

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 3 oraz laboratorium nr 3

Sobolewski Konrad, Różański Antoni, Giełdowski Daniel

Warszawa, 2017

Spis treści

1. Projekt: Opis obiektu	3
2. Projekt: Zadanie 1: Punkt pracy	4
3. Projekt: Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe	5
3.1. Odpowiedzi skokowe	5
3.2. Charakterystyka statyczna	6
3.3. Charakterystyka dynamiczna	8
4. Projekt: Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe	9
5. Projekt: Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC	10
5.1. Cyfrowy algorytm PID	10
5.2. Analityczny algorytm DMC	10
6. Projekt: Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC	13
6.1. Regulator PID	13
6.1.1. Wariant pierwszy	13
6.1.2. Wariant drugi	21
6.2. Regulator DMC	29
7. Projekt: Zadanie 6: Algorytmy przy zaszumionym pomiarze wyjść	34
7.1. PID	34
7.1.1. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1	34
7.1.2. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2	36
7.1.3. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5	37
7.1.4. Wnioski	39
7.2. DMC	39
7.2.1. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1	39
7.2.2. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2	41
7.2.3. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5	42
7.2.4. Wnioski	43
8. Projekt: Zadanie 7: Odporność algorytmu na zakłócenie skokowe	44
8.1. PID	44
8.2. DMC	48
9. Laboratorium: Opis obiektu	52
10. Laboratorium: Zadanie 1: Punkt pracy	53
11. Laboratorium: Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe	54
11.1. Skrośnię odpowiedzi skokowe	54
11.2. Właściwości statyczne obiektu	55
11.3. Charakterystyki statyczne procesu $T1(G1, G2)$, $T3(G1, G2)$	56
12. Laboratorium: Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe	59
13. Laboratorium: Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC	64
13.1. Cyfrowy algorytm PID	64
13.2. Analityczny algorytm DMC	64
14. Laboratorium: Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC	67
14.1. Regulator PID	67
14.1.1. Początkowe nastawy	67
14.1.2. Korygowanie nastaw	69
14.1.3. Finalne nastawy	70

14.2. Laboratorium: Regulator DMC	71
14.2.1. Początkowe nastawy	71
14.3. Korekta parametru N_u	73
14.4. Korekta parametru λ	75
14.5. Podsumowanie	76

1. Projekt: Opis obiektu

Obiekt dwuwymiarowy używany w projekcie opisany jest danymi przez prowadzącego funkcjami:

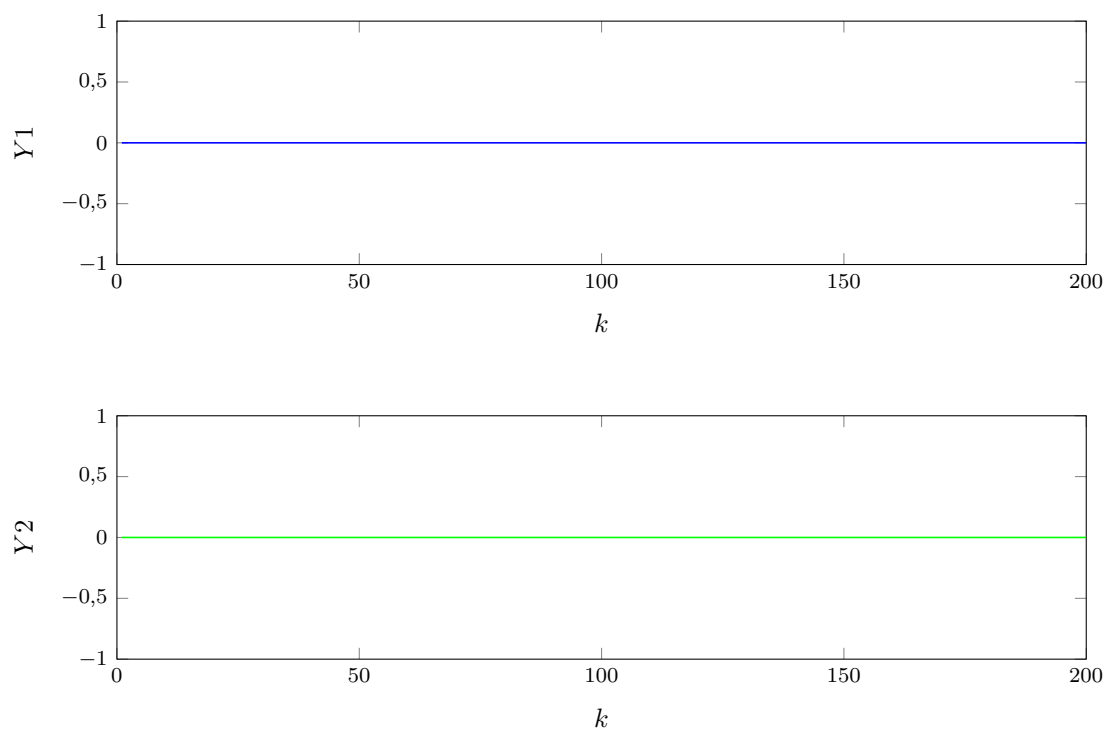
$$Y1(k) = \text{symulacja_obektu3y1}(U1(k-5), U1(k-6), U2(k-2), U2(k-3), Y1(k-1), Y1(k-2)) \quad (1.1)$$

$$Y2(k) = \text{symulacja_obektu3y2}(U1(k-6), U1(k-7), U2(k-4), U2(k-5), Y2(k-1), Y2(k-2)) \quad (1.2)$$

gdzie k jest aktualną chwilą symulacji sygnału próbkowanego. Wartość sygnałów w punkcie pracy (w stanie ustalonym) mają wartość $u = y = z = 0$. Okres próbkowania obiektu wynosi $T_p = 0,5s$.

2. Projekt: Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było zweryfikowanie poprawności punktu pracy obiektu. Udało się to osiągnąć za pomocą prostego sprawdzenia, przy jakiej wartości wyjścia stabilizuje się obiekt przy stałych sterowaniach, równym ich wartościom w punkcie pracy ($U1_{pp} = 0$, $U2_{pp} = 0$). Eksperyment potwierdził wcześniej podaną wartość wyjścia ($Y_{pp} = 0$), a jego przebieg obrazuje wykres 2.1.

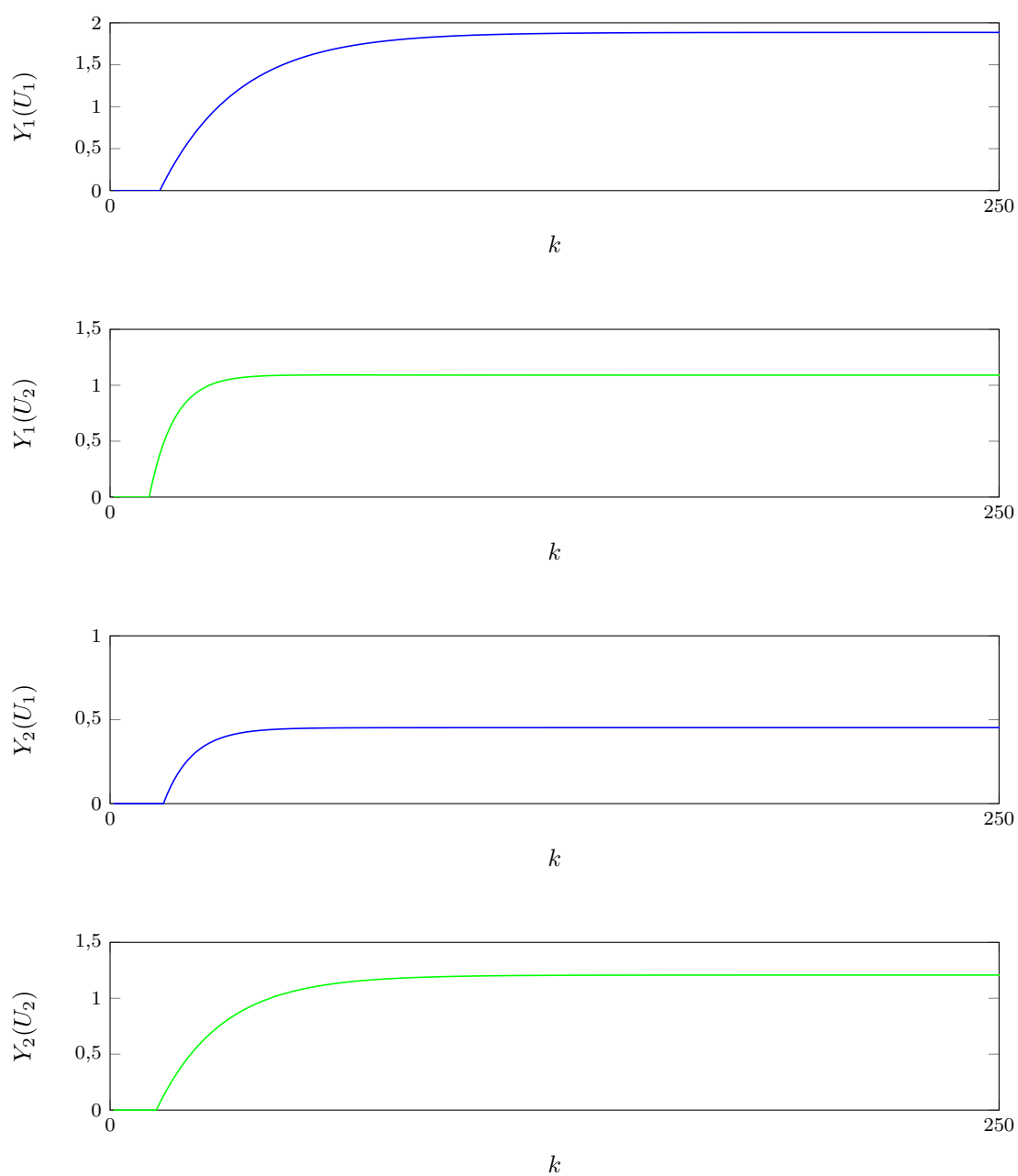


Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy

3. Projekt: Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

3.1. Odpowiedzi skokowe

W tej części projektu należało wyznaczyć symulacyjnie odpowiedzi skokowe dla wszystkich czterech torów (rys. 3.1). Eksperyment zakładał, iż obiekt będzie na początku w punkcie pracy, a następnie w chwili $k = 10$ zostanie wykonany skok jednostkowy.

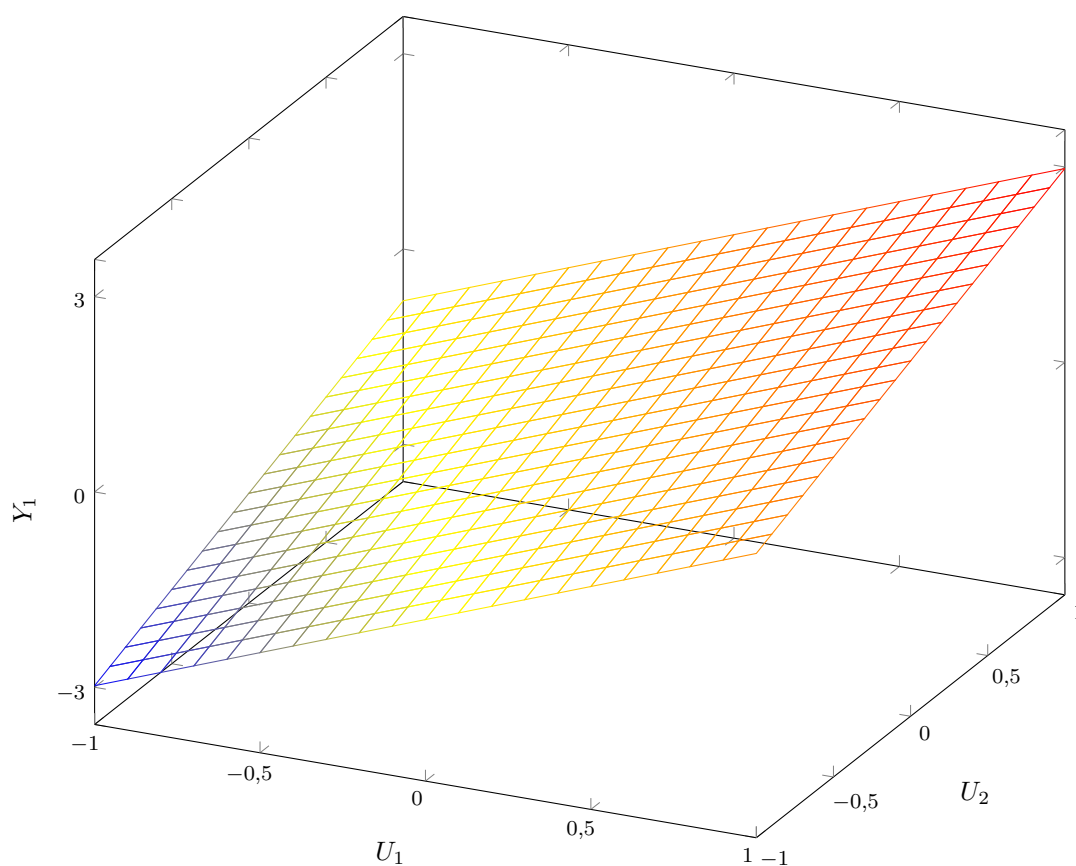


Rys. 3.1. Odpowiedzi skokowe

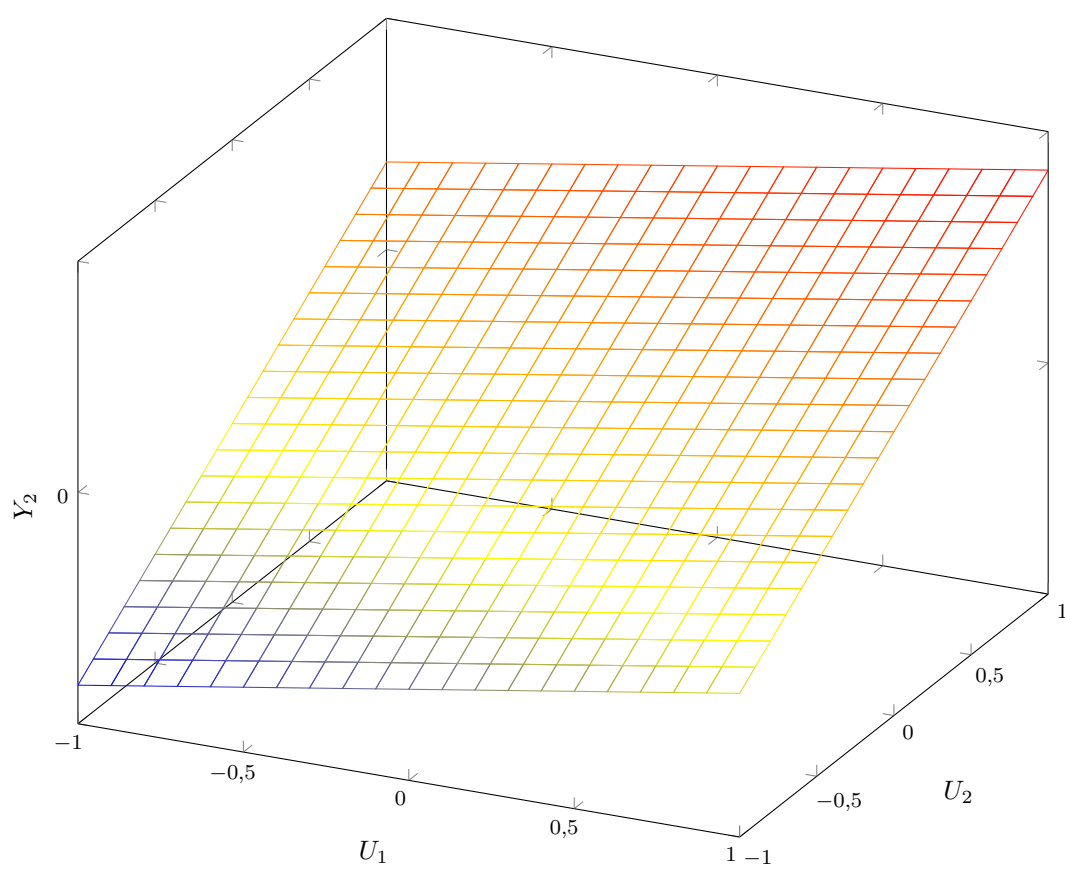
3.2. Charakterystyka statyczna

Poniżej została zaprezentowana charakterystyka statyczna dla procesu $y_1(u_1, u_2)$ (rys. 3.2) oraz $y_2(u_1, u_2)$ (rys. 3.3). Na podstawie zawartych wykresów można wywnioskować, że właściwości statyczne procesu są liniowe. Wzmocnienia statyczne są równe wartościom końcowych odpowiedzi skokowych i wynoszą odpowiednio:

- $\text{Tor } Y_1(U_1) = 1,8857$
- $\text{Tor } Y_1(U_2) = 0,4258$
- $\text{Tor } Y_2(U_1) = 1,0905$
- $\text{Tor } Y_2(U_2) = 1,2076$



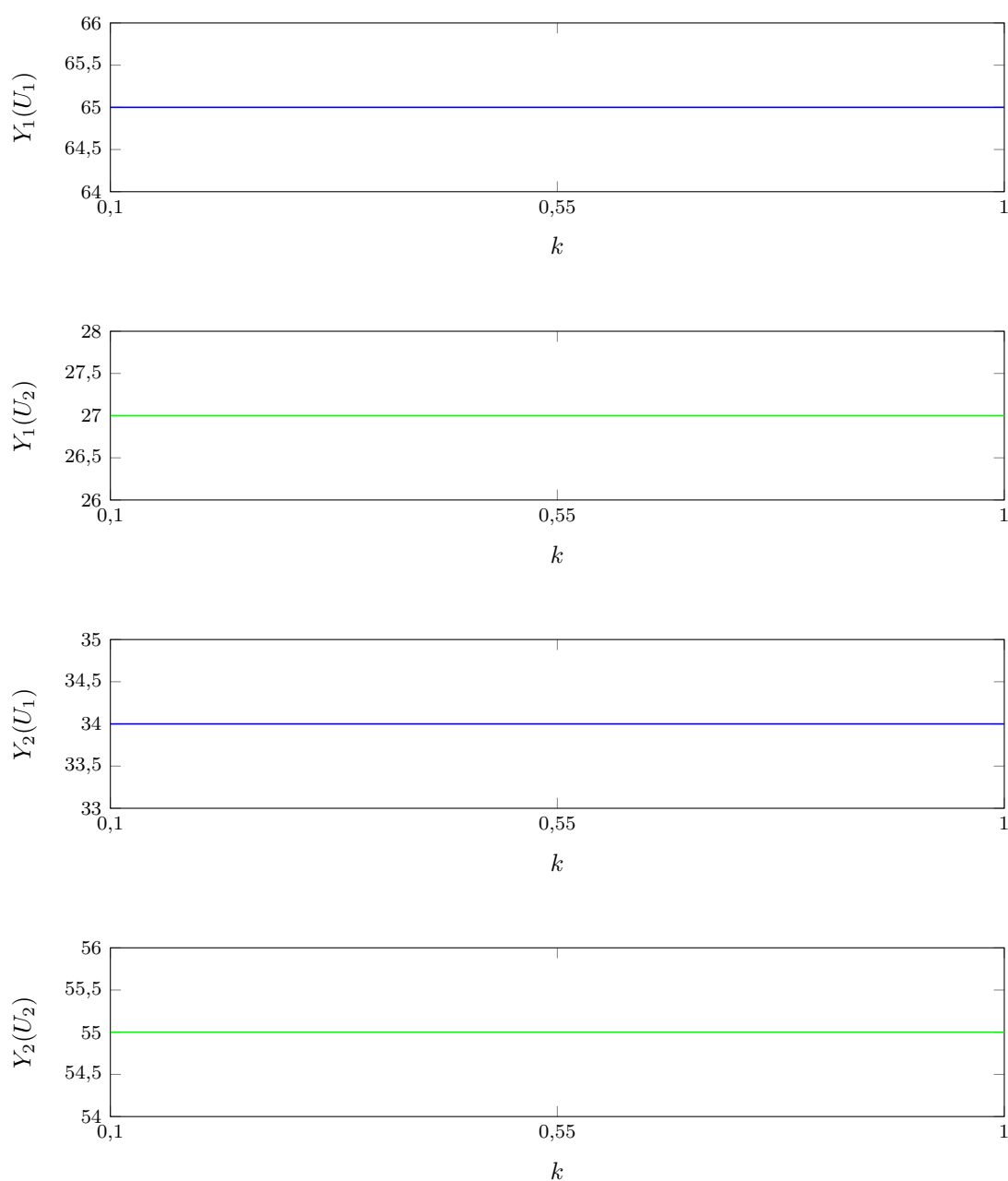
Rys. 3.2. $y_1(u_1, u_2)$

Rys. 3.3. $y_2(u_1, u_2)$

3.3. Charakterystyka dynamiczna

Charakterystyka dynamiczna została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Zmierzone zostało, po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjść obiektu i punktu pracy Y_{pp} wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości wyjść obiektu $Y(k)$. Z otrzymanych danych wynika, że charakterystyka dynamiczna jest liniowa, gdzie ilość kroków była następująca (rys. 3.4):

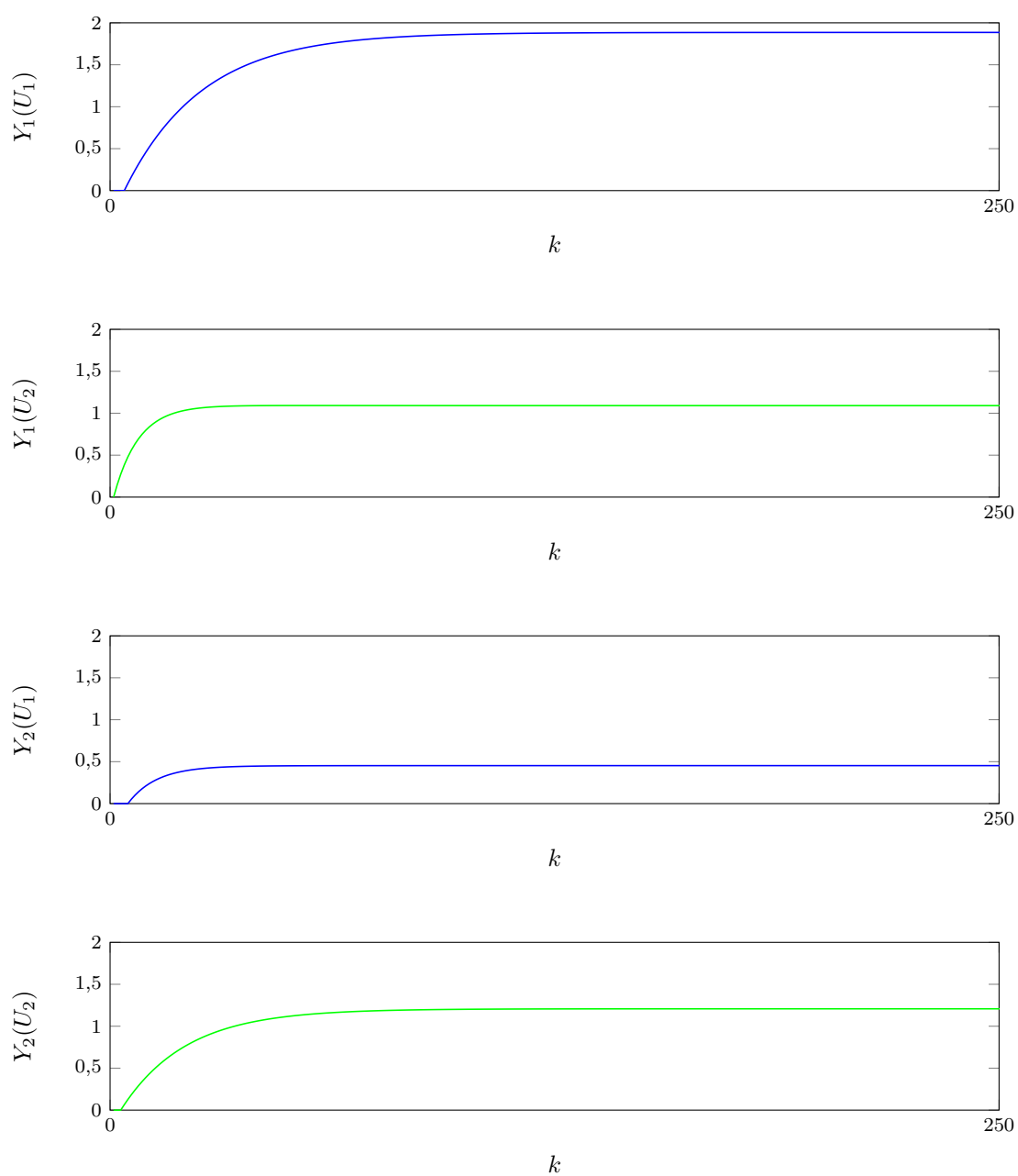
- Tor $Y_1(U_1) = 65$ kroków,
- Tor $Y_1(U_2) = 27$ kroków,
- Tor $Y_2(U_1) = 34$ kroków,
- Tor $Y_2(U_2) = 55$ kroków.



Rys. 3.4. Charakterystyka dynamiczna

4. Projekt: Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Przedstawione odpowiedzi skokowe na rys. 4.1 zostały wykonane przez wykonanie skoku jednostkowego na wszystkich torach oraz obcięcie pierwszych 10 próbek, gdyż zmiana sterowania odbywała się w 10 kroku. Z tego wynika, że wykresy startują od chwili $k = 11$.



