

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 3 oraz laboratorium nr 3

Sobolewski Konrad, Różański Antoni, Giełdowski Daniel

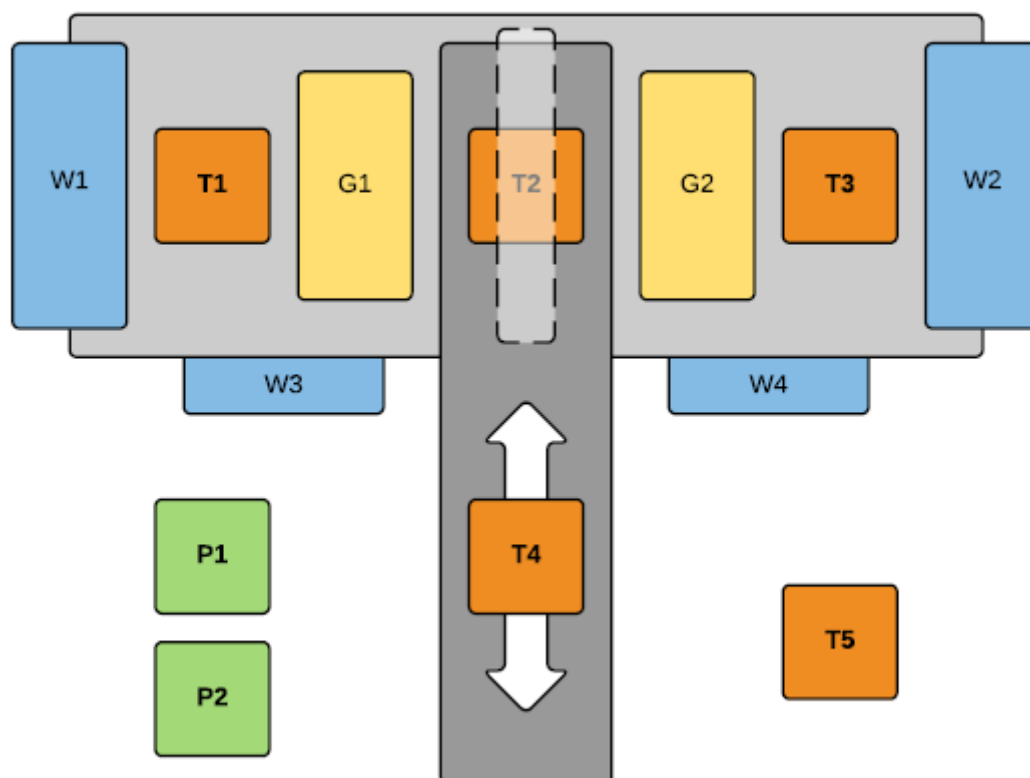
Warszawa, 2017

Spis treści

1. Laboratorium: Opis obiektu	2
2. Zadanie 1: Punkt pracy	3
3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe	4
3.1. Charakterystyka statyczna	5
4. Laboratorium: Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe	6
5. Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC	8
5.1. Cyfrowy algorytm PID	8
5.2. Analityczny algorytm DMC	8
6. Laboratorium: Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC	10
6.1. Regulator PID	10
6.1.1. Początkowe nastawy	10
6.1.2. Korygowanie nastaw	12
6.2. Laboratorium: Regulator DMC	13
6.2.1. Początkowe nastawy	13
6.3. Korekta parametru N_u	15
6.4. Korekta parametru λ	15
6.5. Podsumowanie	15

