

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 3, zadanie nr 3

Sobolewski Konrad, Róžański Antoni, Giełdowski Daniel

Warszawa, 2017

Spis treści

1. Opis obiektu	2
2. Zadanie 1: Punkt pracy	3
3. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe	4
4. Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC	5
4.1. Cyfrowy algorytm PID	5
4.2. Analityczny algorytm DMC	5
5. Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC	8
5.1. Regulator PID	8
5.1.1. Wariant pierwszy	8
5.1.2. Wariant drugi	16
5.2. Regulator DMC	24
6. Zadanie 6: Algorytmy przy zaszumionym pomiarze wyjść	25
6.1. PID	25

1. Opis obiektu

Obiekt dwuwymiarowy używany w projekcie opisany jest danymi przez prowadzącego funkcjami:

$$Y1(k) = \text{symulacja_obektu3y1}(U1(k-5), U1(k-6), U2(k-2), U2(k-3), Y1(k-1), Y1(k-2)) \quad (1.1)$$

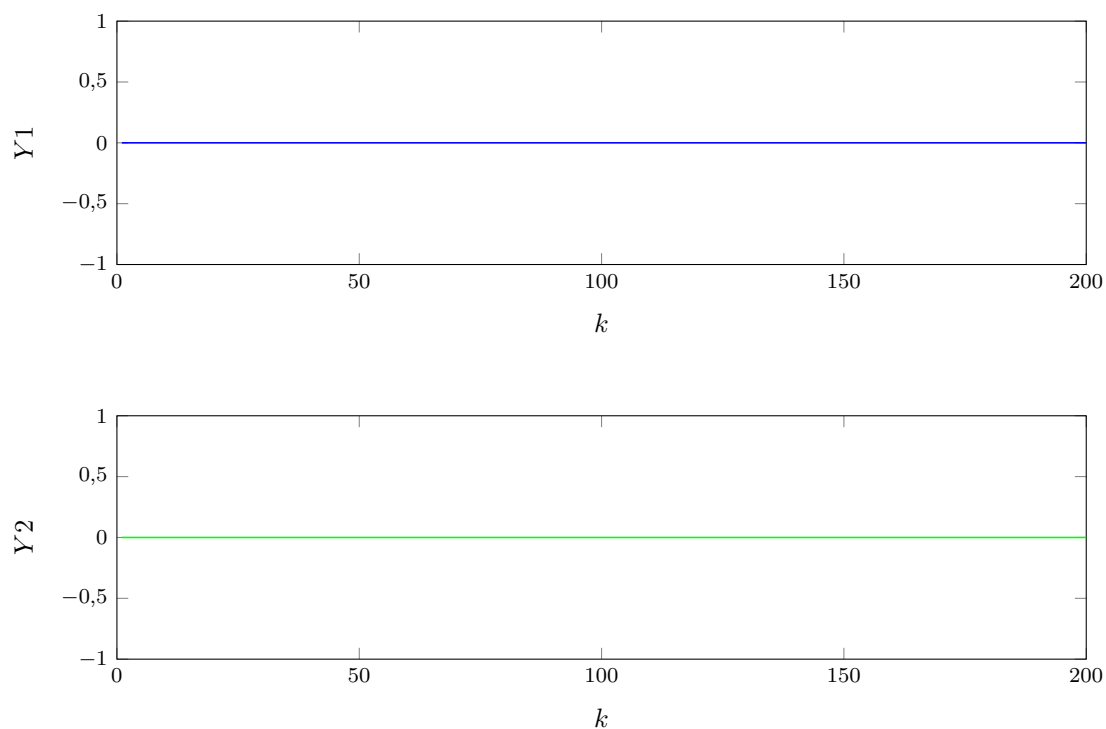
$$Y2(k) = \text{symulacja_obektu3y2}(U1(k-6), U1(k-7), U2(k-4), U2(k-5), Y2(k-1), Y2(k-2)) \quad (1.2)$$

gdzie k jest aktualną chwilą symulacji sygnału próbkowanego. Wartość sygnałów w punkcie pracy (w stanie ustalonym) mają wartość $u = y = z = 0$. Okres próbkowania obiektu wynosi $T_p = 0,5s$.

2. Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było zweryfikowanie poprawności punktu pracy obiektu. Udało się to osiągnąć za pomocą prostego sprawdzenia, przy jakiej wartości wyjścia stabilizuje się obiekt przy stałych sterowaniach, równym ich wartościom w punkcie pracy ($U1_{pp} = 0$, $U2_{pp} = 0$). Eksperyment potwierdził wcześniej podaną wartość wyjścia ($Y_{pp} = 0$), a jego przebieg obrazuje wykres rys.2.1.

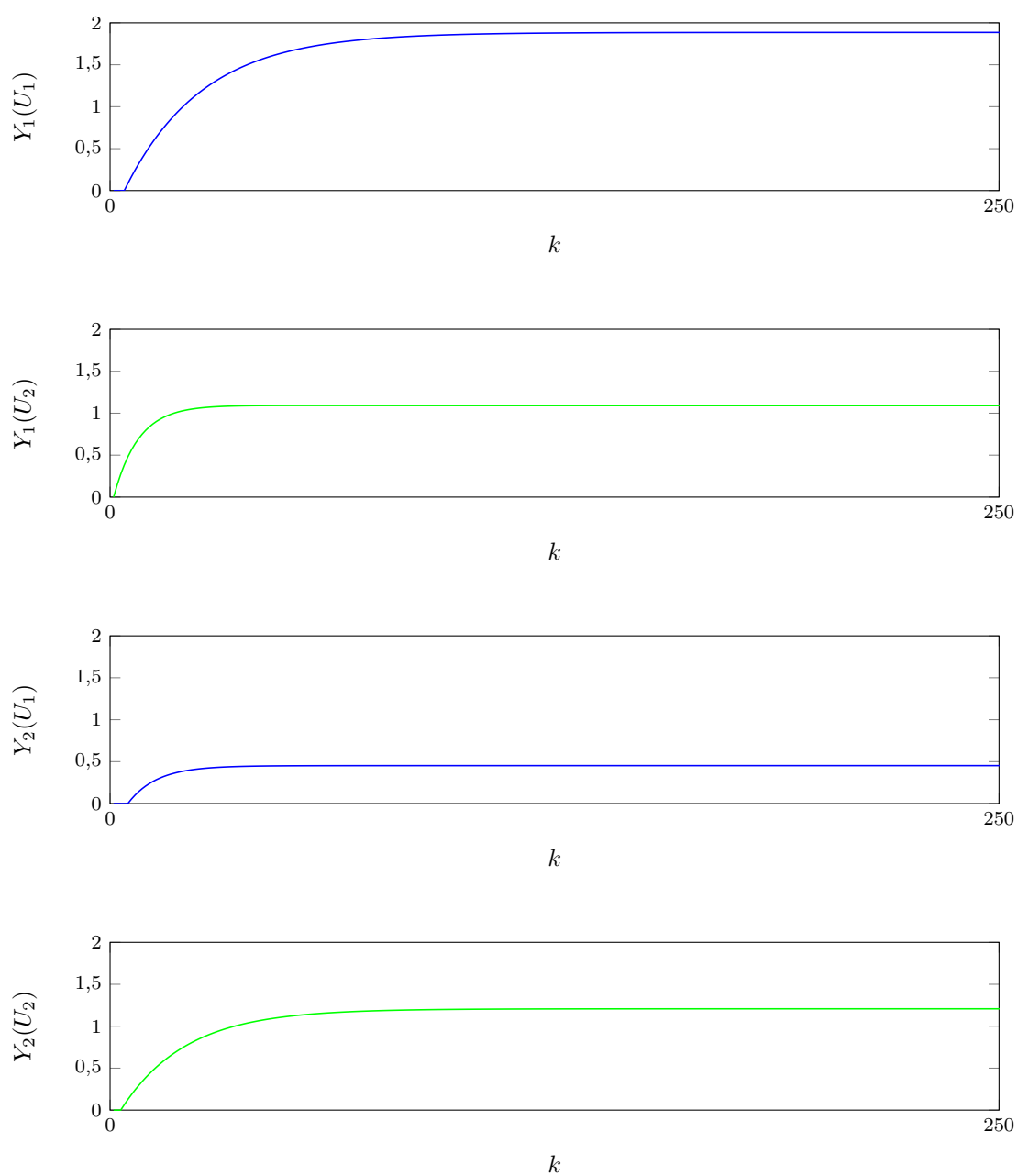
%inputzad2



Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy

3. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Przedstawione odpowiedzi skokowe na rys. 3.1 zostały wykonane przez wykonanie skoków jednostkowych na wszystkich torach oraz obcięcie pierwszych 10 próbek, gdyż zmiana sterowania odbywała się we wspomnianym kroku. Z tego wynika, iż wykresy startują od chwili $k = 11$.



Rys. 3.1. Znormalizowane odpowiedzi skokowe

4. Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC

4.1. Cyfrowy algorytm PID

W projekcie został wykorzystany regulator cyfrowy *PID*, którego parametry są opisane poniższymi wzorami, gdzie K - wzmocnienie członu P, T_p - czas próbkowania, T_i - czas zdwojenia członu całkującego I , T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego D , n_u - ilość sterowań, n_y - ilość wyjść.

$$r_0^j = K^j * (1 + T_p/(2 * T_i^j) + T_d^j/T_p) \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (4.1)$$

$$r_1^j = K^j * (T_p/(2 * T_i^j) - 2 * T_d^j/T_p - 1) \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (4.2)$$

$$r_2^j = K * T_d^j/T_p \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (4.3)$$

W każdej iteracji pętli sterowania są obliczane uchyby wyjść obiektu.

$$e(k)^j = Y^{\text{zad}}(k)^j - Y(k)^j \quad \forall j \in \langle 1, n_y \rangle \quad (4.4)$$

Sterowania regulatora zostają wyliczone na bieżącą chwilę przy użyciu wzoru:

$$U(k)^j = r_2^j * e(k-2)^i + r_1^j * e(k-1)^i + r_0^j * e(k)^i + U(k-1)^j \quad \text{gdzie} \quad j \in \langle 1, n_u \rangle, \quad i \in \langle 1, n_y \rangle \quad (4.5)$$

4.2. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y_1^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (4.8)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y^{\text{zad}}(k|k) \\ \vdots \\ y^{\text{zad}}(k|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y \times 1} \quad (4.10)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y \times 1} \quad (4.11)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u \times 1} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{S}_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} & \dots & s_l^{1n_u} \\ s_l^{21} & s_l^{22} & \dots & s_l^{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{n_y 1} & s_l^{n_y 2} & \dots & s_l^{n_y n_u} \end{bmatrix}_{n_y \times n_u}, l = 1, \dots, D. \quad (4.13)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times (N_u \times n_u)} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times ((D-1) \times n_u)} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (4.17)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (4.18)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P \quad (4.19)$$

gdzie:

$$e(k) = y^{\text{zad}}(k) - y(k) \quad (4.20)$$

Ponieważ nasze $n_u = 2$ i $n_y = 2$ to:

$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} k_e^1 & k_e^2 \\ k_e^3 & k_e^4 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Dla nieparzystych j k_e^j to suma nieparzystych elementów $(j+1)/2$ -tego wiersza macierzy \mathbf{K} . Dla parzystych j k_e^j to suma parzystych elementów $j/2$ -tego wiersza macierzy \mathbf{K} .

$$k_u = kM^P \quad (4.22)$$

k to oznaczenie macierzy będącej n_u początkowymi wierszami macierzy K (u nas 2 pierwsze wiersze). Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

5. Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC

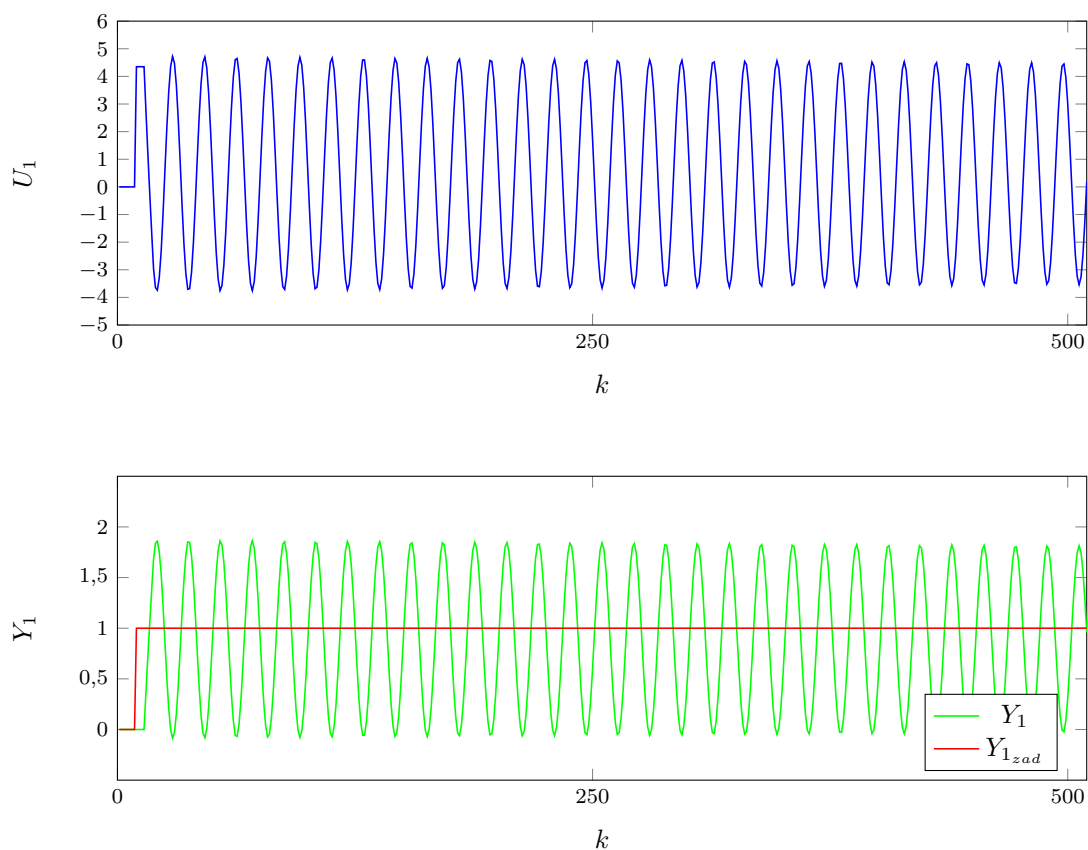
5.1. Regulator PID

5.1.1. Wariant pierwszy

Pierwszy wariant obejmuje oddziaływanie uchybu pierwszego wyjścia na pierwszy sygnał sterujący, drugiego wyjścia na drugi sygnał sterujący.

Pierwszym krokiem strojenia regulatora jest wyłączenie drugiego wyjścia obiektu, a następnie dobranie parametrów regulatora wyłącznie dla pierwszego wyjścia. Po uzyskaniu zadawalających wyników analogicznie postępuje z wyjściem drugim. Po dostrojeniu obu torów uruchamiamy cały regulator i dokonujemy ewentualnych poprawek nastaw dla poprawy przebiegów. W trakcie strojenia obu wyjść została wykorzystana metoda inżynierska.

Rozpoczęcie strojenia toru pierwszego wyjścia rozpoczęliśmy od wprowadzenia regulatora P_1 w nieskończone oscylacje rys. 5.1. Efekt ten został uzyskany dla wzmocnienia o wartości $K_{k1} = 4,35$.

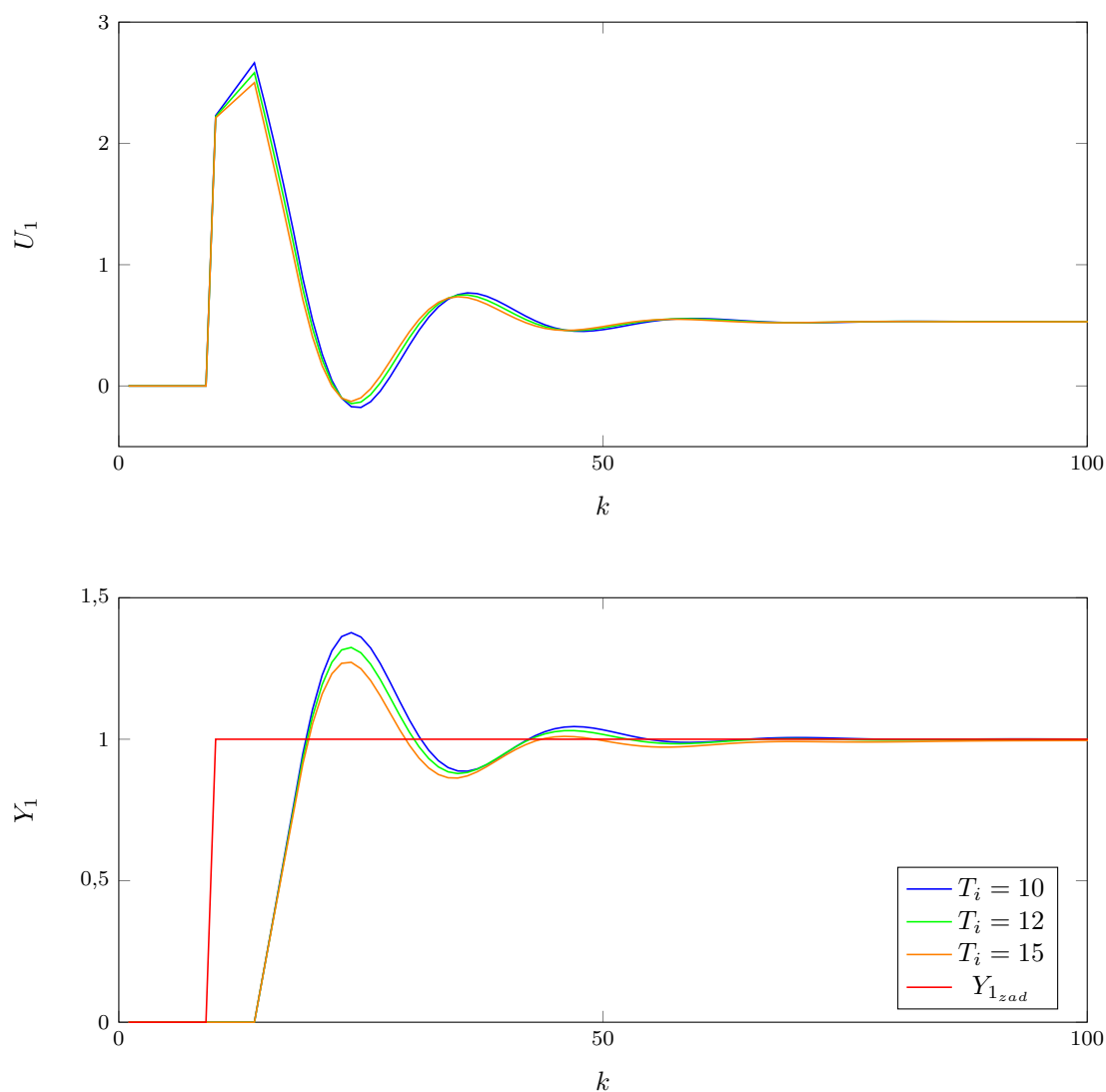


Rys. 5.1. Regulator P_1 ze stałymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_1 rys. 5.2. Przy wzmacnieniu $K_1 = 0,5K_{k1}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych wartości wybraliśmy $T_{i1} = 12$ jako najlepszy wynik. Można zauważyć, iż przebieg wyjścia dla wspomnianego parametru charakteryzuje się najlepszym czasem regulacji przy stosunkowo niskim przeregulowaniu. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 10 = 168,88$,
- $T_i = 12 = 168,41$,
- $T_i = 15 = 167,98$,

zauważamy, że różnice między nimi są bardzo małe. Z tego powodu głównym aspektem wyboru była ocena jakościowa przebiegu.



Rys. 5.2. Strojenie regulatora PI_1

W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d1} regulatora PID_1 . Z pośród zaprezentowanych wartości rys. 5.3 najlepszy przebieg o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d1} = 0,5$. Wartości błędów :

— $T_d = 0,2 = 6.39$,

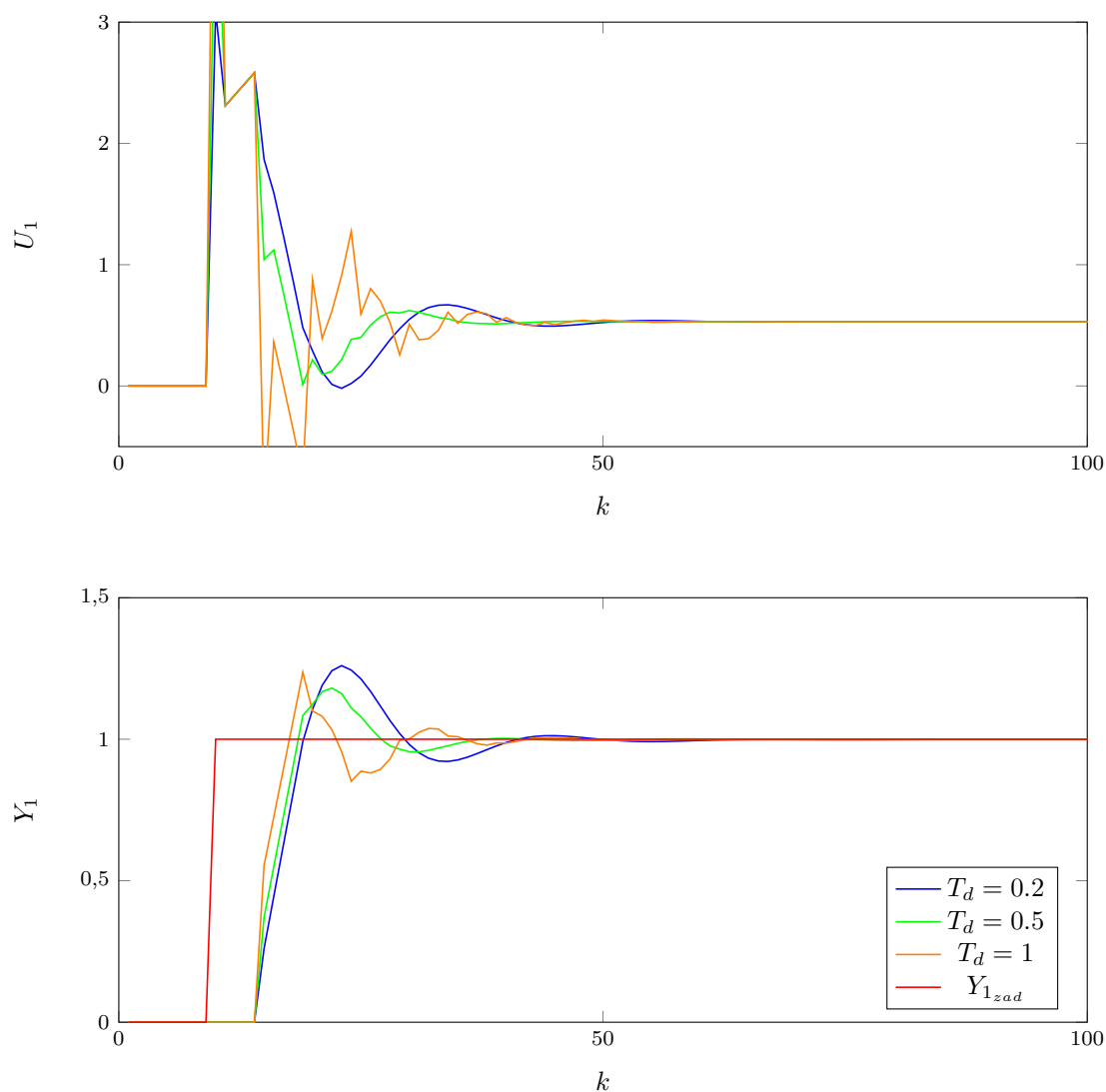
— $T_d = 0,5 = 5.81$,

— $T_d = 1 = 5.43$,

Mimo, iż z oceny ilościowej wynika najmniejsza wartość błędu dla $T_{d1} = 1$ postanowiliśmy pozostać przy wartości $T_{d1} = 0,5$, gdyż niesie ze sobą większe korzyści.

