

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 2, zadanie nr 7

Sobolewski Konrad, Róžański Antoni, Giełdowski Daniel

Warszawa, 2017

Spis treści

1. Opis obiektu	2
2. Zadanie 1: Punkt pracy	3
3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe	4
3.1. Tor U	4
3.2. Charakterystyka statyczna toru U	5
3.3. Właściwości dynamiczne toru U	6
3.4. Tor Z	7
3.5. Charakterystyka statyczna toru Z	8
3.6. Właściwości dynamiczne toru Z	9
3.7. Charakterystyka statyczna procesu $y(u, z)$	10
4. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe	11
5. Zadanie 4: Algorytmy DMC	13
5.1. Analityczny algorytm DMC	13
5.2. Dobieranie nastaw regulatora DMC	14
6. Zadanie 5: Zakłócenia	19
6.1. Zmiany w stosunku do podstawowej wersji regulatora analitycznego	19
6.2. Dobór parametru Dz	19
6.3. Porównanie jakości regulacji z i bez uwzględnienia zakłóceń	21
7. Zadanie 6: Algorytm przy zakłóceniu zmiennym sinusoidalne	23
8. Zadanie 7: Odporność algorytmu	25

1. Opis obiektu

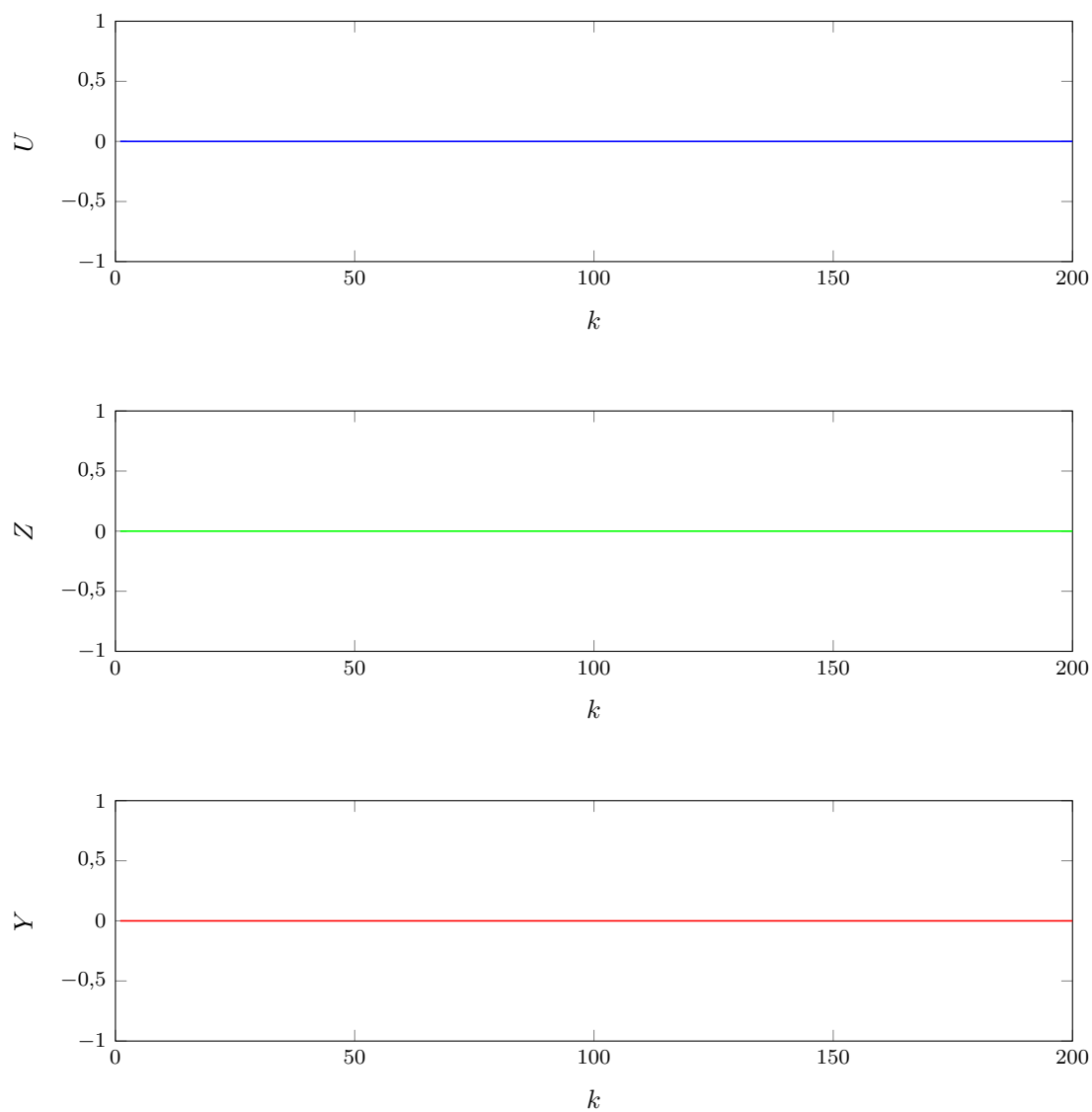
Obiekt używany w projekcie opisany jest daną przez prowadzącego funkcją wywoływaną poleceniem:

$$Y(k) = \textit{symulacja_obektu7y}(U(k-4), U(k-5), Z(k-1), Z(K-2), Y(k-1), Y(k-2)) \quad (1.1)$$

gdzie k jest aktualną chwilą symulacji sygnału próbkowanego. Wartość sygnałów w punkcie pracy (w stanie ustalonym) mają wartość $u = y = z = 0$. Okres próbkowania obiektu wynosi $T_p = 0,5s$.

2. Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było zweryfikowanie poprawności punktu pracy obiektu. Udało się to osiągnąć za pomocą prostego sprawdzenia, przy jakiej wartości wyjścia stabilizuje się obiekt przy stałym sterowaniu oraz stałym zakłóceniu, równym ich wartościom w punkcie pracy ($U_{pp} = 0$, $Z_{pp} = 0$). Eksperyment potwierdził wcześniej podaną wartość wyjścia ($Y_{pp} = 0$), a jego przebieg obrazuje wykres 2.1.