Rys. 4.1. Znormalizowane odpowiedzi skokowe

5. Projekt: Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC

5.1. Cyfrowy algorytm PID

W projekcie został wykorzystany regulator cyfrowy *PID*, którego parametry są opisane poniższymi wzorami, gdzie K - wzmocnienie członu P, T_p - czas próbkowania, T_i - czas zdwojenia członu całkującego I , T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego D , n_u - ilość sterowań, n_y - ilość wyjść.

$$r_0^j = K^j * (1 + T_p/(2 * T_i^j) + T_d^j/T_p) \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (5.1)$$

$$r_1^j = K^j * (T_p/(2 * T_i^j) - 2 * T_d^j/T_p - 1) \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (5.2)$$

$$r_2^j = K * T_d^j/T_p \quad \forall j \in \langle 1, n_u \rangle \quad (5.3)$$

W każdej iteracji pętli sterowania są obliczane uchyby wyjść obiektu.

$$e(k)^j = Y^{\text{zad}}(k)^j - Y(k)^j \quad \forall j \in \langle 1, n_y \rangle \quad (5.4)$$

Sterowania regulatora zostają wyliczone na bieżącą chwilę przy użyciu wzoru:

$$U(k)^j = r_2^j * e(k-2)^i + r_1^j * e(k-1)^i + r_0^j * e(k)^i + U(k-1)^j \quad \text{gdzie} \quad j \in \langle 1, n_u \rangle, \quad i \in \langle 1, n_y \rangle \quad (5.5)$$

5.2. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y_1^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (5.8)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y^{\text{zad}}(k|k) \\ \vdots \\ y^{\text{zad}}(k|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y \times 1} \quad (5.10)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y \times 1} \quad (5.11)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u \times 1} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{S}_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} & \dots & s_l^{1n_u} \\ s_l^{21} & s_l^{22} & \dots & s_l^{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{n_y 1} & s_l^{n_y 2} & \dots & s_l^{n_y n_u} \end{bmatrix}_{n_y \times n_u}, l = 1, \dots, D. \quad (5.13)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times (N_u \times n_u)} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times ((D-1) \times n_u)} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (5.16)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (5.17)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (5.18)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P \quad (5.19)$$

gdzie:

$$e(k) = y^{\text{zad}}(k) - y(k) \quad (5.20)$$

Ponieważ nasze $n_u = 2$ i $n_y = 2$ to:

$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} k_e^1 & k_e^2 \\ k_e^3 & k_e^4 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Dla nieparzystych j k_e^j to suma nieparzystych elementów $(j+1)/2$ -tego wiersza macierzy \mathbf{K} . Dla parzystych j k_e^j to suma parzystych elementów $j/2$ -tego wiersza macierzy \mathbf{K} .

$$k_u = kM^P \quad (5.22)$$

k to oznaczenie macierzy będącej n_u początkowymi wierszami macierzy K (u nas 2 pierwsze wiersze). Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

6. Projekt: Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC

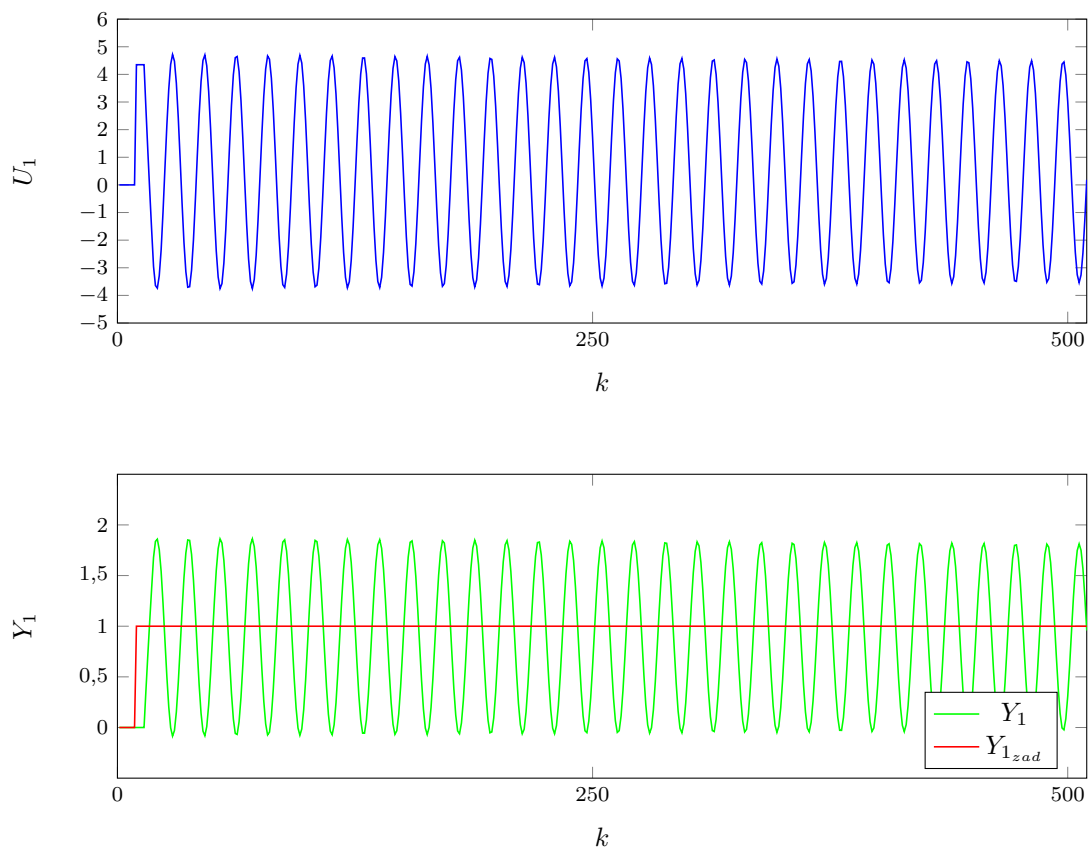
6.1. Regulator PID

6.1.1. Wariant pierwszy

Pierwszy wariant obejmuje oddziaływanie uchybu pierwszego wyjścia na pierwszy sygnał sterujący oraz drugiego wyjścia na drugi sygnał sterujący.

Pierwszym krokiem strojenia regulatora jest wyłączenie jednego z regulatorów i następnie dobranie parametrów drugiego regulatora. Po uzyskaniu zadawalających wyników analogicznie postępuje z drugim regulatorem. Po oddzielnym dostrojeniu obu regulatorów możemy uruchomić je jednocześnie i dokonać ewentualnych poprawek nastaw w celu poprawy przebiegów. W trakcie strojenia obu regulatorów została wykorzystana metoda inżynierska.

Rozpoczęcie strojenia pierwszego regulatora P_1 rozpoczęliśmy od wprowadzenia go w niegasnące oscylacje (rys. 6.1). Efekt ten został uzyskany dla wzmocnienia o wartości $K_{k_1} = 4,35$.

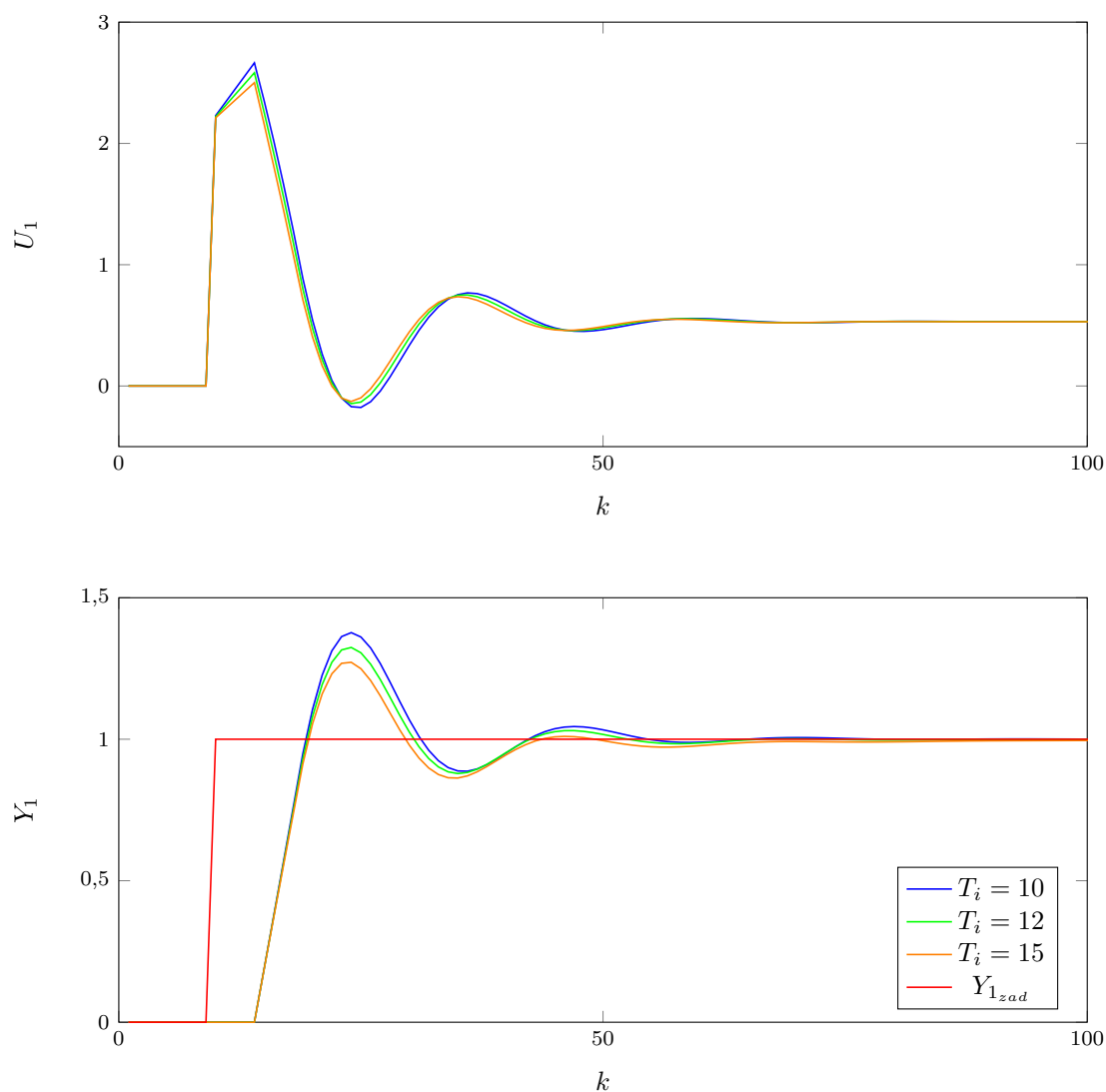


Rys. 6.1. Regulator P_1 z niegasącymi oscylacjami

Następny krok polegał na doborze parametru PI_1 (rys. 6.2). Przy wzmacnieniu $K_1 = 0,5K_{k1}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych poniżej wartości wybraliśmy $T_{i1} = 12$ jako najlepszy wynik. Można zauważyć, że przebieg wyjścia dla wspomnianego parametru charakteryzuje się najlepszym czasem regulacji przy stosunkowo niskim przeregulowaniu. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 10 = 168,88$,
- $T_i = 12 = 168,41$,
- $T_i = 15 = 167,98$,

zauważamy, że różnice między nimi są bardzo małe. Z tego powodu głównym aspektem wyboru była ocena jakościowa przebiegu.



Rys. 6.2. Strojenie regulatora PI_1

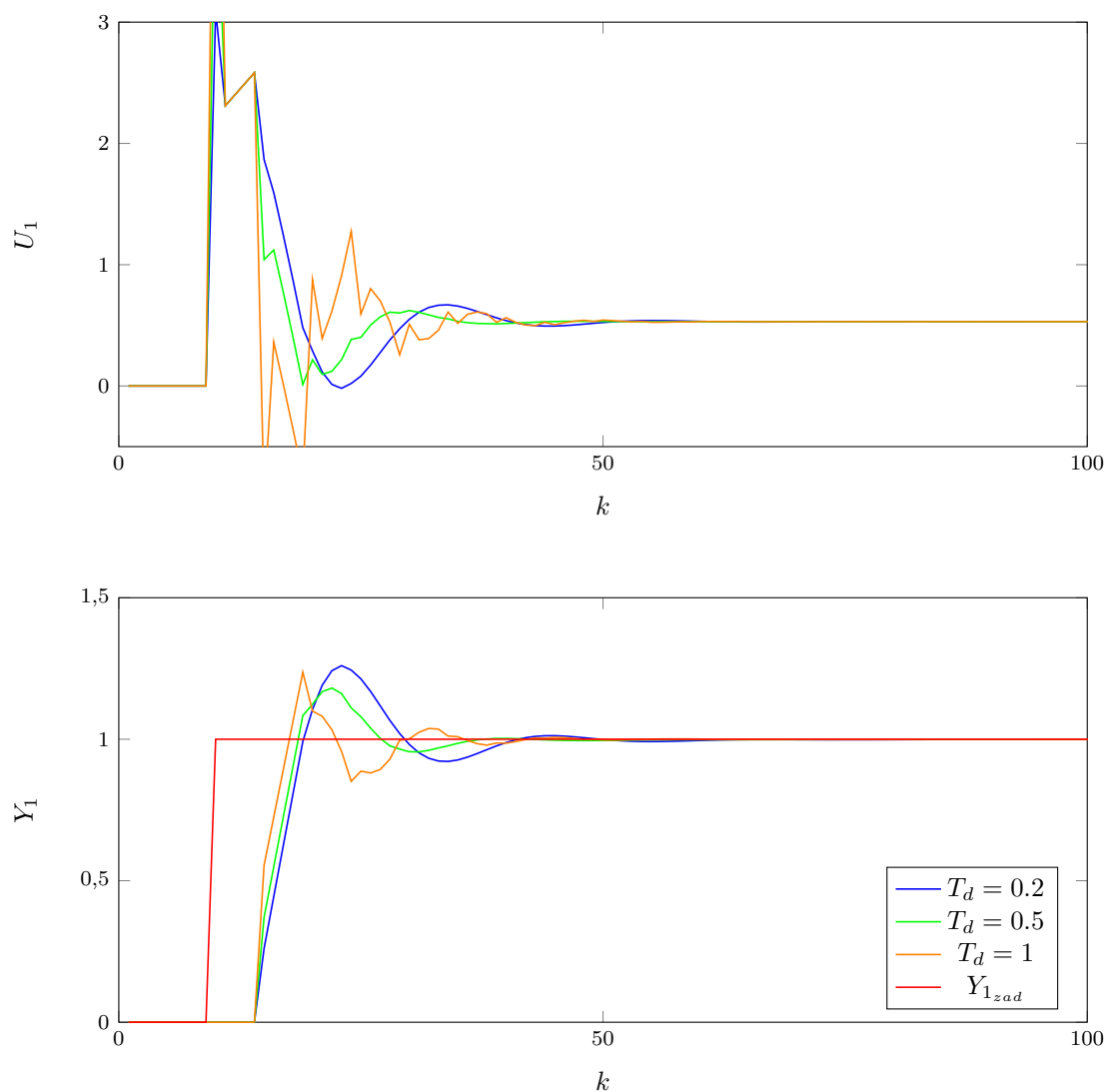
W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d1} regulatora PID_1 . Z pośród zaprezentowanych wartości na rys. 6.3, najlepszy przebieg, tj.. o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d1} = 0,5$. Wartości błędów :

- $T_d = 0,2 = 6.39$,
- $T_d = 0,5 = 5.81$,
- $T_d = 1 = 5.43$,

Mimo że z oceny ilościowej wynika najmniejsza wartość błędu dla $T_{d1} = 1$, postanowiliśmy pozostać przy wartości $T_{d1} = 0,5$, gdyż ma zauważalnie lepsze przebiegi.

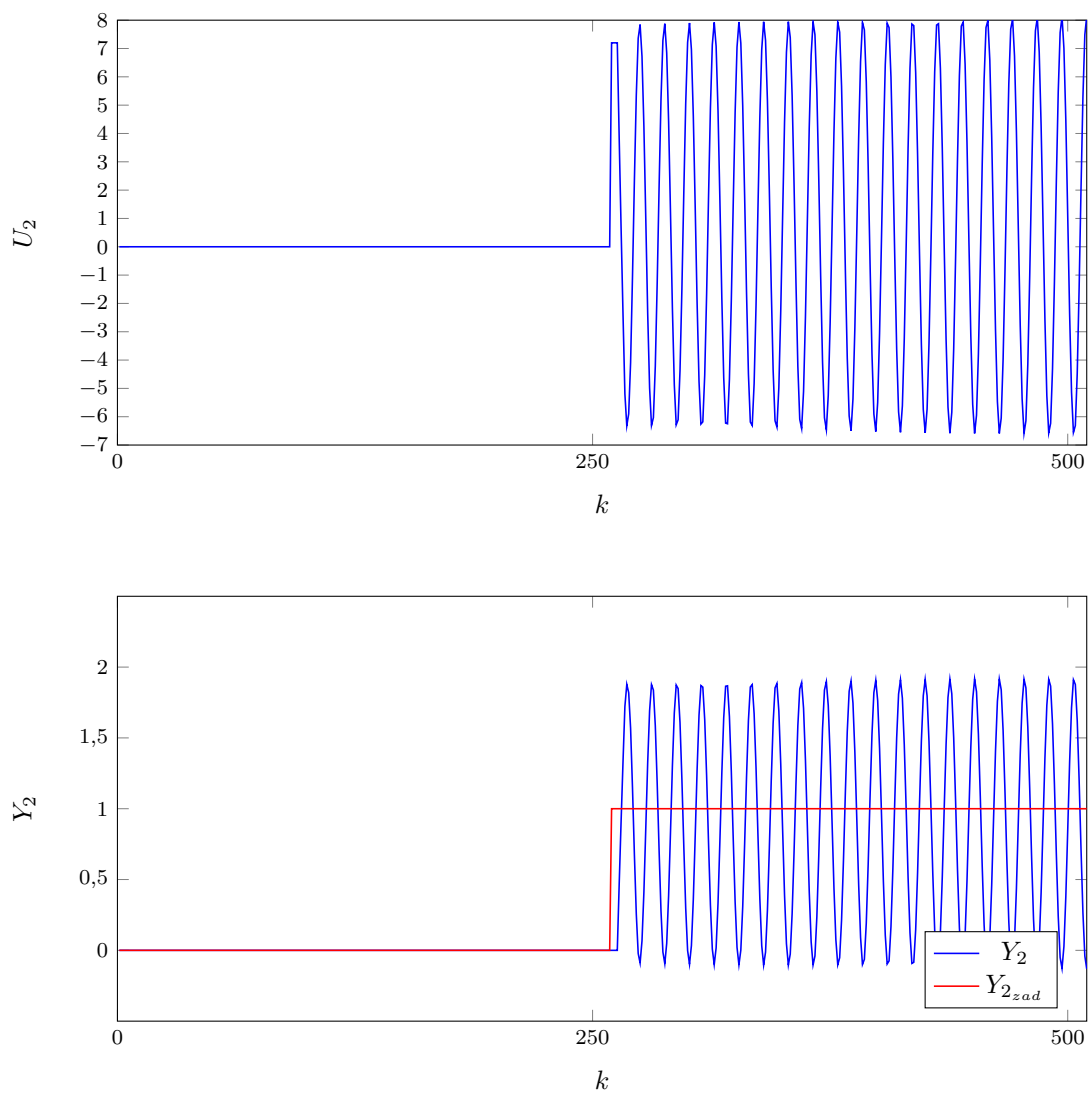
Nastawy pierwszego toru wyjścia regulatora PID_1 :

$$K = 2,175, T_i = 12, T_d = 0,5$$



Rys. 6.3. Strojenie regulatora PID_1

Na tym etapie regulator pierwszy, który ma już dobrane nastawy, został wyłączony i przeszliśmy do strojenia drugiego regulatora. W tym celu wprowadziliśmy regulator P_2 w niegasnące oscylacje (otrzymaliśmy je dla $K_{k_2} = 7, 2$).

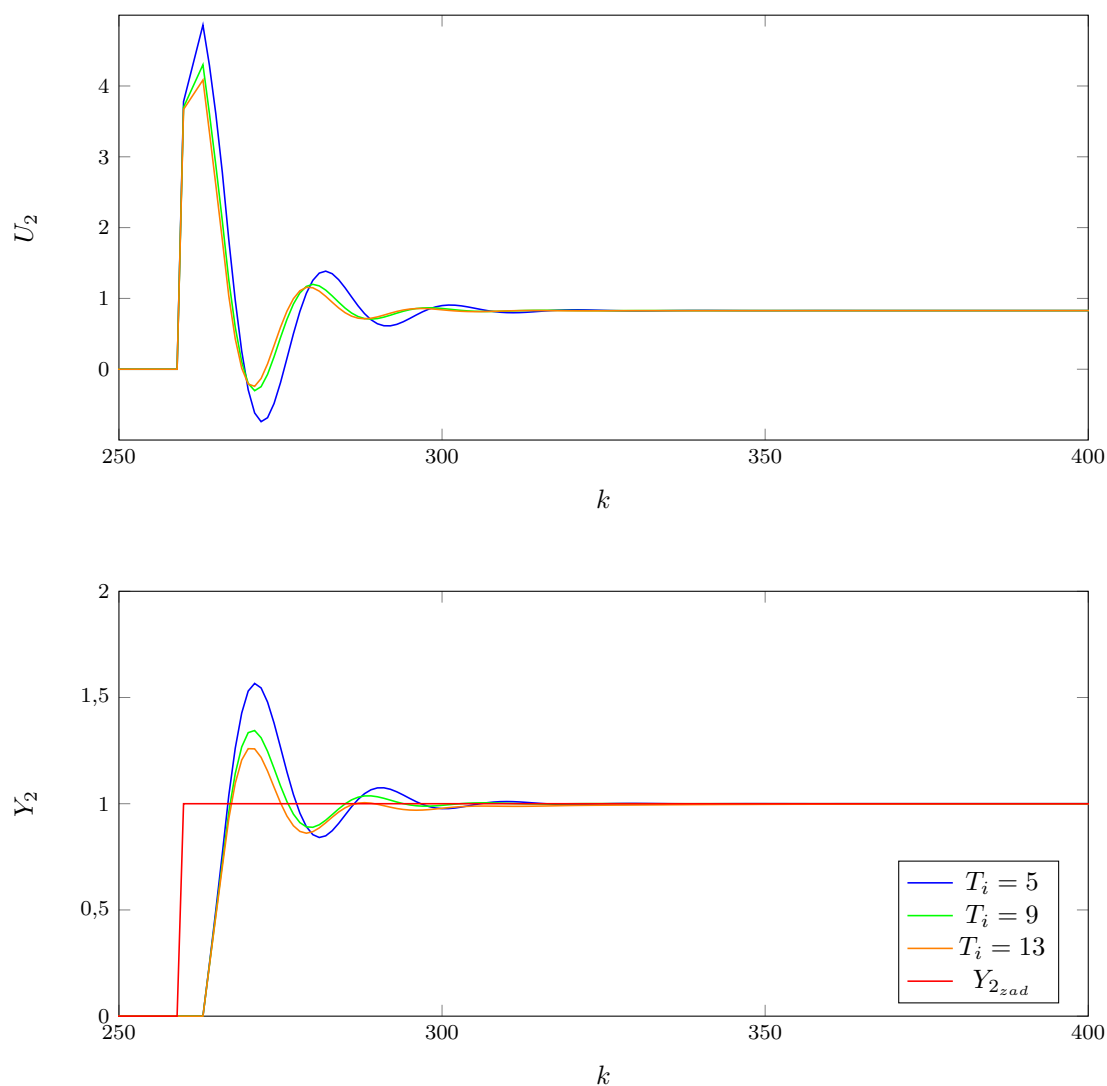


Rys. 6.4. Regulator P_2 z niegasnącymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_2 (rys. 6.5). Przy wzmacnieniu $K_2 = 0,5K_{k_2}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych poniżej wartości wybraliśmy $T_{i_2} = 9$ jako najlepszy wynik. Można zauważyć, że przebieg wyjścia dla wspomnianego parametru charakteryzuje się najlepszym czasem regulacji przy stosunkowo niskim przeregulowaniu. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 5 = 271.40$,
- $T_i = 9 = 263.90$,
- $T_i = 12 = 261.87$,

zauważamy, że najmniejszy wskaźnik jakości uzyskaliśmy dla $T_{i_2} = 12$. Mając jednak na względzie kształt sygnałów, pozostaliśmy przy wartości $T_{i_2} = 9$.



Rys. 6.5. Strojenie regulatora PI_2

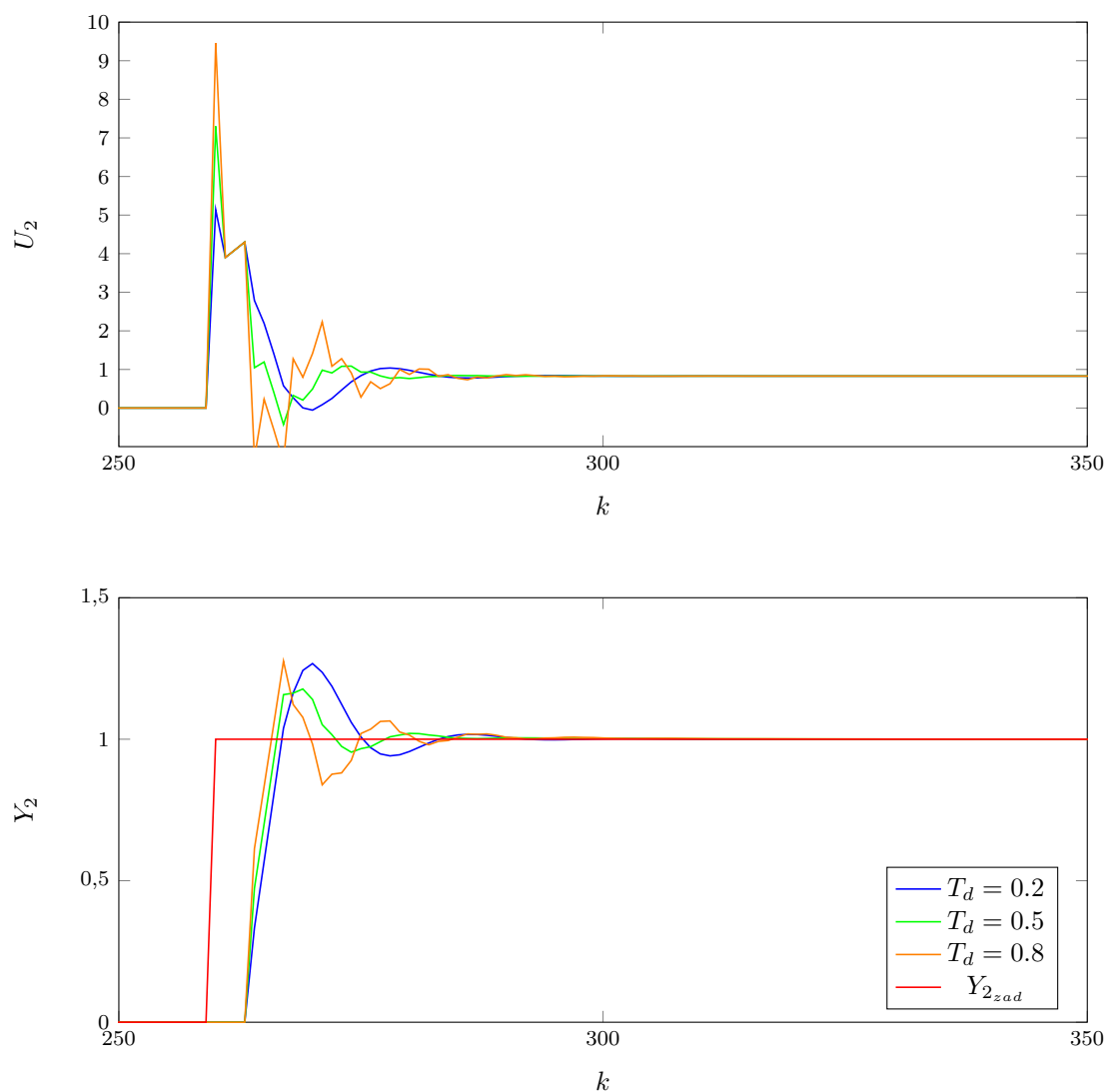
W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d2} regulatora PID_2 . Spośród zaprezentowanych wartości na rys. 6.6, najlepszy przebieg, tj.. charakteryzujący się dobrym czasem regulacji, najniższym przeregulowaniem oraz zadowalającą płynnością regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d2} = 0,5$. Wartości błędów :

- $T_d = 0,2 = 4.95$,
- $T_d = 0,5 = 4.48$,
- $T_d = 0,8 = 4.35$,

Mimo że z oceny ilościowej wynika najmniejsza wartość błędu dla $T_{d2} = 0,8$ postanowiliśmy pozostać przy wartości $T_{d2} = 0,5$, gdyż różnice w błędzie są niewielkie, a przebiegi różnią się diametralnie.