1. Laboratorium: Opis obiektu

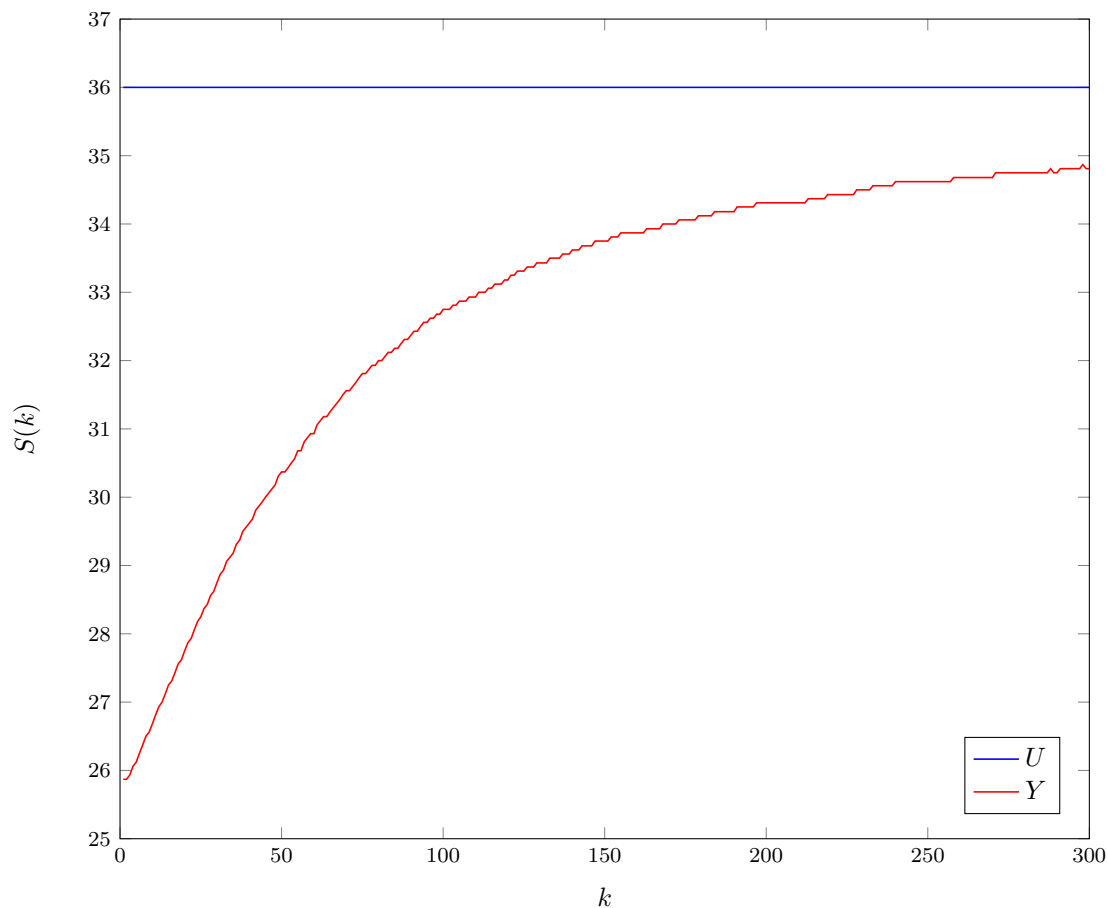
Obiektem używanym na laboratorium było stanowisko grzejąco-chłodzące przedstawione schematycznie na poniższym rysunku 1.1. Stanowisko składa się z 4 wentylatorów (W), 2 grzałek (G), 5 czujników temperatury (T), pomiaru prądu (P1) oraz napięcia (P2). Nie korzystaliśmy jednak w tym ćwiczeniu ze wszystkich elementów stanowiska. Przez cały czas trwania ćwiczenia uruchomiony był tylko wentylator W1, który ustawiony na stałe 50% mocy symulował stałe niemierzalne zakłócenie. Symulowany był obiekt o jednym wejściu i jednym wyjściu - sterowaniem naszego obiektu była grzałka G1. Jako wyjście został przyjęty czujnik temperatury T1. Nie odczytywaliśmy wartości z pozostałych czujników; nie były one istotne dla naszego eksperymentu. Ze względu na to, że mierzonym medium była temperatura, obiekt był narażony na różnego rodzaju szumy i zakłócenia. Jego położenie także nie sprzyjało dokładnym pomiarom (otwarte drzwi). Z tych powodów pomiary z niego otrzymane mogły zawierać odchylenia od wartości właściwej.



Rys. 1.1. Schemat stanowiska grzejąco-chłodzącego

2. Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było określenie wartości wyjścia obiektu Y_{pp} (pomiaru $T1$) w punkcie pracy $U_{pp} = 36$. Osiągnęliśmy ją ustawiając wartość sterowania (moc grzania grzałki $G1$) na U_{pp} i odczekując znaczną ilość czasu (powyżej 5 minut). Jak widać na wykresie 2.1, wyjście ustabilizowało się w okolicy 35 stopni Celcjusza. Jendakże, z powodu narastającej temperatury w ciągu zajęć punkt pracy zmieniał się, nawet o stopień w górę do około 36 stopni, co będzie widoczne w następnych zadaniach.