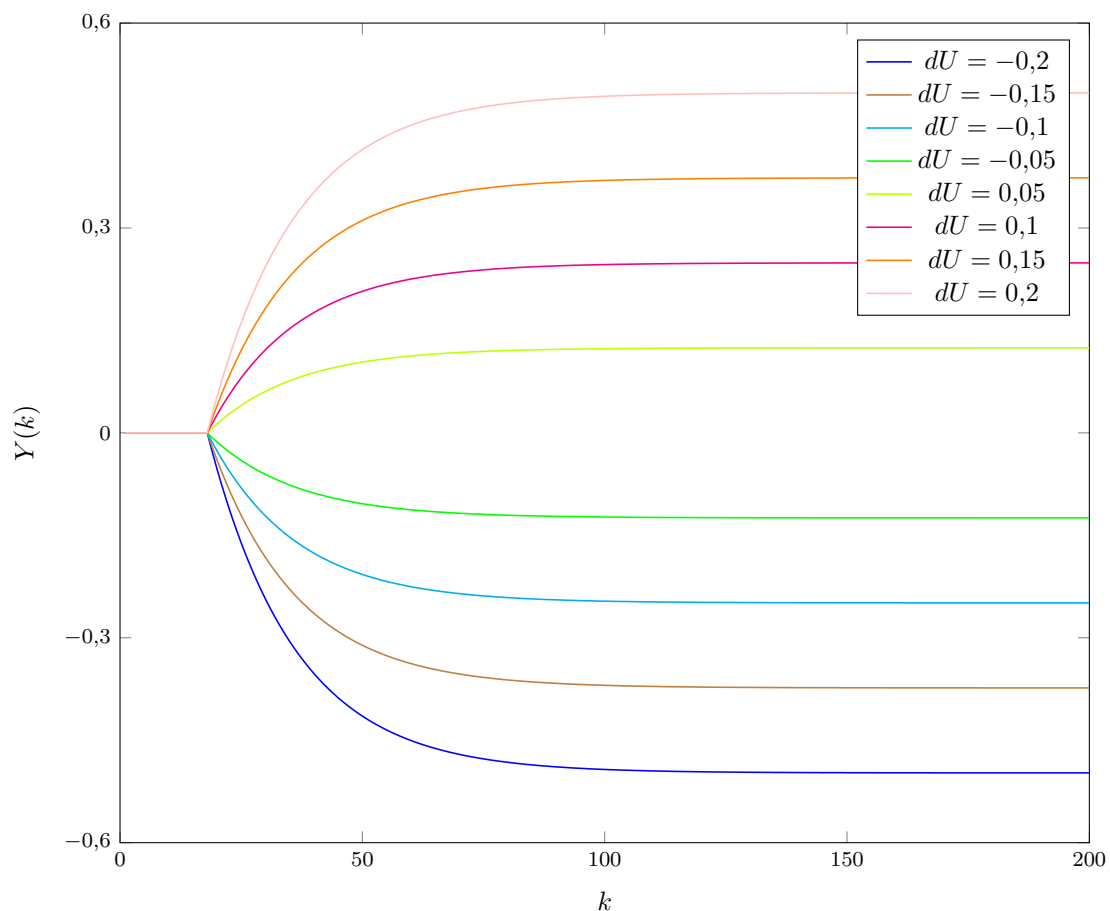


Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy

3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

3.1. Tor U

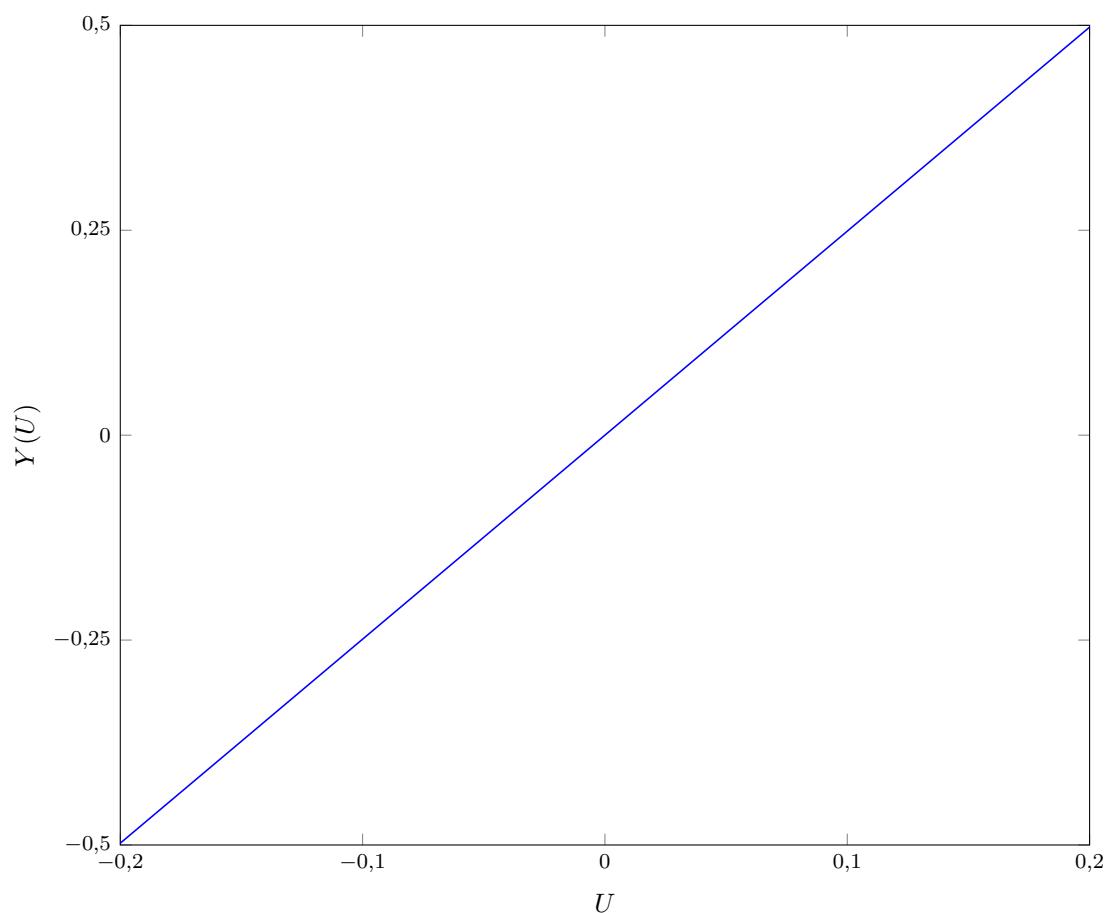
W tej części projektu badane było zachowanie odpowiedzi skokowej dla różnych wartości skoku sygnału sterującego. Eksperyment zakładał, iż na początku obiekt będzie w punkcie pracy ($Y = 0,0$, $U = 0,0$, $Z = 0,0$), a następnie, w chwili $k = 15$, wykonany zostanie skok do zaplanowanej wcześniej wartości sterowania. Wartość sterowania po skoku dla zamieszczonych wyników mieściła się w zakresie ograniczeń. Zakłócenie w czasie trwania eksperymentu dla tego toru miało stałą wartość $Z = 0$. Wyniki eksperymentu zostały zobrazowane na wykresie 3.1.



Rys. 3.1. Wykres $Y(k)$ dla różnych skoków sterowania z $U_{pp} = 0$ o dU

3.2. Charakterystyka statyczna toru U

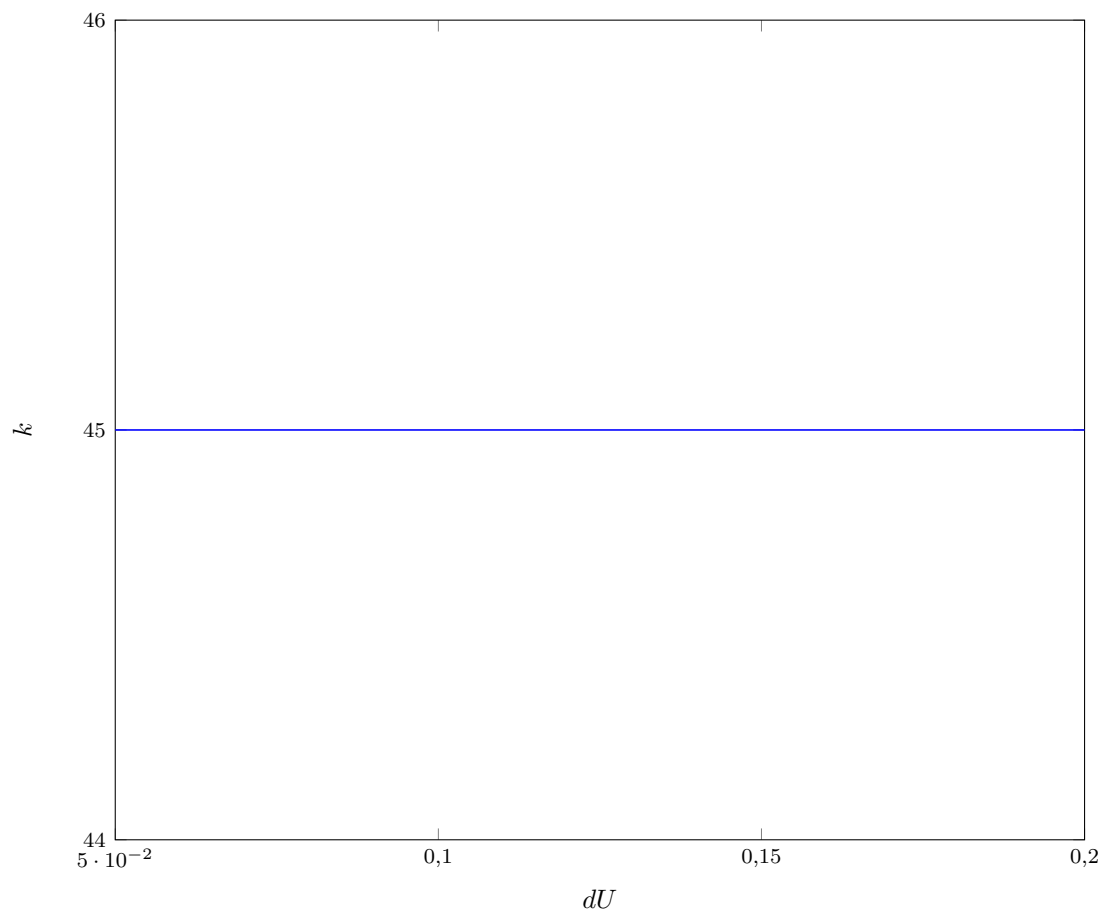
Następnie wyznaczona została charakterystyka statyczna toru U obiektu. Znalaziona została poprzez sprawdzenie, przy jakiej wartości wyjścia obiekt stabilizuje się dla danej wartości sterowania. Na podstawie tego sporządzony został wykres. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.2. Liniowość charakterystyki statycznej można było także stwierdzić na podstawie wykresu 3.1, gdyż wyraźnie widać na nim, że odległości między końcową wartością $Y(k)$ dla kolejnych skoków są (na tyle na ile można to ocenić wizualnie) identyczne. Otrzymana charakterystyka jest liniowa. Wzmocnienie statyczne jest równe wartości końcowej znormalizowanej odpowiedzi skokowej i ma wartość 2,4892.