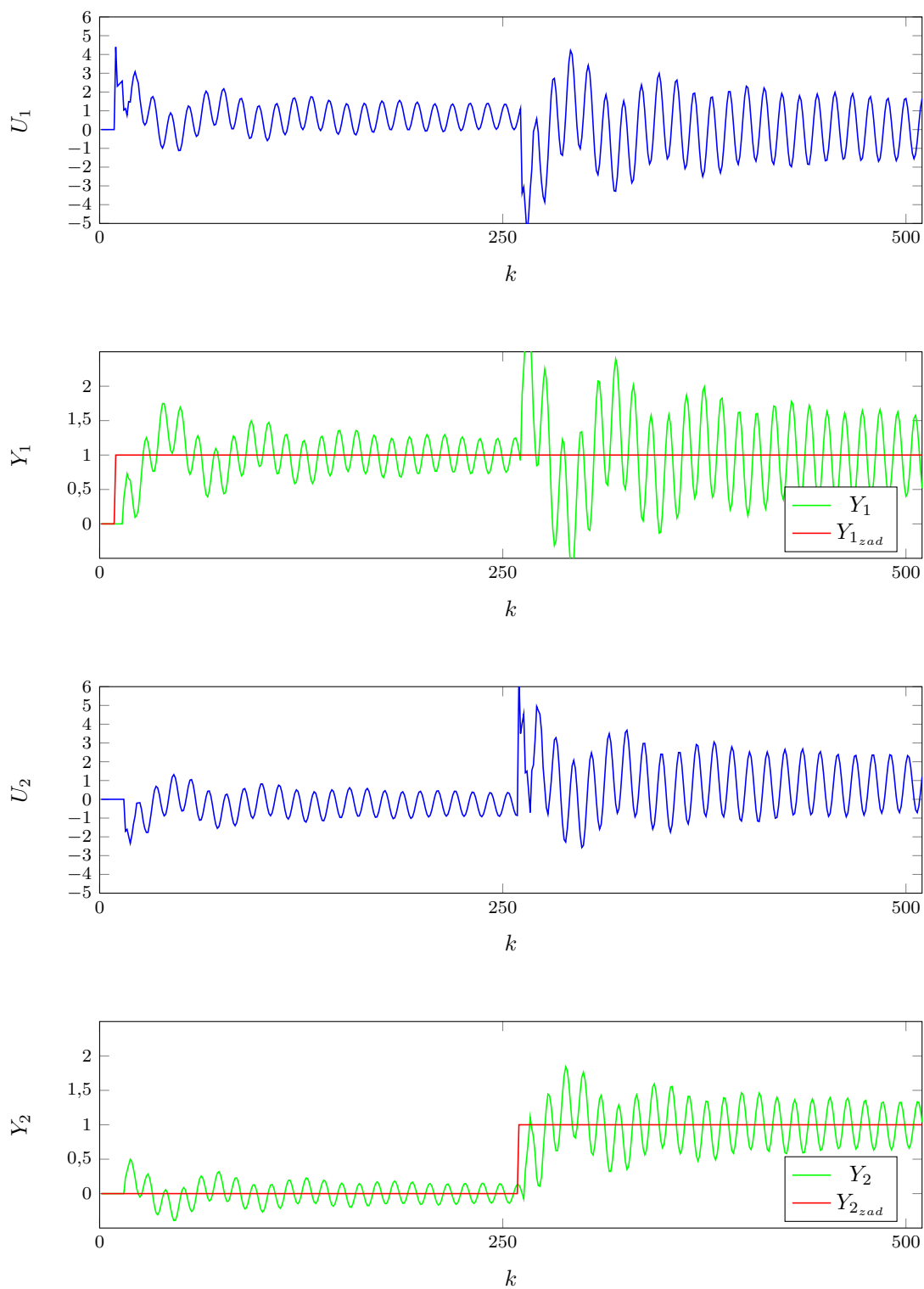
Nastawy drugiego toru wyjścia regulatora PID_2 :

$$K = 3,6, T_i = 9, T_d = 0,5$$



Rys. 6.6. Strojzenie regulatora PID_2

Po jednoczesnym uruchomieniu obu dostrojonych regulatorów *PID* zauważamy stałe oscylacje w okolicach wartości zadanych - rys. 6.7.

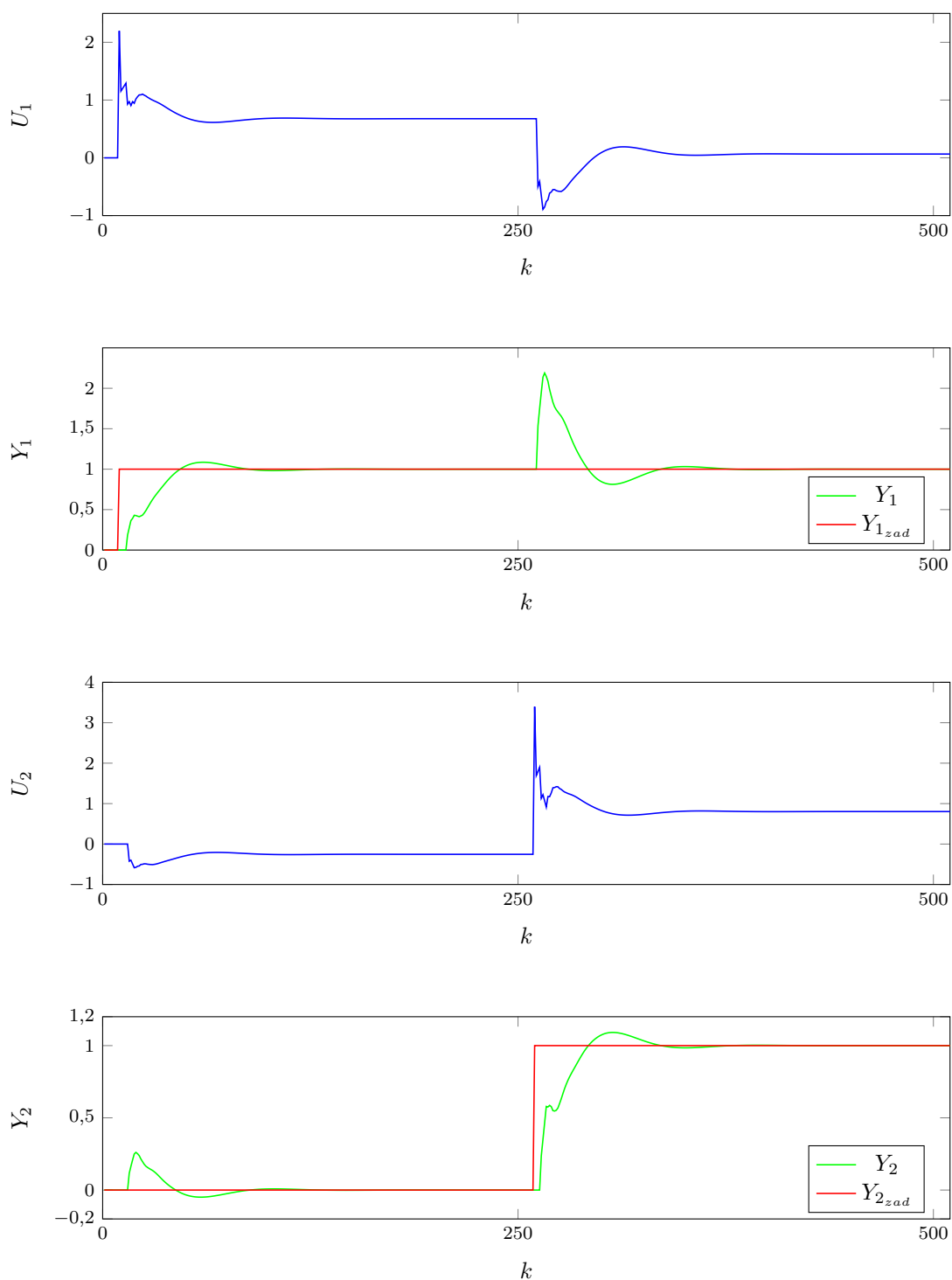


Rys. 6.7. Oba regulatory PID

Zgodnie z ideą metody inżynierskiej, ponownie zmniejszyliśmy wzmocnienie obu regulatorów o połowę. Uzyskane przebiegi zaprezentowane są na rys. 6.8. Widać na nich, że po dokonanych zmianach regulator pracuje prawidłowo. Wartość wskaźnika jakości wynosi: 34,0364. Finalne nastawy:

$$K_1 = 1,0875, T_{i1} = 12, T_{d1} = 0,5$$

$$K_2 = 1,8, T_{i2} = 9, T_{d2} = 0,5$$



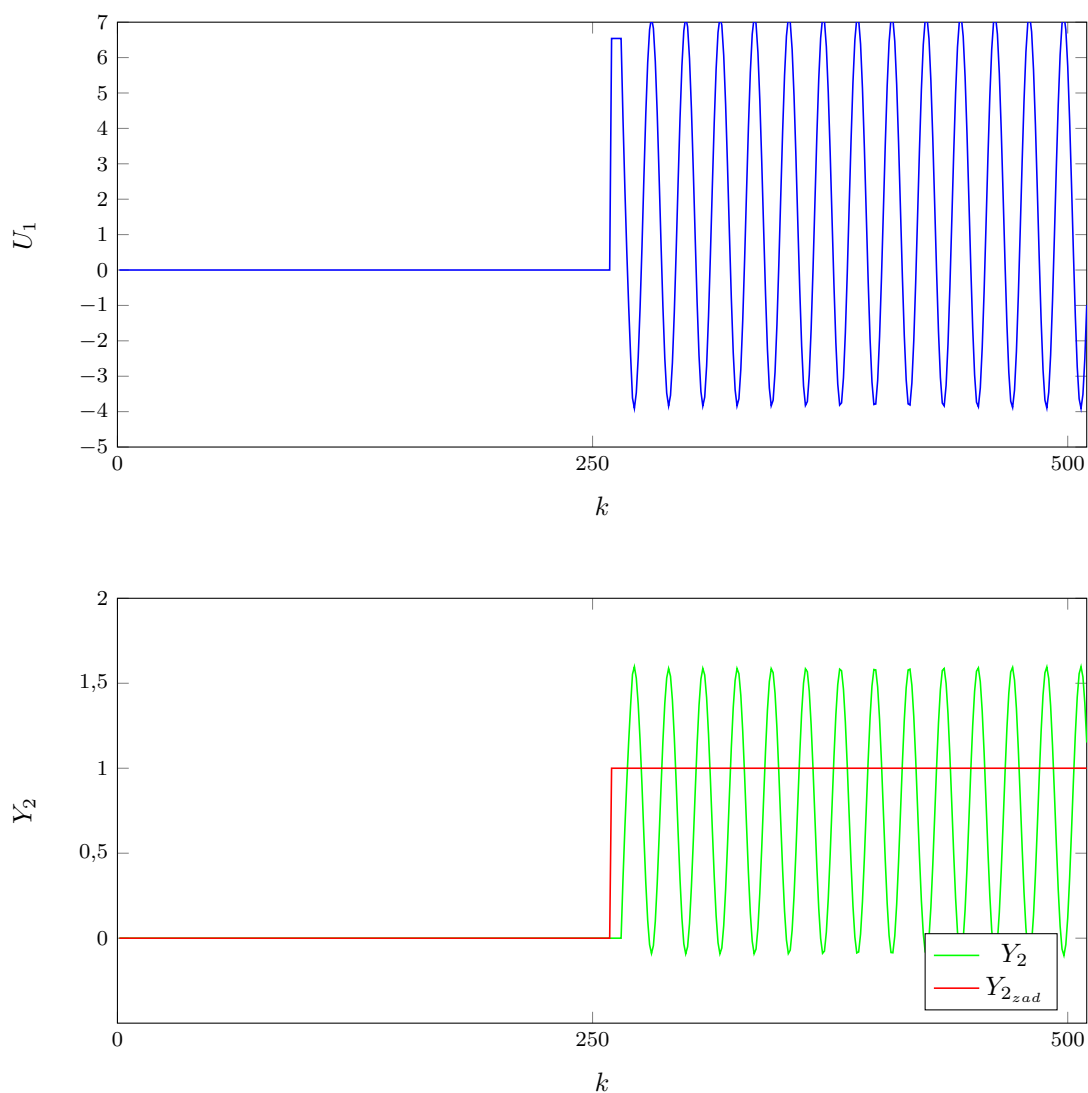
Rys. 6.8. Oba regulatory PID dostrojone

6.1.2. Wariant drugi

Drugi wariant obejmuje oddziaływanie uchybu pierwszego wyjścia na drugi sygnał sterujący oraz drugiego wyjścia na pierwszy sygnał sterujący.

Procedura strojenia jest identyczna jak opisana w wariantcie pierwszym - każdy z regulatorów ma nastawy dobierane oddzielnie.

Regulację rozpoczęliśmy od wprowadzenia regulatora P_1 w niegasnące oscylacje (rys. 6.9). Efekt ten został uzyskany dla wzmocnienia o wartości $K_{k_1} = 6.54$.

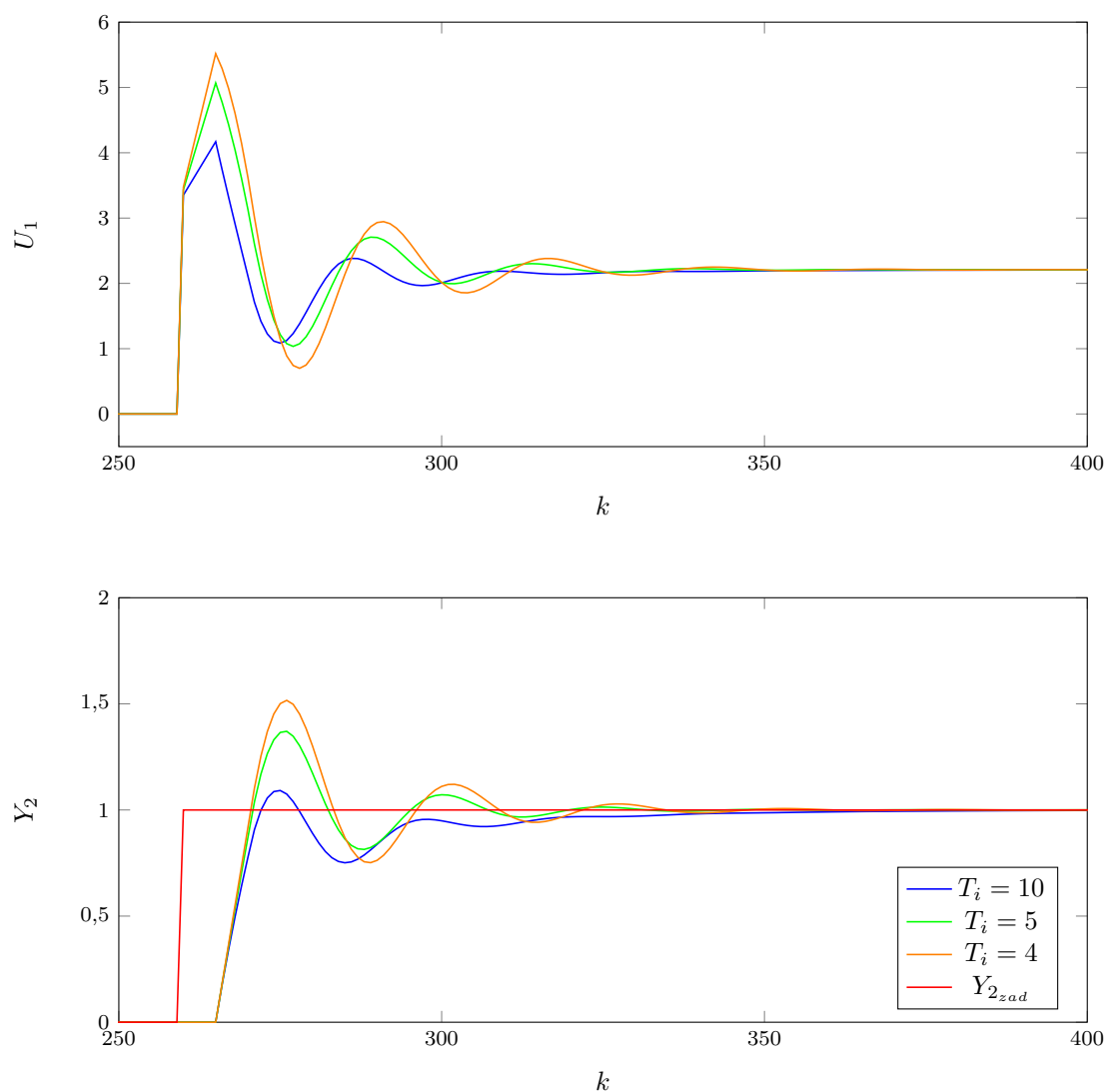


Rys. 6.9. Regulator P_1 z niegasnącymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_1 (rys. 6.10). Przy wzmacnieniu $K_1 = 0,5K_{k_1}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych poniżej wartości wybraliśmy $T_{i_1} = 5$ jako najlepszy wynik. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 10 = 8,19$,
- $T_i = 5 = 8,44$,
- $T_i = 4 = 9,53$,

zauważamy, że najmniejszy błąd uzyskaliśmy dla $T_{i_1} = 10$, jednakże przebieg funkcji zachowuje się dość niepokojąco (oscylacje pod wartością zadaną) i zdecydowaliśmy się zostać przy wartości $T_{i_1} = 5$.



Rys. 6.10. Strojenie regulatora PI_1

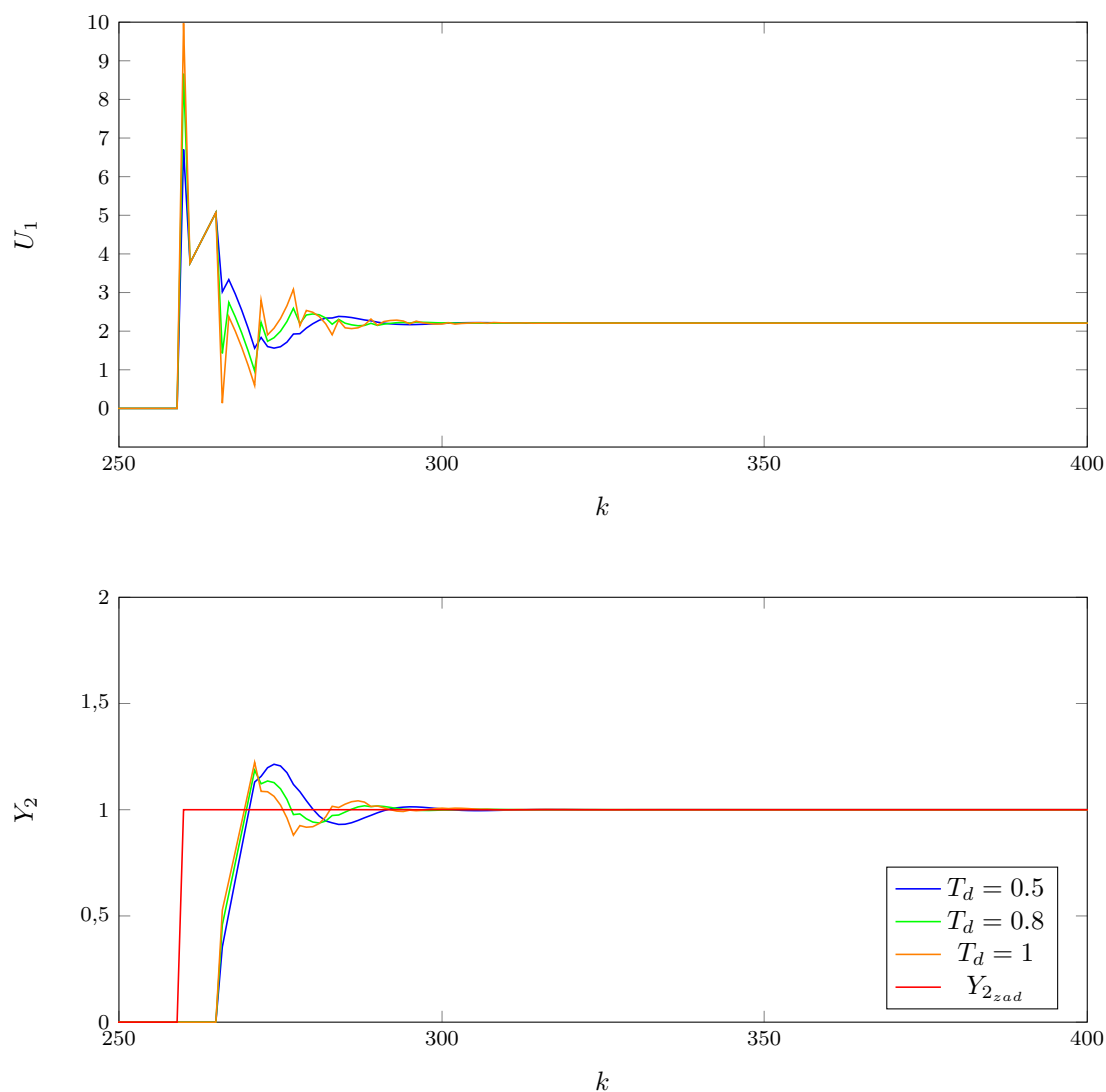
W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d1} regulatora PID_1 . Z pośród zaprezentowanych wartości rys. 6.11 najlepszy przebieg o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji uzyskaliśmy dla wartości $T_{d1} = 0,8$. Wartości błędów :

- $T_d = 1 = 6,50$,
- $T_d = 0,8 = 6,64$,
- $T_d = 0,5 = 7,04$,

Mimo że z oceny ilościowej wynika najmniejsza wartość błędu dla $T_{d1} = 1$ postanowiliśmy pozostać przy wartości $T_{d1} = 0,8$, gdyż niesie ze sobą większe korzyści.

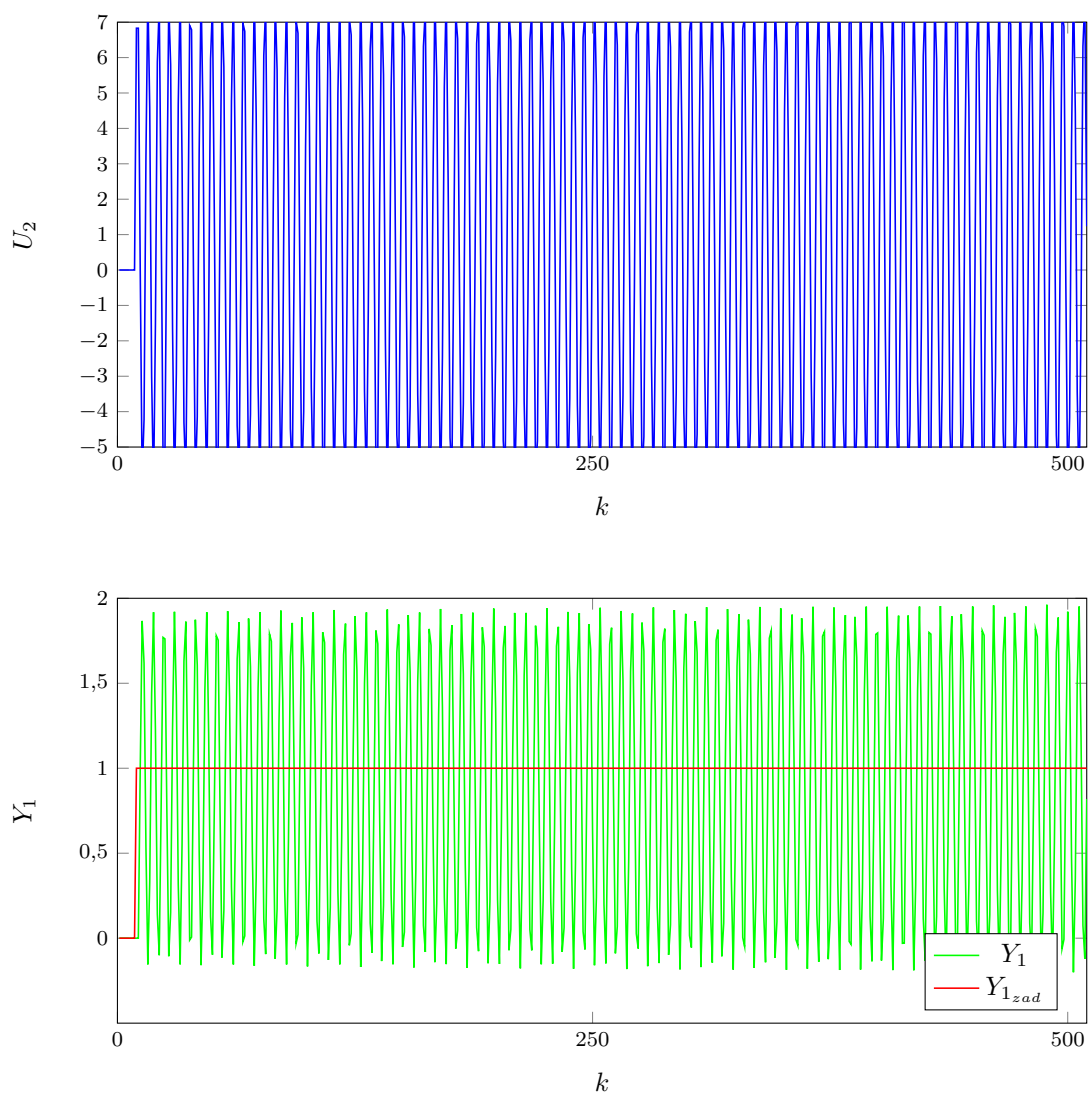
Nastawy pierwszego toru wyjścia regulatora PID_1 :

$$K = 3,27, T_i = 5, T_d = 0,8$$



Rys. 6.11. Strojzenie regulatora PID_2

W tym momencie dostrojony regulator PID_1 został wyłączony i przystąpiliśmy do regulacji PID_2 . W tym celu wprowadziliśmy regulator P_2 w stałe oscylacje (osiągnięte dla wartości $K_{k_2} = 6,83$ - rys. 6.12).