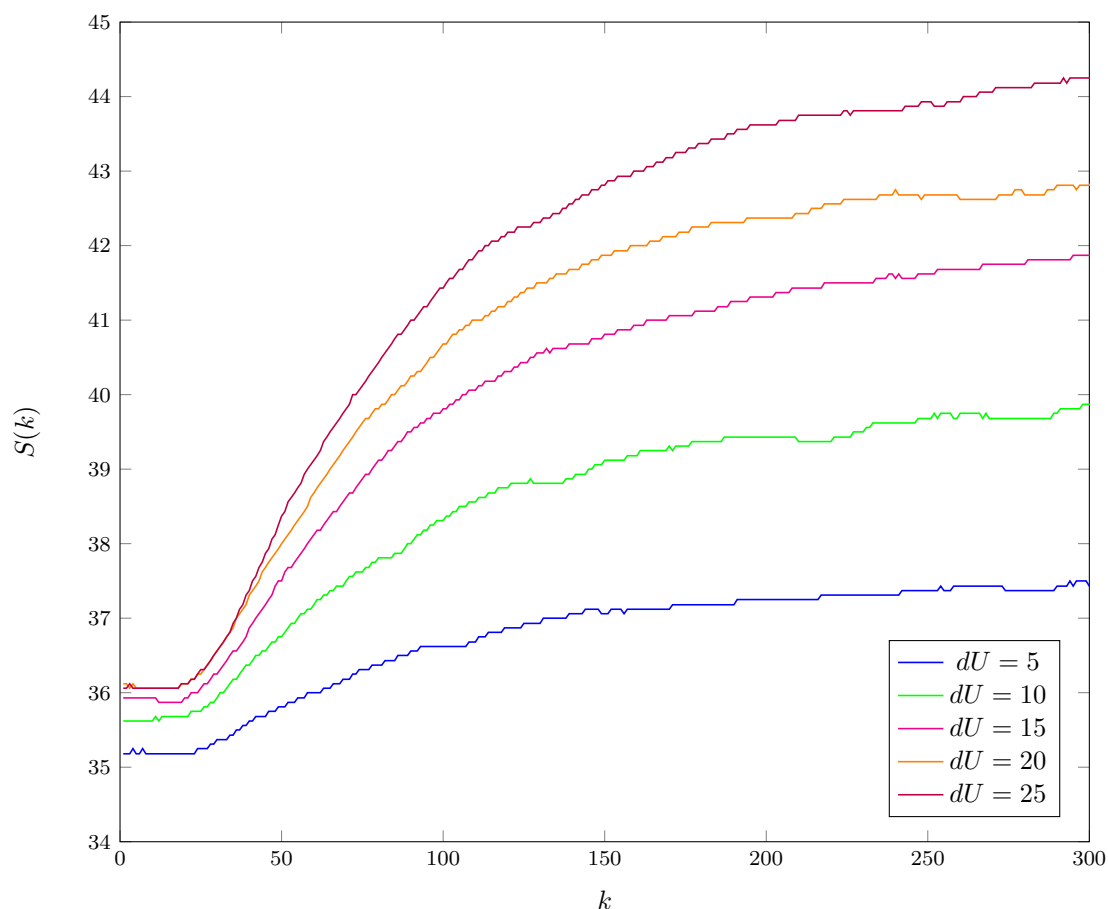


Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy, $U_{pp} = 36$

3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

Kolejnym zadaniem było zmierzenie pięciu odpowiedzi skokowych obiektu dla skoków rozpoczynających się z punktu pracy - skoki o dU kolejno z wartością 5, 10, 15, 20, 25. Dla przedstawionych odpowiedzi skok sterowania następował w chwili $k = 10$, co oznacza, że dopiero od $k = 11$ wykresy przedstawiają właściwe odpowiedzi skokowe. Odpowiedzi skokowe dla toru sterowanie-wyjście znajdują się na rysunku 3.1.

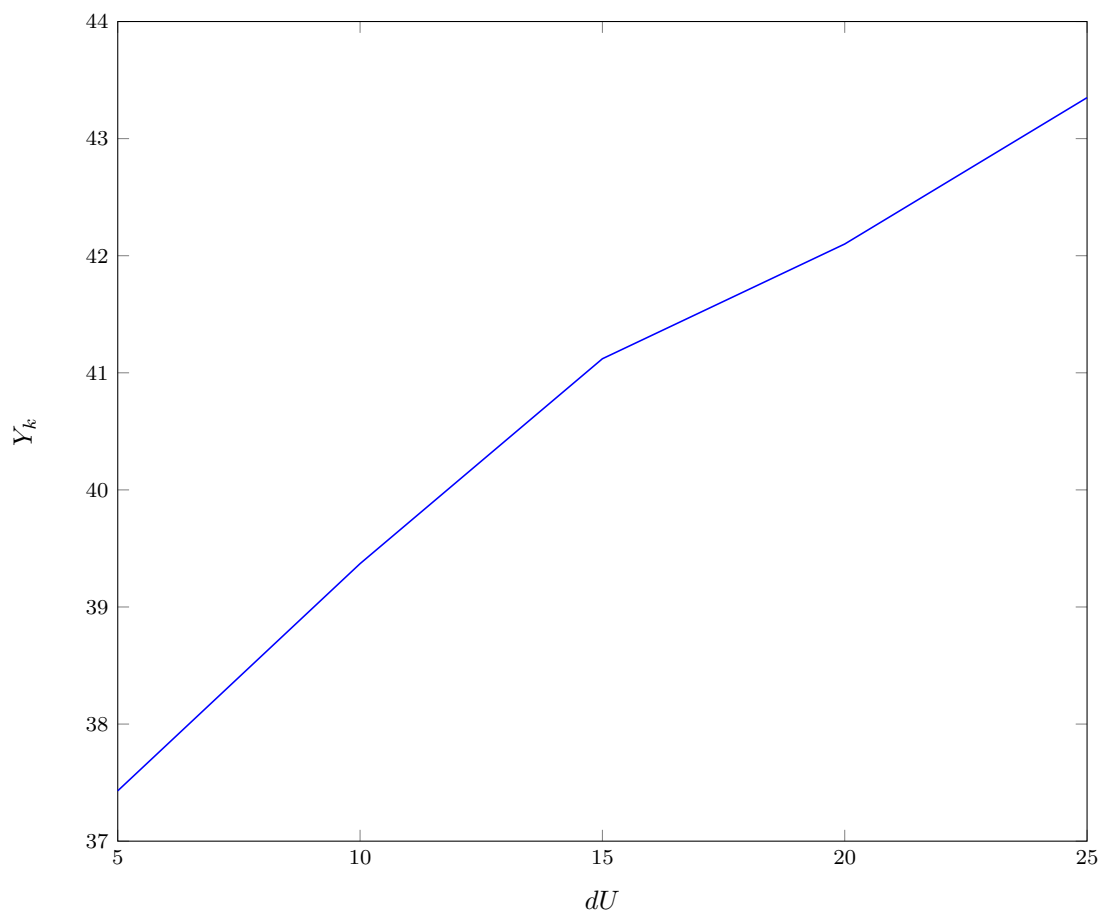
Trudności w stwierdzeniu liniowych właściwości stanowiska grzewczego powodowane są faktem zmieniającego się punktu pracy. Jednak dla odpowiedzi skokowych istotna jest tylko różnica między wartością początkową i końcową, nie sam punkt startowy - możemy więc dla wygodniejszej wizualizacji przesunąć odpowiedzi do wspólnego punktu pracy. Efekt takiej operacji znajduje się na wykresie ???. Widać na nim wyraźnie, że obiekt nie jest liniowy - różnica w końcowej wartości wyjścia dla skoków o wyższej wartości jest zdecydowanie większa niż dla mniejszych skoków sterowania.