Rys. 3.2. Charakterystyka statyczna $Y(U)$

3.3. Właściwości dynamiczne toru U

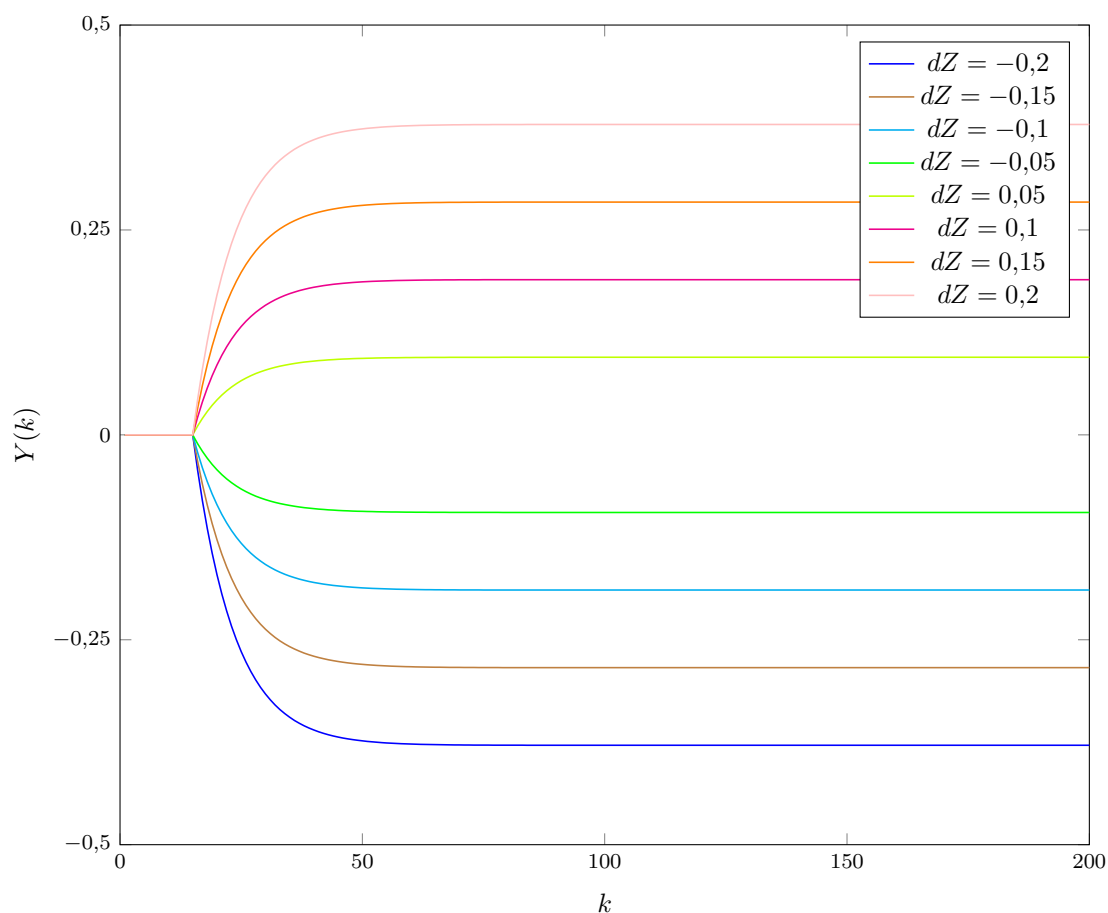
Charakterystyka dynamiczna toru U obiektu została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Skoki sterowania wykonywane były z punktu pracy w obrębie ograniczeń. Zmierzone zostało, po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjścia obiektu i Y_{pp} wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości $Y(k)$ wyjścia obiektu. Z otrzymanych danych wynika, że charakterystyka dynamiczna jest liniowa, dla każdego skoku sterowania otrzymana ilość kroków była identyczna i równa 45. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.3.



Rys. 3.3. Wykres ilości kroków od momentu skoku sterowania po ilu różnica aktualnej i początkowej wartości $Y(k)$ staje się większa niż 90% różnicy końcowej i początkowej wartości $Y(k)$

3.4. Tor Z

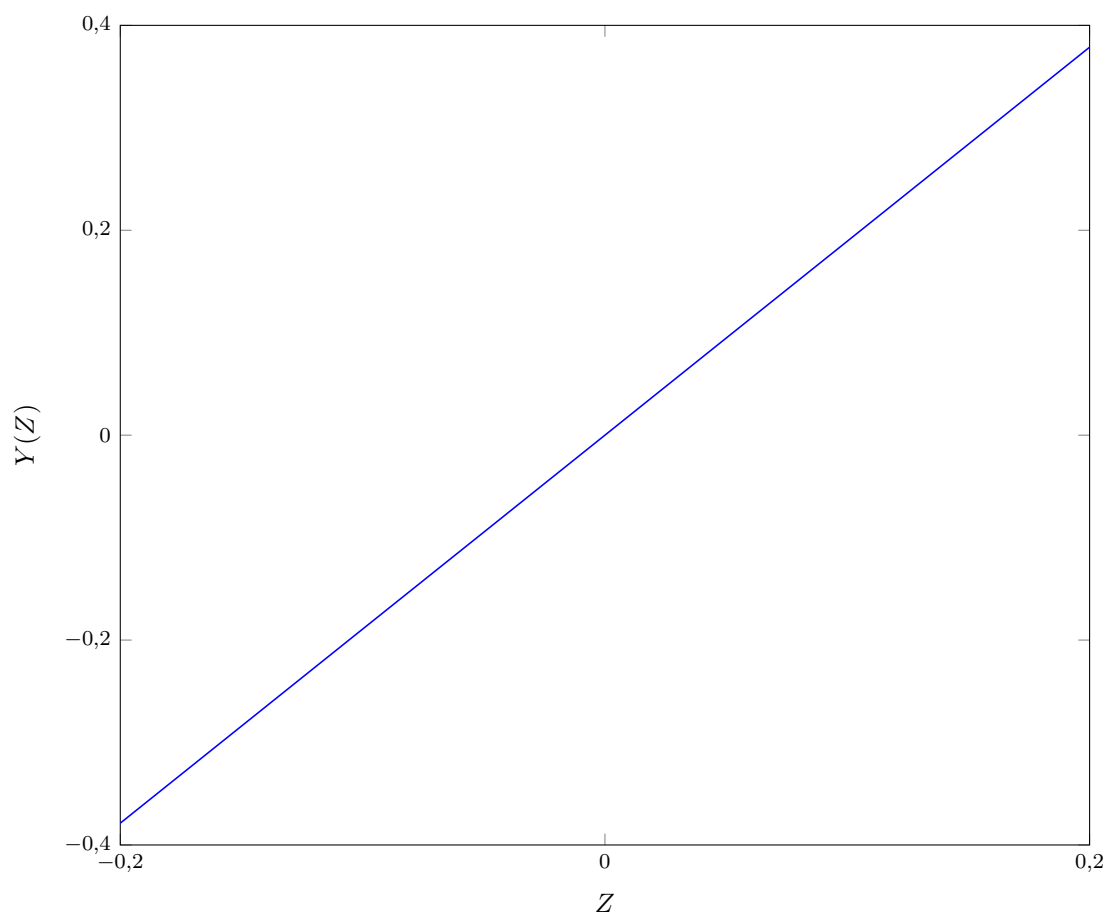
W tej części projektu badane było zachowanie odpowiedzi skokowej dla różnych wartości skoku sygnału zakłóceń. Eksperyment zakładał, iż na początku obiekt będzie w punkcie pracy ($Y = 0,0$, $U = 0,0$, $Z = 0,0$), a następnie, w chwili $k = 15$ wykonany zostanie skok do zaplanowanej wcześniej wartości zakłócenia. Wartość zakłócenia po skoku dla zamieszczonych wyników mieściła się w zakresie ograniczeń. Sterowanie w czasie trwania eksperymentu miało stałą wartość $U = 0$. Wyniki eksperymentu zostały zobrazowane na wykresie 3.4.



Rys. 3.4. Wykres $Y(k)$ dla różnych skoków sterowania z $Z_{pp} = 0$ o dZ

3.5. Charakterystyka statyczna toru Z

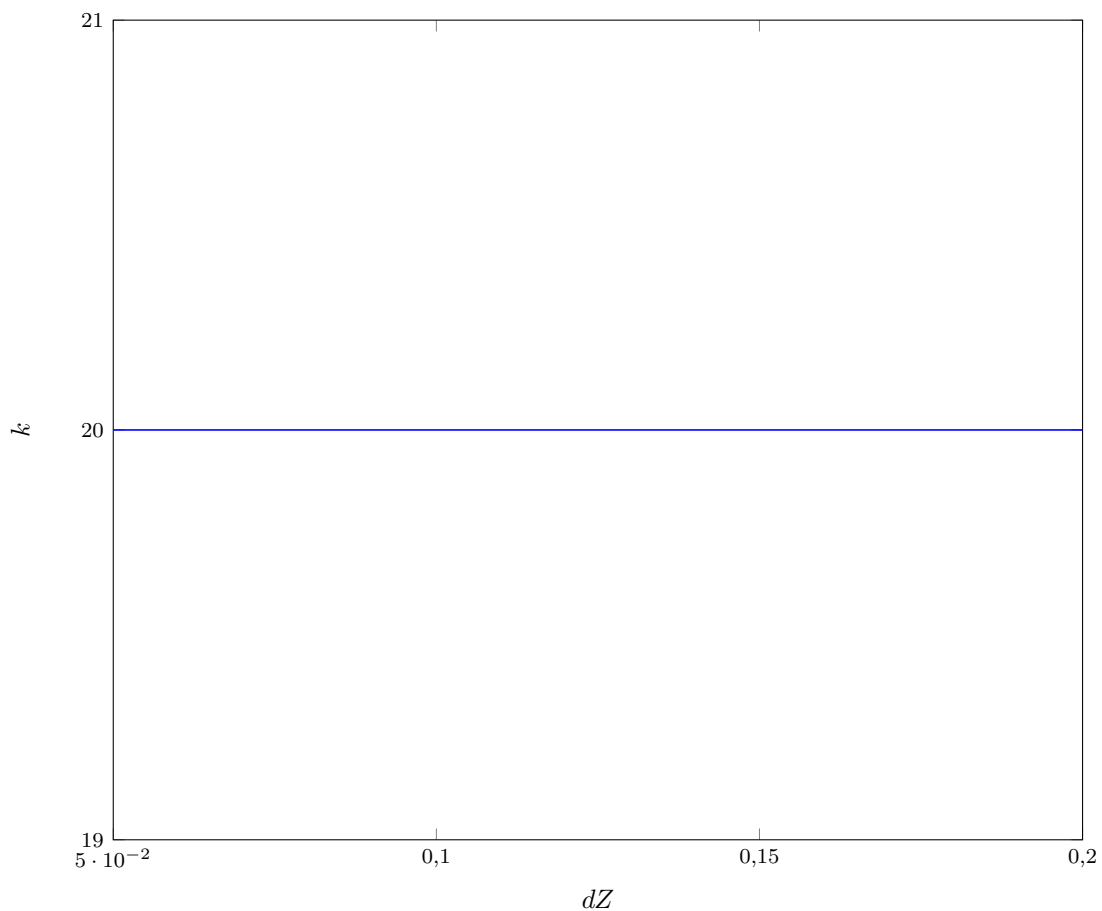
Następnie wyznaczona została charakterystyka statyczna toru Z obiektu. Znaleziona została poprzez sprawdzenie przy jakiej wartości wyjścia obiekt stabilizuje się dla danej wartości zakłócenia. Na podstawie tego sporządzony został wykres. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.5. Liniowość charakterystyki statycznej można było także stwierdzić na podstawie wykresu 3.4, gdyż wyraźnie widać na nim, że odległości między końcową wartością $Y(k)$ dla kolejnych skoków są (na tyle na ile można to ocenić wizualnie) identyczne. Otrzymana charakterystyka jest liniowa. Wzmocnienie statyczne jest równe wartości końcowej znormalizowanej odpowiedzi skokowej i ma wartość 1,8933.