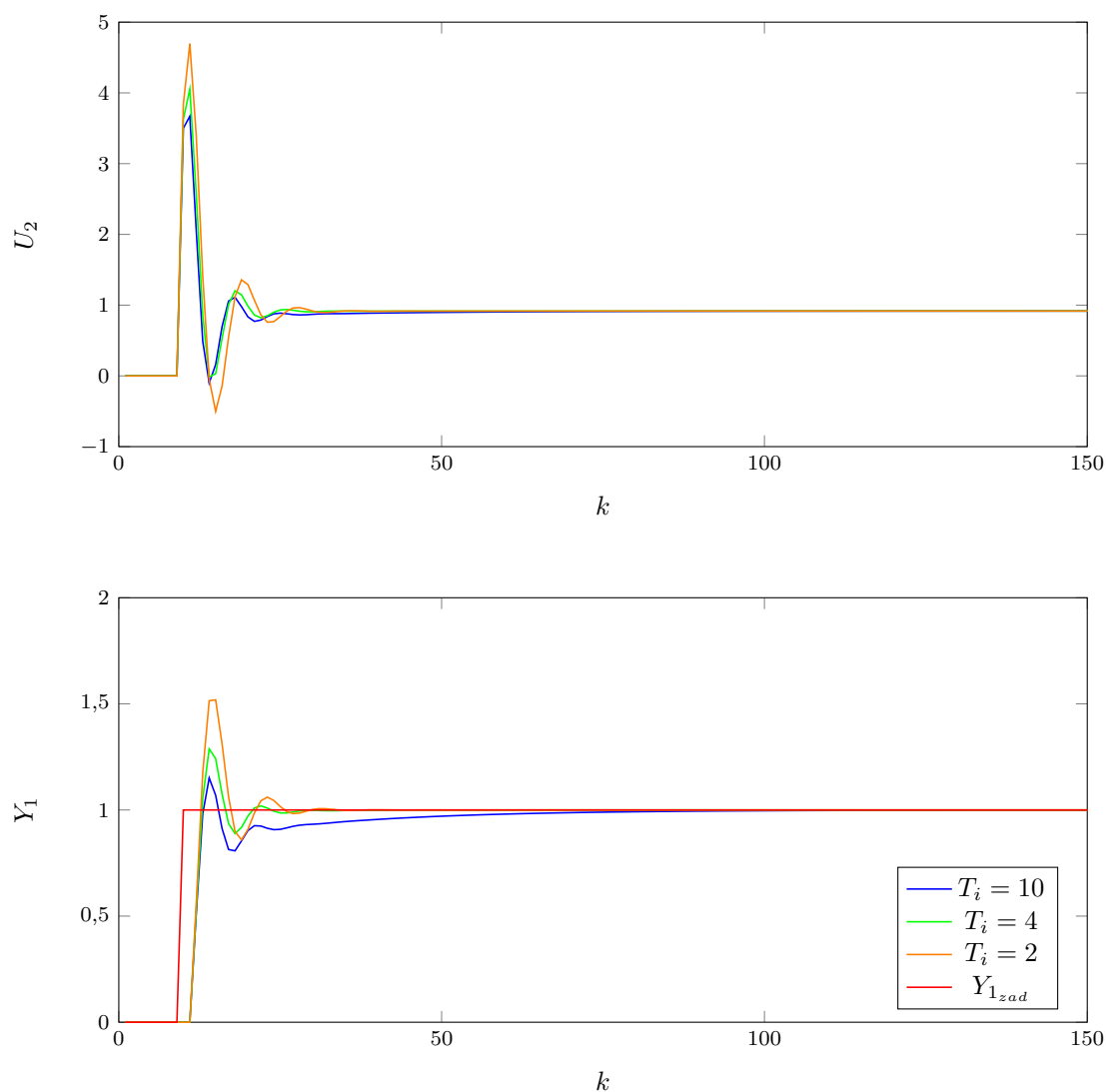


Rys. 6.12. Regulator P_2 z niegasnącymi oscylacjami

W następnym kroku przeprowadziliśmy dobranie parametrów regulatora PI_2 (rys. 6.13). Przy wzmocnieniu $K_2 = 0,5K_{k_2}$ przeprowadziliśmy szereg testów i z pośród zilustrowanych poniżej wartości wybraliśmy $T_{i_2} = 4$ jako najlepszy wynik. Można zauważyć, że przebieg wyjścia dla wspomnianego parametru charakteryzuje się najlepszym czasem regulacji przy stosunkowo niskim przeregulowaniu. Biorąc pod uwagę wartość błędów :

- $T_i = 2 = 2,90$,
- $T_i = 4 = 2,39$,
- $T_i = 10 = 2,87$,

zauważamy, że najmniejszy wskaźnik jakości uzyskaliśmy także dla $T_{i_2} = 4$.



Rys. 6.13. Strojenie regulatora PI_2

W kolejnym kroku został dobrany parametr T_{d_2} regulatora PID_2 . Z pośród zaprezentowanych wartości na rys. 6.14, najlepszy przebieg, tj. o dobrym czasie regulacji, najniższym przeregulowaniu oraz zadawalającej płynności regulacji, uzyskaliśmy dla wartości $T_{d_2} = 0,2$. Przy wartości błędów:

— $T_d = 0,3 = 2,243$,

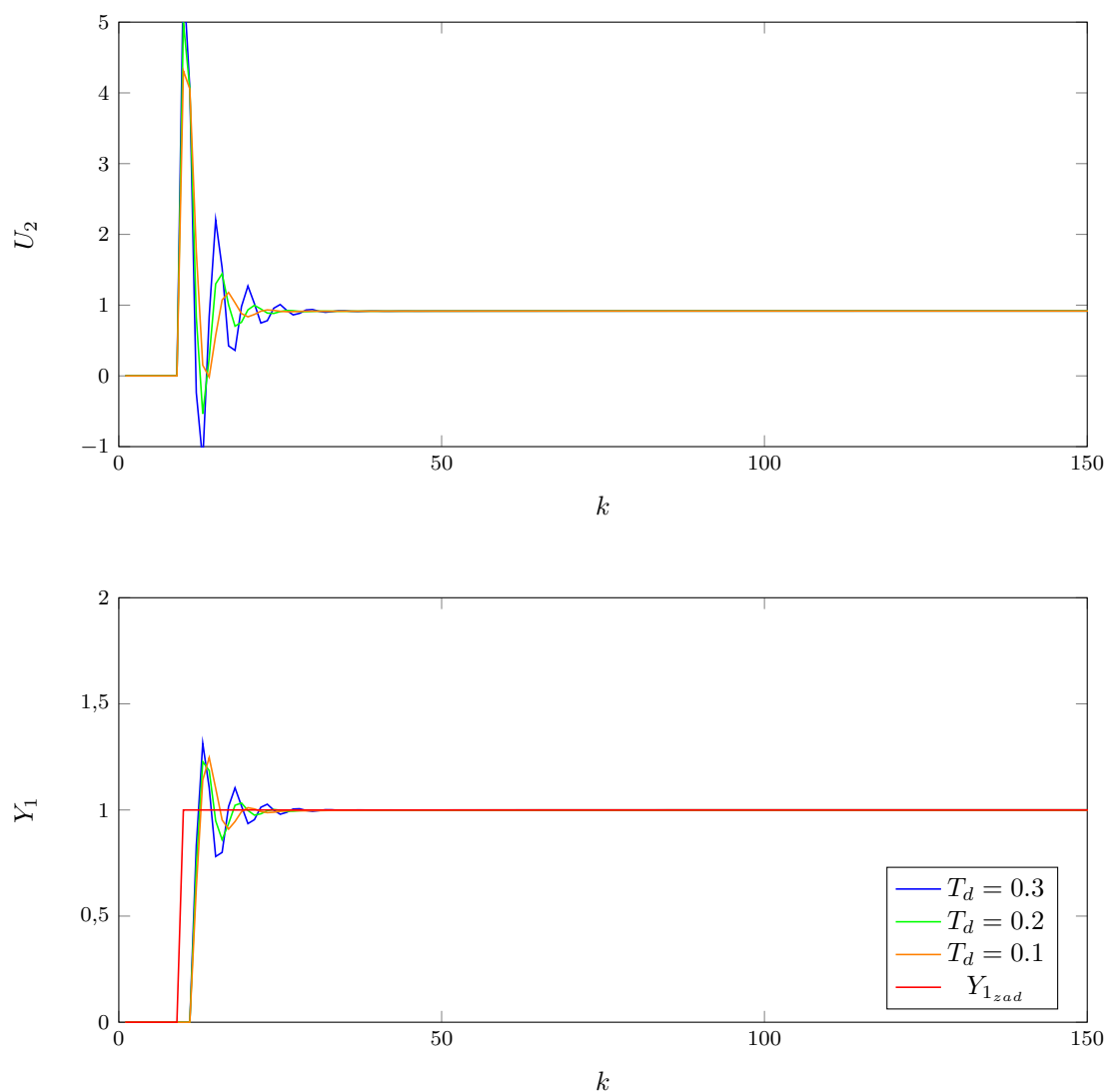
— $T_d = 0,2 = 2,18$,

— $T_d = 0,1 = 2,241$,

zauważamy, że najmniejszy wskaźnik jakości uzyskaliśmy także dla $T_{d_2} = 0,2$.

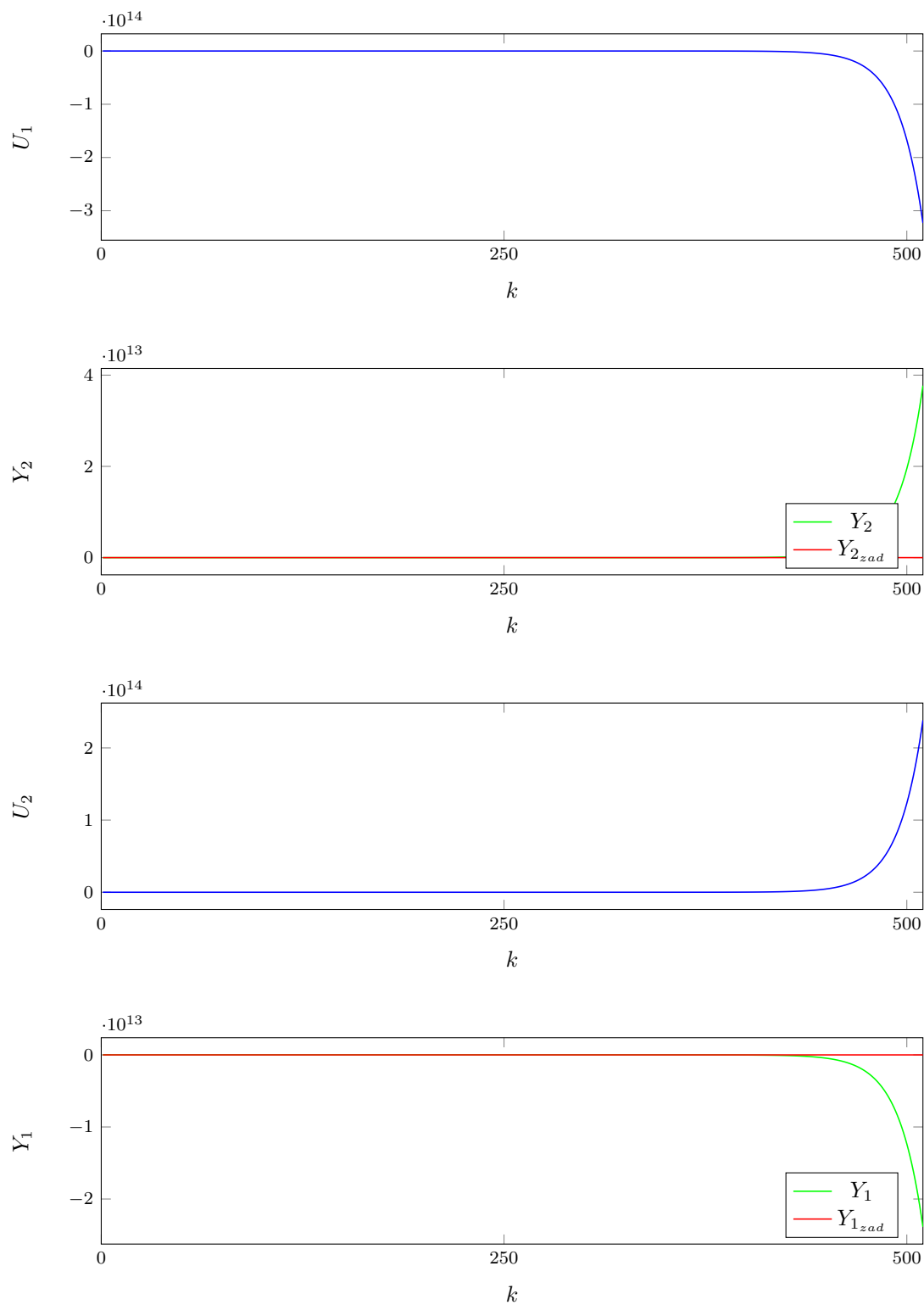
Nastawy pierwszego toru wyjścia regulatora PID_2 :

$$K = 3,415, T_i = 4, T_d = 0,2$$



Rys. 6.14. Strojenie regulatora PID_2

Po uruchomieniu obu torów regulatora okazało się, że obiekt nie działa prawidłowo. Także po próbie dobrania lepszych nastaw rezultat nie uległ większym zmianom (rys . 6.15).

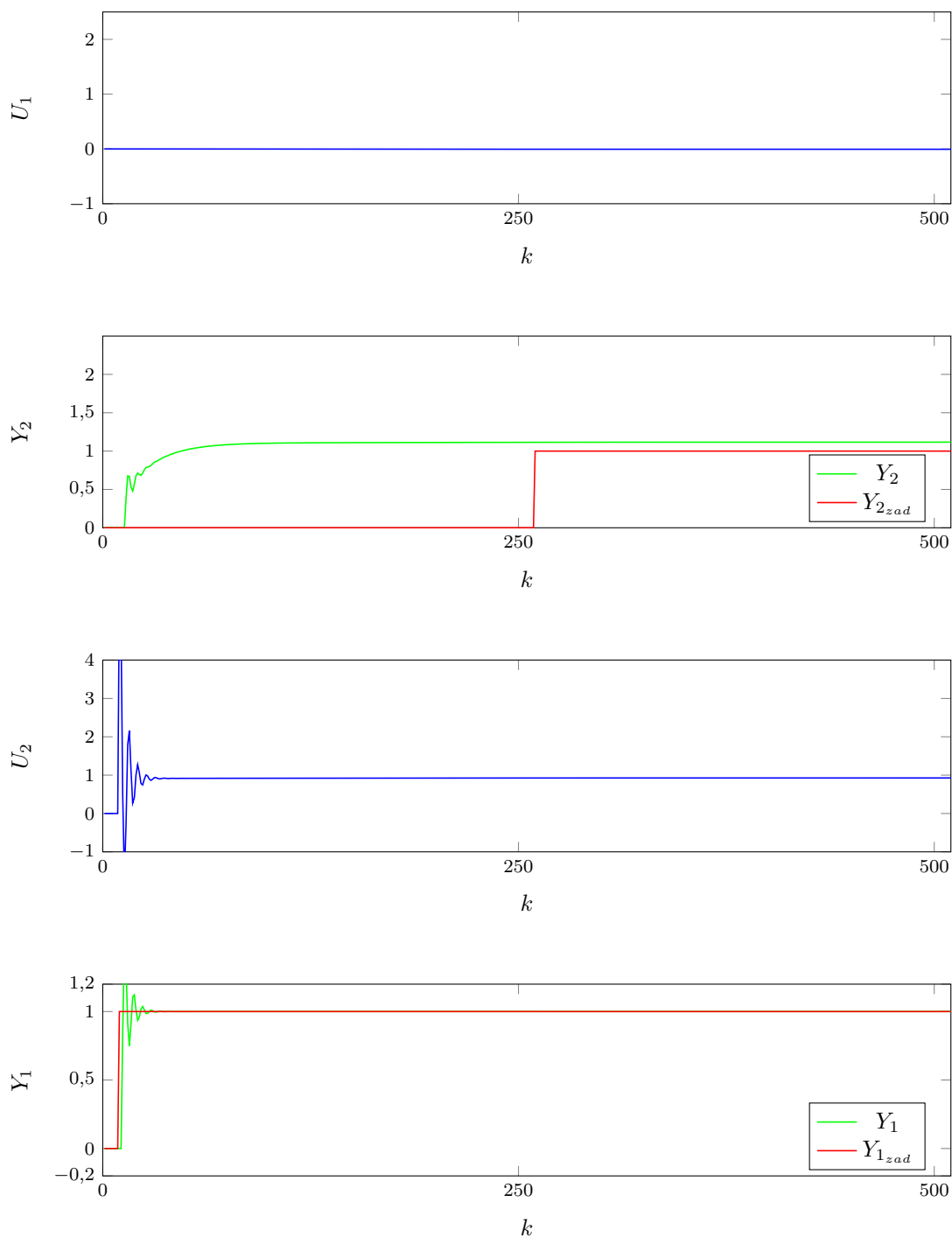


Rys. 6.15. Oba regulatory PID włączone

W celu poprawy zaistniałej sytuacji posłużyliśmy się funkcją *fmincon* do znalezienia rozwiązania optymalnego. Ku naszemu zdziwieniu funkcja ta nie podołała zadaniu i zachowanie regulatora z nastawami obliczonymi przez funkcję optymalizacyjną został zaprezentowany na rys. 6.16.

Wniosek :

Dla naszego obiektu wariant drugi jest nieskuteczny. Przy takim połączeniu wejści wyjść, nie można zapewnić regulacji.

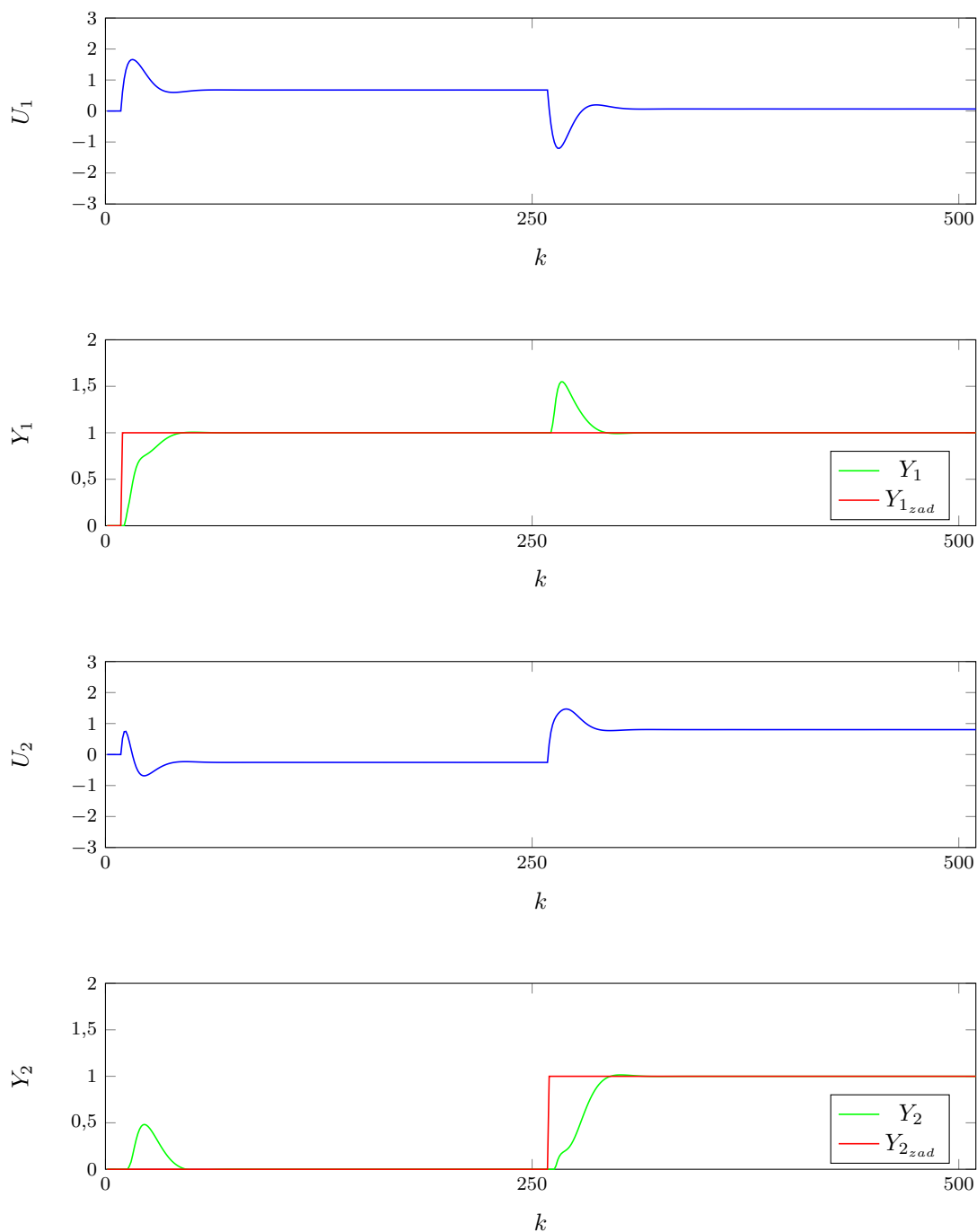


Rys. 6.16. Oba regulatory PID włączone

6.2. Regulator DMC

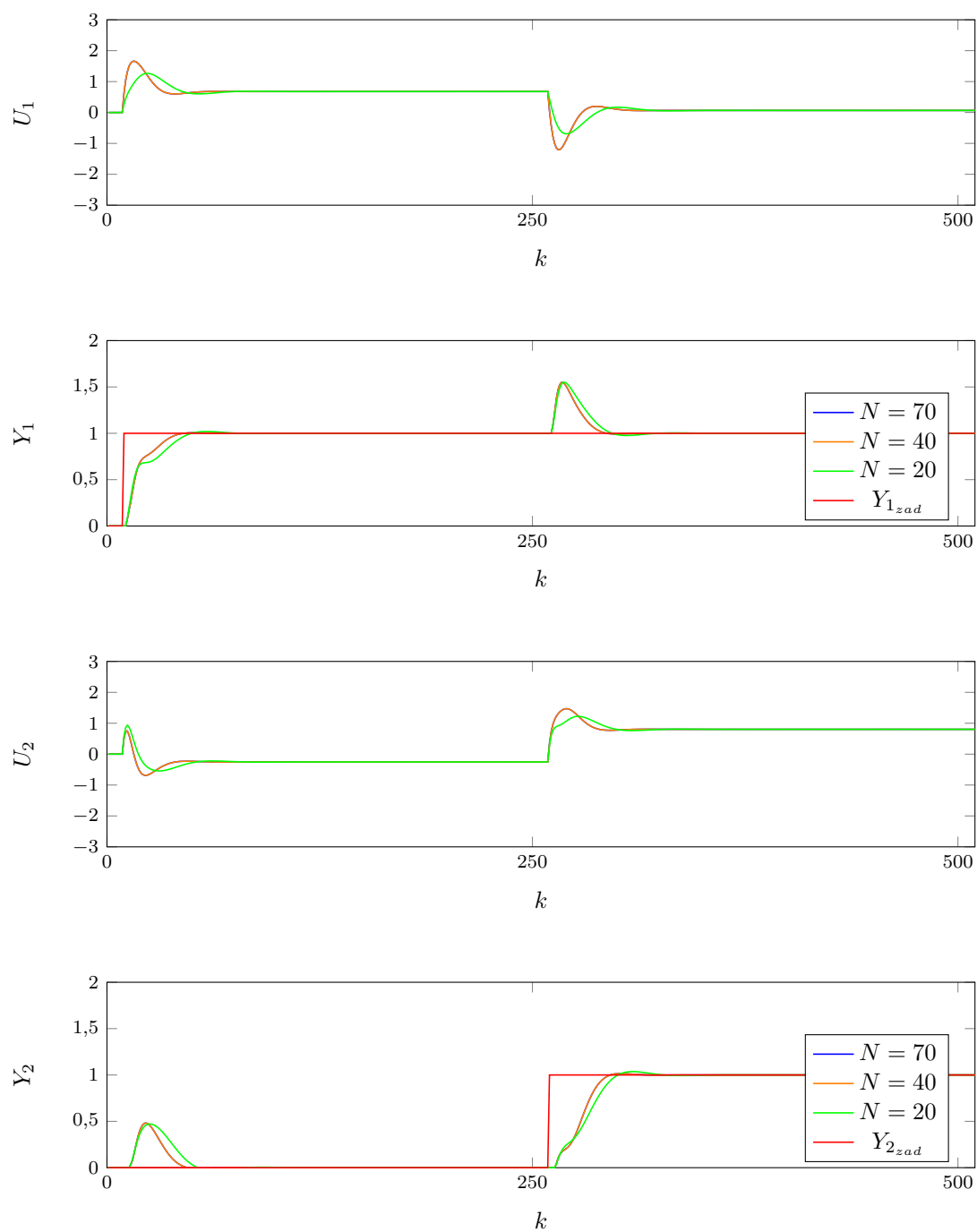
Nastawy regulatora *DMC* zostały dobrane eksperymentalnie. Regulator *DMC* korzysta z odpowiedzi skokowej s uzyskanej w punkcie 3.

Obserwując obiekt bezpiecznie założyliśmy, że jego horyzont dynamiki jest równy $D = 200$. Taką również przyjęliśmy wartość początkową N oraz N_u , natomiast pierwotną wartością λ było 1, tj.: $N = 200, N_u = 200, \lambda = 1$ rys. 6.17.



