μ είναι **answer set** ενός λογικού προγράμματος Π ανν η Μ είναι stable model του Π^M.

Παραδείγματα

$M = \{ b \}$ ✔

$\Pi = \left\{ \begin{array}{l} a \text{ :- } a. \\ b \text{ :- not } a. \end{array} \right\}$ $\quad \Pi^M = \left\{ \begin{array}{l} a \text{ :- } a. \\ b. \end{array} \right\}$

$M = \{ a \}$ ✔ $\quad M = \{ b \}$ ✔

$\Pi = \left\{ \begin{array}{l} a \text{ :- not } b. \\ b \text{ :- not } a. \end{array} \right\}$ $\quad \Pi^M = \left\{ \begin{array}{l} a. \\ \; \end{array} \right\}$ $\quad \Pi^M = \left\{ \begin{array}{l} \; \\ b. \end{array} \right\}$

$M = \{ \}$ X $\quad M = \{ a \}$ X

$\Pi = \left\{ a \text{ :- not } a. \right\}$ $\quad \Pi^M = \left\{ a. \right\}$ $\quad \Pi^M = \left\{ \; \right\}$