Rys. 3.5. Charakterystyka statyczna $Y(Z)$

3.6. Właściwości dynamiczne toru Z

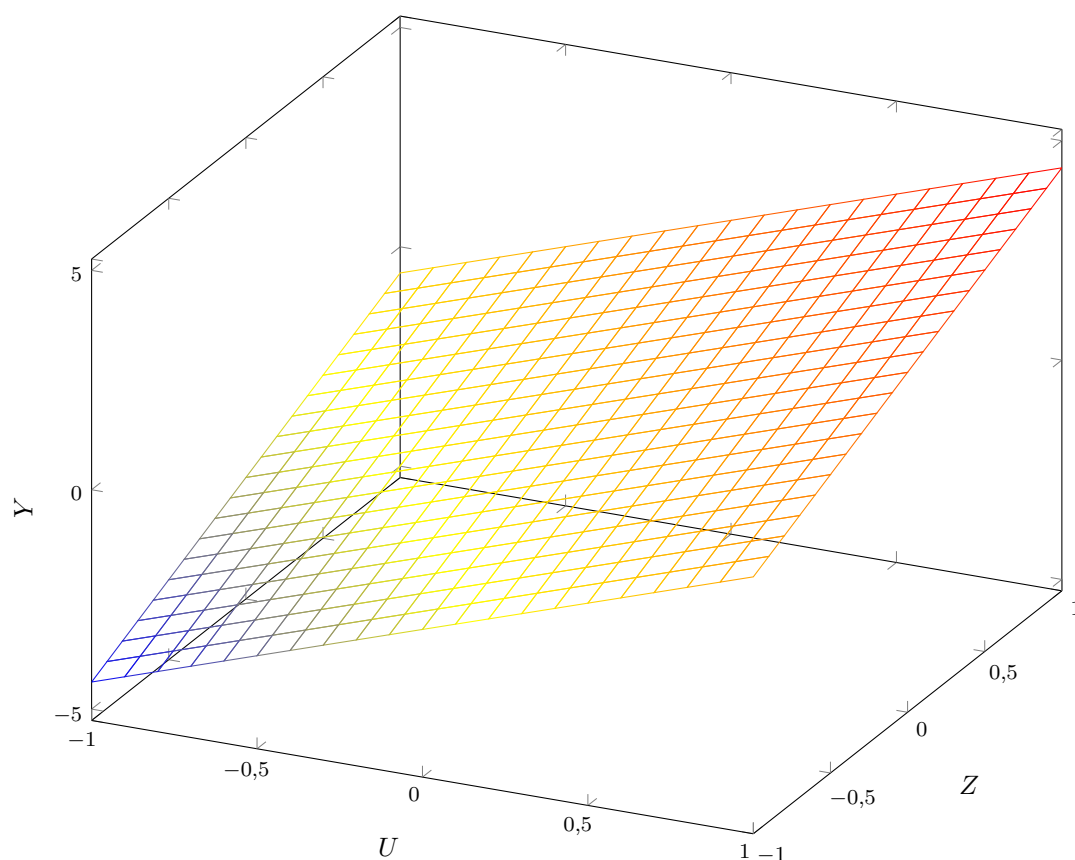
Charakterystyka dynamiczna toru Z obiektu została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Skoki sterowania wykonywane były z punktu pracy w obrębie ograniczeń. Zmierzone zostało, po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjścia obiektu i Y_{pp} wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości $Y(k)$ wyjścia obiektu. Z otrzymanych danych wynika, że charakterystyka dynamiczna jest liniowa, dla każdego skoku sterowania otrzymana ilość kroków była identyczna i równa 20. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.6.



Rys. 3.6. Wykres ilości kroków od momentu skoku zakłócenia, po ilu różnica aktualnej i początkowej wartości $Y(k)$ staje się większa niż 90% różnicy końcowej i początkowej wartości $Y(k)$

3.7. Charakterystyka statyczna procesu $y(u, z)$

Ostatecznie pozostało wygenerować charakterystykę statyczną $y(u, z)$. Została ona przedstawiona na rysunku poniżej 3.7. Jak widać wykres przyjął wygląd płaszczyzny, co implikuje liniowość charakterystyki statycznej obiektu. Dane do wykresu zostały pozyskane podczas wielokrotnych symulacji, w których w chwili $k = 15$ następowały skoki sterowania i zakłócenia, a wartość y dla charakterystyki pobierana była w chwili $k = 200$.



Rys. 3.7. $y(u, z)$

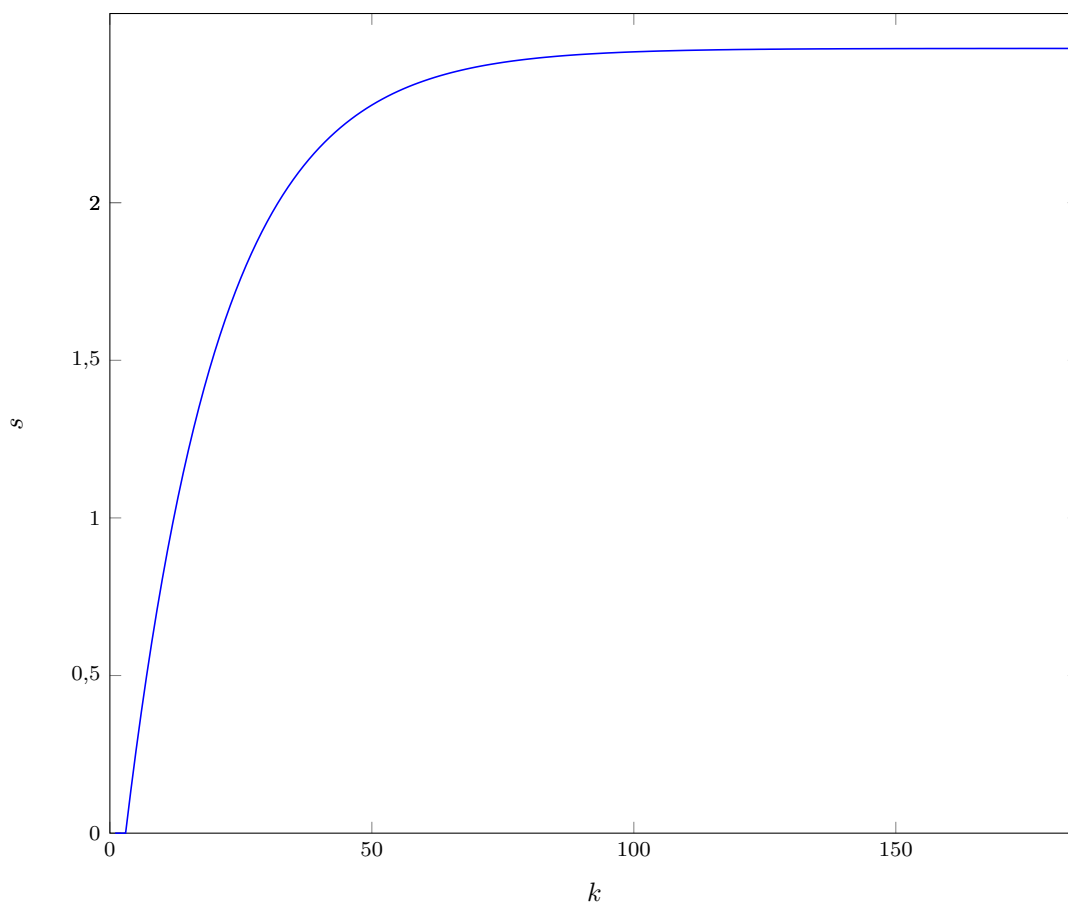
4. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Normalizacja odpowiedzi skokowej polega na przesunięciu każdej wartości wyjścia obiektu o wartość w punkcie pracy, a następnie podzielenie jej przez długość skoku sterowania (dla toru sterowania)/zakłócenia (dla toru zakłócenia).