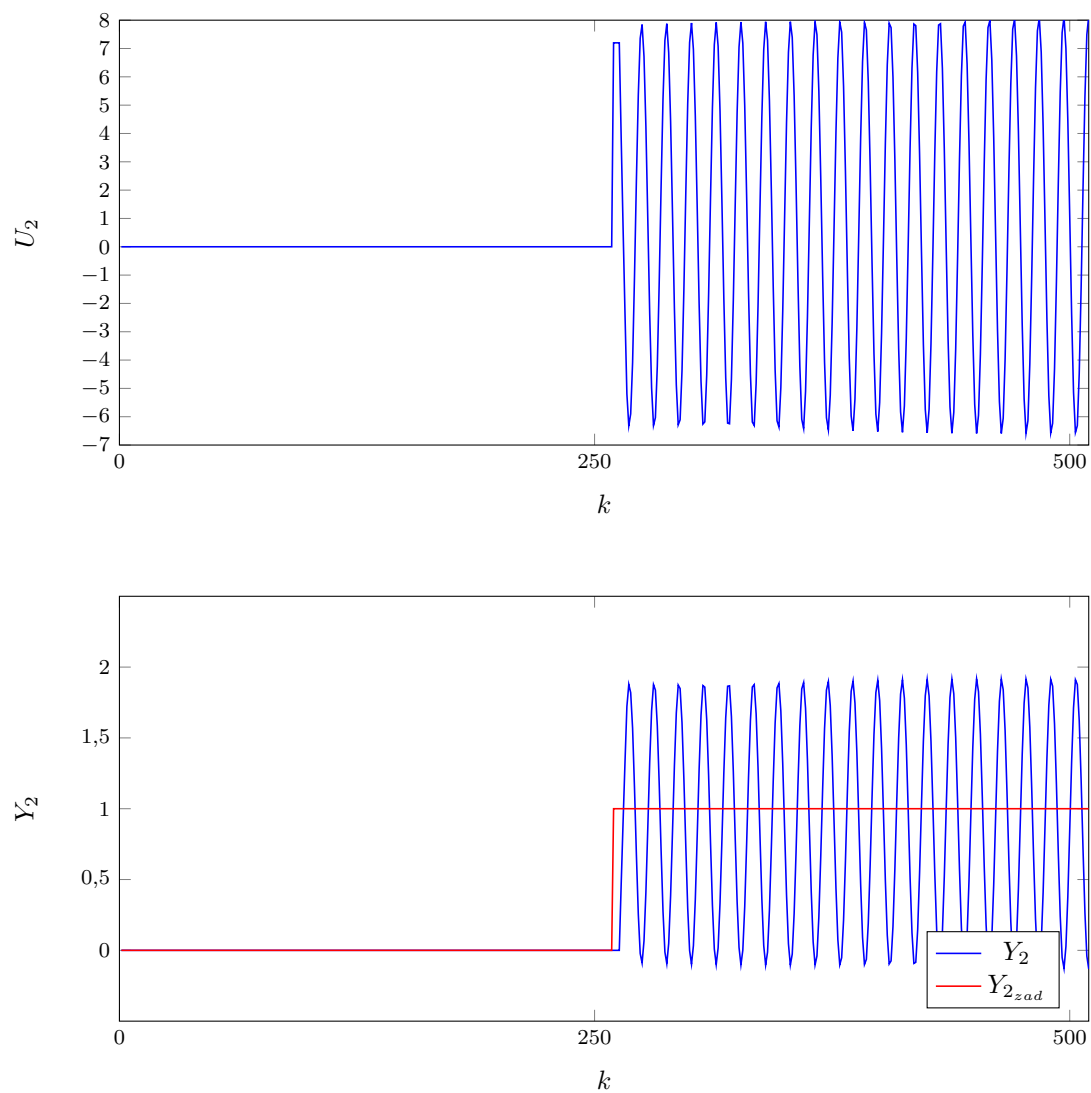
Nastawy pierwszego toru wyjścia regulatora PID_1 :

$$K = 2,175, T_i = 12, T_d = 0,5$$



Rys. 5.3. Strojenie regulatora PID_1

W tym etapie tor pierwszy został wyłączony, a przeszliśmy do strojenia drugiego toru wyjścia. W tym celu wprowadziliśmy regulator P_2 w stałe oscylacje dla $K_{k_2} = 7,2$.

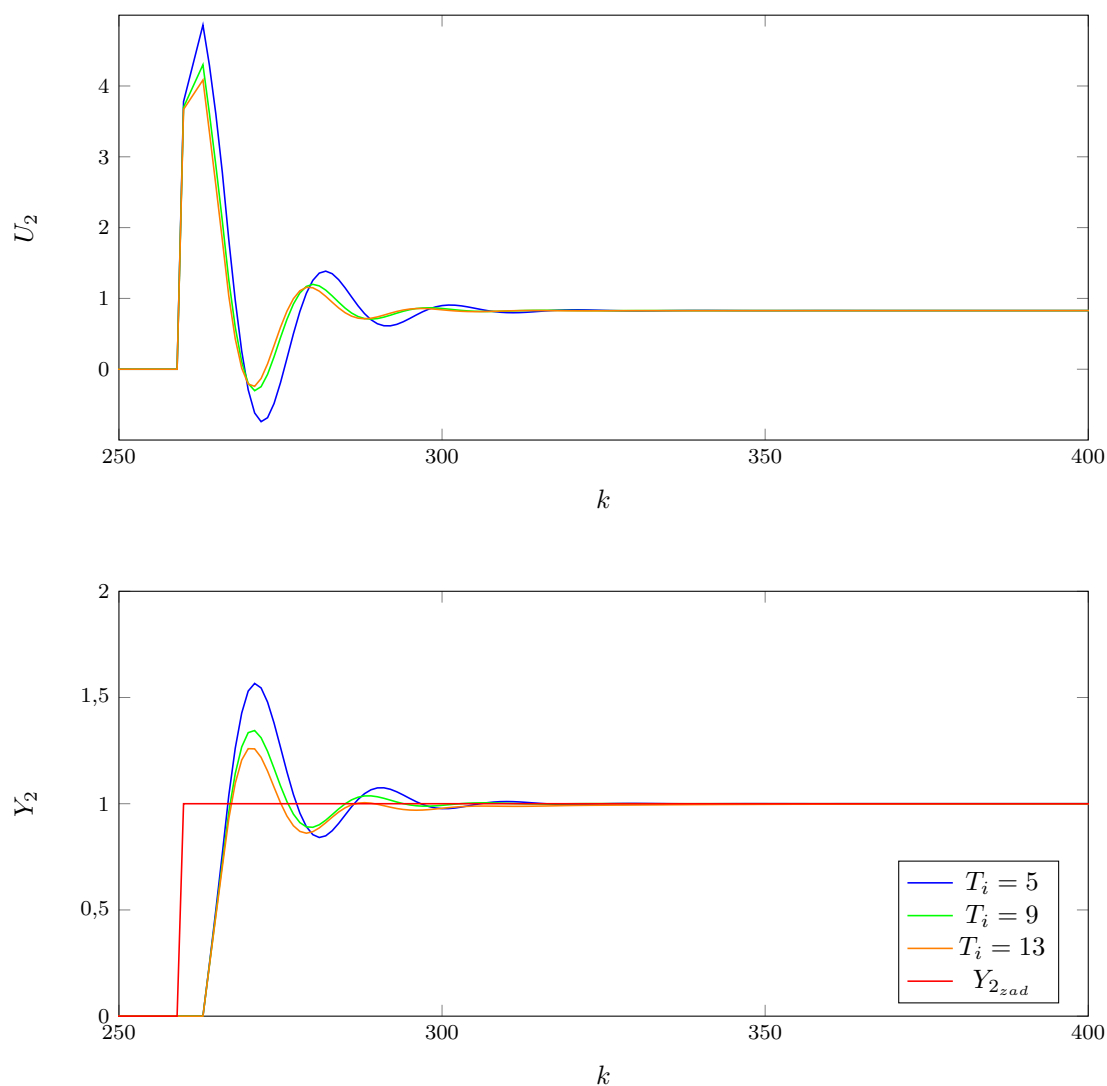


Rys. 5.4. Regulator P_2 ze stałymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_2 rys. 5.5. Przy wzmacnieniu $K_2 = 0,5K_{k_2}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych wartości wybraliśmy $T_{i_2} = 9$ jako najlepszy wynik. Można zauważyć, iż przebieg wyjścia dla wspomnianego parametru charakteryzuje się najlepszym czasem regulacji przy stosunkowo niskim przeregulowaniu. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 5 = 271.40$,
- $T_i = 9 = 263.90$,
- $T_i = 12 = 261.87$,

zauważamy, że najmniejszy wskaźnik jakości uzyskaliśmy dla $T_{i_2} = 12$. Mając na względzie kształt toru pozostaliśmy przy wartości $T_{i_2} = 9$.