Rys. 3.1. Wykresy $S(k)$ dla różnych skoków sterowania z $U_{pp} = 36$ o dU

3.1. Charakterystyka statyczna

Rysując na wykresie dla kolejnych wartości skoków sterowania (5, 10, 15, 20, 25) odpowiadające im końcowe wartości przesuniętych do wspólnego punktu startowego przebiegów wyjścia otrzymujemy charakterystykę statyczną obiektu (wykres 3.2). Charakterystykę statyczną można przybliżyć dwiema prostymi, z punktem przegięcia dla $dU = 15$. Wnioskujemy stąd, że zasadne będzie użycie regulacji rozmytej do sterowania tym obiektem; zostaną użyte dwa regulatory: dla dolnego przedziału, w którym obiekt silniej reaguje na zmiany sterowania oraz do przedziału górnego, w zmiany U mają mniejszy wpływ na wyjście i w związku z tym potrzebny będzie 'gwałtowniejszy' regulator.



Rys. 3.2. Charakterystyka statyczna

4. Laboratorium: Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Kolejnym poleceniem było wyznaczyć znormalizowane odpowiedzi skokowe (takie jakie wymagane są do algorytmu DMC) i zaprosymować je, używając w tym celu członu inercyjnego drugiego rzędu z opóźnieniem. Człon posiada 4 parametry: T_1 , T_2 , K (dalej oznaczane jako K_p) i T_d (w dalszej części sprawozdania oznaczane jako TD). Nazwy zostały zmienione, by nie mylić ich z parametrami algorytmu PID. Człon jest opisany wzorami powstałymi po przekształceniu jego transmitancji:

$$\alpha_1 = e^{-\frac{1}{T_1}} \quad (4.1)$$

$$\alpha_2 = e^{-\frac{1}{T_2}} \quad (4.2)$$

$$a_1 = -\alpha_1 - \alpha_2 \quad (4.3)$$

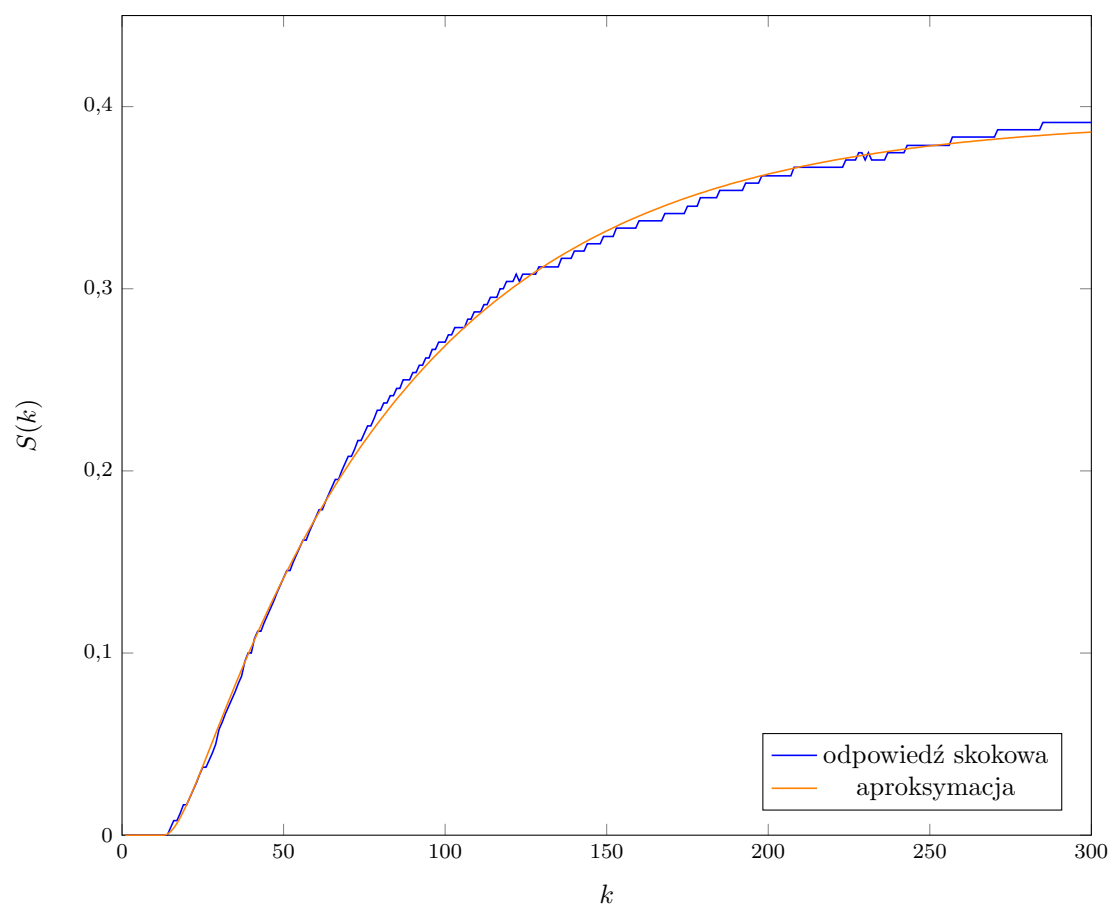
$$a_2 = \alpha_1 \alpha_2 \quad (4.4)$$

$$b_1 = \frac{K_p}{T_1 - T_2} [T_1(1 - \alpha_1) - T_2(1 - \alpha_2)] \quad (4.5)$$

$$b_2 = \frac{K_p}{T_1 - T_2} [\alpha_1 T_2(1 - \alpha_2) - \alpha_2 T_1(1 - \alpha_1)] \quad (4.6)$$

$$y(k) = b_1 u(k - TD - 1) + b_2 u(k - TD - 2) - a_1 y(k - 1) - a_2 y(k - 2) \quad (4.7)$$