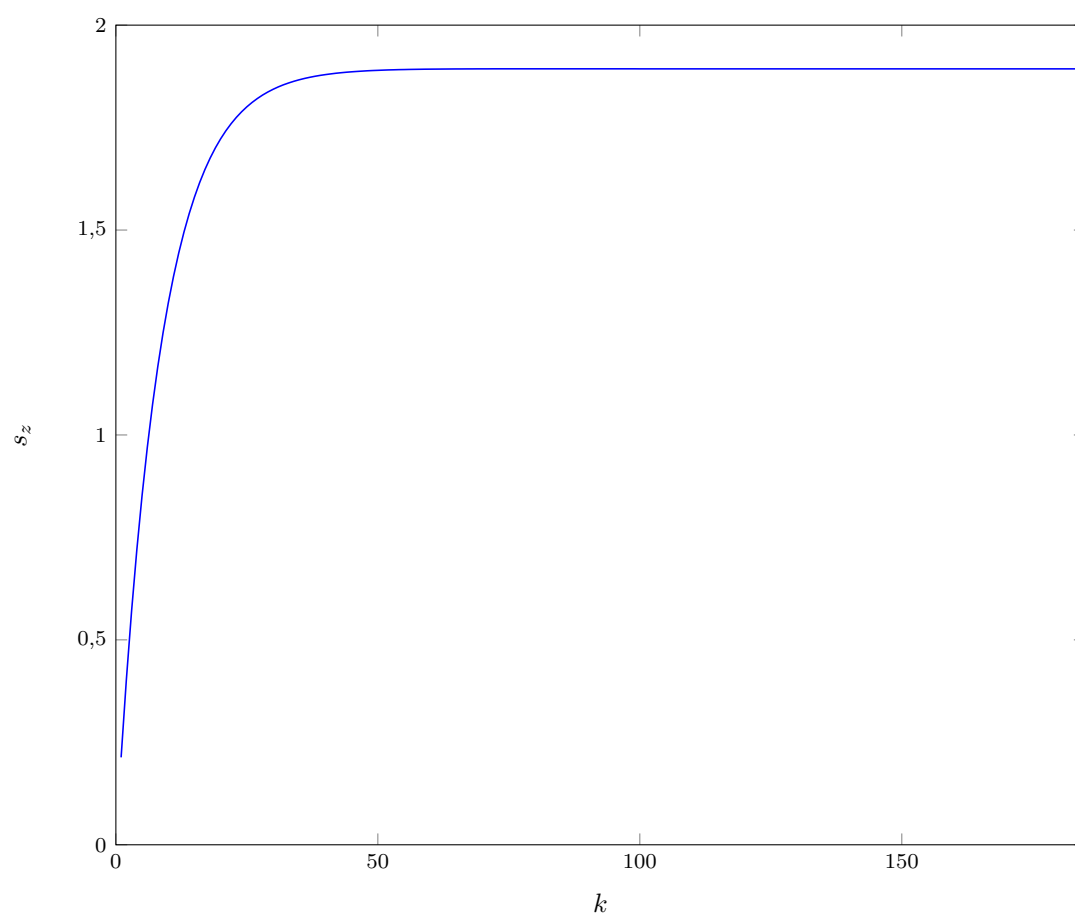
$$S = \frac{Y - Y_{pp}}{dU} \quad (4.1)$$

$$S_z = \frac{Y - Y_{pp}}{dZ} \quad (4.2)$$

W ten sposób otrzymujemy wartości odpowiedzi skokowych w formie w jakiej otrzymalibyśmy je robiąc skok jednostkowy na sterowaniu/zakłóceniu. Takie odpowiedzi skokowe są gotowe do użytku w regulatorze *DMC*. Obie odpowiedzi zostały przedstawione na poniższych wykresach 4.1 oraz 4.2.



Rys. 4.1. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej toru U



Rys. 4.2. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej toru Z

5. Zadanie 4: Algorytmy DMC

5.1. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} Y^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ Y^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5.2)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N_u \times 1} \quad (5.3)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times D-1} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (5.7)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (5.8)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (5.9)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P \quad (5.10)$$

gdzie:

$$e(k) = Y^{zad}(k) - Y(k) \quad (5.11)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N K(1, i) \quad (5.12)$$

$$k_u = kM^P \quad (5.13)$$

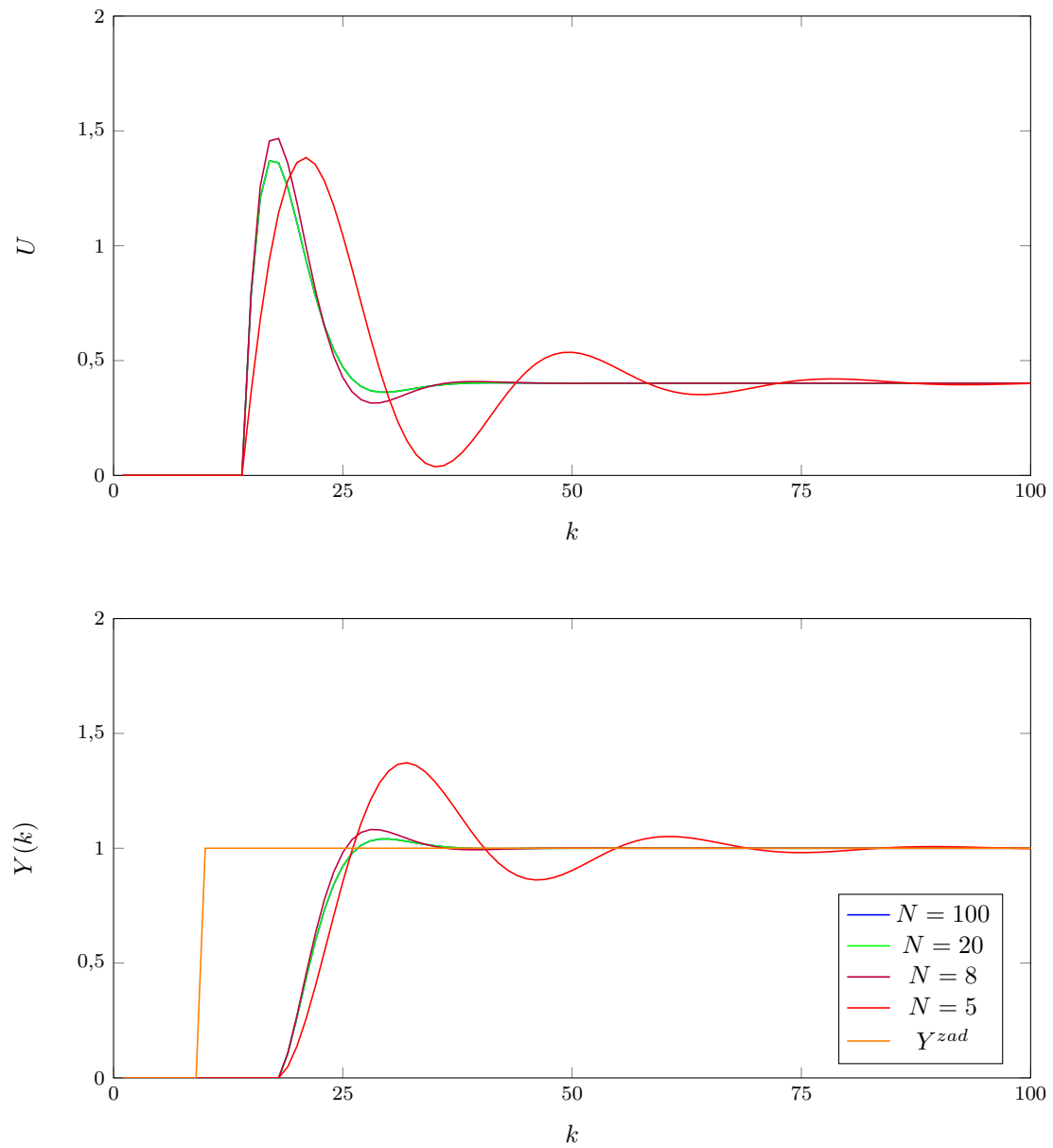
k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K . Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

5.2. Dobieranie nastaw regulatora DMC

Nastawy regulatora *DMC* zostały dobrane eksperymentalnie. Regulator *DMC* korzysta z odpowiedzi skokowej s uzyskanej w punkcie 3.

Obserwując obiekt bezpiecznie założyliśmy, że jego horyzont dynamiki jest równy $D = 100$. Taką również przyjęliśmy wartość początkową N oraz N_u , natomiast pierwotną wartością λ było 1, tj: $N = 100, N_u = 100, \lambda = 1$.

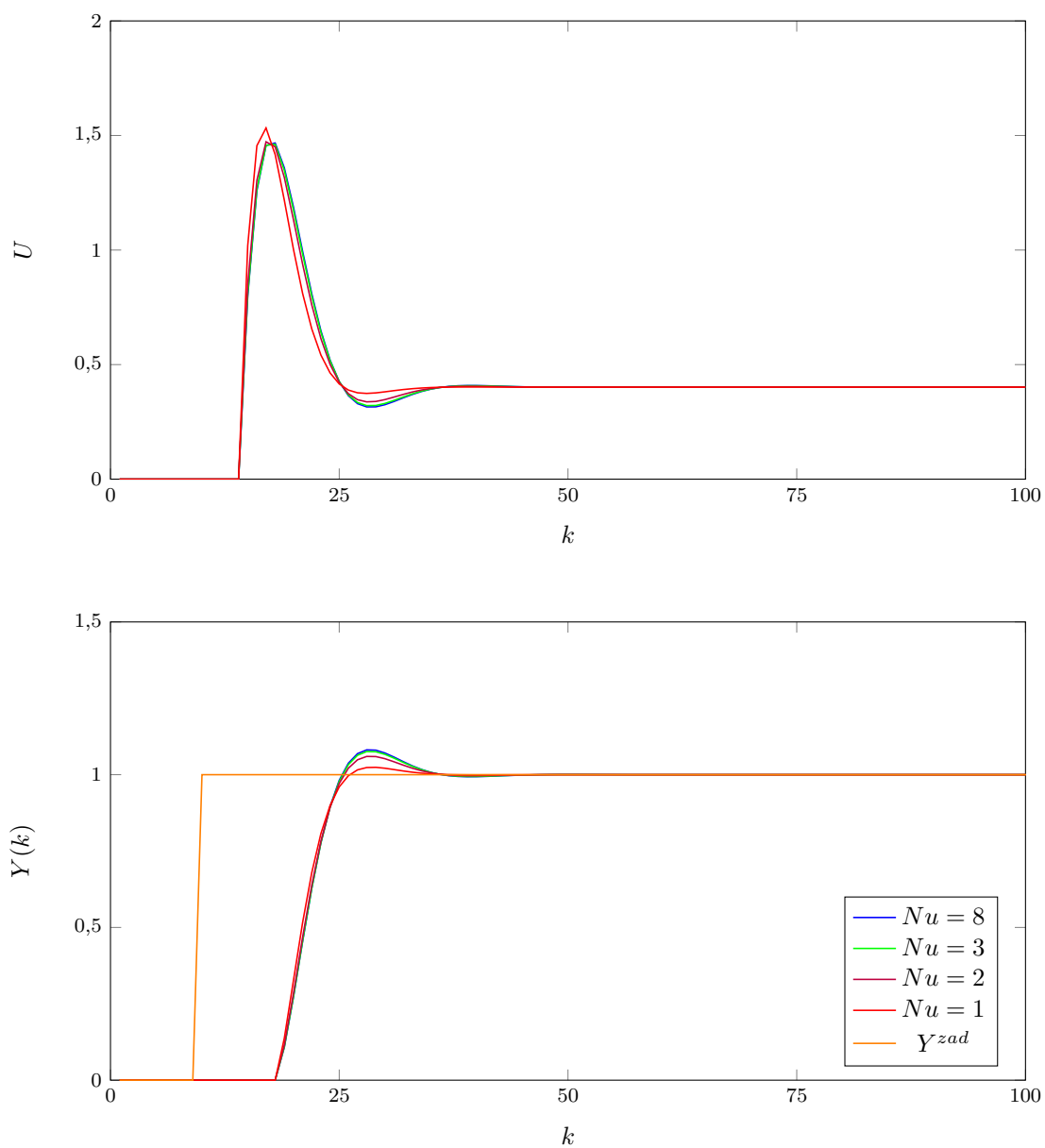
Następnie próbowaliśmy, w celu zmniejszenia złożoności obliczeniowej obniżyć parametr N : jak się okazało, jego wpływ dla wartości powyżej 20 jest znikomy. Efekty eksperymentu dla różnych wartości zostały przedstawione na poniższym wykresie:

Rys. 5.1. Dobór parametru N

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

- $N = 100$: $E = 5,9347$
- $N = 20$: $E = 5,9345$
- $N = 8$: $E = 5,8538$
- $N = 5$: $E = 7,9887$

Zdecydowaliśmy więc ustawić N na 8 - błąd jest najmniejszy, a sterowanie tylko nieznacznie gorsze. Następnym parametrem, na którego minimalizacji nam zależy jest N_u :

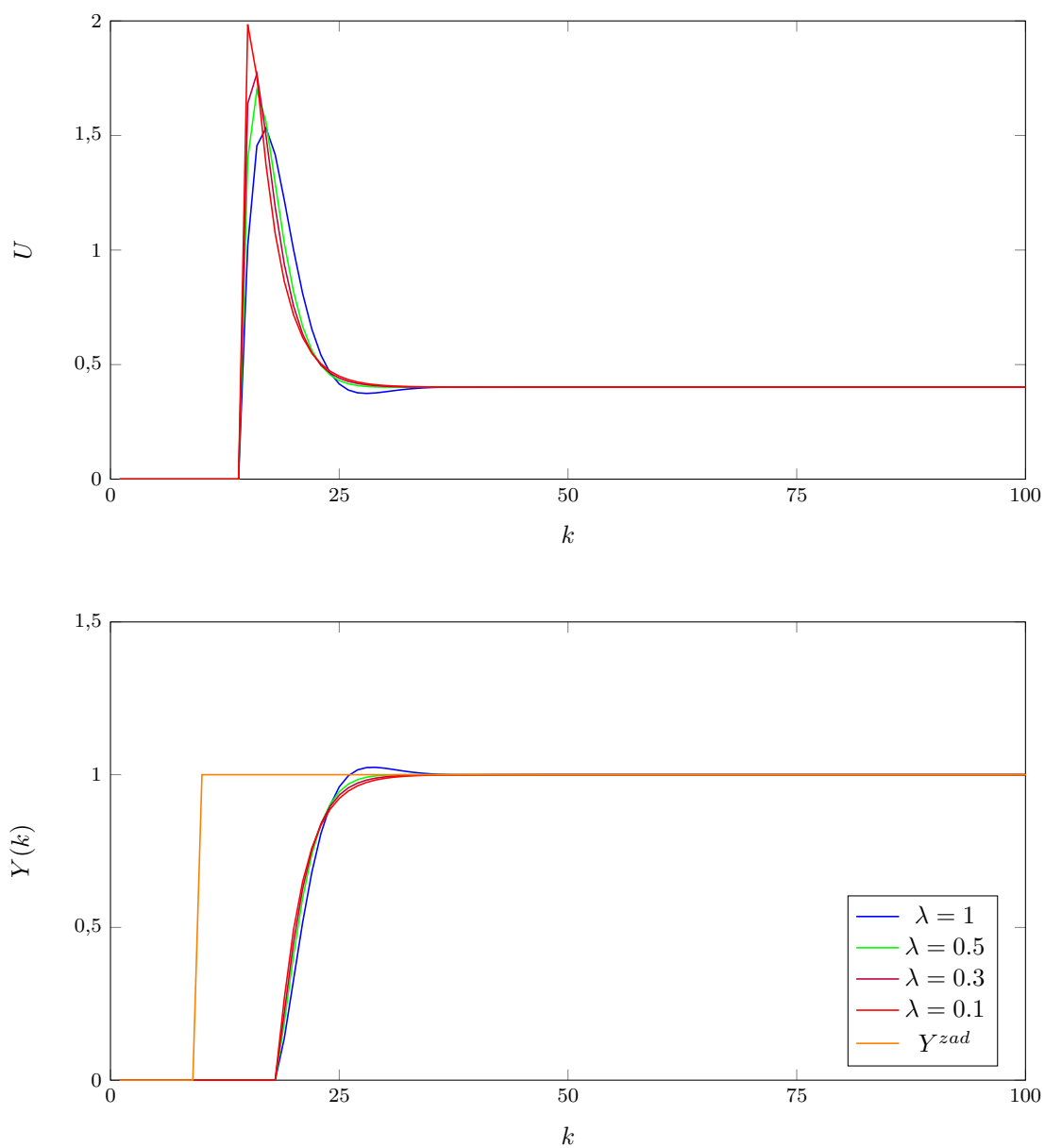


Rys. 5.2. Dobór parametru N_u

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

- $N_u = 8$: $E = 5,8538$
- $N_u = 3$: $E = 5,8427$
- $N_u = 2$: $E = 5,7853$
- $N_u = 1$: $E = 5,5844$

Jak widać, dla $N_u = 1$ wyjście najszybciej zbiega do wartości zadanej, a sterowanie jest tylko odrobinę ostrzejsze. Następnym parametrem do dobrania jest λ :



Rys. 5.3. Dobór parametru λ

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

- $\lambda = 1$: $E = 5,5844$
- $\lambda = 0,5$: $E = 5,2800$
- $\lambda = 0,3$: $E = 5,1543$
- $\lambda = 0,1$: $E = 5,0267$

Jak się można było spodziewać, zarówno N jak i N_u miały dużo słabszy wpływ na jakość regulacji niż λ . Zmniejszając λ , uzyskujemy drastyczną poprawę wskaźnika jakości regulacji, jednakże kosztem sterowania. Zbyt gwałtowne sterowanie nie jest pożądane - może wpływać niekorzystnie na elementy wykonawcze układu sterowania. Bazując na tym wniosku, jak i na spostrzeżeniu, że poniżej wartości $\lambda = 0,3$ zysk w jakości sterowania jest niewielki, a skok sterowania dużo ostrzejszy, postanowiliśmy zatrzymać tę wielkość $\lambda = 0,3$.

Końcowe wartości dobranego regulatora DMC: $N = 8, N_u = 2, \lambda = 0,3$.

6. Zadanie 5: Zakłócenia

6.1. Zmiany w stosunku do podstawowej wersji regulatora analitycznego

Uwzględnienie zakłóceń w regulatorze *DMC* wymaga wprowadzenia kilku zmian w jego algorytmie.

Konieczne będzie obliczenie macierzy M^{zP} , danej wzorem:

$$M^{zP} = \begin{bmatrix} sz_1 & sz_2 - sz_1 & sz_3 - sz_2 & \dots & sz_{D_z} - sz_{D_z-1} \\ sz_2 & sz_3 - sz_1 & sz_4 - sz_2 & \dots & sz_{D_z+1} - sz_{D_z-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ sz_N & sz_{N+1} - sz_1 & sz_{N+2} - sz_2 & \dots & sz_{N+D_z-1} - sz_{D_z-1} \end{bmatrix}_{N \times D_z} \quad (6.1)$$

Macierz ta posłuży nam do wyznaczenia wektora k_z :

$$k_z = k M^{zP} \quad (6.2)$$

Uwzględnienie zakłóceń w algorytmie zmienia sposób obliczania $\Delta u(k|k)$ - we wzorze zawarta jest teraz obliczoną powyżej wartość k_z :

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta U^P - k_z \Delta Z^P \quad (6.3)$$