Rys. 5.5. Strojenie regulatora PI_2

W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d_2} regulatora PID_2 . Z pośród zaprezentowanych wartości rys. 5.6 najlepszy przebieg o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d_2} = 0,5$. Wartości błędów :

— $T_d = 0,2 = 4.95$,

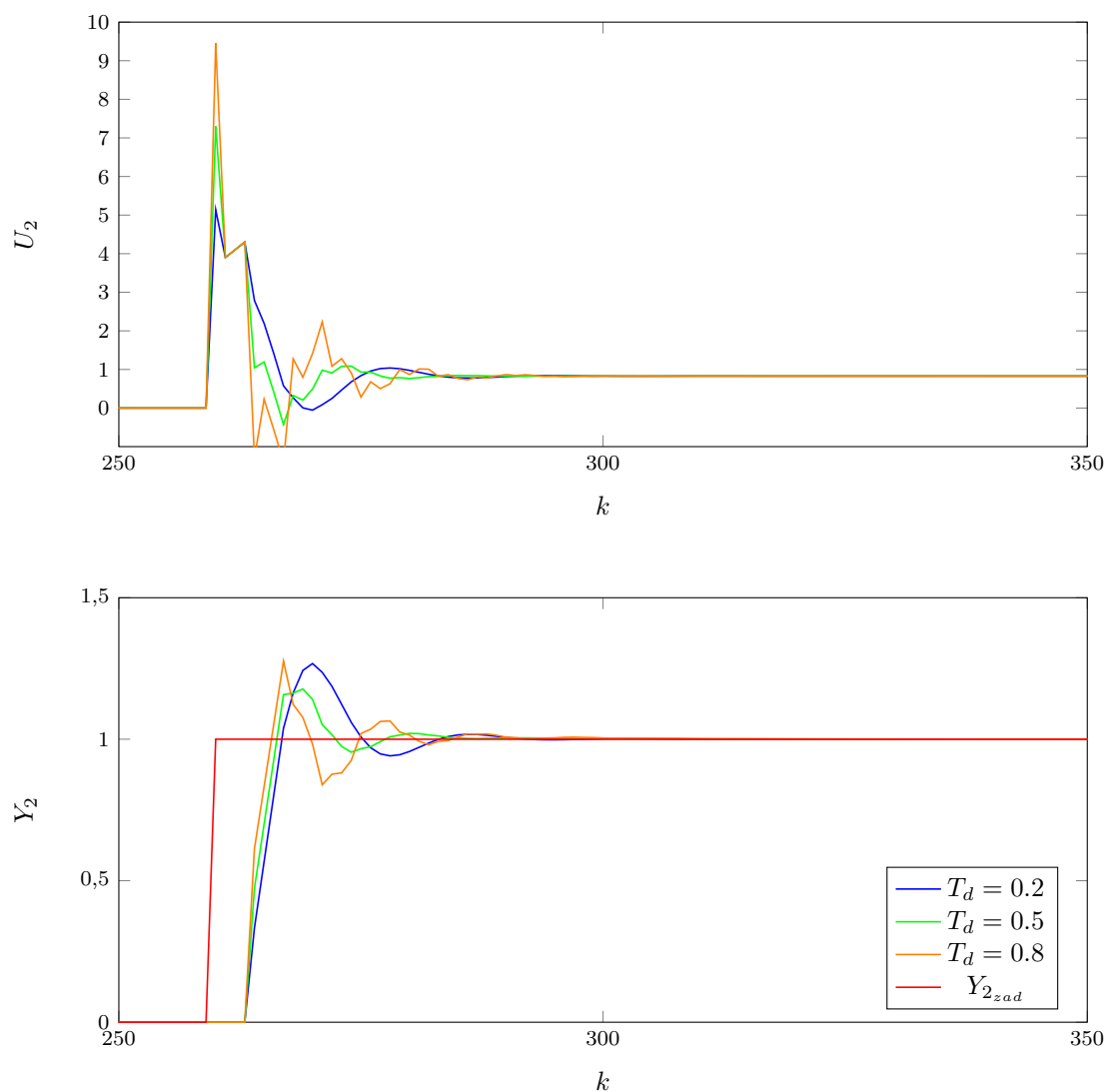
— $T_d = 0,5 = 4.48$,

— $T_d = 0,8 = 4.35$,

Mimo, iż z oceny ilościowej wynika najmniejsza wartość błędu dla $T_{d_2} = 0,8$ postanowiliśmy pozostać przy wartości $T_{d_2} = 0,5$, gdyż niesie ze sobą większe korzyści.

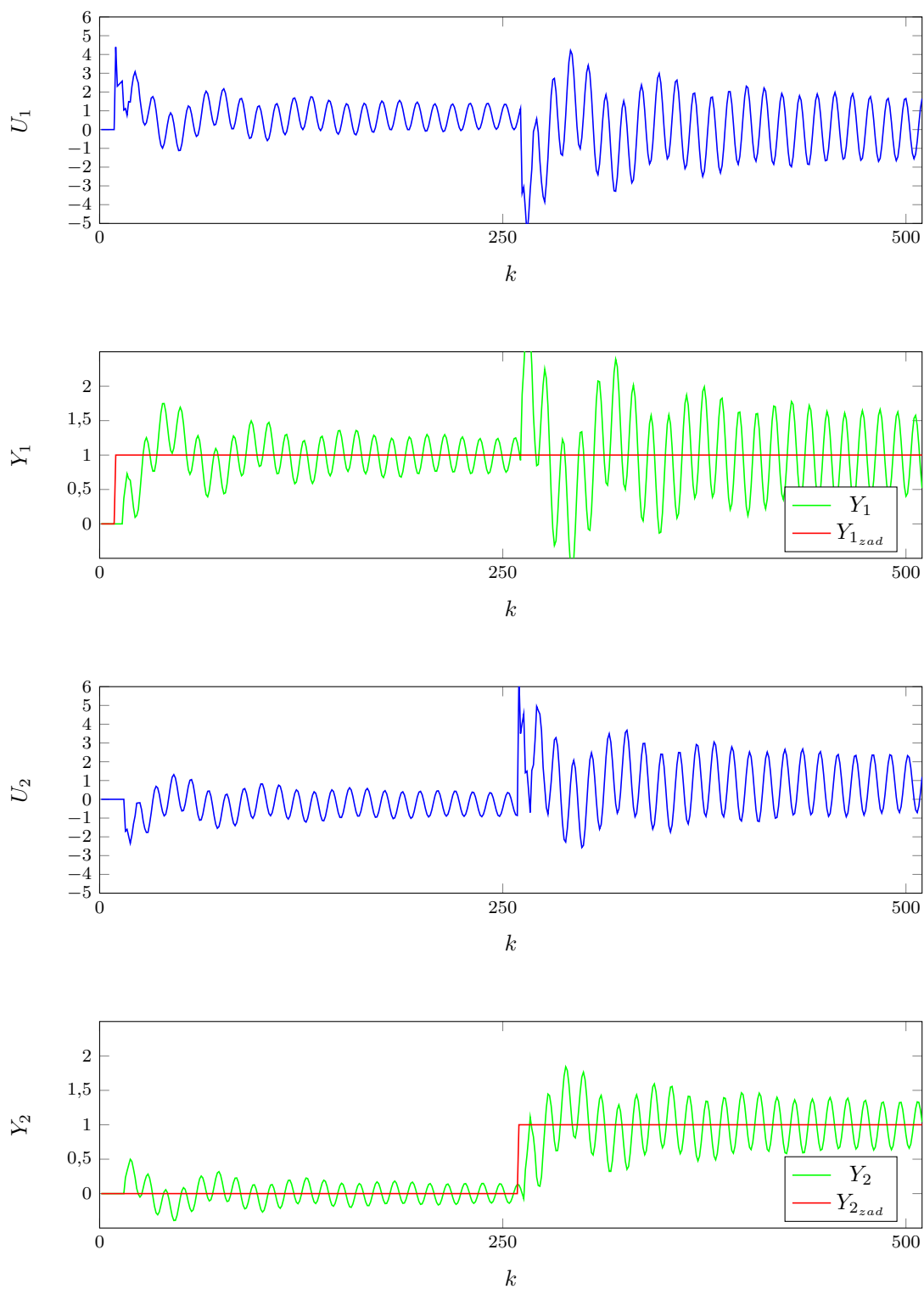
Nastawy drugiego toru wyjścia regulatora PID_2 :

$$K = 3,6, T_i = 9, T_d = 0,5$$



Rys. 5.6. Strojenie regulatora PID_2

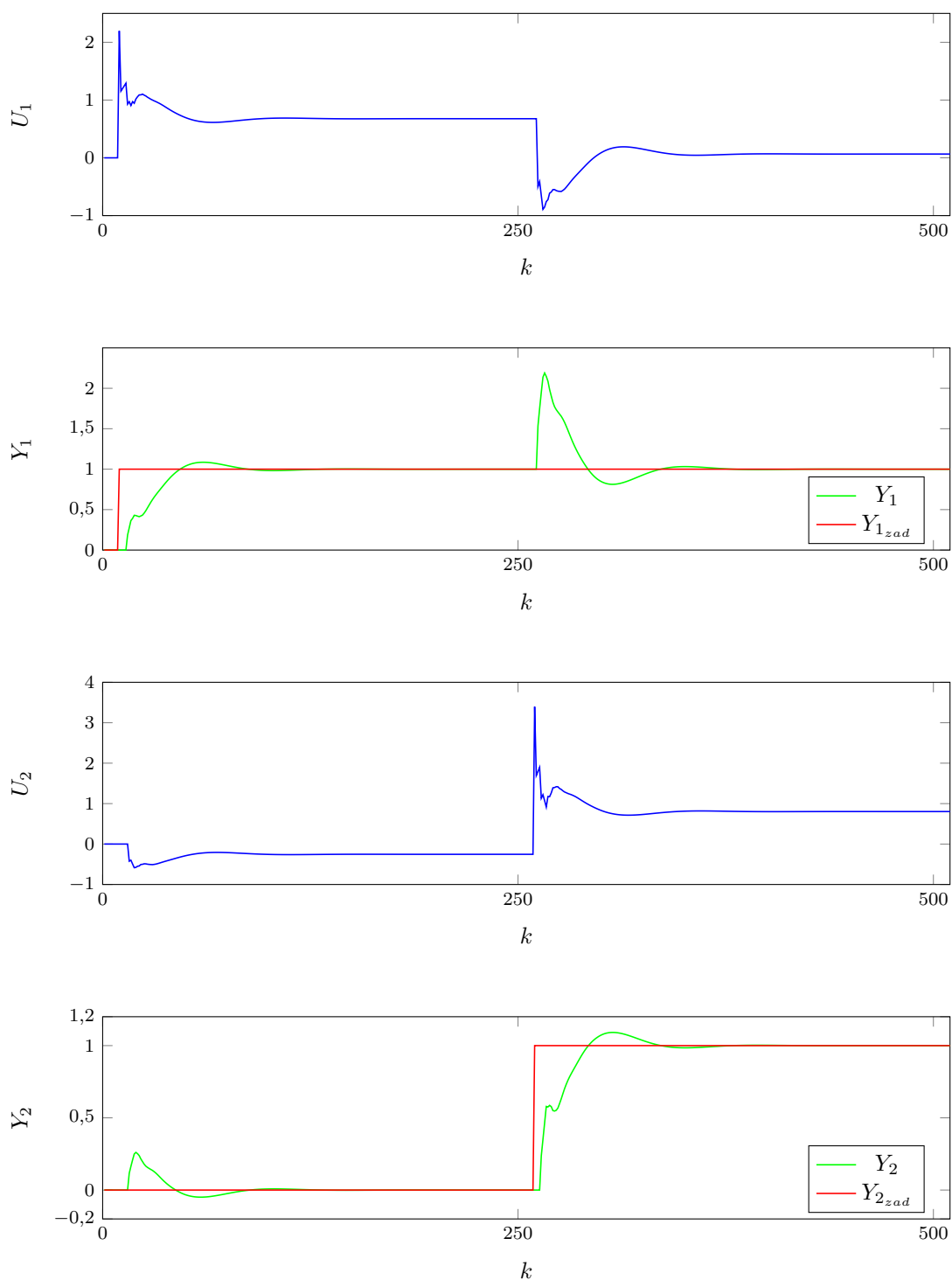
Po uruchomieniu obu dostrojonych torów wyjścia regulatora *PID* zauważamy stałe oscylacje w okolicach wartości zadanych rys. 5.7.