W celu doboru parametrów członu wykorzystano funkcję `fmincon`. Jako początkowe wartości dobieranych parametrów wybraliśmy $[11, 10, 1, 10]$, 11 i 10 dla T_1 i T_2 , aby nie były takie same, 1 dla K_p , bo przy dotychczas zebranych przebiegach nie spodziewaliśmy się dużego wzmocnienia dla tego obiektu i 10 dla TD , bo z obserwacji wynika, że opóźnienie obiektu jest bliskie tej wartości. Od dołu ograniczyliśmy wszystkie parametry zerami. Od góry ograniczyliśmy je wartościami $[1000, 1000, 10, 30]$, tak, by każdy parametr miał przedział dostosowany do swoich potrzeb (duże zmiany dla T_1 i T_2 , małe zmiany dla K_p , TD sądząc po wykresach nie powinno przekroczyć 30). Jako odpowiedź do znormalizowania wybraliśmy tą dla skoku o 15, jako najmniej zaszumioną. W wyniku normalizacji przekształciliśmy ją do odpowiedzi jaką mielibyśmy po skoku jednostkowym (odjęliśmy od każdej zebranej próbki wartość w punkcie pracy dla danego wyjścia i podzieliliśmy otrzymane wartości przez skok). Następnie po wykonaniu aproksymacji otrzymaliśmy parametry członu równe $T_1 = 71,0271$, $T_2 = 5,2254$, $K_p = 0,3935$ i $TD = 13$ przy błędzie optymalizacji $e = 0,0038$. Znormalizowaną odpowiedź i jej aproksymację przedstawiliśmy na poniższym wykresie 4.1.



Rys. 4.1. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej i jej aproksymacji

5. Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC

W projektowanych regulatorach *PID* i *DMC* zostały zastosowane następujące ograniczenia:

$$\Delta U^{\max} = 0,05 \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \text{jeżeli } \Delta U(k) > \Delta U^{\max} \text{ to } \Delta U(k) &= \Delta U^{\max} \\ \text{jeżeli } \Delta U(k) < -\Delta U^{\max} \text{ to } \Delta U(k) &= -\Delta U^{\max} \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \text{jeżeli } U(k) > U^{\max} \text{ to } U(k) &= U^{\max} \\ \text{jeżeli } U(k) < U^{\min} \text{ to } U(k) &= U^{\min} \end{aligned} \quad (5.3)$$

5.1. Cyfrowy algorytm PID

W projekcie został wykorzystany regulator cyfrowy *PID*, którego parametry są opisane poniższymi wzorami, gdzie K - wzmacnienie członu P, T_p - czas próbkowania, T_i - czas zdwojenia członu całkującego I , T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego D .

$$r_0 = K * (1 + T_p/(2 * T_i) + T_d/T_p) \quad (5.4)$$

$$r_1 = K * (T_p/(2 * T_i) - 2 * T_d/T_p - 1) \quad (5.5)$$

$$r_2 = K * T_d/T_p \quad (5.6)$$

W każdej iteracji pętli sterowania jest obliczany uchyb wyjścia obiektu od wartość zadanej jego wyjścia.

$$e(k) = Y^{\text{zad}}(k) - Y(k); \quad (5.7)$$

Sterowanie regulatora zostaje wyliczone na bieżącą chwilę przy użyciu wzoru:

$$U(k) = r_2 * e(k - 2) + r_1 * e(k - 1) + r_0 * e(k) + U(k - 1); \quad (5.8)$$

5.2. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} Y^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ Y^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (5.10)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N_u \times 1} \quad (5.11)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (5.13)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times D-1} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (5.15)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (5.16)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{zad}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (5.17)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P \quad (5.18)$$

gdzie:

$$e(k) = Y^{zad}(k) - Y(k) \quad (5.19)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N K(1, i) \quad (5.20)$$

$$k_u = k \mathbf{M}^P \quad (5.21)$$

k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K. Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

