# Teoria Sterowania

Zajęcia laboratoryjne, spotkanie 1

## 1 Organizacja zajęć

1. Obecność obowiązkowa, dozwolona jedna nieobecność nieusprawiedliwiona
2. Zaliczenie na podstawie sprawozdań z zajęć, oceniany jest całokształt sprawozdania, zarówno strona merytoryczna jak i językowo-estetyczna
3. Aktywność na zajęciach dodatkowo punktowana

## 2 Obliczenia matematyczne w Pythonie

1. Biblioteki numpy, matplotlib, scipy oraz math

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp
import math
```

2. Definiowanie skalarów, wektorów i macierzy

```python
a = 1 #skalar
b = [1,2,3] #wektor
c = [[1,2],[3,4]] #macierz
d = [[1,2,3,4]] #macierz o jednym wierszu
e = [[1],[2],[3]] #macierz o jednej kolumnie
f = np.array(d) #macierz numpy do obliczen macierzowych
```

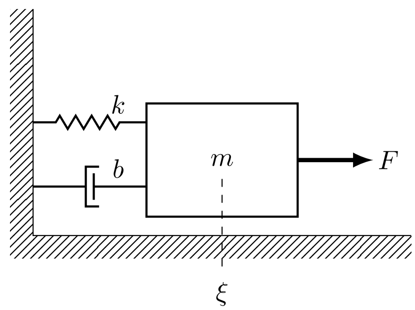
3. Działania matematyczne

```python
A = B * C #mnozenie elementow
A = B @ C #mnozenie macierzowe
a = b ** c #potegowanie, b^c
```

Uwaga! Do działań na macierzach używać tylko macierzy numpy. Wektory i skalary należy definiować jako macierze (tj. z podwójnym nawiasem kwadratowym) o odpowiedniej ilości elementów.

# 3 Modelowanie układów dynamicznych

## 3.1 Układ liniowy




Rysunek 1: Schemat układu

Dynamikę układu z rys. 1 opisuje liniowe równanie stanu i równanie wyjścia

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x, \tag{1}$$

gdzie $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \xi & \dot{\xi} \end{bmatrix}^T$ jest stanem układu, $y$ jest wyjściem, natomiast $u$ jest siłą $F$. Masa, współczynnik sprężystości i współczynnik tłumienia wynoszą: $m = 1\,\mathrm{kg}, k = 1\,\mathrm{N/m}, b \in \{0, \frac{1}{2}, 2\}\mathrm{N\,s/m}$

1. Na podstawie przykładu zapoznać się ze sposobem modelowania układów dynamicznych w środowisku Python.

2. Zbadać odpowiedź czasową układu na wymuszenie skokowe $u = \mathbb{1}(t)$ oraz sinusoidalne $u = \sin(2t)$ przy zerwoym warunku początkowym dla różnych współczynników tłumienia.

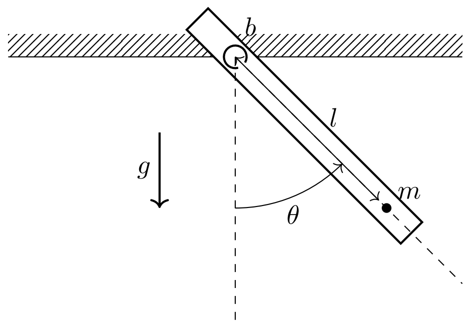
3. Przeanalizować siły działające w układzie, opisać i wyjaśnić zachowanie układu.

## 3.2 Wahadło fizyczne

Dynamika nieliniowego układu mechanicznego przedstawionego na rys. 2 określona jest poniższym równaniem

$$\left(ml^2 + J\right)\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgl\sin(\theta) = \tau, \tag{2}$$

gdzie $\theta$ określa kąt, $\tau$ jest momentem wejściowym, $m$ jest masą wahadła, $J$ określa moment bezwładności względem środka masy, a $l$ jest odległością między środkiem masy a osią obrotu. Parametr $b$ określa współczynnik tarcia, natomiast $g = 9.81\mathrm{m/s^2}$ oznacza przyspieszenie grawitacyjne.




Rysunek 2: Schemat wahadła

1. Zdefiniować stan układu. Określić równanie stanu zakładając, że $u = \tau$. Wyjście powinno opisywać współrzędne wahadła w układzie kartezjańskim.

2. Zamodelować układ w Pythonie. Przyjąć, że $m = 1\text{kg}, l = \frac{1}{2}\text{m}, J = 0.05\text{kg}\,\text{m}^2, b \in \{0, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}\}\text{N}\,\text{m}\,\text{s}$.

3. Zbadać odpowiedź układu swobodnego (bez wymuszenia) w czasie $t \in [0, 60]$s zakładając, że $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$. Dla wszystkich badanych przypadków wyznaczyć rodzinę charakterystyk fazowych $\dot{\theta} = f(\theta)$ (na jednym wykresie). Dla wybranego przypadku wykreślić przebieg wyjść układu.

4. Wykreślić przebieg $\theta$ dla różnych współczynników tłumienia i na tej podstawie wyznaczyć okres drgań. Obliczyć okres drgań wahadła fizycznego na podstawie modelu liniowego (tj. przyjmując $b = 0, u = 0, \sin(\theta) \approx \theta$). Porównać i skomentować uzyskane wyniki.

5. Zbadać odpowiedź wahadła w czasie $t \in [0, 60]$s dla wymuszenia $u = 0.1\sin(2\pi f t)$ gdzie $f \in \{2, 0.65, 0.2\}$. Przyjąć $b = \frac{1}{10}\text{N}\,\text{m}\,\text{s}$ oraz $\theta(0) = 0$. Zinterpretować i skomentować wyniki.

## 3.3 Nieliniowy układ elektryczny

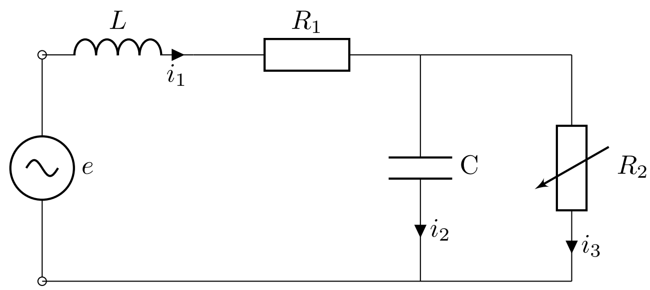
Dany jest układ elektryczny przedstawiony na rys. 3.

1. Wyznaczyć dynamikę układu zakładając, że $u = e$ jest wejściem, natomiast $y = i_2$ jest sygnałem wyjściowym. Zdefiniować równanie stanu.

2. Zamodelować układ w Pythonie. Przyjąć $R_1 = 0.2\Omega, L = 0.1\text{H}, C = 0.05\text{F}$. Charkterystyka układu nieliniowego ma postać

$$i = \frac{0.25u}{5 - u}.$$

3. Przedstawić przebiegi stanu oraz wyjścia w czasie $t \in [0, 2]$s. Założyć zerowe warunki początkowei rozważyć następujące wymuszenia




Rysunek 3: Schemat układu elektrycznego

(a) $u = A\mathbb{1}(t)$ gdzie $A \in \{-10, 2, 5, 10\}$

(b) $u = A\sin(10t)$, gdzie $A \in \{2, 10\}$