Rys. 5.7. Oba regulatory *PID*

Zgodnie z ideą metody inżynierskiej ponownie zmniejsziliśmy wzmocnienie obu regulatorów o połowę. Uzyskane przebiegi zaprezentowane są na rys. 5.8. Widać, że po dokonanych zmianach regulator pracuje prawidłowo. Obecne nastawy:

$$K_1 = 1,0875, T_{i_1} = 12, T_{d_1} = 0,5$$

$$K_2 = 1,8, T_{i_2} = 9, T_{d_2} = 0,5$$



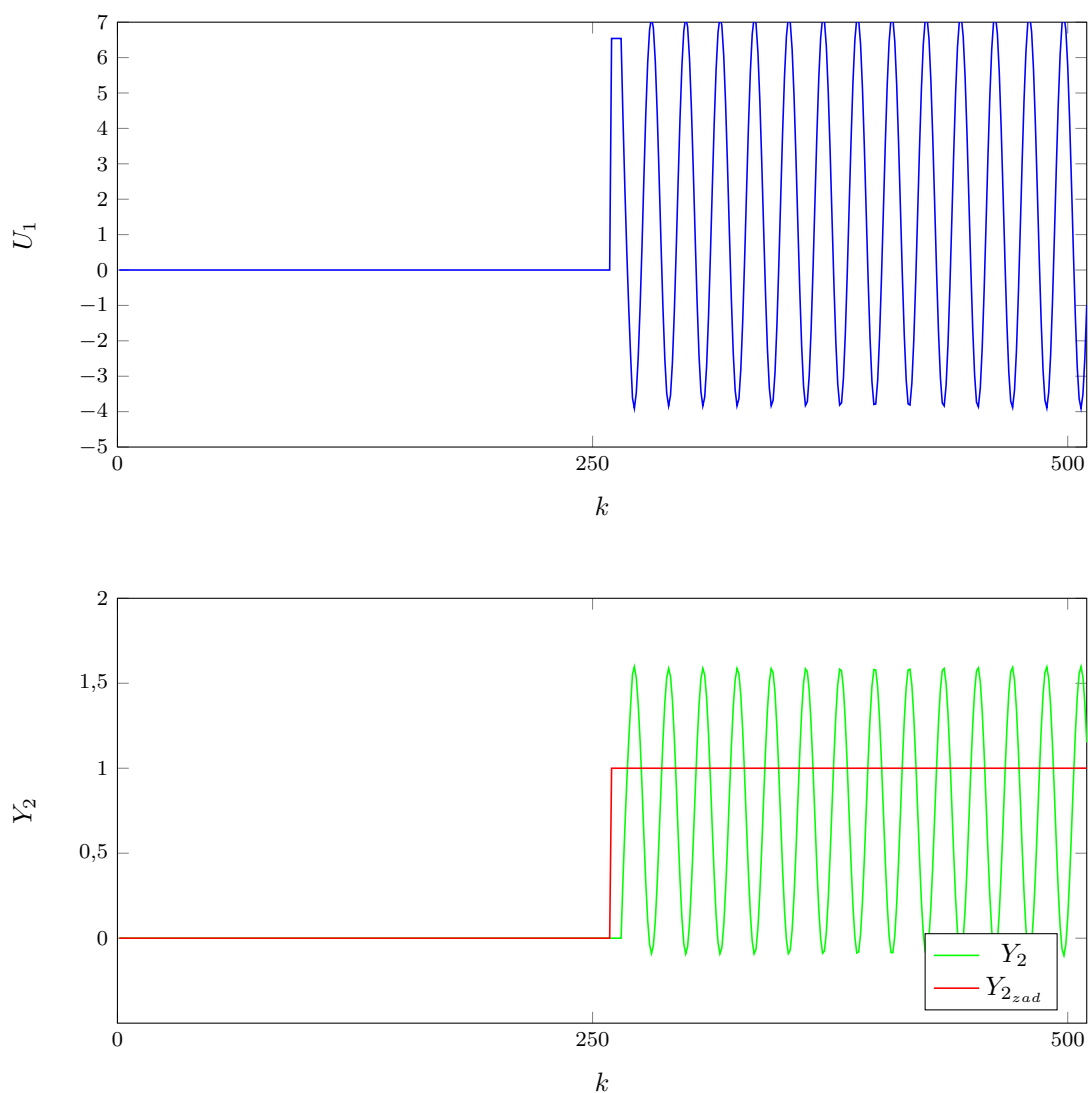
Rys. 5.8. Oba regulatory PID dostrojone

5.1.2. Wariant drugi

Drugi wariant obejmuje oddziaływanie uchybu pierwszego wyjścia na drugi sygnał sterujący, drugiego wyjścia na pierwszy sygnał sterujący.

Pierwszym krokiem strojenia regulatora jest wyłączenie drugiego wyjścia obiektu, a następnie dobranie parametrów regulatora wyłącznie dla pierwszego wyjścia. Po uzyskaniu zadawalających wyników analogicznie postępuje z wyjściem drugim. Po dostrojeniu obu torów uruchamiamy cały regulator i dokonujemy ewentualnych poprawek nastaw dla poprawy przebiegów. W trakcie strojenia obu wyjść została wykorzystana metoda inżynierska.

Rozpoczęcie strojenia toru pierwszego wyjścia rozpoczęliśmy od wprowadzenia regulatora P_1 w nieskończone oscylacje rys. 5.9. Efekt ten został uzyskany dla wzmocnienia o wartości $K_{k1} = 6.54$.

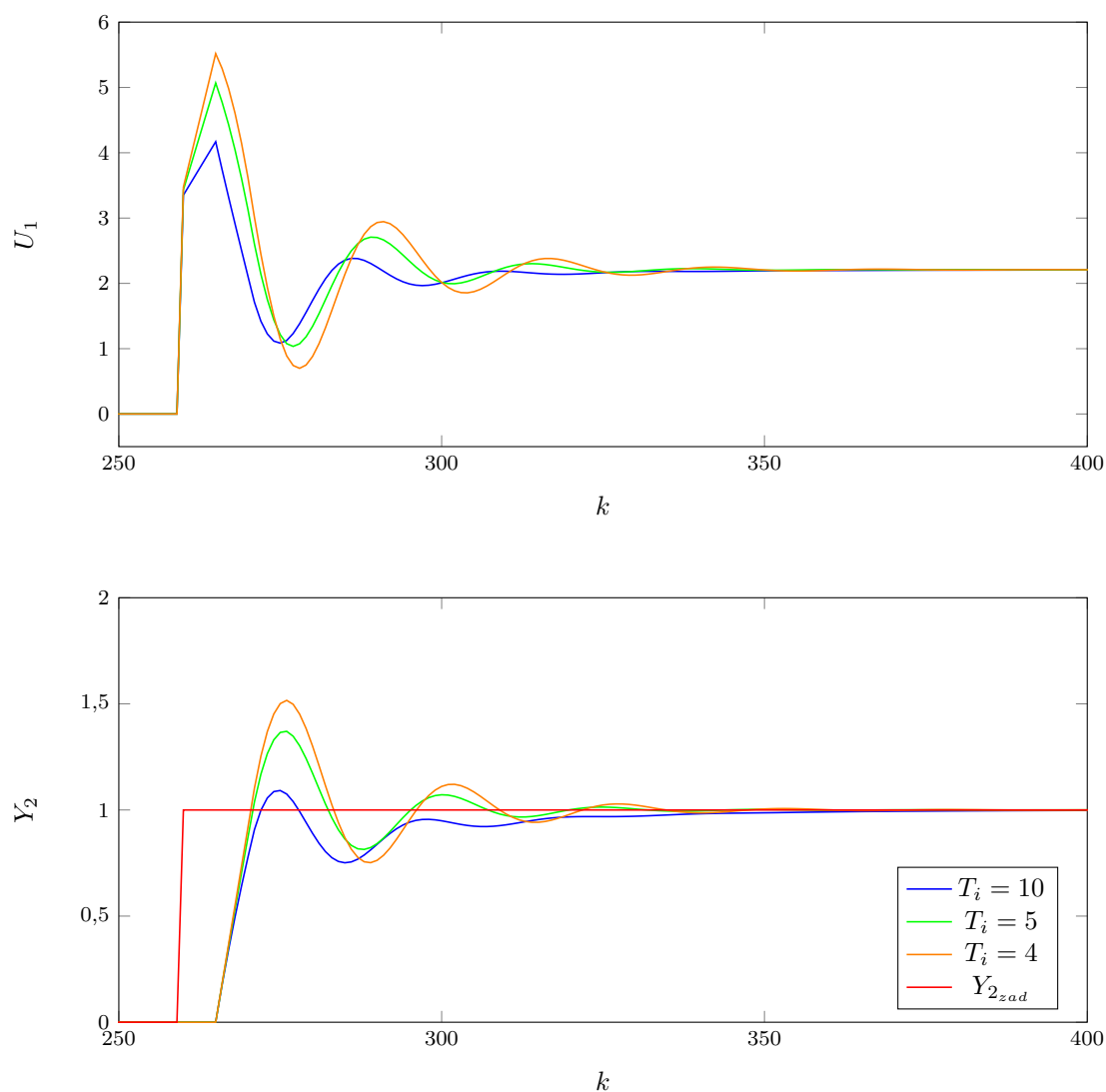


Rys. 5.9. Regulator P_1 ze stałymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_1 rys. 5.10. Przy wzmacnieniu $K_1 = 0,5K_{k_1}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych wartości wybraliśmy $T_{i_1} = 5$ jako najlepszy wynik. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 10 = 8,19$,
- $T_i = 5 = 8,44$,
- $T_i = 4 = 9,53$,

zauważamy, że najmniejszy błąd uzyskaliśmy dla $T_{i_1} = 10$, jednakże przebieg funkcji zachowuje się dość niepokojąco (oscylacje pod wartością zadaną) zdecydowaliśmy się zostać przy wartości $T_{i_1} = 5$.



Rys. 5.10. Strojenie regulatora PI_1

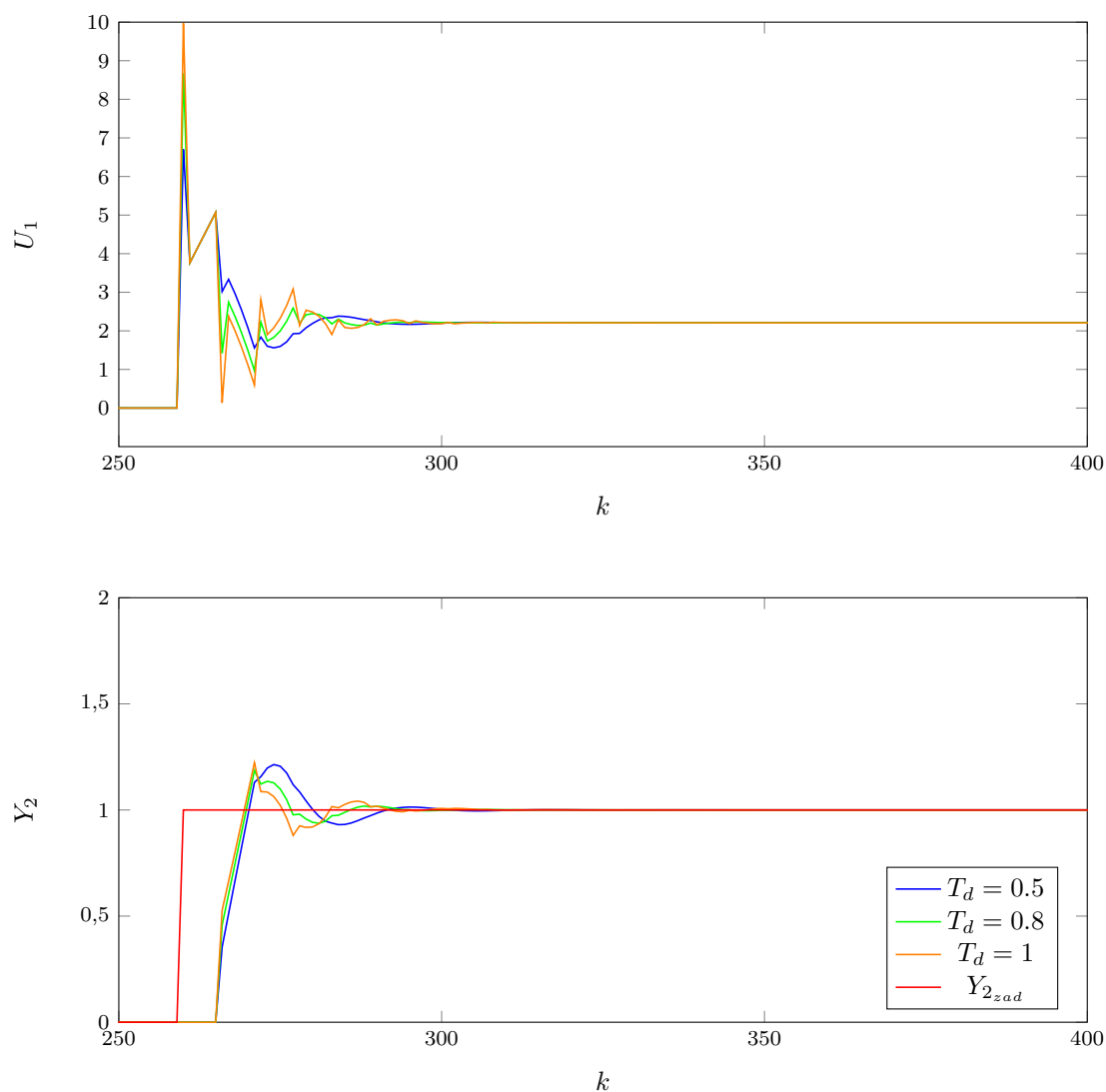
W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d1} regulatora PID_1 . Z pośród zaprezentowanych wartości rys. 5.11 najlepszy przebieg o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d1} = 0,8$. Wartości błędów :

- $T_d = 1 = 6,50$,
- $T_d = 0,8 = 6,64$,
- $T_d = 0,5 = 7,04$,

Mimo, iż z oceny ilościowej wynika najmniejsza wartość błędu dla $T_{d1} = 1$ postanowiliśmy pozostać przy wartości $T_{d1} = 0,8$, gdyż niesie ze sobą większe korzyści.