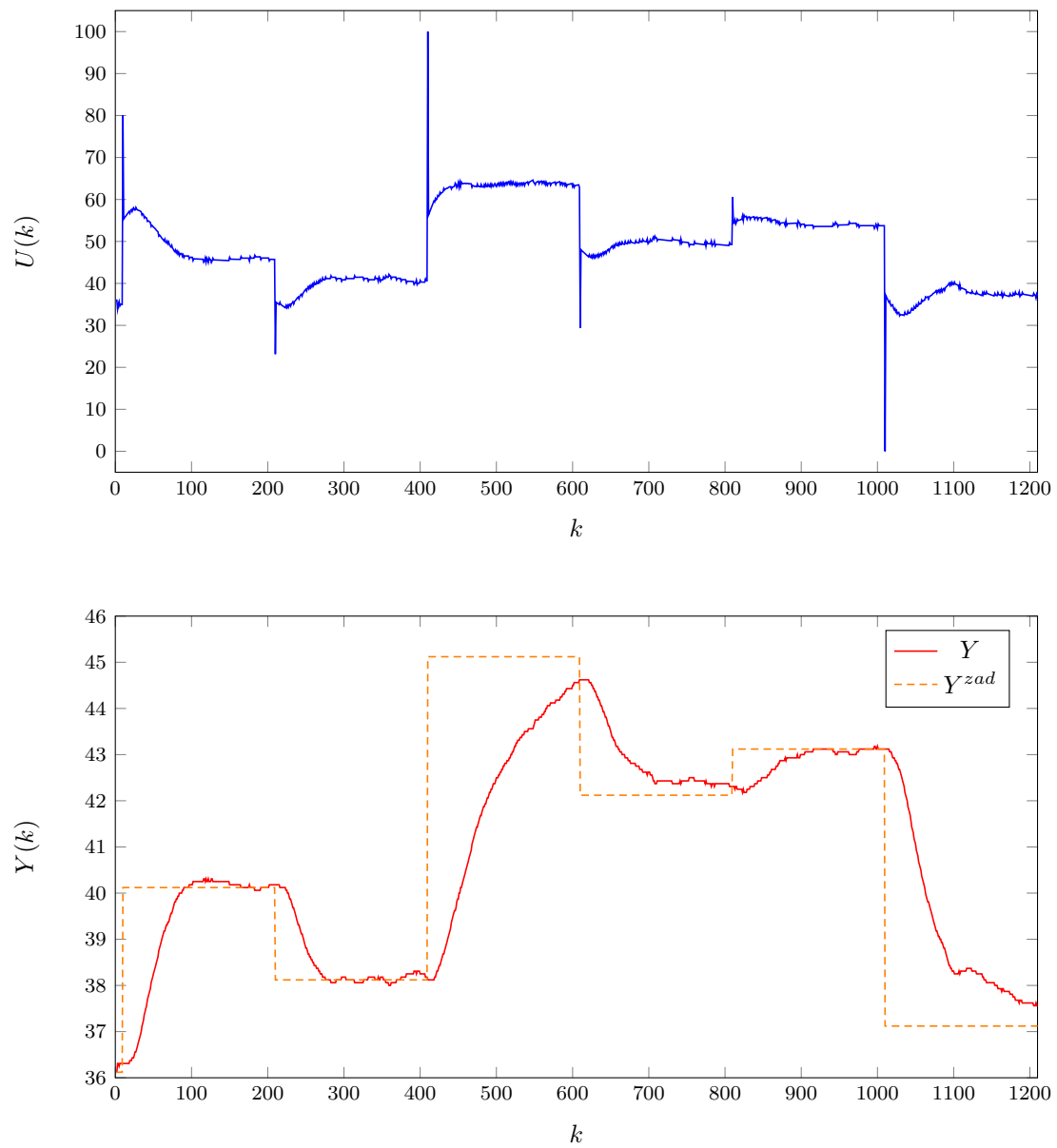
6. Laboratorium: Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC

Strojenie regulatora odbyło się na podstawie oceny regulacji dla zaproponowanej trajektorii zmian sygnałów zadanych składającej się z sześciu skoków. Wartości zadane zostały tak dobrane, aby za każdym razem była inna wartość skoku.