Rys. 6.17. Regulator DMC

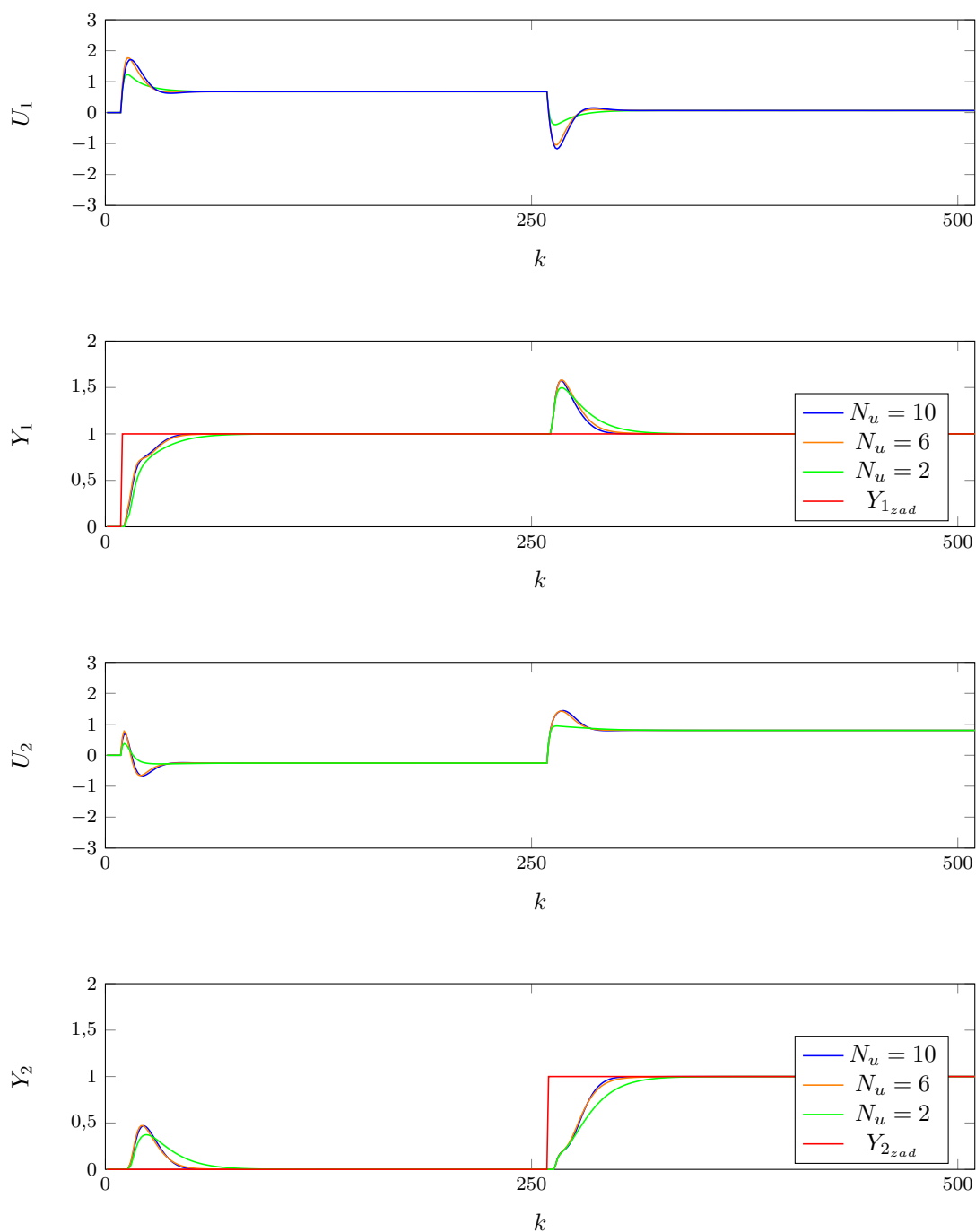
Następnie próbowaliśmy, w celu zmniejszenia złożoności obliczeniowej, obniżyć parametr N : jak się okazało, jego wpływ dla wartości powyżej 70 jest znikomy. Efekty eksperymentu dla różnych wartości zostały przedstawione na poniższym wykresie:

Rys. 6.18. Regulator DMC strojenie N

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

- $N = 70$: $E = 25,1526$
- $N = 40$: $E = 25,1585$
- $N = 20$: $E = 28,3286$

Zdecydowaliśmy więc ustawić N na 70 - błąd jest najmniejszy , przeregulowanie również zauważalnie mniejsze. Eksperyment wykazał, że dalsze zmniejszanie N prowadzi do pogorszenia przebiegów. Następnym parametrem, na którego minimalizacji nam zależy jest N_u :

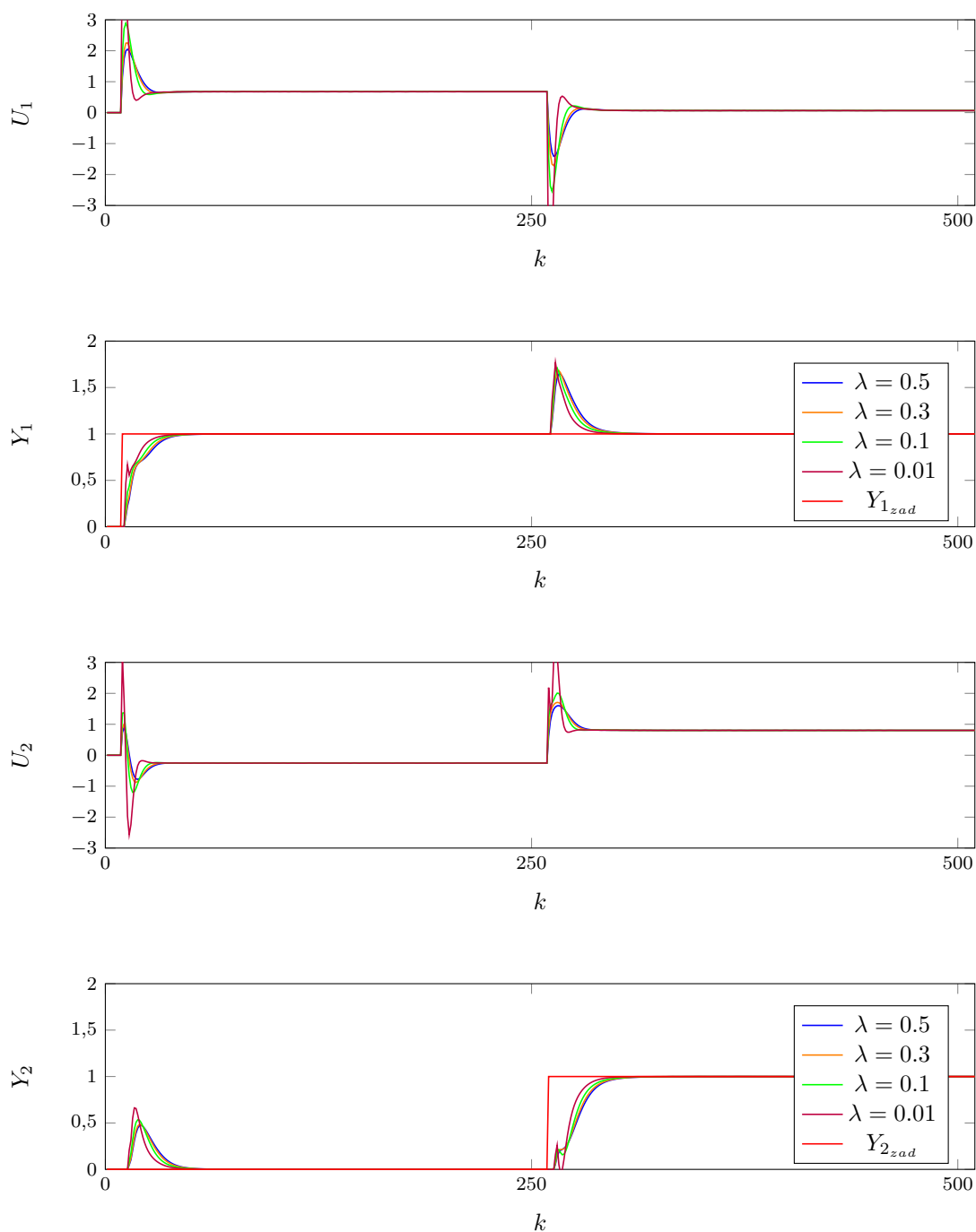


Rys. 6.19. Regulator DMC strojenie N_u

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

- $N_u = 10$: $E = 25,0205$
- $N_u = 6$: $E = 24,9633$
- $N_u = 2$: $E = 28,5941$

Jak widać, dla $N_u = 6$ wyjście najszybciej zbiega do wartości zadanej, sterowanie jest tylko odrobinę ostrzejsze od $N_u = 2$, a błąd jest najmniejszy. Następnym parametrem do dobrania jest λ :



Rys. 6.20. Regulator DMC strojenie λ

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

- $\lambda = 0,5$: $E = 23,7389$
- $\lambda = 0,3$: $E = 22,9920$
- $\lambda = 0,1$: $E = 21,5220$
- $\lambda = 0,01$: $E = 19,4842$

Zmniejszając λ , uzyskujemy drastyczną poprawę wskaźnika jakości regulacji, jednakże kosztem sterowania. Zbyt gwałtowne sterowanie nie jest pożądane - może wpływać niekorzystnie na elementy wykonawcze układu sterowania. Bazując na tym wniosku, jak i na spostrzeżeniu, że poniżej wartości $\lambda = 0,3$ zysk w jakości sterowania jest niewielki, a skok sterowania dużo ostrzejszy, postanowiliśmy zatrzymać tę wielkość $\lambda = 0,3$. Oprócz tego, dalsze obniżanie λ prowadzi do niepożądanych ostrych zmian przebiegów wyjściowych.

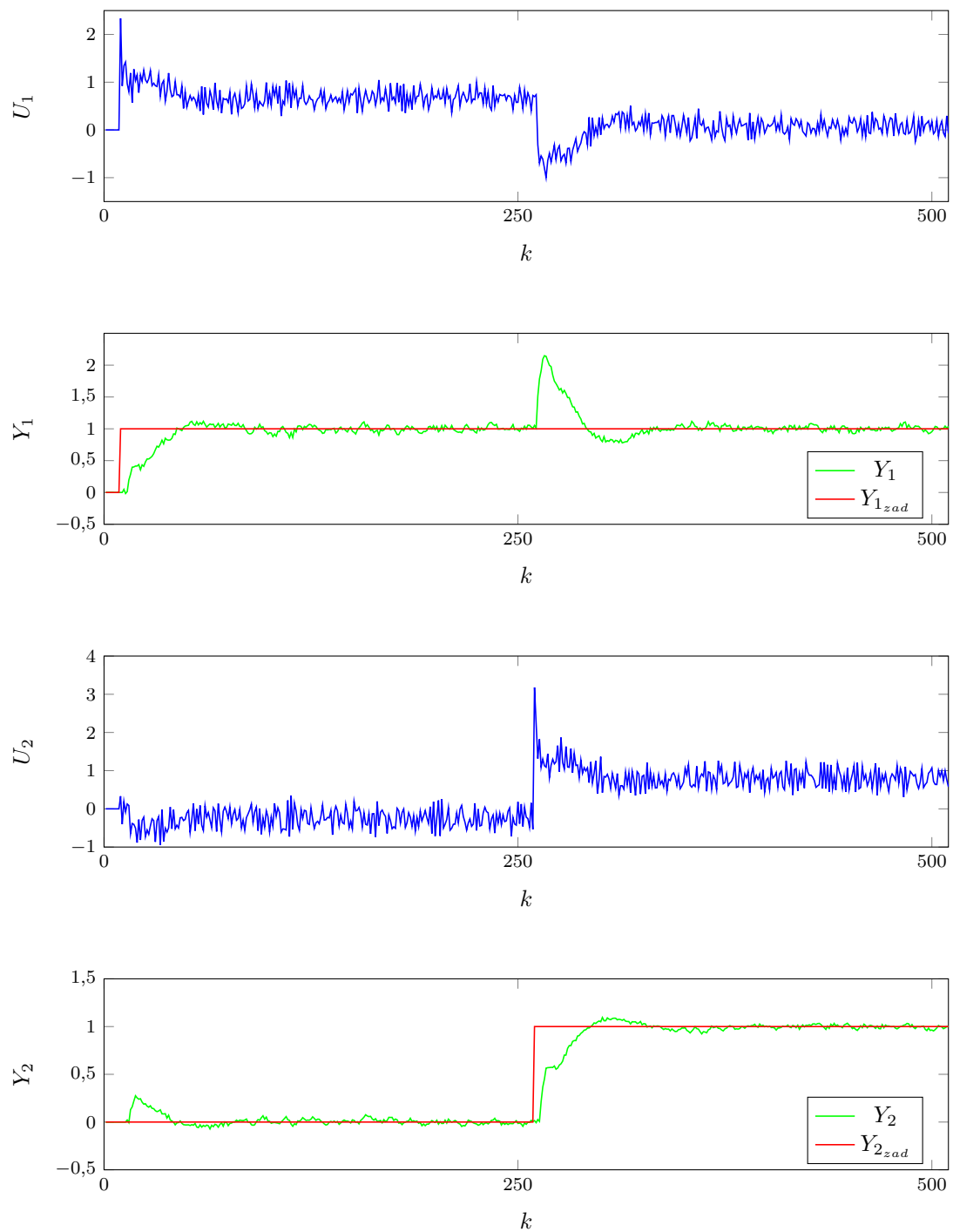
Końcowe wartości dobranego regulatora DMC: $N = 70$, $N_u = 6$, $\lambda = 0,3$.

7. Projekt: Zadanie 6: Algorytmy przy zaszumionym pomiarze wyjść

7.1. PID

7.1.1. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1

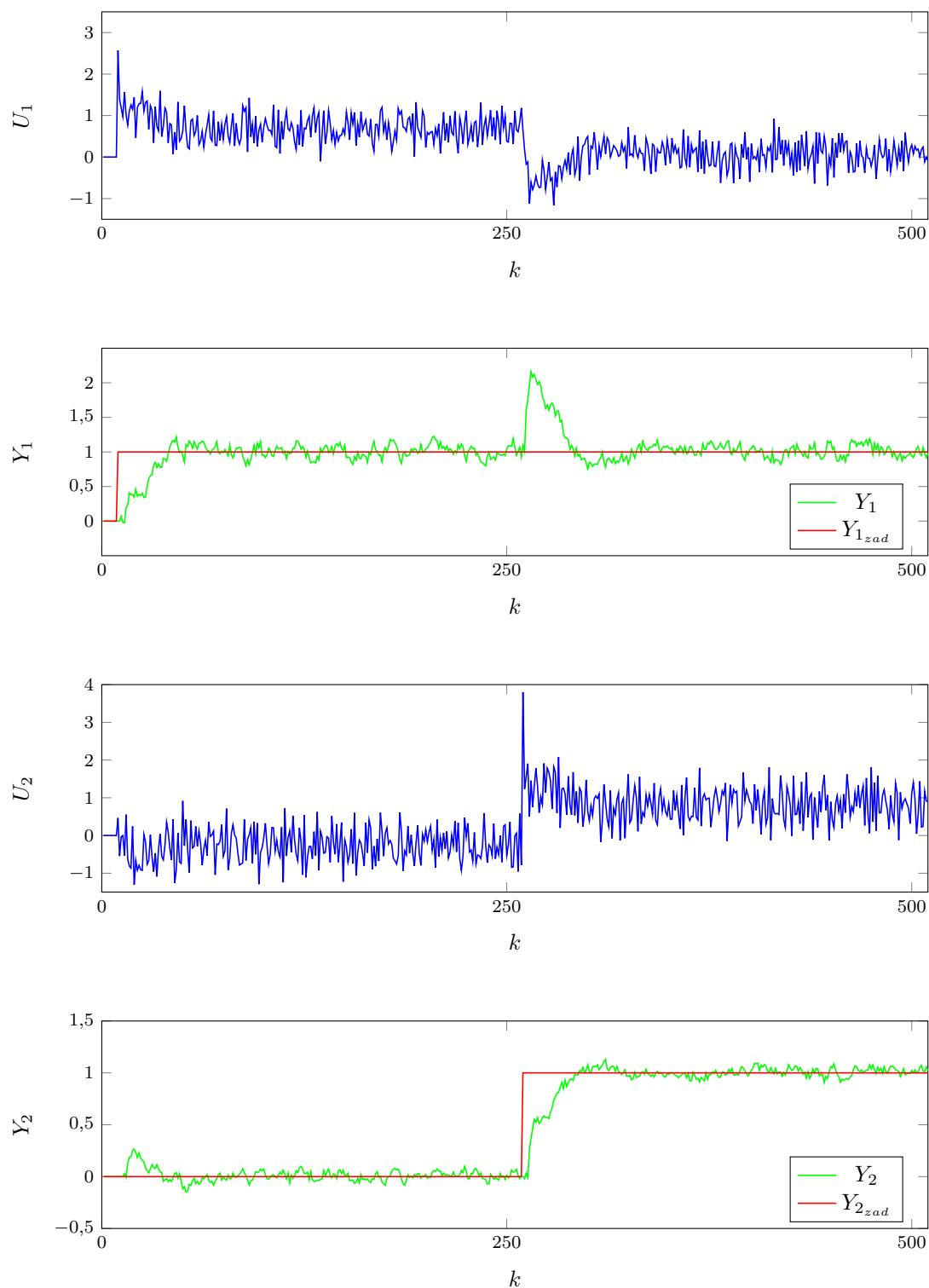
Jak widać na wykresie 7.1, dla amplitudy szumu o wartości 0,1 jakość sterowania jest wciąż dosyć dobra. Błąd wyniósł $E = 34.6689$.



Rys. 7.1. Oba regulatory PID dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1

7.1.2. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2

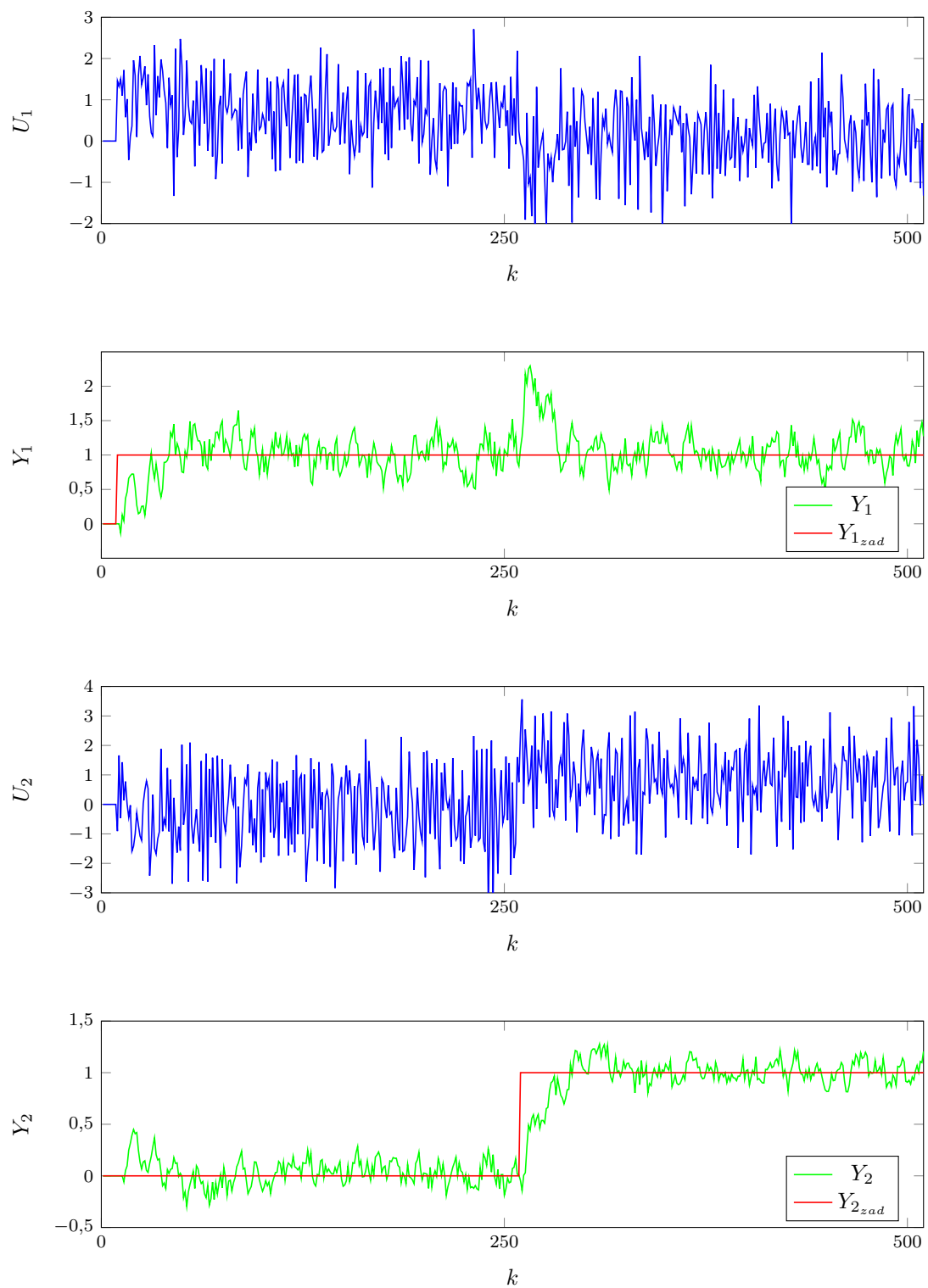
Efekt zaszumienia pomiaru wyjścia obiektu szumem o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2 został zaprezentowany na wykresie 7.2. Jakość regulacji jest akceptowalna, chociaż przebiegi są dalekie od gładkich. Błąd niewiele większy niż ten w poprzednim podpunkcie, wyniósł $E = 39.2142$.



Rys. 7.2. Oba regulatory PID dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2

7.1.3. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5

Gdy błędy pomiarów sygnałów wyjściowych są modelowane szumem o amplitudzie 0,5, algorytm staje się nieskuteczny. Błąd wynosi aż $E = 57.8277$, a oscylacje sygnału wyjściowego przyjmują wartości aż $\pm 0,4$ wartości zadanej. Sygnał sterujący zmienia się z taką szybkością i ma tak dużą amplitudę, że z trudnością można dostrzec chwile k zmiany wartości zadanych. Wykres 7.3.



Rys. 7.3. Oba regulatory PID dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5

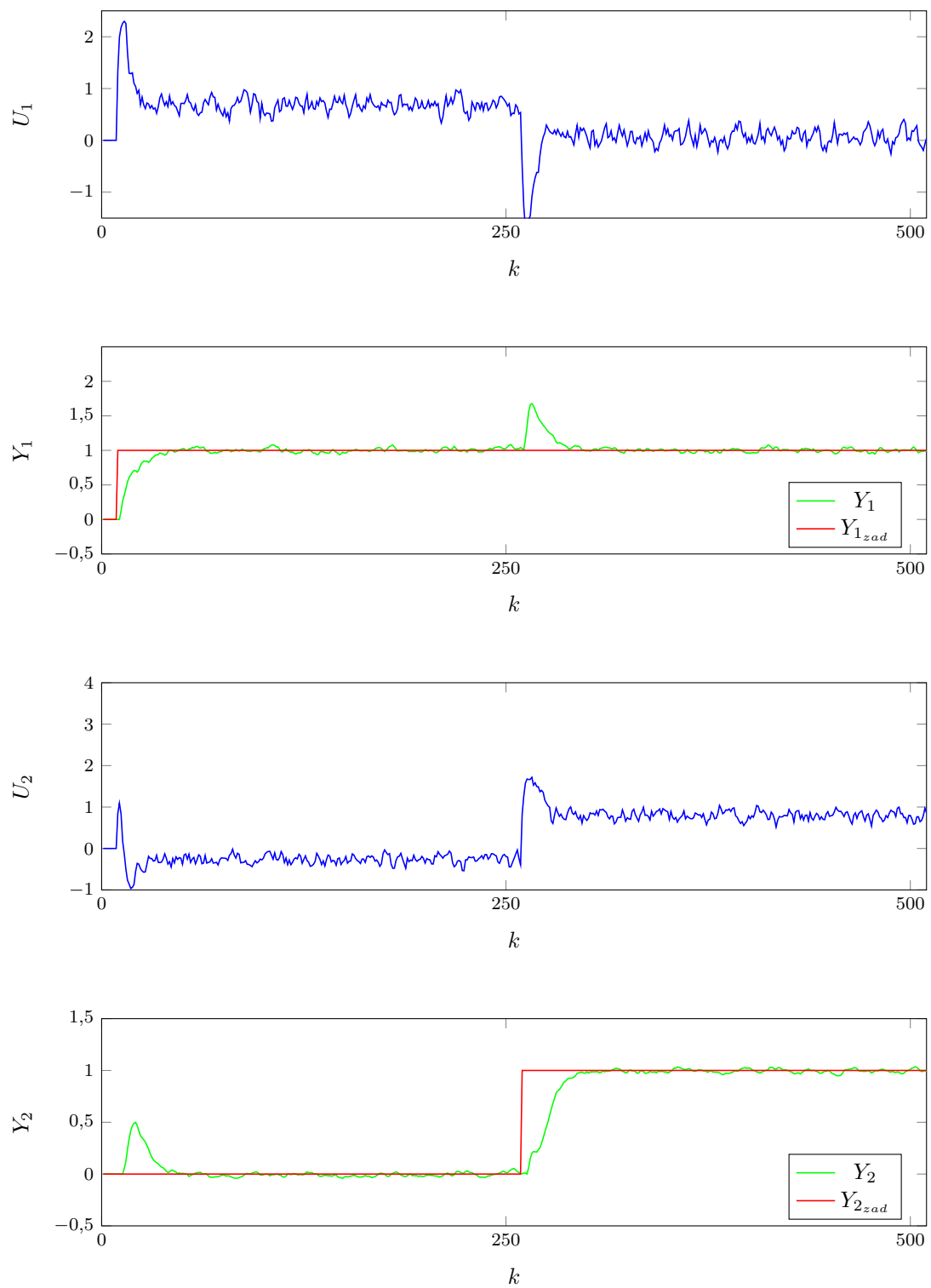
7.1.4. Wnioski

Regulatory wykazują się zadowalającą odpornością na szумы pomiarowe w sygnale wyjściowym. Zarówno dla amplitudy 0,1 jak i 0,2, sygnał wyjściowy jak i sterujący mają zadowalające przebiegi. Dla amplitudy 0,5 regulatory nie pracują już prawidłowo. Oprócz tego warto zauważyć, że regulator nr 1 jest wrażliwszy na szумы - amplitudy są większe na jego przebiegach.