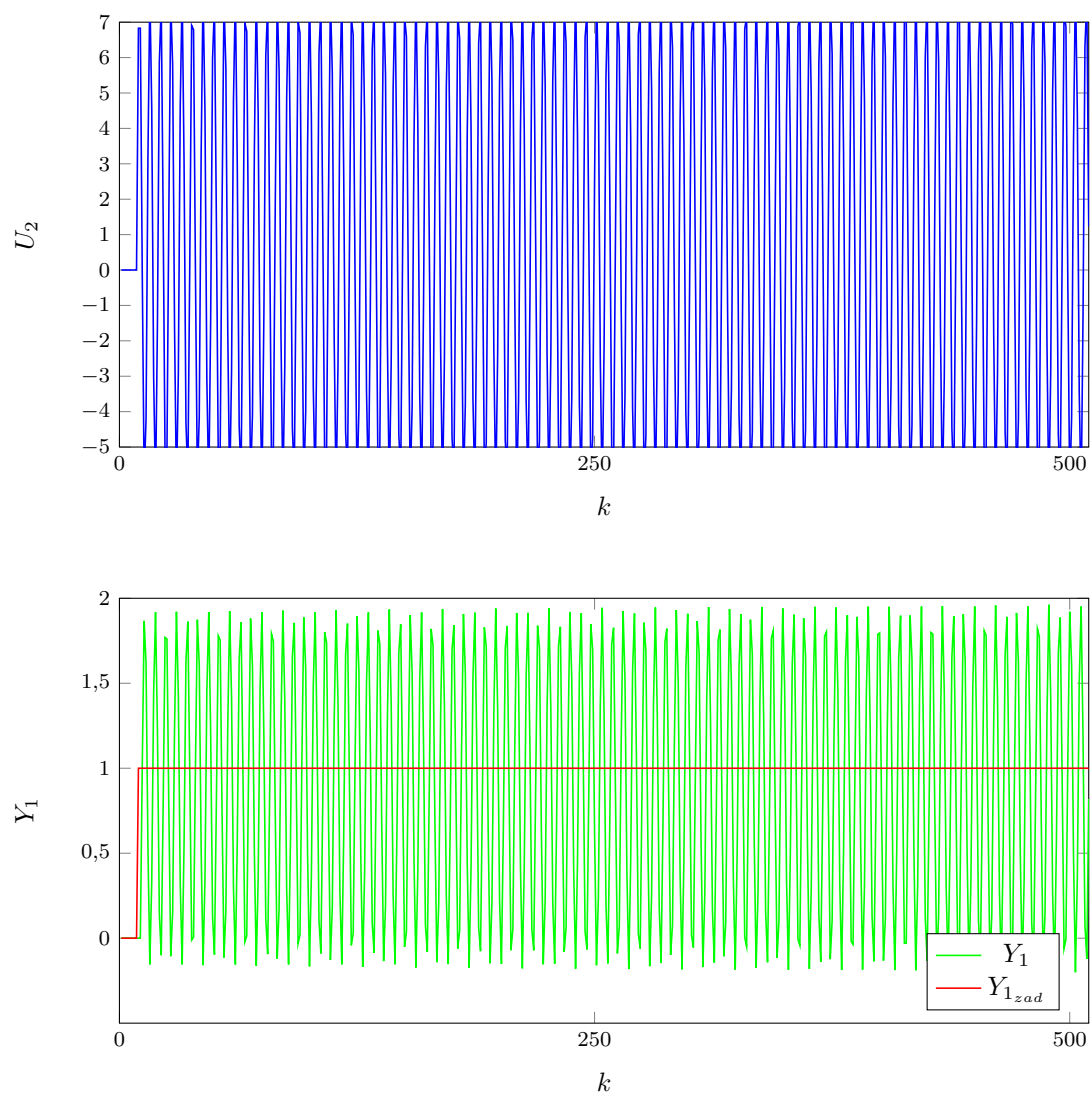
Nastawy pierwszego toru wyjścia regulatora PID_1 :

$$K = 3,27, T_i = 5, T_d = 0,8$$



Rys. 5.11. Strojenie regulatora PID_2

W tym etapie tor pierwszy został wyłączony, a przeszliśmy do strojenia drugiego toru wyjścia. W tym celu wprowadziliśmy regulator P_2 w stałe oscylacje dla $K_{k_2} = 6,83$ rys. 5.12.

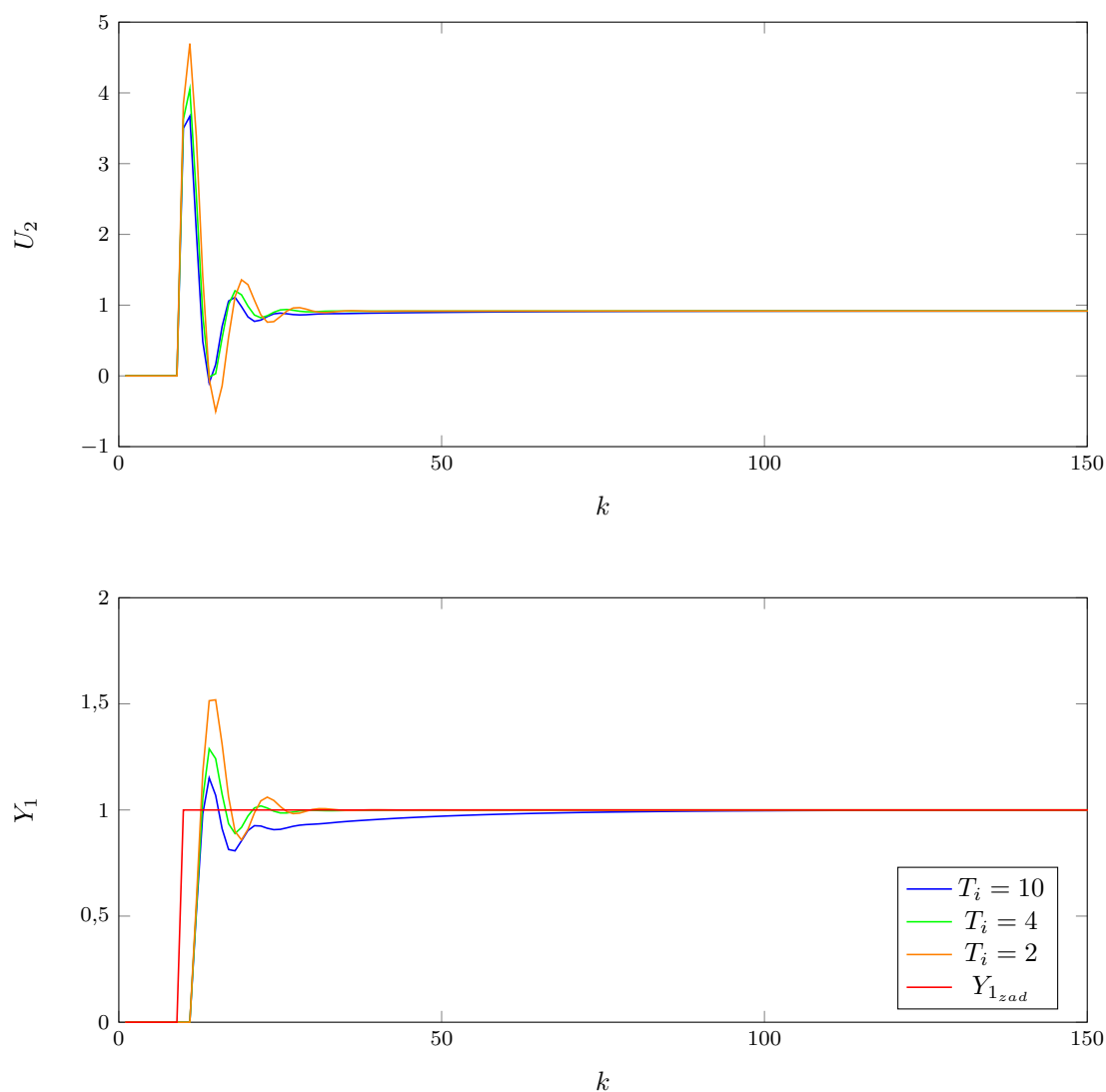


Rys. 5.12. Regulator P_2 ze stałymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_2 rys. 5.13. Przy wzmacnieniu $K_2 = 0,5K_{k_2}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych wartości wybraliśmy $T_{i_2} = 4$ jako najlepszy wynik. Można zauważyć, iż przebieg wyjścia dla wspomnianego parametru charakteryzuje się najlepszym czasem regulacji przy stosunkowo niskim przeregulowaniu. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 2 = 2,90$,
- $T_i = 4 = 2,39$,
- $T_i = 10 = 2,87$,

zauważamy, że najmniejszy wskaźnik jakości uzyskaliśmy także dla $T_{i_2} = 4$.