6.1. Regulator PID

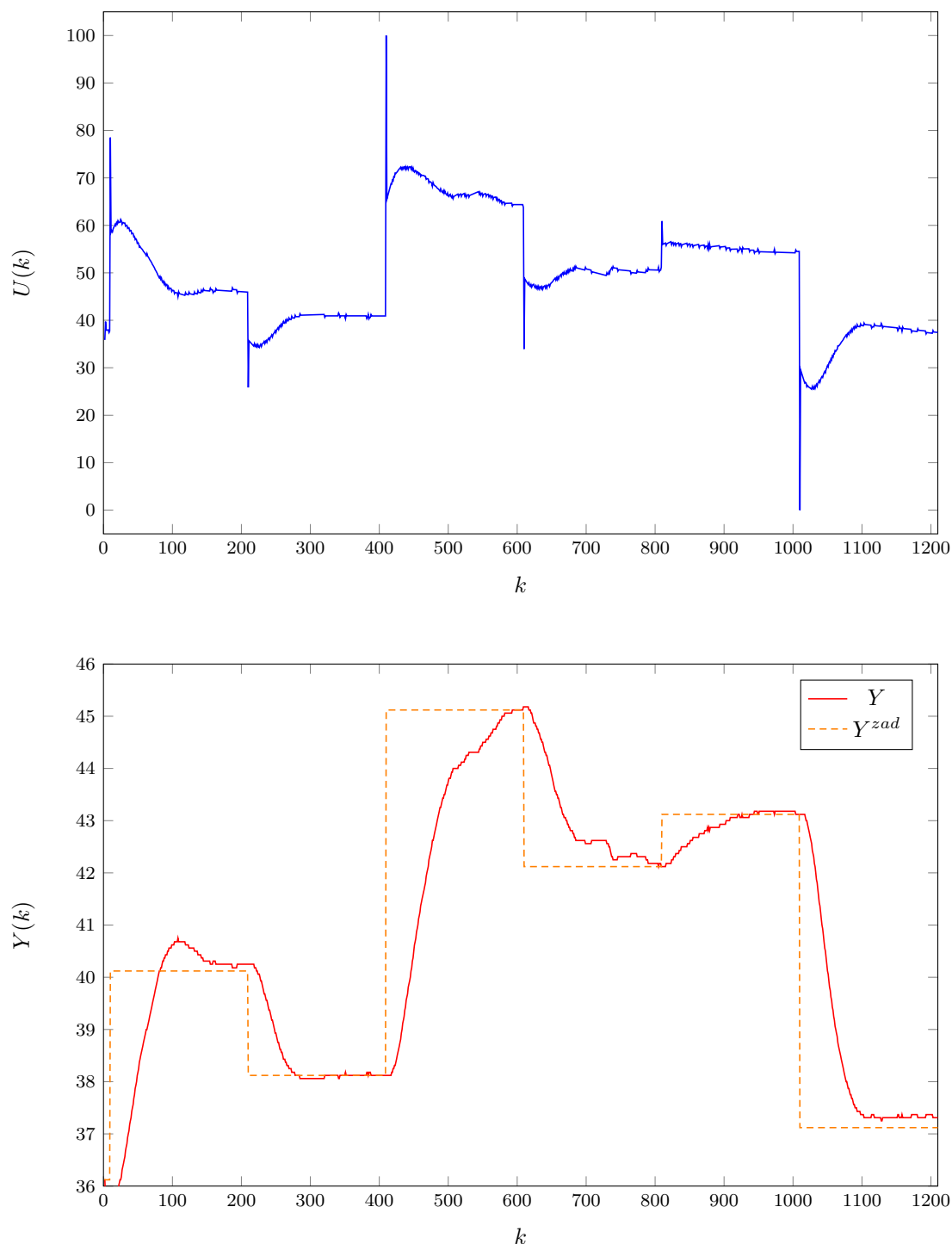
6.1.1. Początkowe nastawy

Nastawy regulatora PID zostały dobrane eksperymentalnie. Sugerując się nastawami otrzymanymi na poprzednich laboratoriach, jako wartości początkowe przyjęliśmy nastawy: $K_p = 5$, $T_i = 75$, $T_d = 1.25$. Na rys. 6.1 można obserwować pracę regulatora z takimi nastawami. Jak widać, nie są to nastawy optymalne; regulator jest nieskuteczny. Dla dolnego przedziału działa lepiej, w górnym jest zdecydowanie zbyt słaby. Błąd wyjścia Y wyniósł: $E = 5042,6750$.

Rys. 6.1. Działanie algorytmu PID przy początkowych nastawach $K_p = 5, T_i = 75, T_d = 1.25$

6.1.2. Korygowanie nastaw

Aby poprawić osiągi regulatora w przedziale wyższych wartości temperatury, a także poprawić zbyt wolną regulację temperatury widoczną w pobliżu $k = 1100$, postanowiliśmy zwiększyć wpływ członu całkującego, obniżając T_i do wartości $T_i = 65$ oraz zmniejszyć wpływ członu różniczkującego - nowe $T_d = 1$. Wzmocnienie nie było zmieniane, gdyż obawialiśmy się pogorszenia regulacji w dolnym przedziale temperatur. Tak więc nowe nastawy to: $K_p = 5, T_i = 65, T_d = 1$. Dla takich nastaw osiągnęliśmy przebiegi jak na 6.2.



Rys. 6.2. Działanie algorytmu PID przy zmodyfikowanych nastawach $K_p = 4, T_i = 65, T_d = 1$

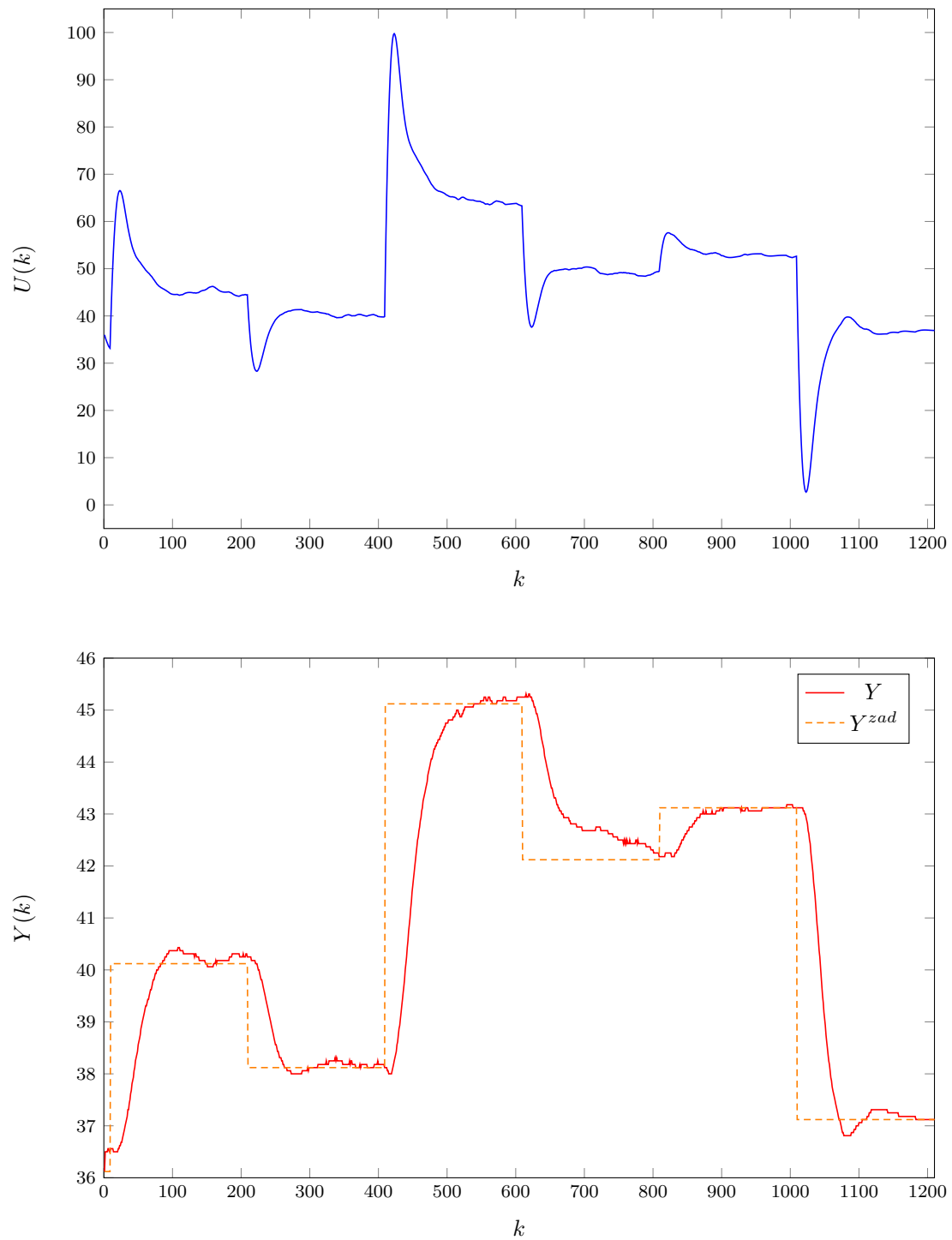
Otrzymany regulator zapewnia lepszą jakość regulacji - błąd wyjścia Y się zmniejszył i wyniósł: $E = 42436,6750$. Chociaż wyższa całka pogorszyła regulację w dolnym zakresie regulacji, to regulator osiąga teraz szybciej wartość zadaną także w wyższym zakresie. Obserwujemy jednak wciąż uchyb ustalony przy skoku z ok. 44 stopni na ok. 37 stopnie.