7.2. DMC

7.2.1. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1

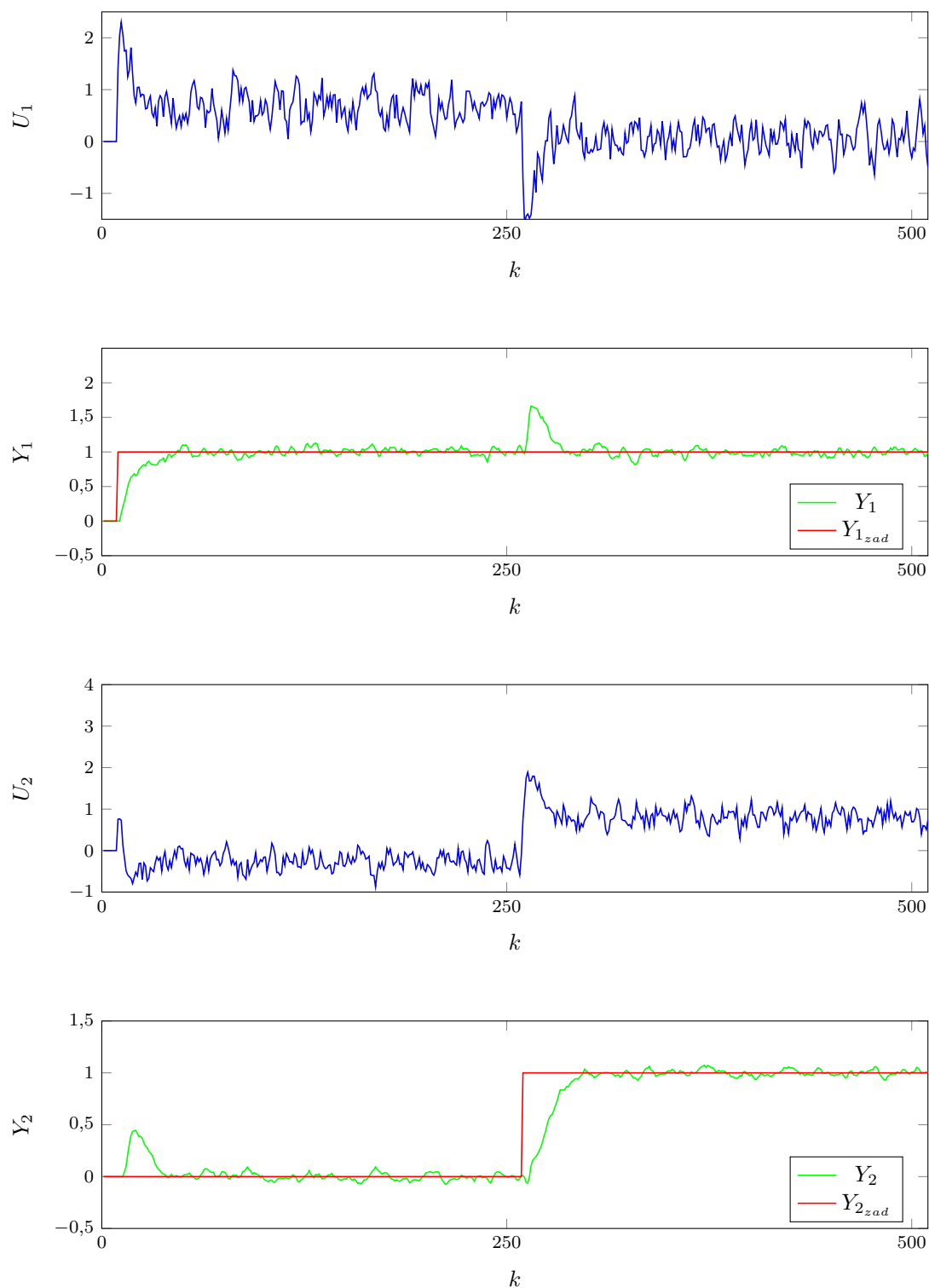
Jak widać na wykresie 7.4, dla amplitudy szumu o wartości 0,1 jakość sterowania jest bardzo dobra. Algorytm DMC radzi sobie lepiej od algorytmu PID. Błąd wyniósł $E = 23,2815$.



Rys. 7.4. Oba regulatory DMC dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,1

7.2.2. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2

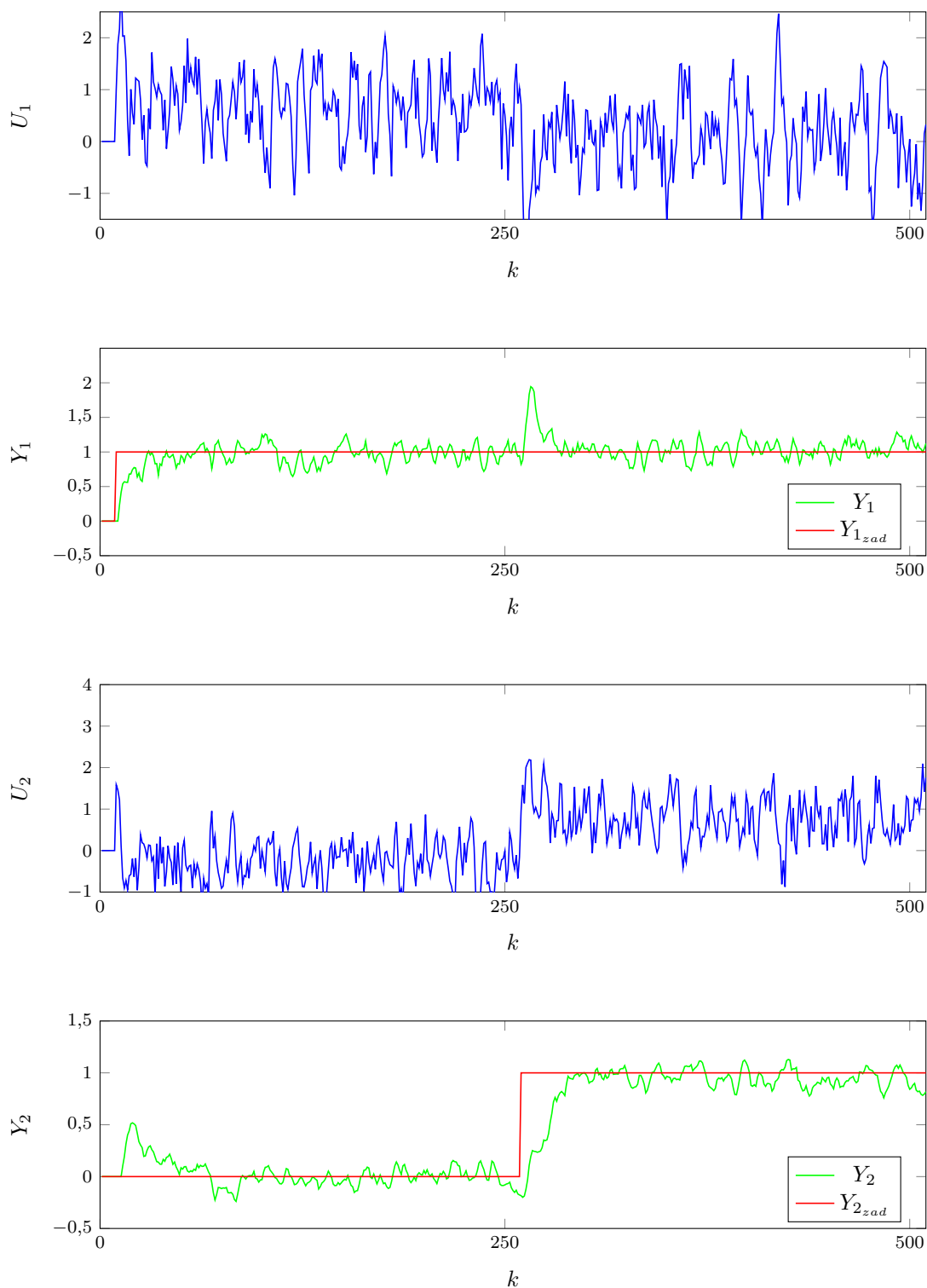
Wpływ szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2 na pomiar wyjścia obiektu został zaprezentowany na wykresie 7.5. Jakość regulacji jest wciąż dobra, chociaż przebiegi zaczynają coraz mocniej odbiegać od wartości zadanej. Błąd niewiele większy niż ten w poprzednim podpunkcie, wyniósł $E = 25,6682$.



Rys. 7.5. Oba regulatory DMC dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,2

7.2.3. Szum o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5

Gdy błędy pomiarów sygnałów wyjściowych są modelowane szumem o amplitudzie 0,5, przebiegi wynikające z pracy algorytmu wyglądają podobnie do tych utworzonych przez algorytm PID dla szumu o wartości 0,2. Błąd wynosi $E = 37,6402$, a oscylacje sygnału wyjściowego przyjmują wartości $\pm 0,25$. Jest to kolejny dowód na przewagę algorytmu DMC podczas regulacji z wyjściem obiektu obciążonym szumem pomiarowym. Wykres 7.6.



Rys. 7.6. Oba regulatory DMC dla szumu o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie 0,5

7.2.4. Wnioski

Oba regulatory wykazują się zadowalającą odpornością na szumy pomiarowe w sygnale wyjściowym. Dla wszystkich wartości amplitudy sygnału szumu algorytm DMC poradził sobie lepiej od regulatora PID.

8. Projekt: Zadanie 7: Odporność algorytmu na zakłócenie skokowe

W punkcie tym należało sprawdzić odporność algorytmu przy skokowych niemierzalnych addytywnych zakłóceniach sygnałów wyjściowych. W celu wykonania polecenia stworzyliśmy sygnały y_{zak1} i y_{zak2} o wyglądzie podobnym do sygnałów wartości zadanej (zaczynające się od 0 i zawierające skoki wartości o wybraną wielkość). Następnie w każdym kroku obliczaliśmy aktualny stan wyjść obiektu sumując wyjścia obliczone z plików symulacyjnych z zakłóceniami:

$$y_i(k) = symulacja_obektu3y_i(...) + y_{zak_i}(k), \forall i \in \{1, 2\} \quad (8.1)$$

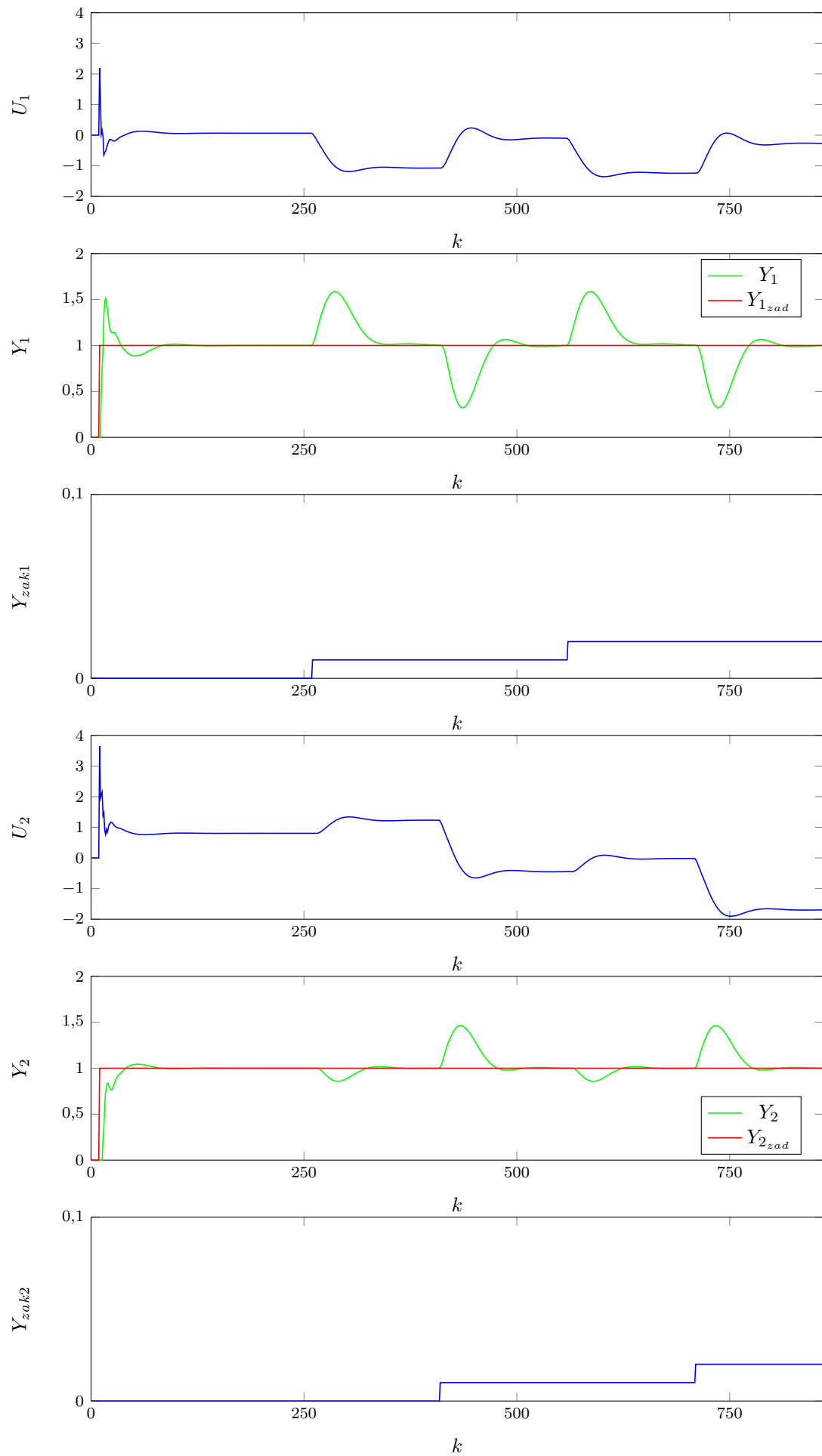
Ponieważ stany wyjść zależą od obydwu sterowań można się spodziewać, że zakłócenie na jednym wyjściu spowoduje także zaburzenie przebiegu drugiego z nich.

8.1. PID

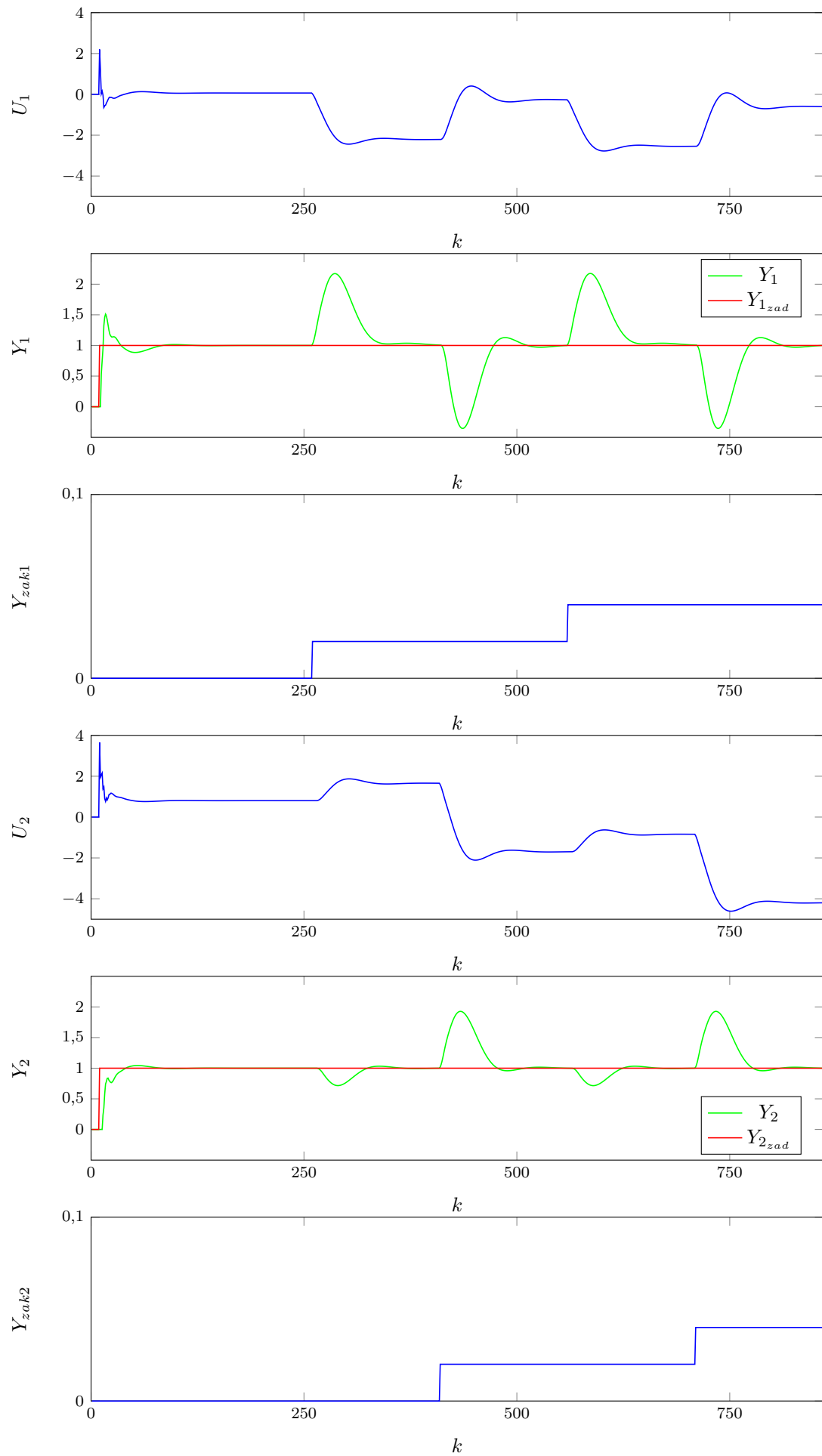
Dla algorytmu PID testujemy tylko przebiegi dla konfiguracji pierwszej (konfiguracja druga nie radzi sobie nawet bez zakłóceń, więc nie ma sensu testować jej odporności). Wykonaliśmy zadanie dla trzech różnych wielkości skoków zakłóceń: 0,01, 0,02 oraz 0,05. Dla każdego wyjścia wykonano po 2 skoki tej wielkości. Poniżej przedstawiono błędy otrzymane dla obydwu wyjść wszystkich przebiegów (tabela 8.1) oraz same przebiegi (wykresy 8.1, 8.2 i 8.3). Mimo, że zakłócenia nie są duże, powodują one znaczne zaburzenia przebiegów wyjścia i sterowania. Regulator radzi sobie z ich kompensacją, ale zajmuje mu to dużo czasu (za każdym skokiem ma na nią 150 kroków i ledwo się wyrabia) i przez to generowane są przy tym duże błędy (E dla ostatniego przypadku wynosi ponad 150 razy więcej niż dla braku zakłóceń). Błędy E_1 pierwszego wyjścia są w przybliżeniu 3 razy większe niż błędy wyjścia drugiego E_2 . Zaburzenia wartości y_1 są takiej samej wielkości, niezależnie od tego na którym zakłóceniu wystąpił skok. Dla y_2 zaburzenia są dość małe przy skoku y_{zak1} , a dla skoku y_{zak2} podobne wartością do zaburzeń y_1 , ale i tak nieco mniejsze. Końcowa wartość u_1 jest prawie identyczna do tej bez zakłóceń, jego spadki przy skokach y_{zak1} są tylko niewiele większe od wzrostów spowodowanych skokami y_{zak2} . Inaczej reaguje u_2 , które przy skokach y_{zak1} wzrasta zaledwie o ciupinę, aby potem przy skokach y_{zak2} gwałtownie spaść.

Wielkości skoków	E_1 - błąd y_1	E_2 - błąd y_2	E - suma błędów
0 (brak zakłóceń)	3,9124	5,7785	9,6909
0,01	47,9819	18,6451	66,627
0,02	180,1901	57,2448	237,4349
0,05	1105,6468	327,4425	1433,0892

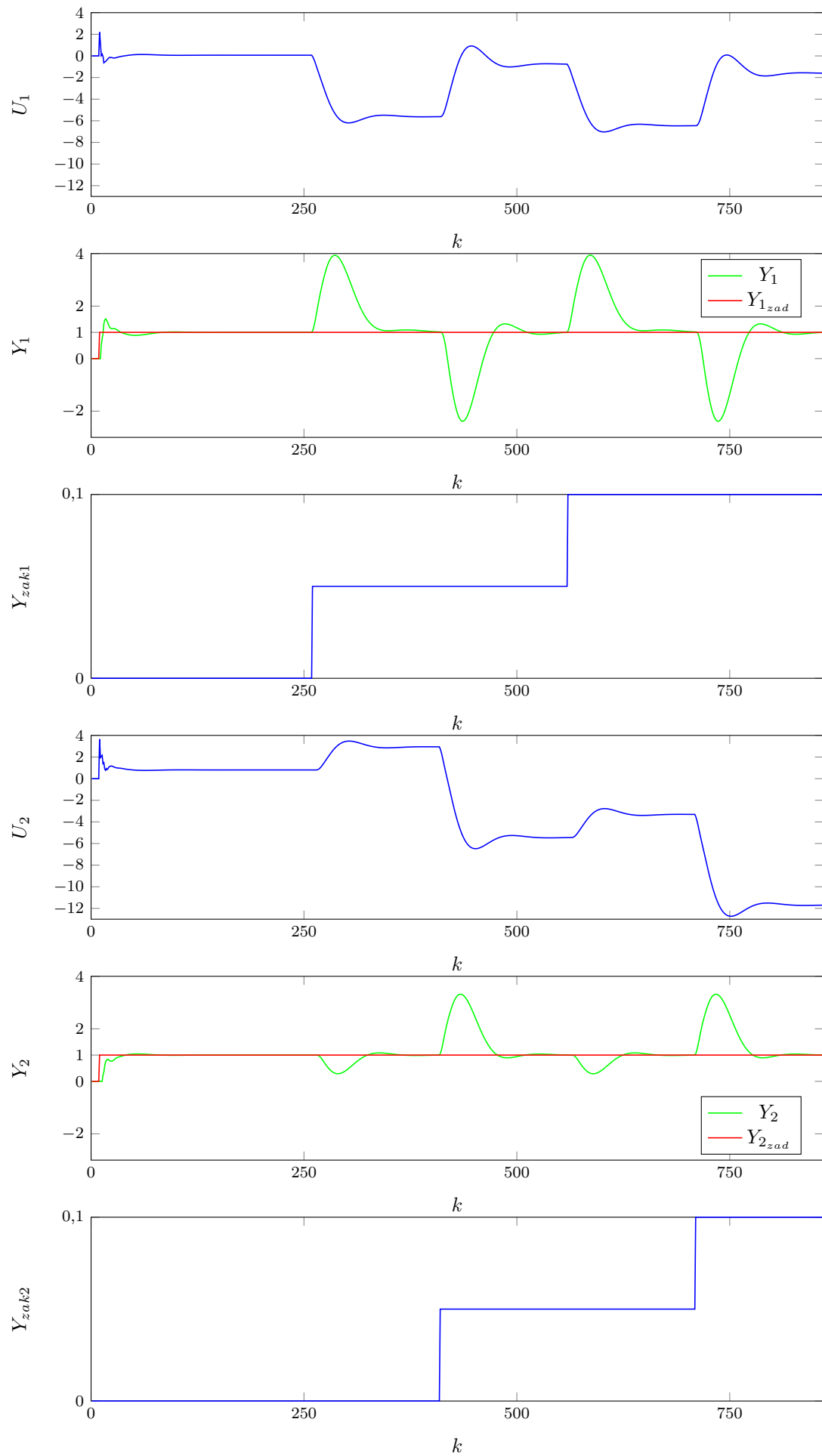
Tab. 8.1. Porównanie wartości błędów na obu wyjściach dla różnych skoków zakłóceń



Rys. 8.1. Działanie regulatora PID dla zakłóceń skokowych addytywnych o wielkości skoków 0.01



Rys. 8.2. Działanie regulatora PID dla zakłóceń skokowych addytywnych o wielkości skoków 0.02



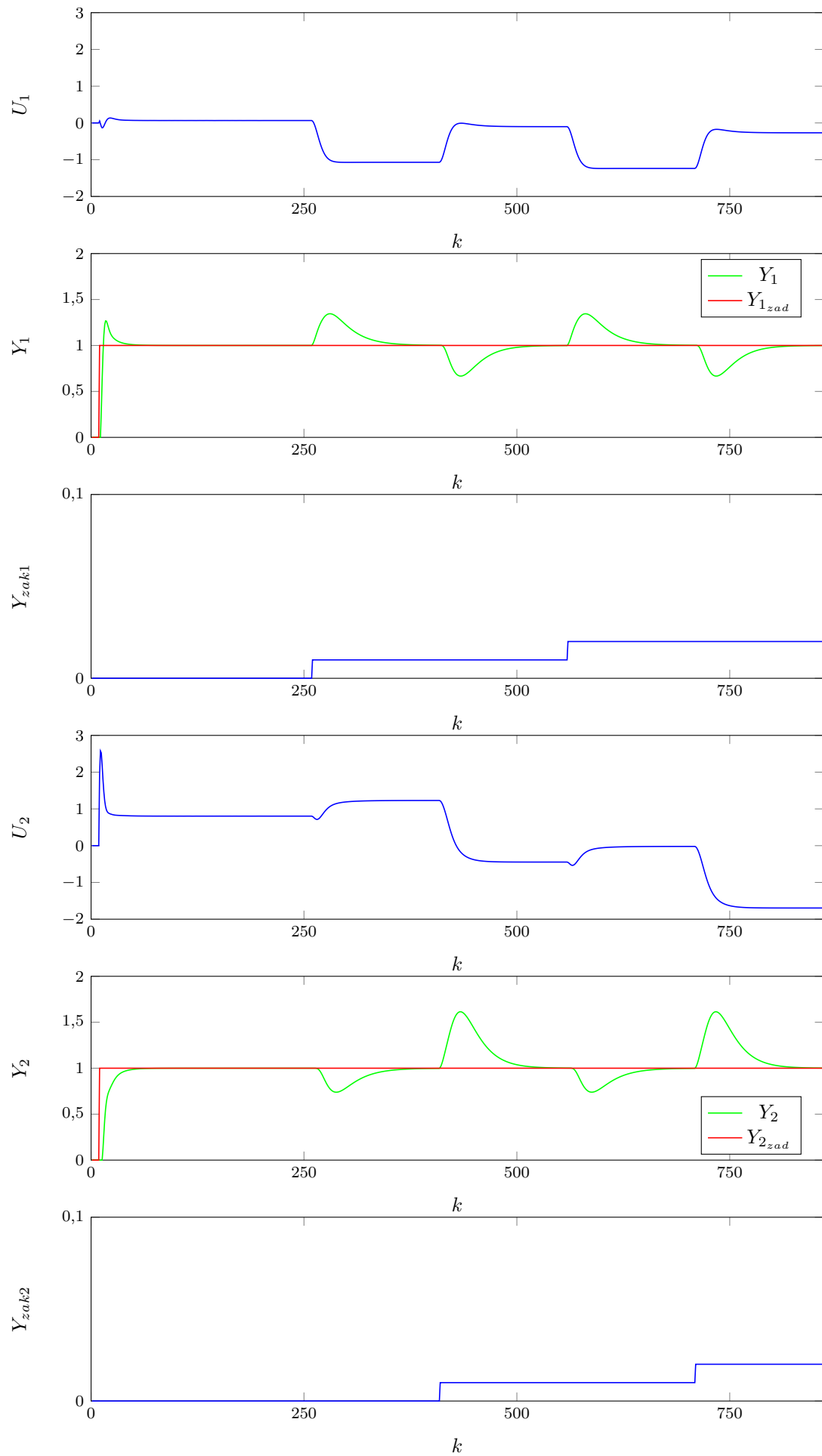
Rys. 8.3. Działanie regulatora PID dla zakłóceń skokowych addytywnych o wielkości skoków 0.05