Rys. 5.13. Strojenie regulatora PI_2

W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d_2} regulatora PID_2 . Z pośród zaprezentowanych wartości rys. 5.14 najlepszy przebieg o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d_2} = 0,2$. Przy wartości błędów:

— $T_d = 0,3 = 2,243$,

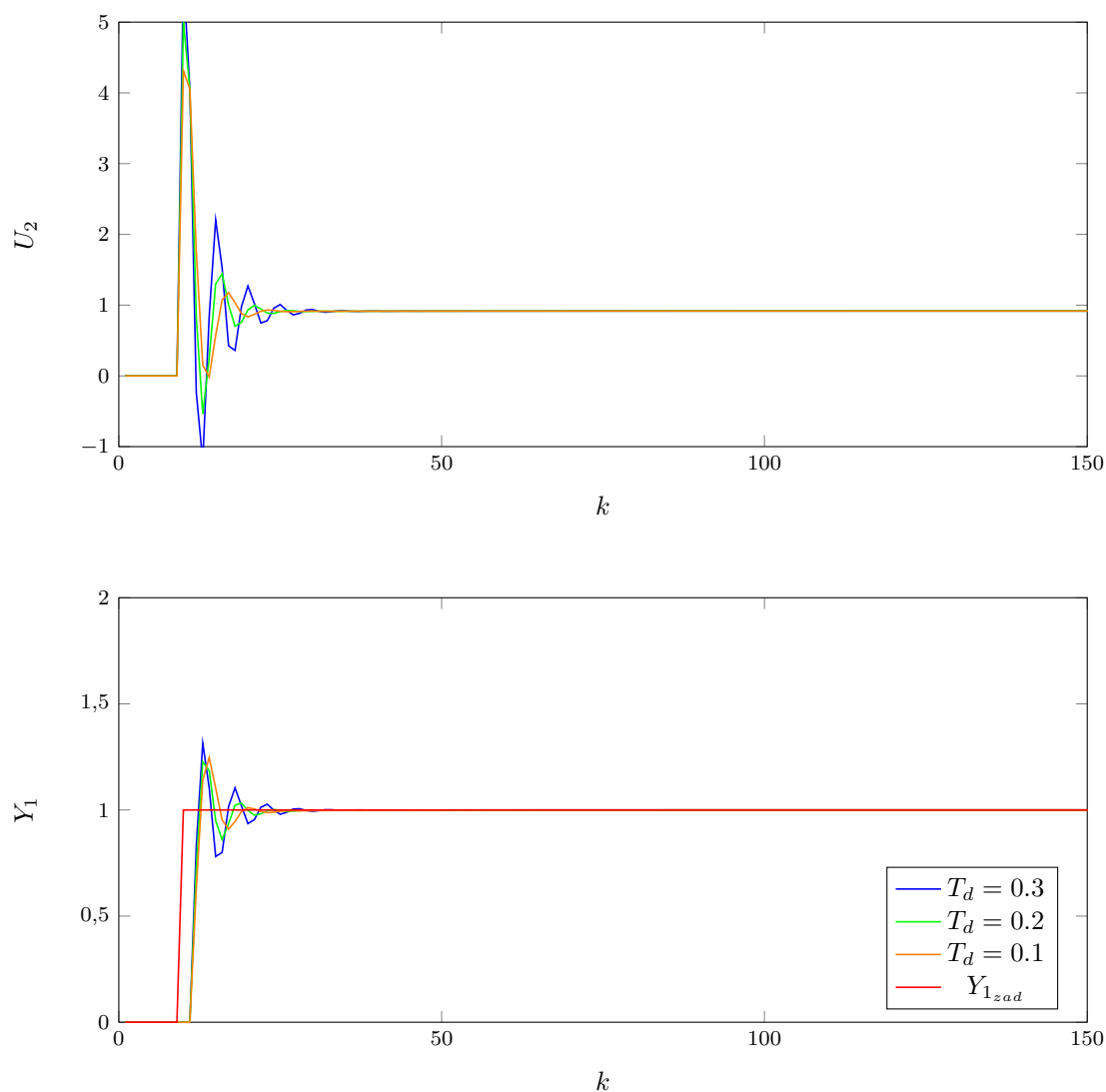
— $T_d = 0,2 = 2,18$,

— $T_d = 0,1 = 2,241$,

zauważamy, że najmniejszy wskaźnik jakości uzyskaliśmy także dla $T_{d_2} = 0,2$.

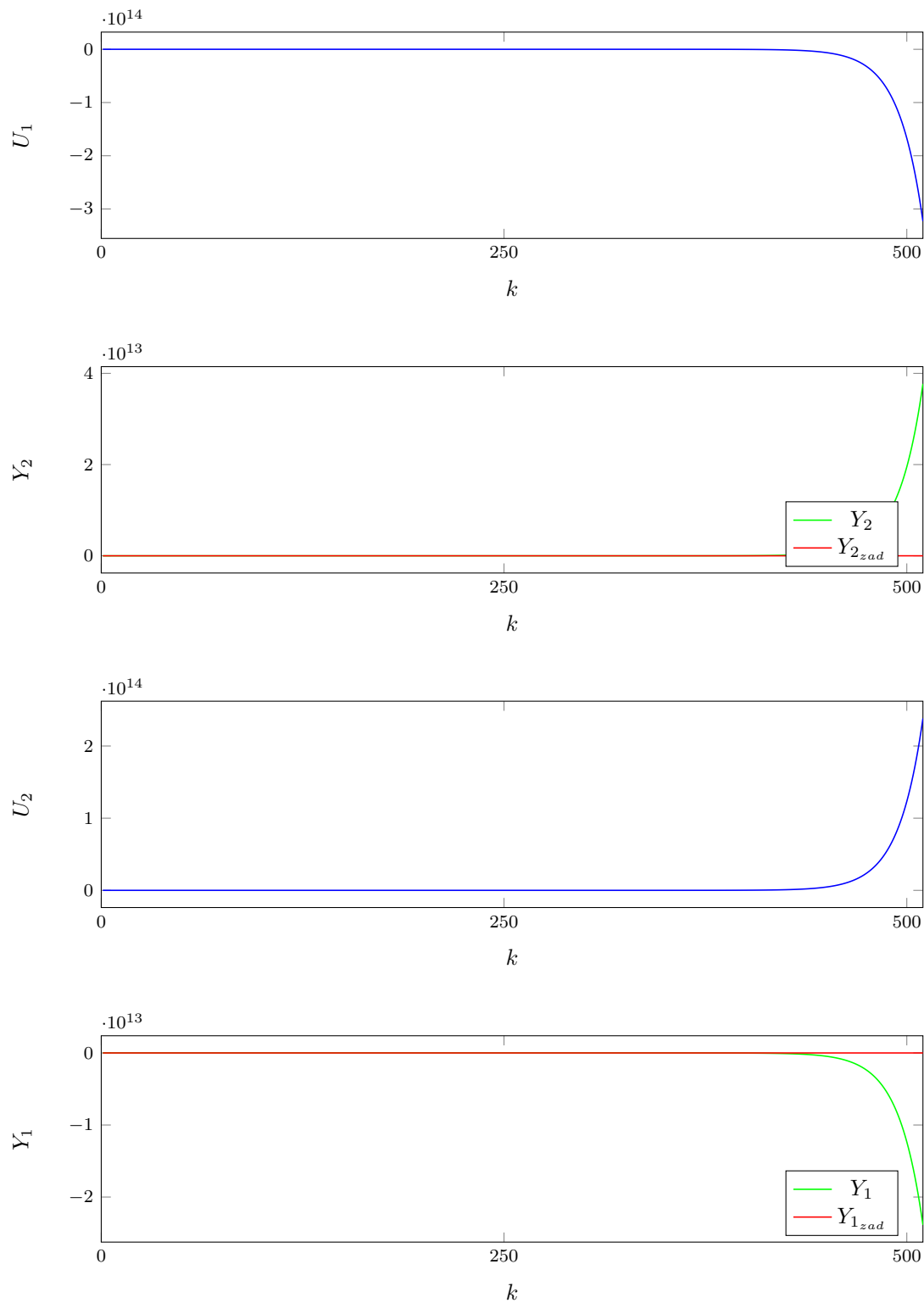
Nastawy pierwszego toru wyjścia regulatora PID_2 :

$$K = 3,415, T_i = 4, T_d = 0,2$$



Rys. 5.14. Strojenie regulatora PID_2

Po uruchomieniu obu torów regulatora okazało się, że obiekt jest nie działający i po próbie doboru lepszych nastaw rezultat nie uległ większym zmianom rys . 5.15.

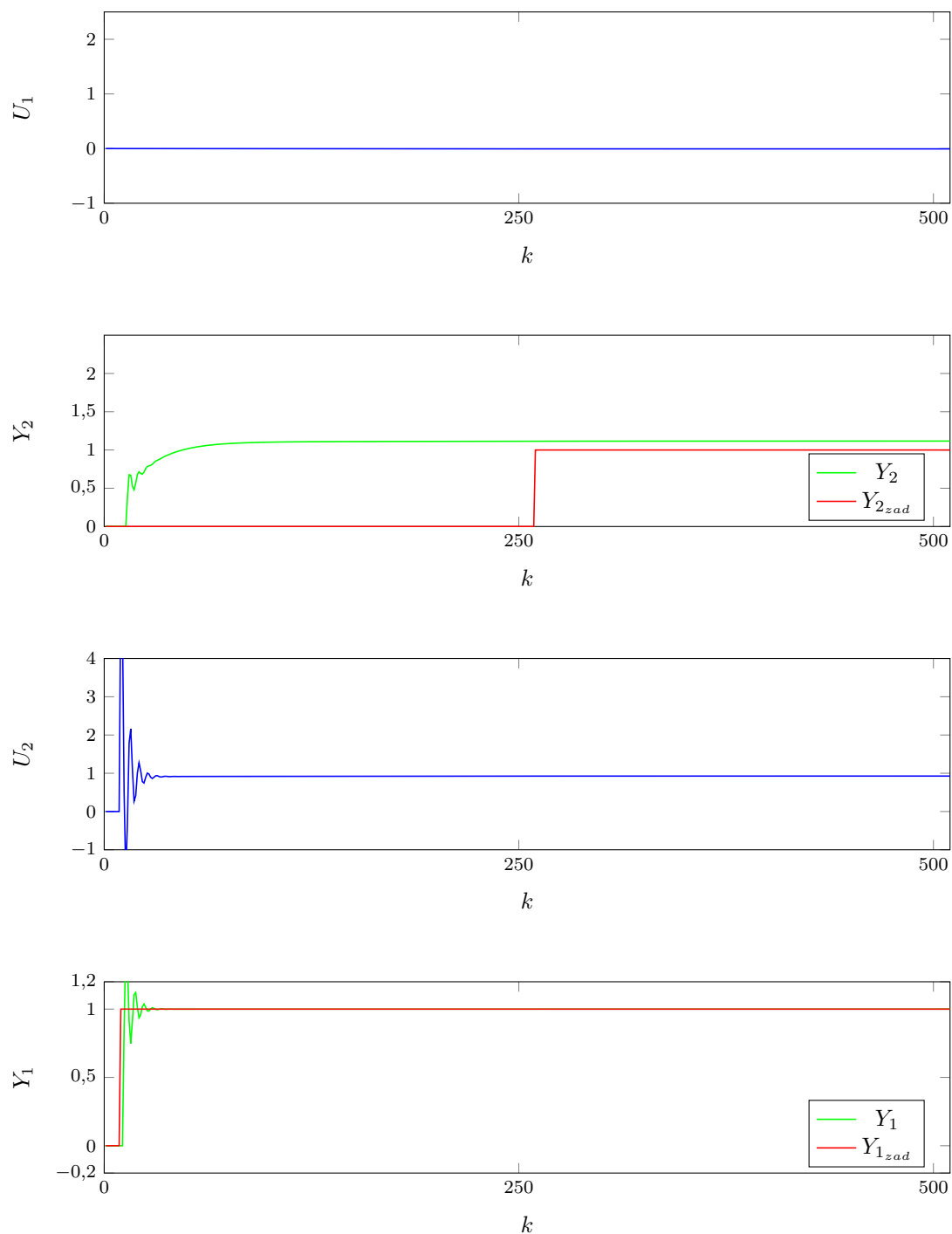


Rys. 5.15. Oba regulatory PID włączone

W celu poprawy zaistniałej sytuacji posłużyliśmy się funkcją *fmincon* do znalezienia rozwiązania optymalnego. Ku naszemu zdziwieniu funkcja ta nie podołała zadaniu i zwrócony wynik został zaprezentowany na rys. 5.16.

Wniosek :

Dla naszego obiektu wariant drugi jest nieskuteczny.