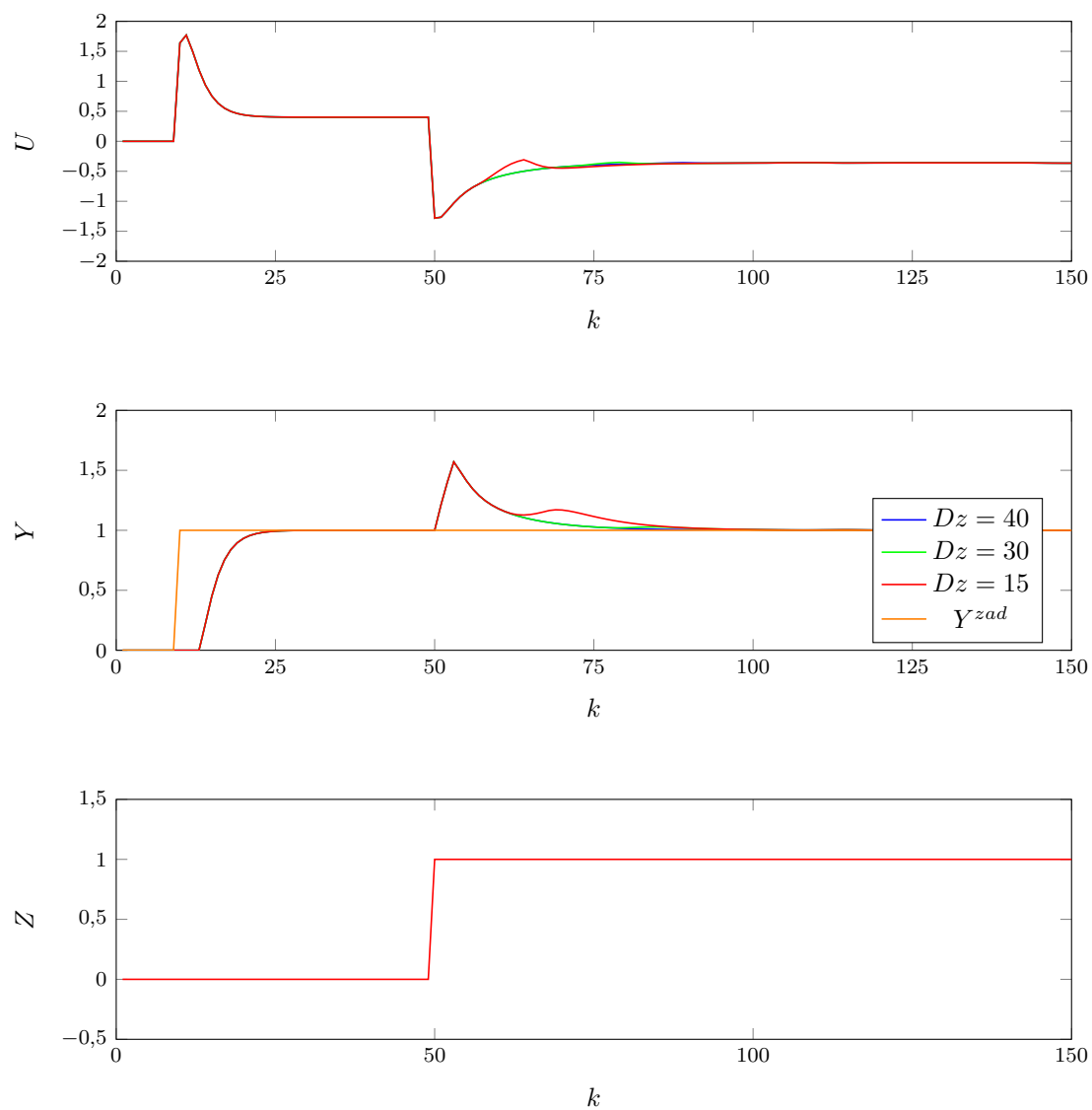
Powyższa zmiana wynika bezpośrednio ze zmiany w obliczaniu Y^0 :

$$Y^0(k) = Y(k) + M^P \Delta U^P(k) + M^{zP} \Delta Z^P(k) \quad (6.4)$$

6.2. Dobór parametru D_z

Parametr D_z regulatora *DMC* został dobrany eksperymentalnie. Regulator *DMC* korzysta z odpowiedzi skokowych s i sz uzyskanych w punkcie 3.

Początkową wartością D_z będzie wartość horyzontu dynamiki $D = 100$.

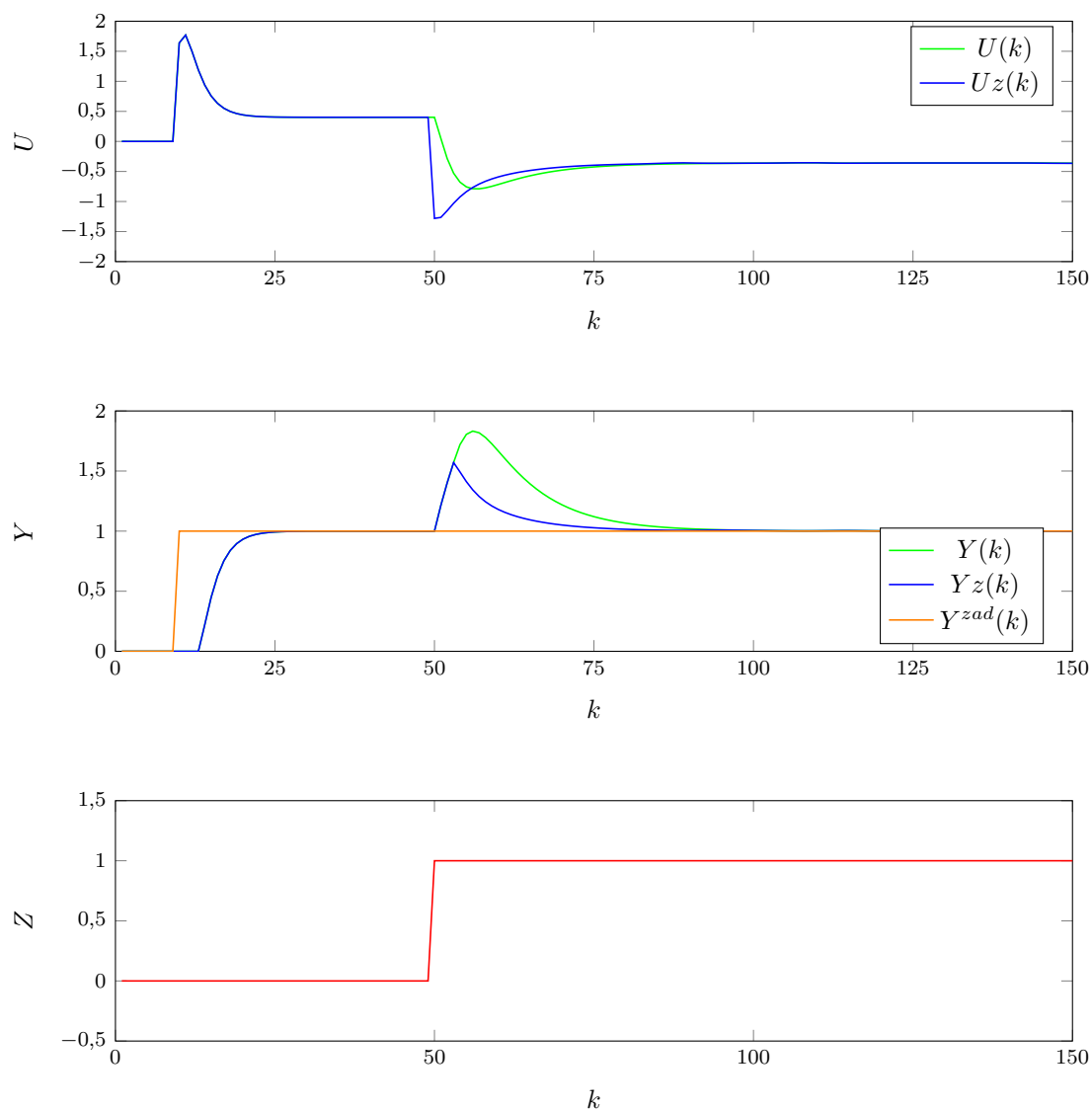
Rys. 6.1. Dobór parametru Dz

Wskaźnik regulacji E dla kolejnych wartości parametru Dz :

- $Dz = 100$: $E = 6,5466$
- $Dz = 40$: $E = 6,5472$
- $Dz = 30$: $E = 6,5536$
- $Dz = 15$: $E = 6,8089$

Zdecydowaliśmy zatrzymać wartość $Dz = 40$. Dla niższych wielkości tego parametru, widać znaczące pogorszenie przebiegu wyjściowego sygnału, jak i wielkości wskaźnika jakości regulacji, natomiast dla większych wartości, przebiegi nakładają się na siebie, nie dając żadnych wymiernych korzyści z dodatkowych koniecznych obliczeń związanych w większym rozmiarem macierzy M^{zP} .

6.3. Porównanie jakości regulacji z i bez uwzględnienia zakłóceń



Rys. 6.2. Porównanie regulacji z i bez uwzględnienia zakłóceń w algorytmie sterowania

Powyższy wykres przedstawia przebiegi wejścia i wyjścia obiektu sterowanego przy pomocy regulatora DMC w wersji z kolejno nieuwzględnieniem $(U(k), Y(k))$ i uwzględnieniem $(Uz(k), Yz(k))$ mierzonych zakłóceń.