8.2. DMC

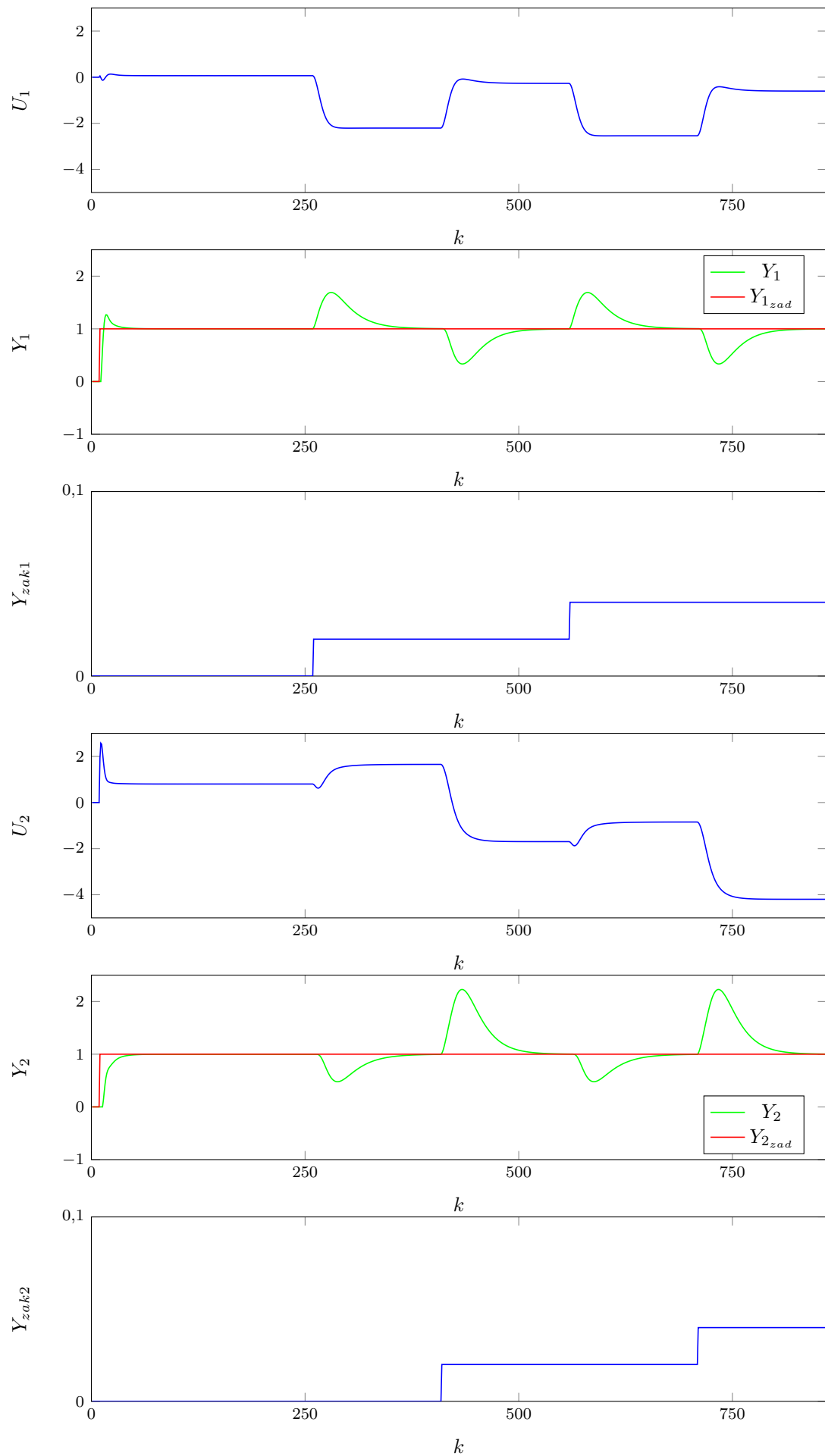
Dla algorytmu DMC wykonaliśmy zadanie dla takich samych wielkości skoków zakłóceń co dla PID: 0,01 , 0,02 oraz 0,05. Dla każdego wyjścia wykonano po 2 skoki tej wielkości. Poniżej przedstawiono błędy otrzymane dla obydwu wyjść wszystkich przebiegów (tabela 8.2) oraz same przebiegi (wykresy 8.4, 8.5 i 8.6). Mimo, że zakłócenia nie są duże, powodują one znaczne zaburzenia przebiegów wyjścia i sterowania, choć mniejsze niż przy regulatorze PID. Regulator radzi sobie z ich kompensacją, ale zajmuje mu to dużo czasu (za każdym skokiem ma na nią 150 kroków i ledwo się wyrabia dla skoku 0,05) i przez to generowane są duże błędy (E dla ostatniego przypadku wynosi ponad 100 razy więcej niż dla braku zakłóceń). Przebiegi wyjść i sterowań dla DMC są znacznie gładzsze niż dla regulatora PID więc błędy E dla DMC są mniejsze. Zmienił się także rozkład błędów, ponieważ dla tego algorytmu większe są błędy E_2 (około 2 razy większe). Podobnie jak w PID zaburzenia wartości y_1 są takiej samej wielkości, niezależnie od tego na którym zakłóceniu wystąpił skok. Dla y_2 przy skoku y_{zak1} zaburzenia są niewiele mniejsze od tych dla y_1 , ale dla skoku y_{zak2} są prawie dwukrotnie większe. Reakcja sterowań w tym regulatorze jest podobna do tej dla PID. Końcowa wartość u_1 jest w dużym przybliżeniu identyczna do wartości z przed zakłóceń, jego spadki przy skokach y_{zak1} są trochę większe od wzrostów spowodowanych skokami y_{zak2} . u_2 przy skokach y_{zak1} wzrasta niewiele, by potem przy skokach y_{zak2} gwałtownie spaść.

Wielkości skoków	E_1 - błąd y_1	E_2 - błąd y_2	E - suma błędów
0 (brak zakłóceń)	3,098	6,4286	9,5265
0,01	16,5421	32,6825	49,2246
0,02	56,8746	111,4443	168,3189
0,05	339,2019	662,7771	1001,979

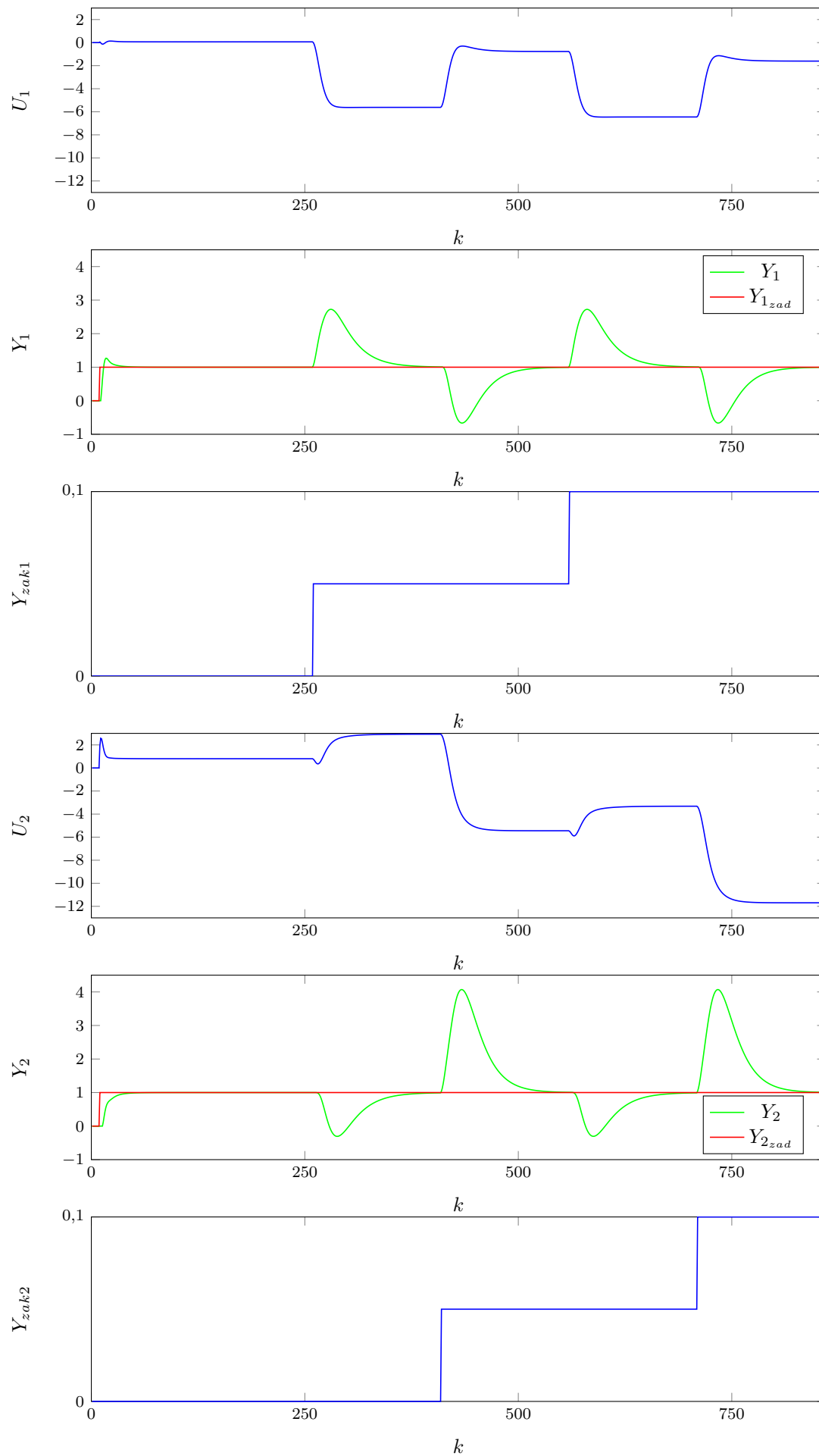
Tab. 8.2. Porównanie wartości błędów na obu wyjściach dla różnych skoków zakłóceń



Rys. 8.4. Działanie regulatora DMC dla zakłóceń skokowych addytywnych o wielkości skoków 0.01



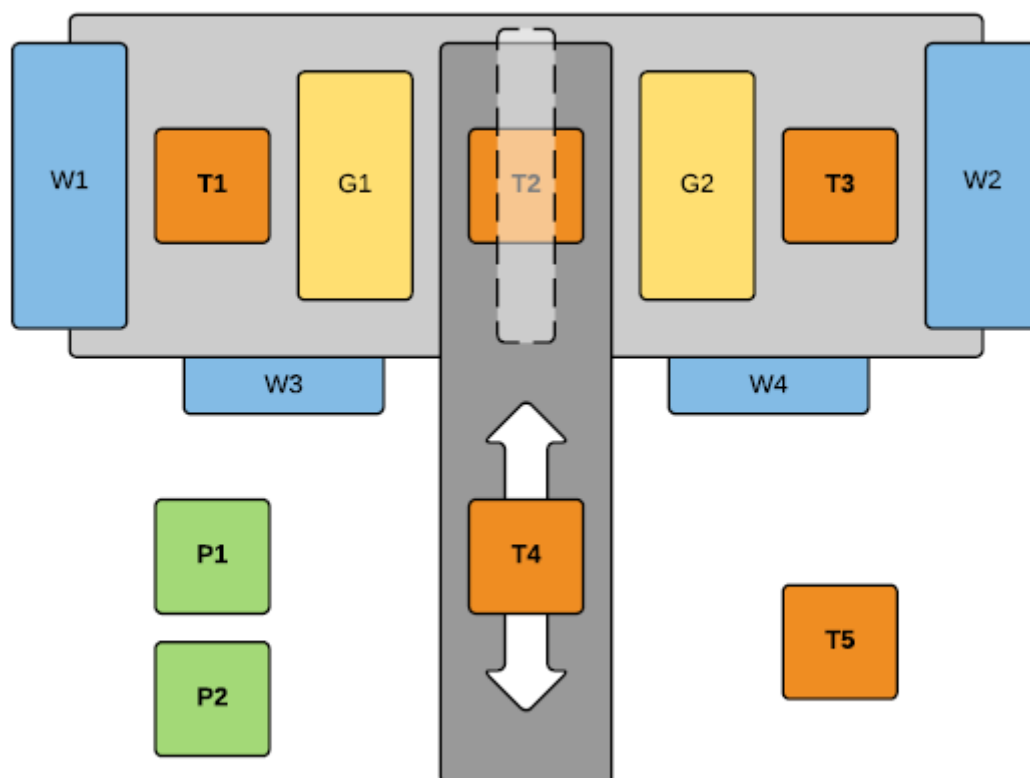
Rys. 8.5. Działanie regulatora DMC dla zakłóceń skokowych addytywnych o wielkości skoków 0.02



Rys. 8.6. Działanie regulatora DMC dla zakłóceń skokowych addytywnych o wielkości skoków 0.05

9. Laboratorium: Opis obiektu

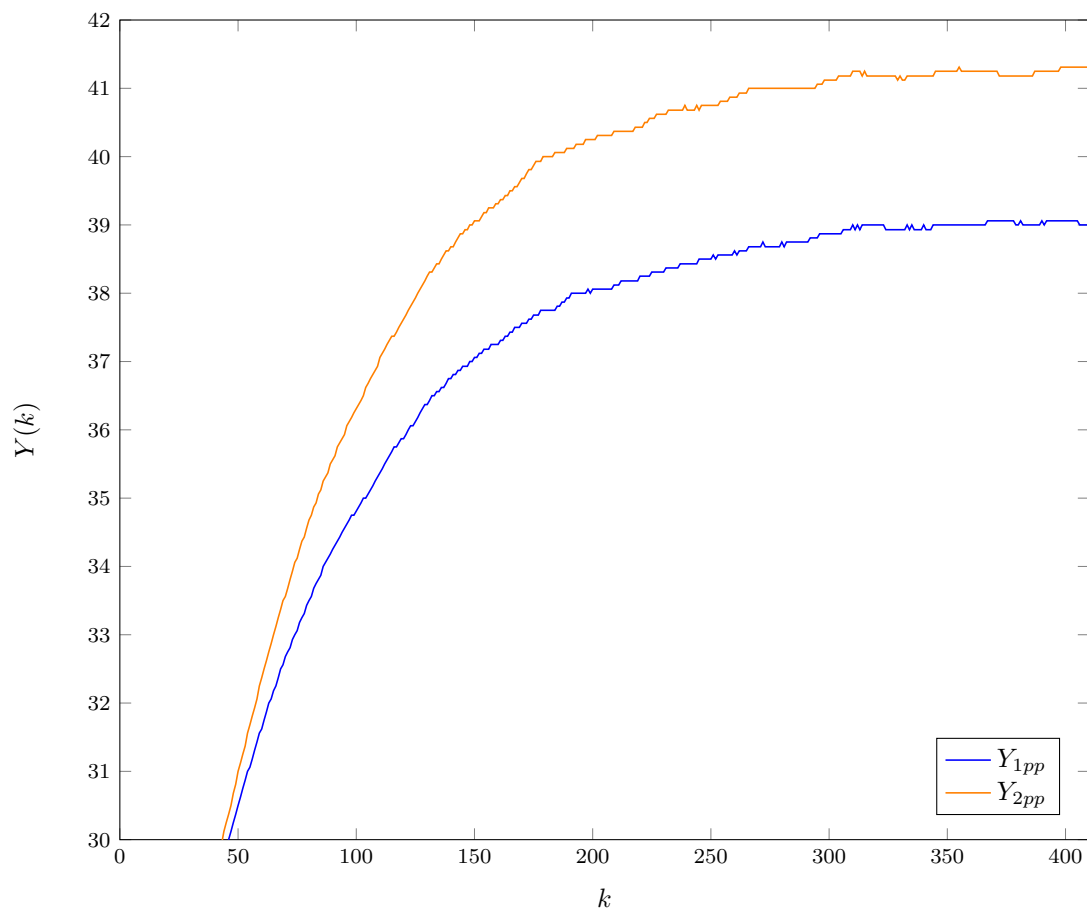
Obiektem używanym na laboratorium było stanowisko grzejąco-chłodzące przedstawione schematycznie na poniższym rysunku 9.1. Stanowisko składa się z 4 wentylatorów (W), 2 grzałek (G), 5 czujników temperatury (T), pomiaru prądu (P1) oraz napięcia (P2). Nie korzystaliśmy jednak w tym ćwiczeniu ze wszystkich elementów stanowiska. Przez cały czas trwania ćwiczenia uruchomione były wentylatory W1 oraz W2, które ustawione na stałe 50% mocy symulowały stałe niemierzalne zakłócenie. Stanowisko grzewcze było doskonale symetryczne, tj. grzałki G1 i G2 były identyczne, czujniki T1 i T3 również były identyczne, a szkielet stanowiska był jednorodny i jednakowej grubości w każdym punkcie. Symulowany był obiekt o dwóch wejściach i dwóch wyjściach - sterowaniami naszego obiektu były grzałki G1 oraz G2. Jako wyjścia zostały przyjęte czujniki temperatury T1 oraz T3. Nie odczytywaliśmy wartości z pozostałych czujników; nie były one istotne dla naszego eksperymentu. Ze względu na to, że mierzonym medium była temperatura, obiekt był narażony na różnego rodzaju szумы i zakłócenia. Jego położenie także nie sprzyjało dokładnym pomiarom (otwarte drzwi). Z tych powodów pomiary z niego otrzymane mogły zawierać odchylenia od wartości właściwej.



Rys. 9.1. Schemat stanowiska grzejąco-chłodzącego

10. Laboratorium: Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było sprawdzenie możliwości sterowania i pomiaru w komunikacji ze stanowiskiem oraz określenie wartości wyjść obiektu Y_{1pp} (pomiaru $T1$) oraz Y_{2pp} (pomiaru $T3$) w punkcie pracy $U_{1pp} = 25 + nz$ oraz $U_{2pp} = 30 + nz$, gdzie dla naszego zespołu $nz = 11$. Obiekt zachowywał się prawidłowo - umożliwiał zarówno sterowanie temperaturą jak i jej odczyt. Następnie przeszliśmy do badania zachowania obiektu w punkcie pracy: ustawiliśmy wartość sterowania (moc grzania grzałek $G1$ i $G3$) na U_{1pp} i U_{2pp} i odczekaliśmy znaczną ilość czasu (powyżej 8 minut). Wyjścia ustabilizowały się w pobliżu wartości $Y_{1pp} = 39$ oraz $Y_{2pp} = 41.31$ (czasami występowały niewielkie skoki spowodowane prawdopodobnie zakłóceniami z otoczenia). Ostatecznie zdecydowaliśmy się zachować te wartości.



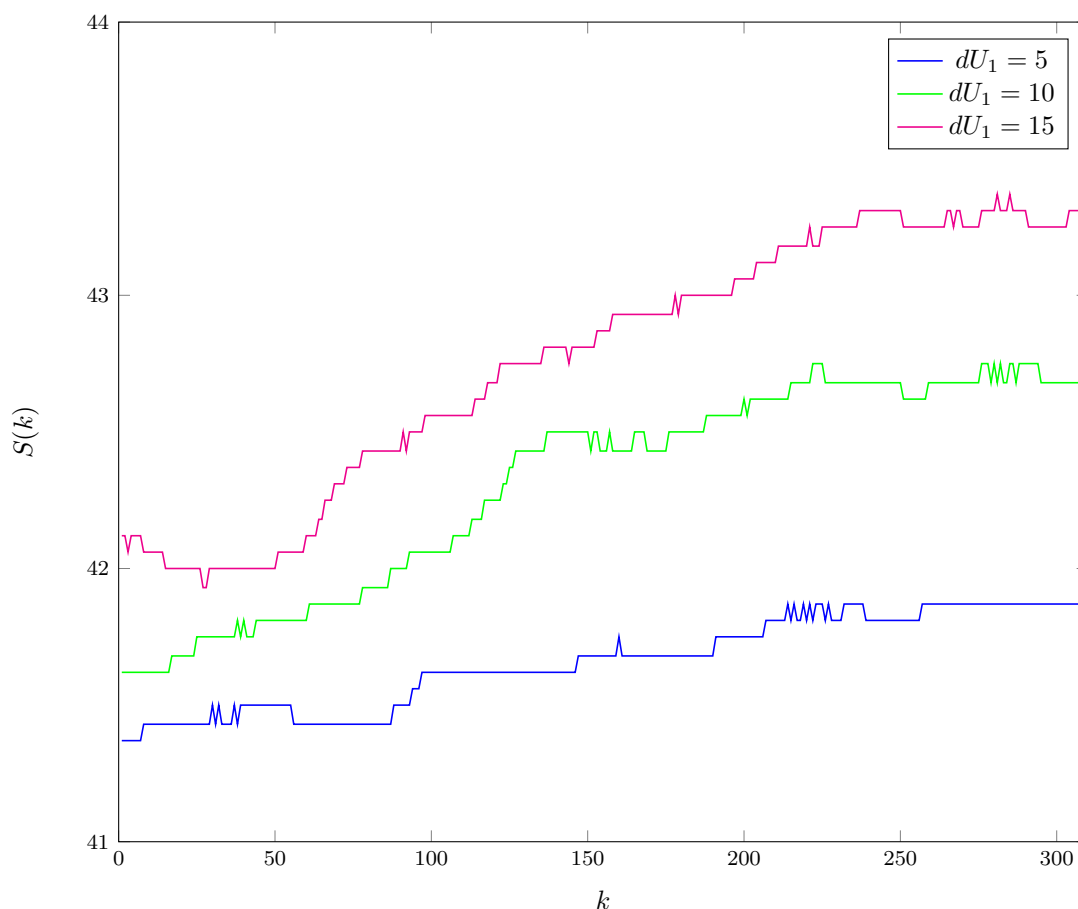
Rys. 10.1. Wykresy $Y(k)$ w punktach pracy U_{pp}

11. Laboratorium: Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

11.1. Skrośnię odpowiedzi skokowe

Kolejnym zadaniem było wyznaczenie trzech skrośnych odpowiedzi skokowych obiektu. Wykonaliśmy skoki na grzałce G1, rozpoczynające się w punkcie pracy i zmierzaliśmy wyjście obiektu na czuniku T3 (tj. odpowiedź skoką w torze $y_2(u_1)$). Wyniki tego eksperymentu znajdują się na rysunku 11.1. Kolejno były wykonywane skoki sygnałem sterującym mocą grzałki o 5%, 10% i 15%. Dla przedstawionych odpowiedzi skok sterowania następował w chwili $k = 10$, co oznacza, że dopiero od $k = 11$ wykresy przedstawiają właściwe odpowiedzi skokowe. Ponieważ obiekt był doskonale symetryczny, nie było potrzeby wykonywania drugiej skrośnej odpowiedzi skokowej $y_1(u_2)$ - jest ona identyczna.

Z wykresu można także odczytać, jak w trakcie trwania ćwiczenia przesuwiał się punkt pracy w górę. Było to zapewne konsekwencją wzrastającej temperatury w laboratorium.