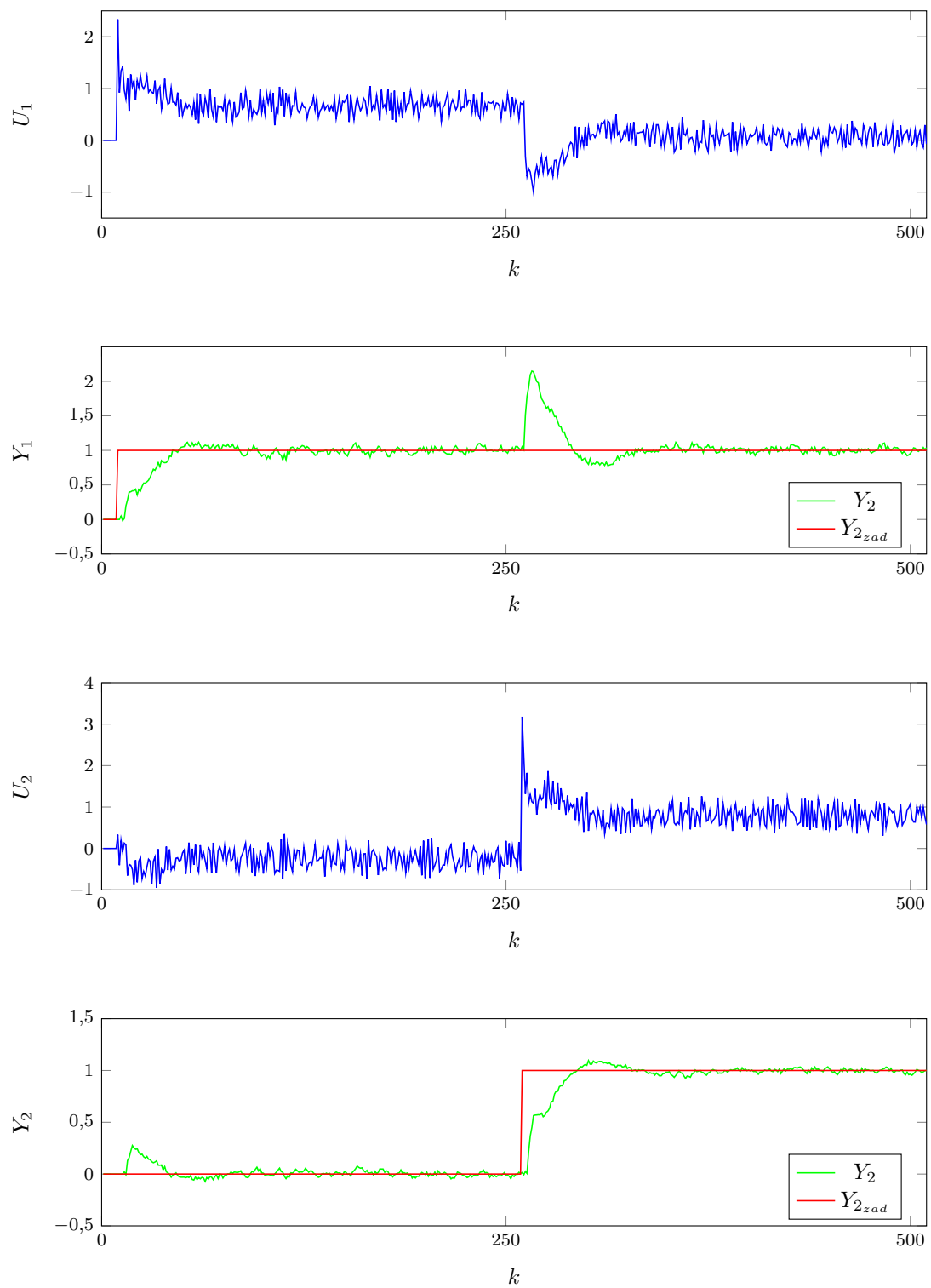


Rys. 5.16. Oba regulatory PID włączone

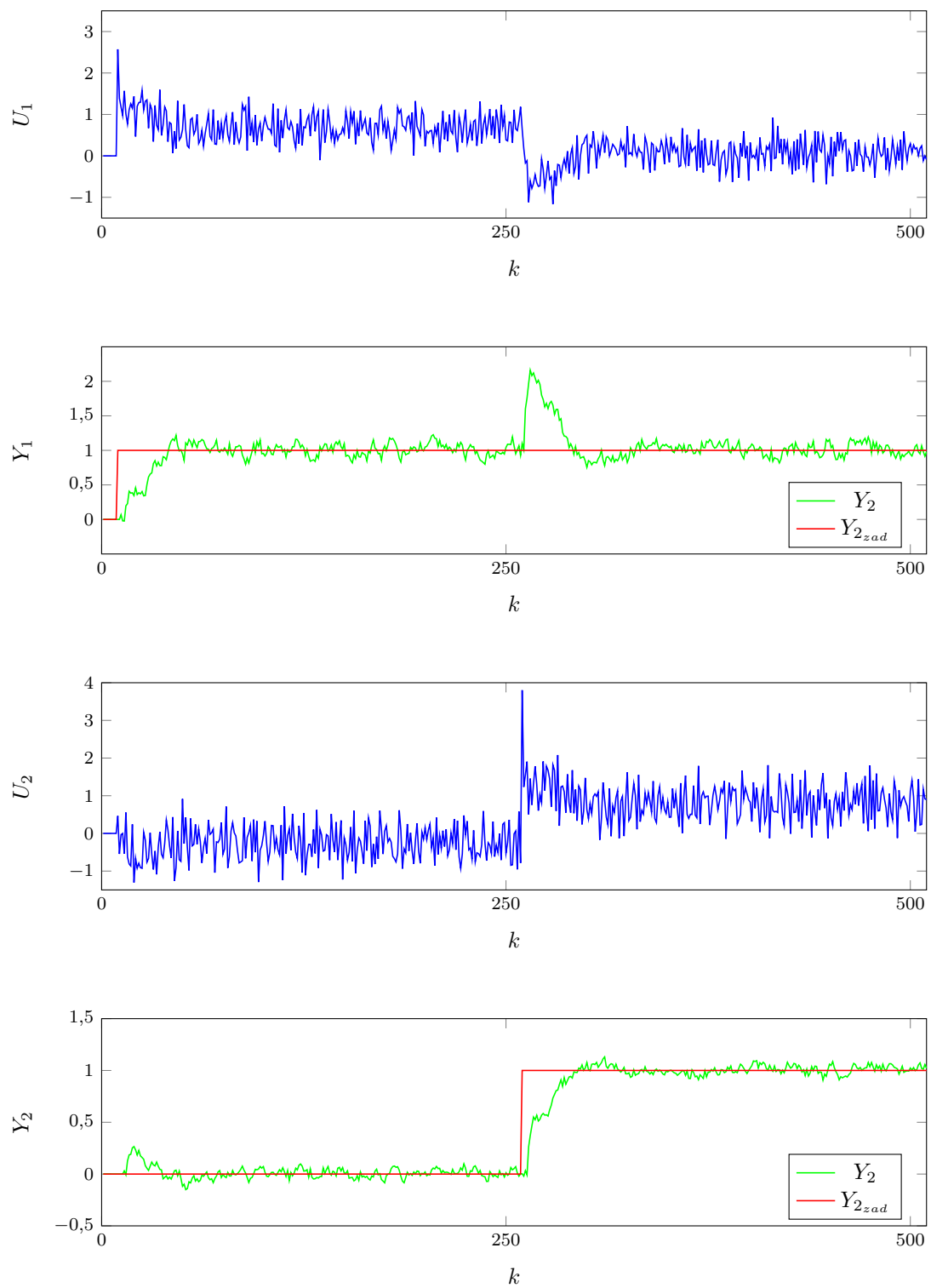
5.2. Regulator DMC

6. Zadanie 6: Algorytmy przy zaszumionym pomiarze wyjść

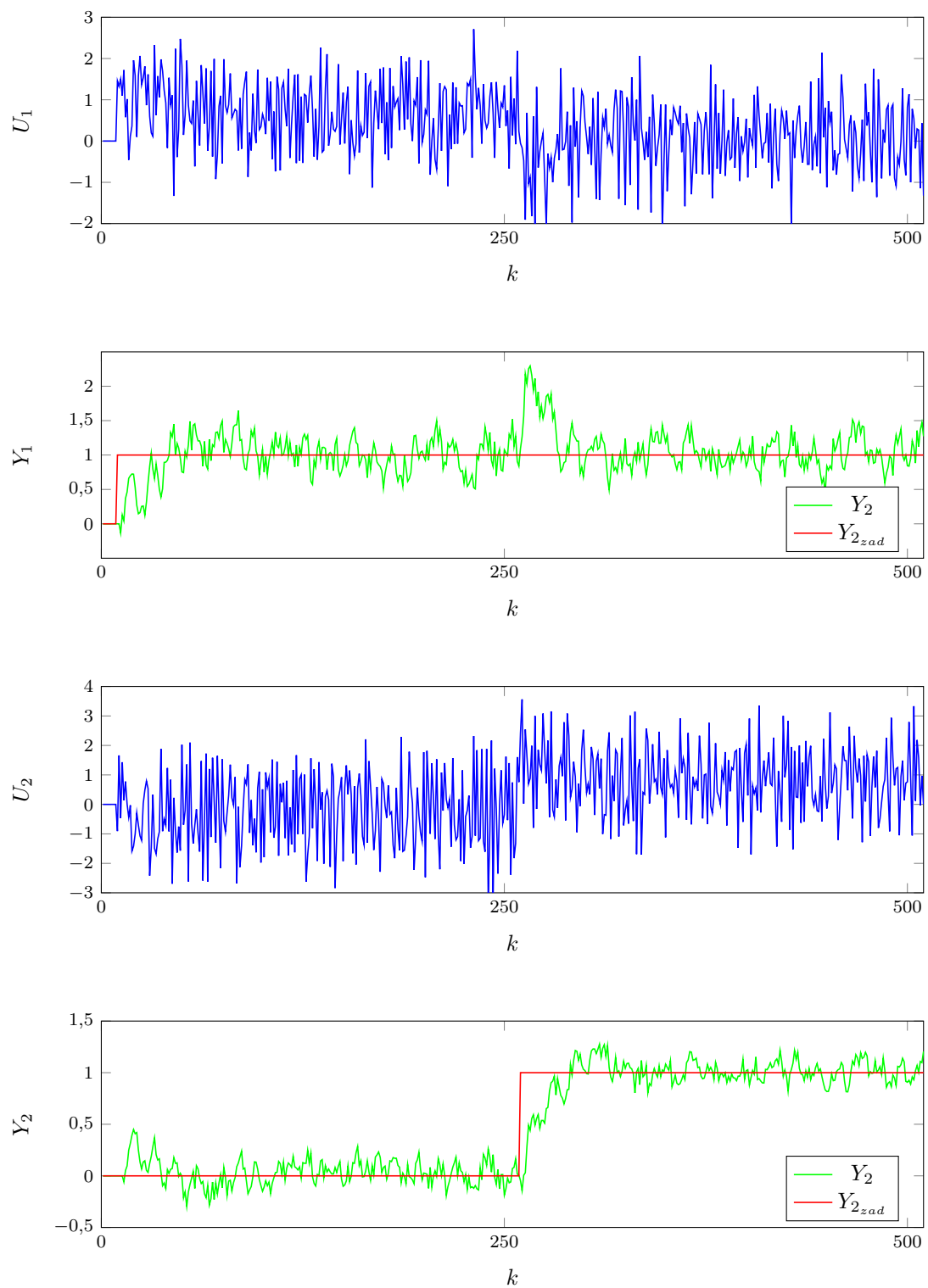
6.1. PID



Rys. 6.1. Oba regulatory PID dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1



Rys. 6.2. Oba regulatory PID dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2



Rys. 6.3. Oba regulatory PID dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5