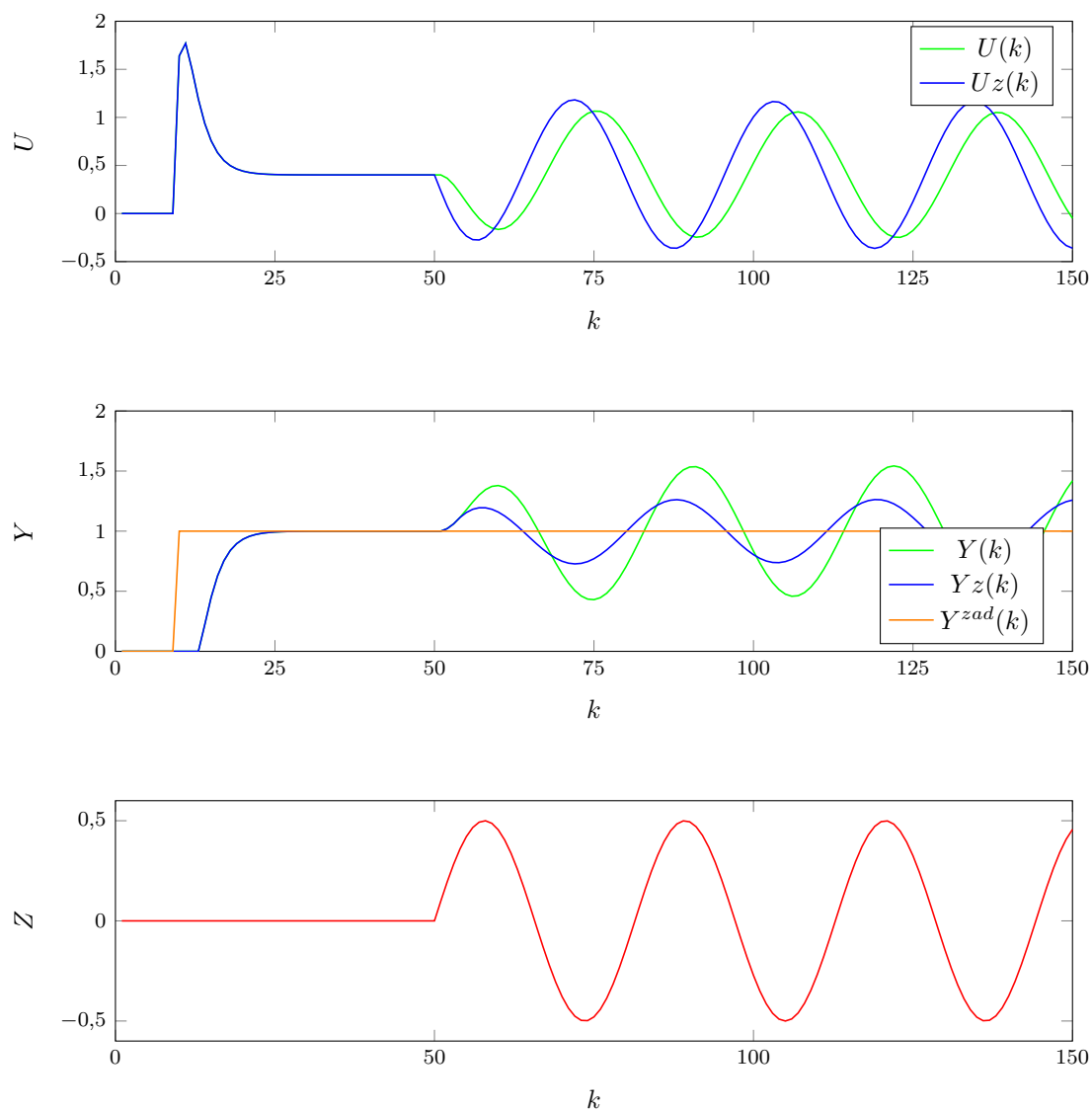
Widać znaczącą poprawę sterowania, gdy zakłócenia są uwzględniane w algorytmie *DMC*. Potwierdzają to poniższe wartości błędów:

Wskaźnik regulacji, gdy zakłócenia nie są brane pod uwagę: $E = 11,6296$

Wskaźnik regulacji, gdy zakłócenia są brane pod uwagę: $E = 6,5472$

7. Zadanie 6: Algorytm przy zakłóceniu zmiennym sinusoidalne

W tym zadaniu zakłócenia mają charakter sygnału sinusoidalnie zmiennego. Poniższy wykres przedstawia przebiegi wejścia i wyjścia obiektu sterowanego przy pomocy regulatora DMC w wersji z kolejno nieuwzględnieniem ($U(k), Y(k)$) i uwzględnieniem ($Uz(k), Yz(k)$) mierzonych zakłóceń.



Rys. 7.1. Porównanie regulacji z i bez uwzględniania zakłóceń w algorytmie sterowania

Wskaźnik regulacji, gdy zakłócenia nie są brane pod uwagę: $E = 18,3737$

Wskaźnik regulacji, gdy zakłócenia są brane pod uwagę: $E = 8,4010$

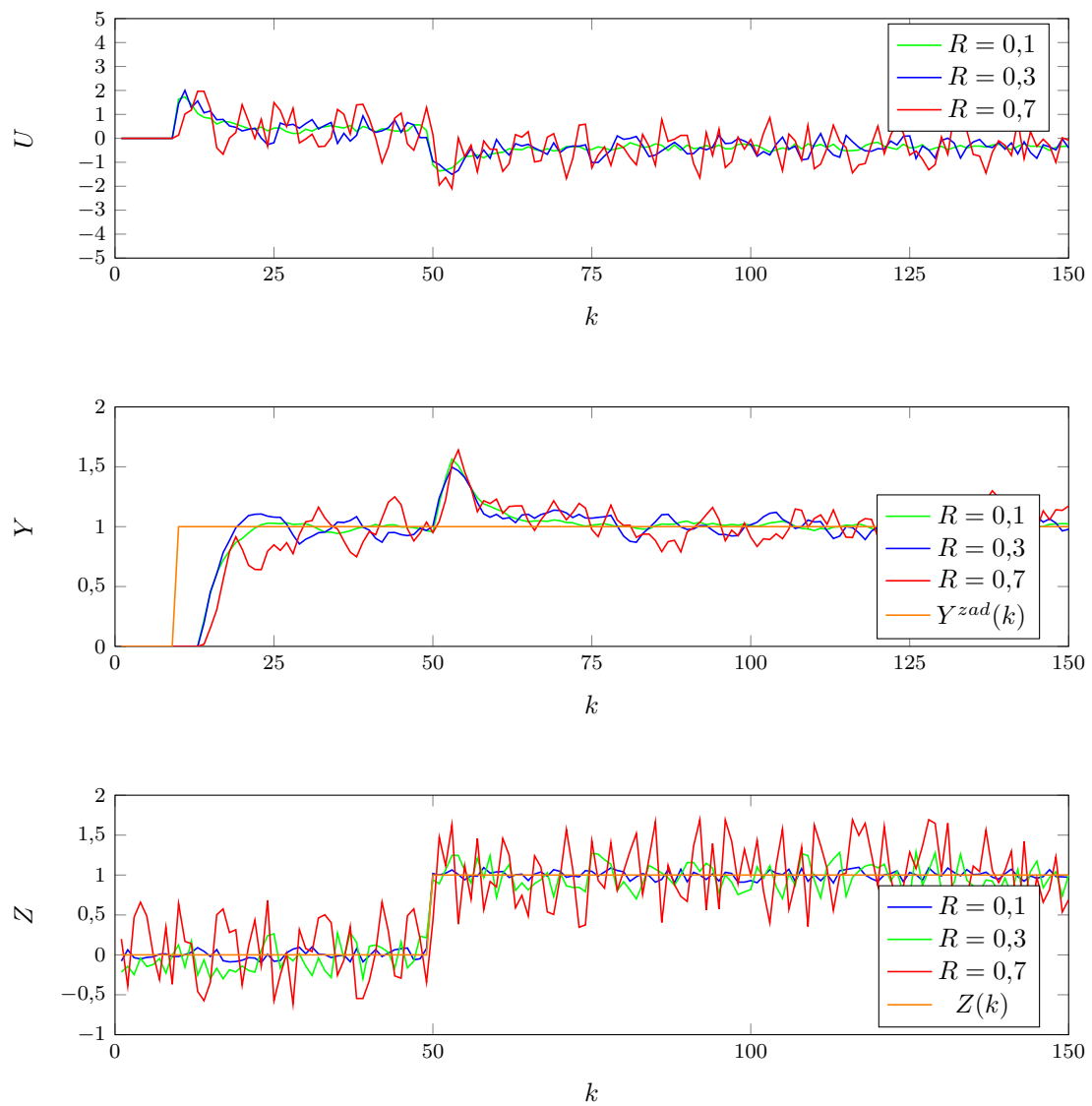
Jak widać, mimo że sinusoidalne zakłócenia w obu przypadkach uniemożliwiają akceptowalną jakość regulacji, to uwzględnienie tych zakłóceń pozwala na znaczące zmniejszenie błędu.

8. Zadanie 7: Odporność algorytmu

Ostatnim zadaniem było sprawdzenie jak algorytm poradzi sobie w momencie wystąpienia błędów pomiaru zakłócenia. Do testów zasymulowaliśmy sytuację w której następuje skok wartości zadanej do wartości 1 w $k = 10$ i skok zakłócenia do wartości 1 w chwili $k = 50$. Symulację zaczęliśmy dopiero od $k = 10$ i z tego powodu na wykresach $Y(k)$ i $U(k)$ do tej chwili nie widać żadnych zakłóceń. Do funkcji imitującej obiekt doprowadziliśmy czyste zakłócenie, a podczas liczenia sterowania używaliśmy zakłócenia z dodanym (wygenerowanym za pomocą funkcji `rand()`) szumem pomiarowym. Zbadaliśmy przebiegi dla różnych maksymalnych wielkości szumów R . Błędy optymalizacji E dla tych wartości R przedstawiliśmy poniżej razem z dołączonym wykresem 8.1.

- $R=0$ (bez szumów) $E=6,5472$
- $R=0,1$ $E=6,5194$
- $R=0,3$ $E=6,7228$
- $R=0,7$ $E=9,9211$

Jak widać dla niskich wartości błędów wskaźnik jakości E nie wykazał dużego pogorszenia. Co więcej dla $R = 0,1$ jego wartość poprawiła się, ale jak wiemy szumy były generowane losowo i istniała niezerowa szansa, że tak się stanie. Dla $R = 0,7$ przebiegi wartość E uległa znacznemu pogorszeniu, co nie jest dużym zaskoczeniem, bo mamy tylko jednostkowy skok zakłóceń (czyli szumy mogą osiągnąć nawet 70% wartości zakłócenia).

Rys. 8.1. Przebiegi sterowania i wyjścia obiektu dla różnych wartości R szumu pomiaru zakłócenia $Z(k)$