6.2. Laboratorium: Regulator DMC

Następnie próbowaliśmy zastosować do nieliniowego obiektu, jakim było stanowisko grzewcze, regulację DMC. Do użycia w modelu wybraliśmy odpowiedź skokową przy $dU = 15$.

6.2.1. Początkowe nastawy

Nastawy regulatora DMC zostały dobrane eksperymentalnie. Jako wartości początkowe przyjęliśmy nastawy $N = 300$, $Nu = 300$, $\lambda = 0.5$. Wartość 300 wynika z obserwacji obiektu - bezpiecznie założyliśmy, że tyle wynosi jego horyzont dynamiki. Obiekt ten nie jest wrażliwy na nagłe zmiany sterowań a także na poprzednich laboratoriach λ przyjmowała małe wartości - dlatego zdecydowaliśmy na początek przyjąć $\lambda = 0.5$. Na rys. 6.3 można obserwować pracę regulatora z takimi nastawami. Regulator działa poprawnie, z pewnością lepiej niż regulator PID; zarówno przebiegi wyjścia są bliższe wartości zadanej jak i sterowania są łagodniejsze. Nie są to jednak nastawy optymalne; regulator powinien działać szybciej w wyższym zakresie temperatur. Błąd wyjścia, znacząco mniejszy niż dla regulatora PID wyniósł $E = 3513,38$.

Rys. 6.3. Działanie algorytmu DMC przy początkowych nastawach $N = 300$, $Nu = 300$, $\lambda = 0.5$

6.3. Korekta parametru Nu

Następnie przystąpiliśmy do zmian nastaw: parametr N pozostawiliśmy bez zmian, jako że zarówno teoria jak i nasza praktyka wskazywały, że jego zmniejszanie, jeśli w ogóle, prowadziło do minimalnych zysków w jakości sterowania. Gdyby był to obiekt szybszy lub działający w wymagającym środowisku, można by rozważyć skrócenie tej wartości w celu zmniejszenia złożoności obliczeniowej, jednak dla okresu próbkowania $T_p = 1$ nie jest to konieczne. Wykonaliśmy dwukrotnie eksperyment kolejno dla wartości $Nu = 150$ (rys. ??) oraz $Nu = 100$ (rys. ??). Błędy w pierwszym eksperymencie osiągnęły wartości: dla Y_1 : $E_1 = 454, 2170$, dla Y_2 : $E_2 = 439, 2227$. Łączny: $E = 893, 4397$.

Natomiast za drugim razem: dla Y_1 : $E_1 = 375, 6482$, dla Y_2 : $E_2 = 431, 5992$. Łączny: $E = 807, 2474$.

6.4. Korekta parametru λ

Jako ostatni zmieniony został parametr λ . W celu poprawy szybkości sterowania zmniejszyliśmy jego wartość o połowę (rys. ??). Finalnie, błędy osiągnęły wartości: dla Y_1 : $E_1 = 311, 0436$, dla Y_2 : $E_2 = 407, 5791$. Łączny: $E = 718, 6227$.

6.5. Podsumowanie

Tak jak należało się spodziewać, regulator DMC w stosunku do regulatora PID zapewnia lepszą regulację. Zarówno wskaźnik jakości regulacji (dla DMC: $E = 718, 6227$, dla PID: $E = 911, 1790$) jak i wizualna ocena przebiegów wyjść i sterowania jednoznacznie wskazują algorytm DMC jako lepszy regulator obiektu grzewczego w laboratorium o dwóch wejściach i dwóch wyjściach.