Rys. 11.1. Wykresy $S_2(k)$ dla różnych skoków sterowania z $U_{1pp} = 36$ o dU

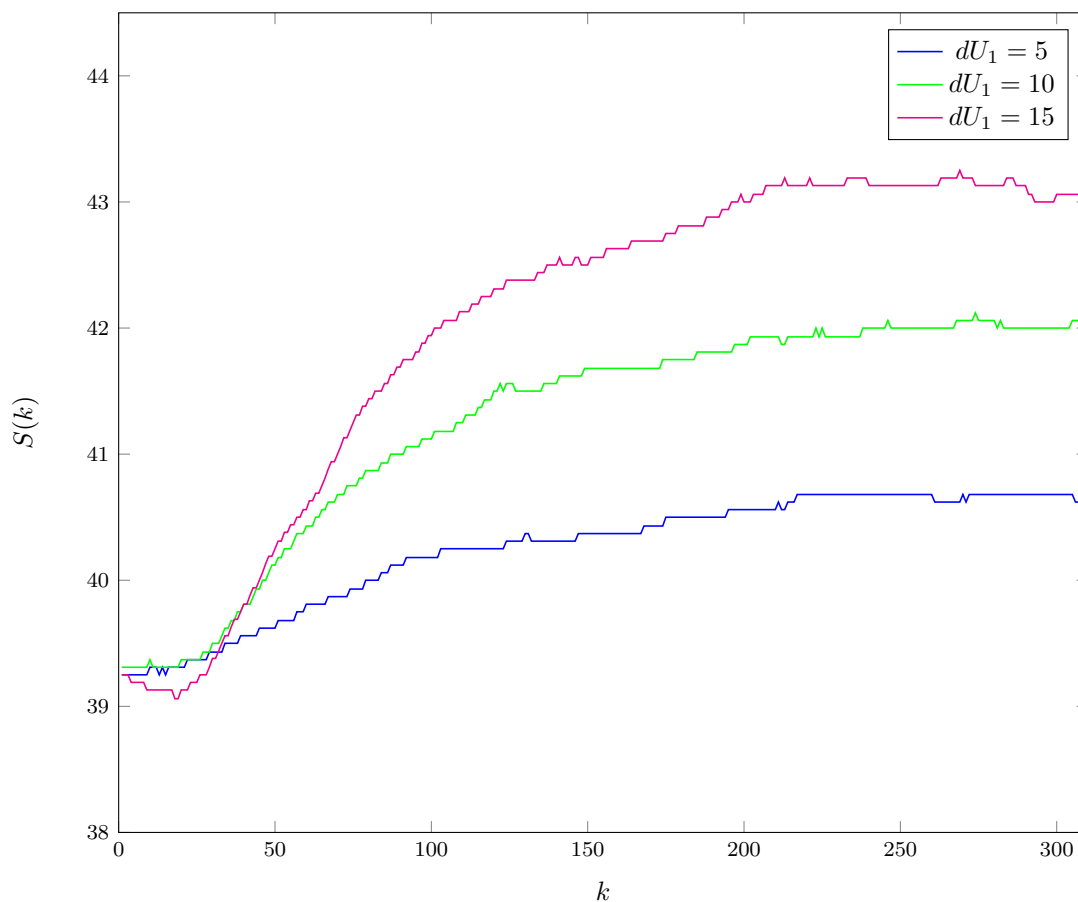
11.2. Właściwości statyczne obiektu

Trudności sprawiło nam określenie, czy właściwości statyczne posiadanego obiektu są liniowe. Biorąc dosłownie końcowe wartości wyjścia skrośnych odpowiedzi skokowych należałoby stwierdzić, że nie są. Należy jednak pamiętać o następujących faktach:

1. W okolicy obiektu występowały nieuchronne zakłócenia, które w znaczący sposób wpłynęły na odczyty;
2. Analizowane są odpowiedzi skrośne, które mają stosunkowo małe wzmocnienie i szum będzie na nie z tego powodu mocniej wpływał;
3. W trakcie trwania laboratorium punkt pracy przesunął się w górę, co również utrudnia poprawną interpretację wyniku;
4. Doświadczenia z poprzednich laboratoriów na tym obiekcie wskazują, że jest to obiekt liniowy.

Mając na uwadze powyższe fakty, można zauważyć w przebiegach pewne prawidłowości. Przy skoku sterowania o 5% temperatura podniosła się o około 0,4 stopnia, a przy skoku o 15% o około 1,2 stopnia. Jak można zauważyć, wyjście wzrosło o około 3 razy większą wartość przy 3 razy większym skoku, więc zachowało się liniowo. Gdyby założyć, że przy skoku o 10% nastąpiły większe zakłócenia niż przy innych i odczyt jest zbyt duży, to można by stwierdzić, że charakterystyka statyczna obiektu jest w przybliżeniu liniowa, a jej wzmocnienie statyczne toru $y_2(u_1)$ wynosi około $0,4/5 = 0,08$.

Liniowy charakter obiektu potwierdzają także wykresy odpowiedzi skokowej nieskrośnej - na 11.2 zostały przedstawione charakterystyki $y_1(u_1)$ przesunięte do wspólnego punktu pracy:



Rys. 11.2. Przesunięte do wspólnego punktu pracy wykresy $S_1(k)$ dla różnych skoków sterowania z $U_{1pp} = 36$ o dU

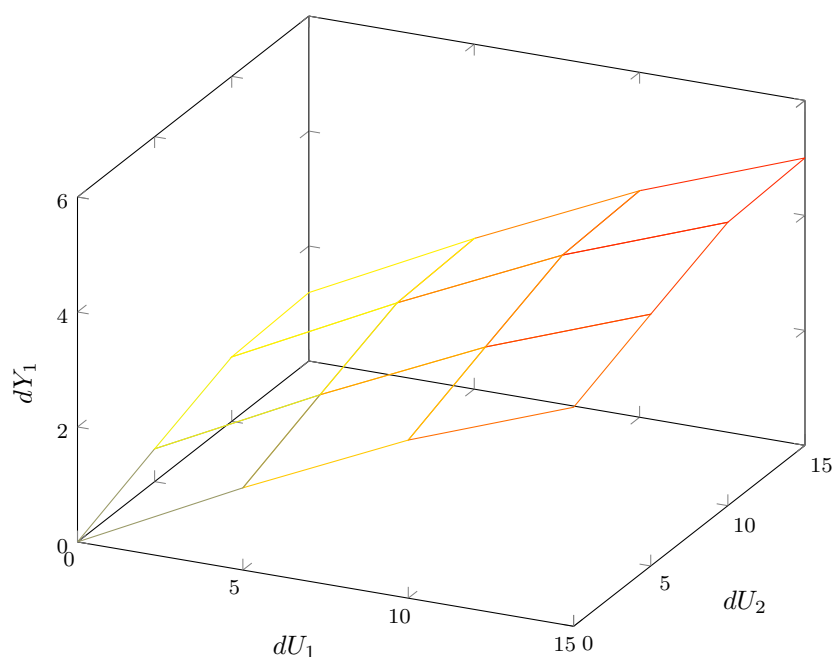
Widać na nich statystyczny charakter przebiegów - odległości między wartościami końcowymi poszczególnych skoków są bliskie tej samej wartości. Odczytujemy z niej wzmocnienie statyczne toru $y_1(u_1)$, które wynosi około $2,85/10 = 0,285$. Jak można wnioskować z tych wartości, wyjście y_1 na zmianę u_1 powinno reagować w przybliżeniu 2.5x mocniej, niż wyjście y_2 .

Ponieważ obiekt jest idealnie symetryczny a obie grzałki mają takie same właściwości, torry $y_1(u_2)$ i $y_2(u_2)$ będą lustrzanym odbiciem torów dla wejścia nr 1. Tak więc: wzmocnienie statyczne toru $y_1(u_2) = 0,08$, a wzmocnienie statyczne toru $y_2(u_2) = 0,285$.

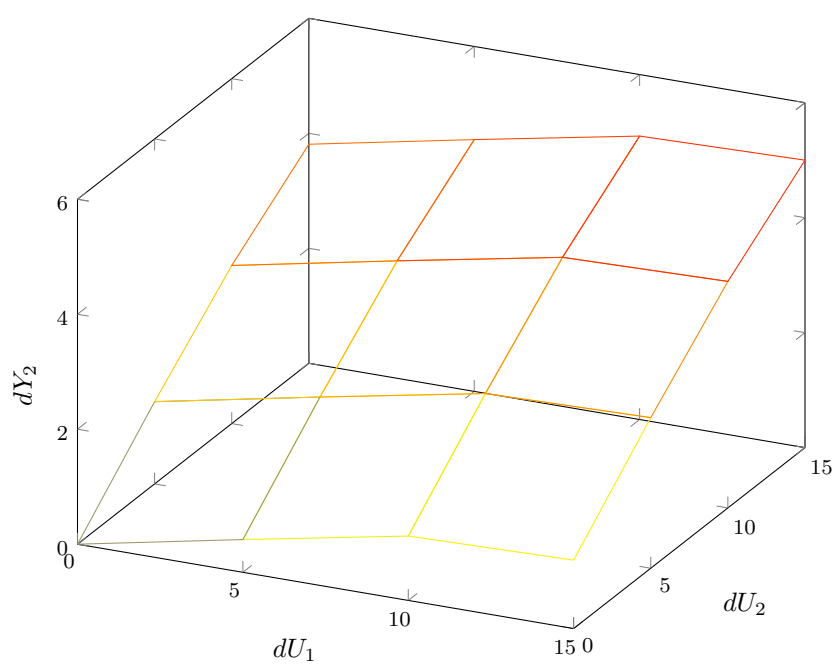
11.3. Charakterystyki statyczne procesu $T1(G1, G2)$, $T3(G1, G2)$

Z powodu ograniczonego czasu na laboratorium, nie byliśmy w stanie zebrać odpowiedzi dla różnych kombinacji obu wejść. Posiadając jednak wartości opisane w poprzednim podpunkcie, możemy bez problemu utworzyć trójwymiarowe wykresy obrazujące wyjście obu wyjść w zależności od obu wejść. Tworzymy je w oparciu o dwa fakty: stanowisko jest symetryczne - właściwości odpowiednich torów ($y_1(u_1)$ i $y_2(u_2)$ oraz $y_1(u_2)$ i $y_2(u_1)$) są identyczne oraz zachowane są właściwości liniowe, możemy więc skorzystać z zasady superpozycji: przykładowo, wyjście y_1 w stanie ustalonym dla skoku sterowania $du_1 = 10$ i $du_2 = 15$ będzie wynikiem sumy: wartości y_1 w punkcie pracy, różnicy między wartością końcową i początkową odpowiedzi skokowej $y_1(u_1)$ dla skoku $du_1 = 10$ oraz różnicy między wartością końcową i początkową odpowiedzi skokowej $y_2(u_1)$ dla skoku $du_1 = 15$. Zbiór punktów utworzonych w ten sposób pozwala na utworzenie płaszczyzny.

Kompletne charakterystyki przedstawiają poniższe wykresy 11.3 i 11.4.



Rys. 11.3. $y_1(u_1, u_2)$

Rys. 11.4. $y_2(u_1, u_2)$

Należy zaznaczyć, że nie tworzą one idealnych płaszczyzn - wynika to z istoty rzeczywistego obiektu, jakim jest stanowisko grzewcze oraz zakłóceń otoczenia, których obecność powoduje obarczenie odczytów nieuchronnym błędem.

12. Laboratorium: Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Kolejnym poleceniem było wyznaczyć znormalizowane odpowiedzi skokowe (takie jakie wymagane są do algorytmu DMC) i zaprosymować je, używając w tym celu członu inercyjnego drugiego rzędu z opóźnieniem. Człon posiada 4 parametry: T_1 , T_2 , K (dalej oznaczane jako K_p) i T_d (w dalszej części sprawozdania oznaczane jako TD). Nazwy zostały zmienione, by nie mylić ich z parametrami algorytmu PID. Człon jest opisany wzorami powstałymi po przekształceniu jego transmitancji:

$$\alpha_1 = e^{-\frac{1}{T_1}} \quad (12.1)$$

$$\alpha_2 = e^{-\frac{1}{T_2}} \quad (12.2)$$

$$a_1 = -\alpha_1 - \alpha_2 \quad (12.3)$$

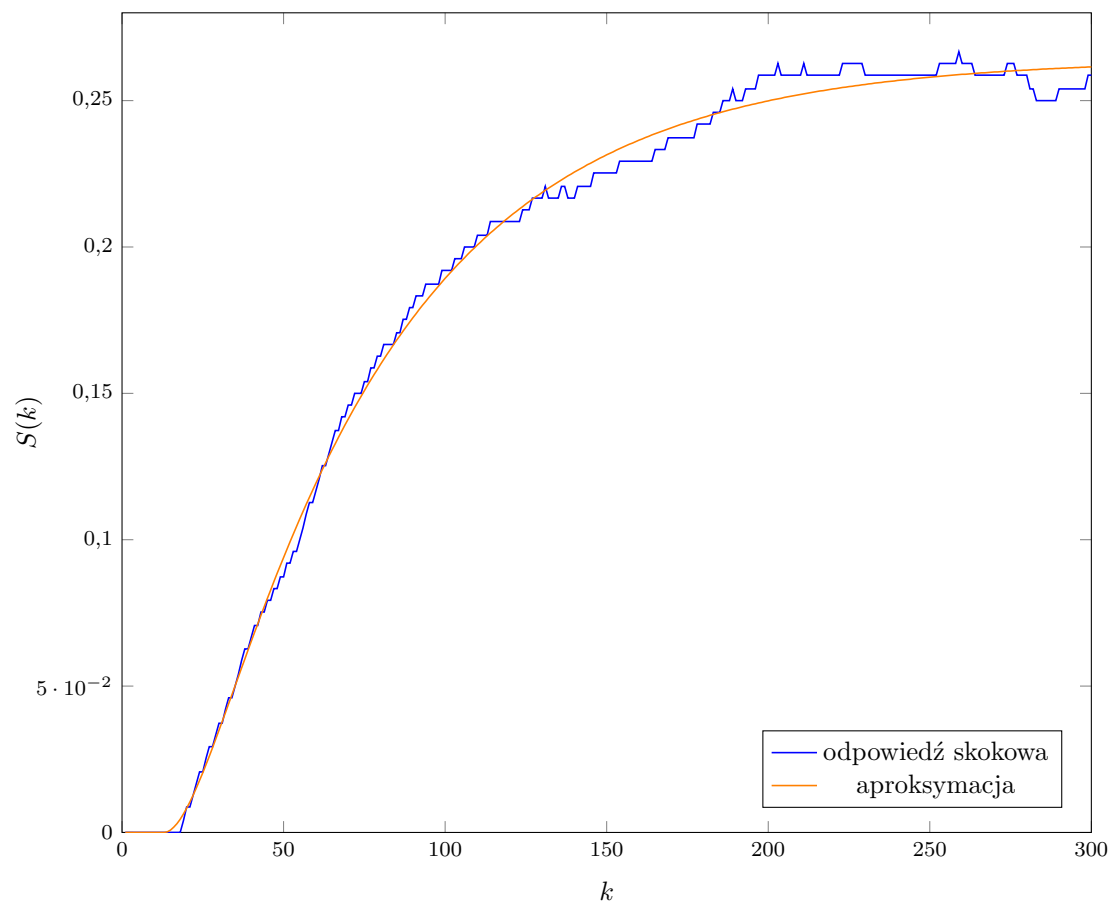
$$a_2 = \alpha_1 \alpha_2 \quad (12.4)$$

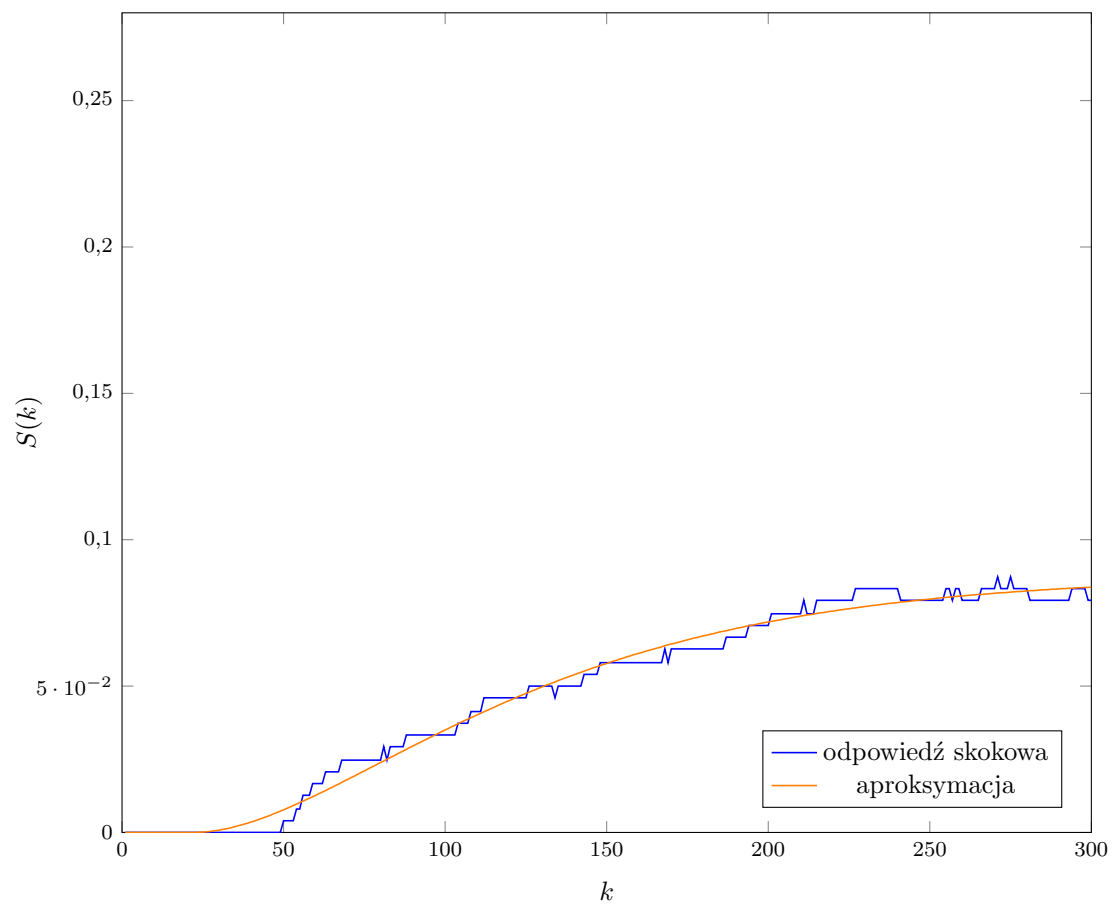
$$b_1 = \frac{K_p}{T_1 - T_2} [T_1(1 - \alpha_1) - T_2(1 - \alpha_2)] \quad (12.5)$$

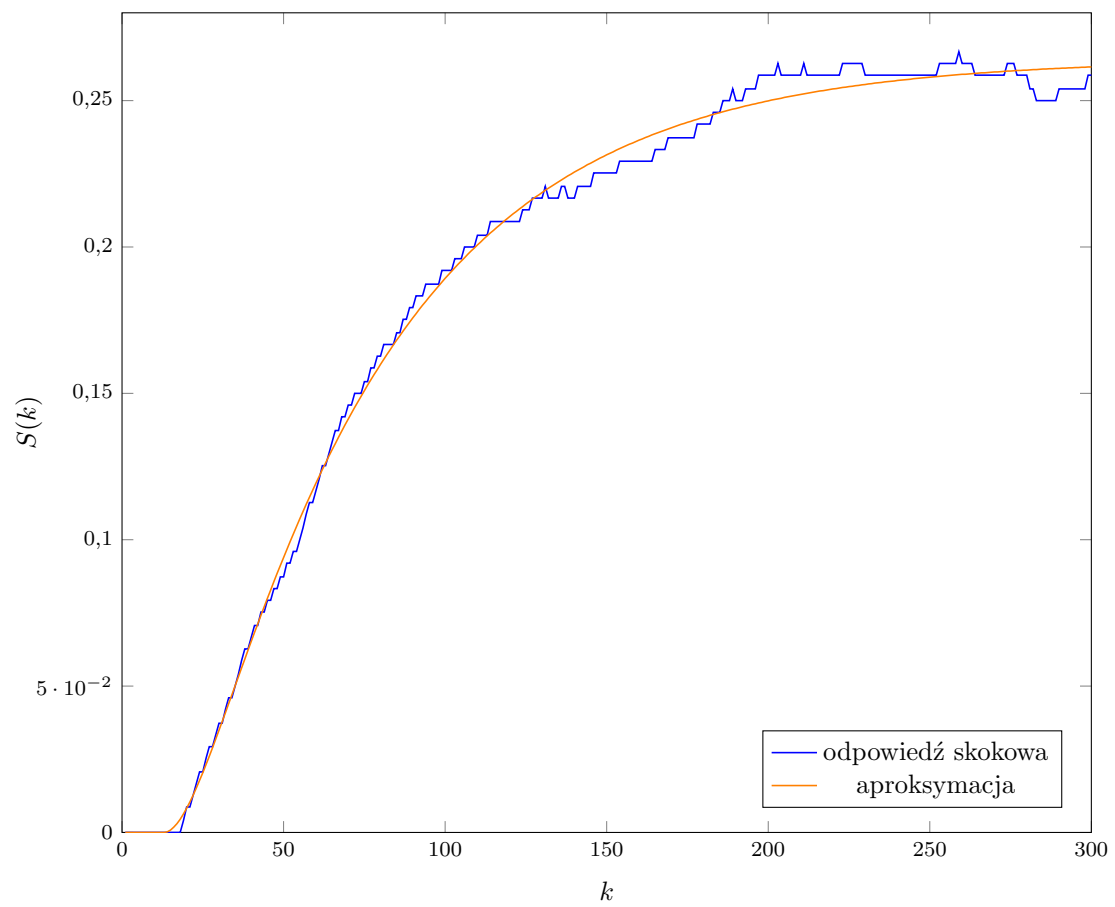
$$b_2 = \frac{K_p}{T_1 - T_2} [\alpha_1 T_2(1 - \alpha_2) - \alpha_2 T_1(1 - \alpha_1)] \quad (12.6)$$

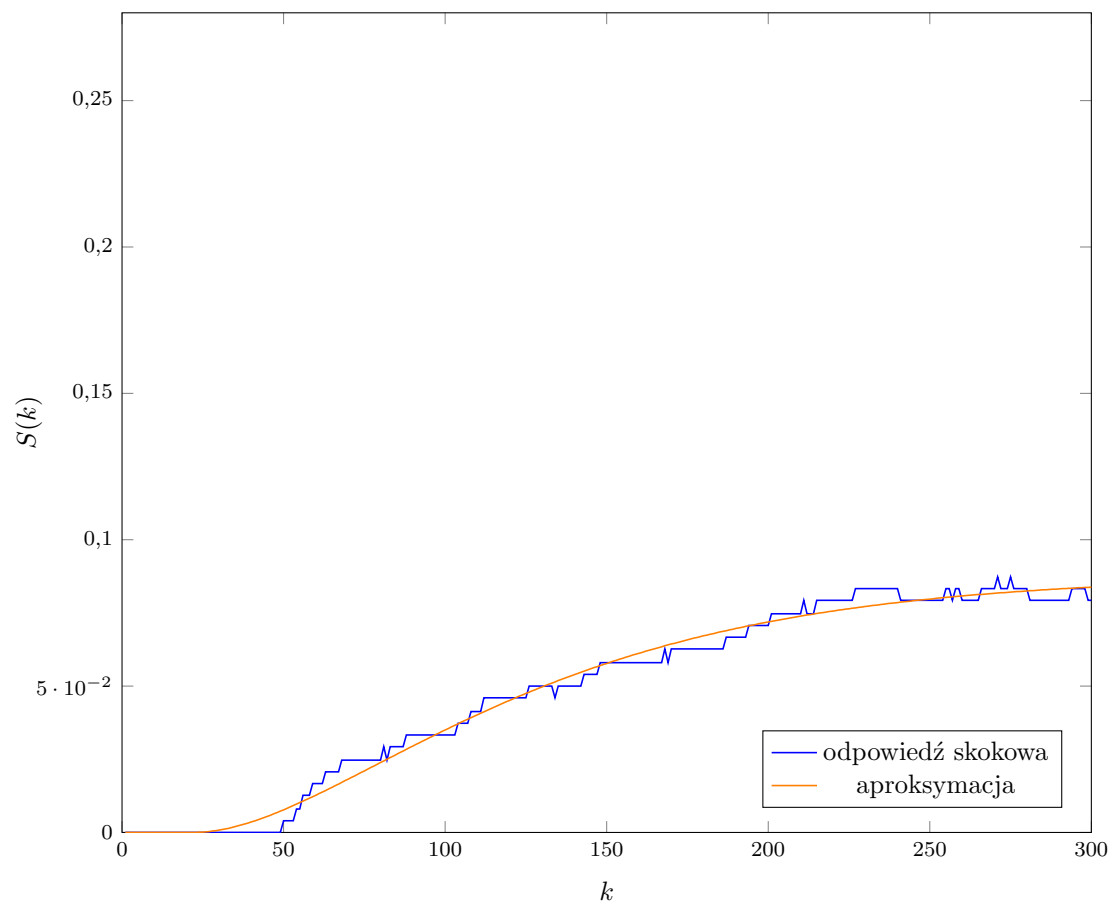
$$y(k) = b_1 u(k - TD - 1) + b_2 u(k - TD - 2) - a_1 y(k - 1) - a_2 y(k - 2) \quad (12.7)$$

W celu doboru parametrów członu wykorzystano funkcję `fmincon`. Jako początkowe wartości dobieranych parametrów wybraliśmy $[11, 10, 1, 10]$, 11 i 10 dla T_1 i T_2 żeby nie były takie same, 1 dla K_p , bo przy dotychczas zebranych przebiegach nie spodziewaliśmy się dużego wzmocnienia dla tego obiektu i 10 dla TD , bo z obserwacji wynika, że opóźnienie obiektu jest bliskie tej wartości. Od dołu ograniczyliśmy wszystkie parametry zerami. Od góry ograniczyliśmy je wartościami $[1000, 1000, 20, 30]$, tak, by każdy parametr miał przedział dostosowany do swoich potrzeb (duże zmiany dla T_1 i T_2 , małe zmiany dla K_p , TD sądząc po wykresach nie powinno przekroczyć 30). Jako odpowiedź do znormalizowania wybraliśmy tą dla skoku o 15, jako najmniej zaszumioną. W wyniku normalizacji przekształciliśmy ją do odpowiedzi jaką mielibyśmy po skoku jednostkowym (odjęliśmy od każdej zebranej próbki wartość w punkcie pracy dla danego wyjścia i podzieliliśmy otrzymane wartości przez skok). Następnie po wykonaniu aproksymacji otrzymaliśmy parametry członu równe $T_1 = 60,41746$, $T_2 = 9,98566$, $K_p = 0,26426$ i $Td = 13$ przy błędzie optymalizacji $e = 0,0066$ dla toru $y_1(u_1)$ (analogicznie $y_2(u_2)$) oraz $T_1 = 56,48782$, $T_2 = 56,99066$, $K_p = 0,08764$ i $Td = 22$ przy błędzie optymalizacji $e = 0,0030$ dla toru $y_2(u_1)$ (analogicznie $y_1(u_2)$). Znormalizowane odpowiedzi i jej aproksymacje przedstawiliśmy na poniższych wykresach 12.1, 12.2, 12.4, 12.3.

Rys. 12.1. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej i jej aproksymacji toru $y_1(u_1)$

Rys. 12.2. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej i jej aproksymacji toru $y_1(u_2)$

Rys. 12.3. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej i jej aproksymacji toru $y_2(u_2)$

Rys. 12.4. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej i jej aproksymacji toru $y_2(u_1)$

13. Laboratorium: Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC

13.1. Cyfrowy algorytm PID

W projekcie został wykorzystany regulator cyfrowy *PID*, którego parametry są opisane poniższymi wzorami, gdzie K - wzmocnienie członu P , T_p - czas próbkowania, T_i - czas zdwojenia członu całkującego I , T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego D , j - numer toru.

$$r_0^j = K^j * (1 + T_p / (2 * T_i^j) + T_d^j / T_p) \quad (13.1)$$

$$r_1^j = K^j * (T_p / (2 * T_i^j) - 2 * T_d^j / T_p - 1) \quad (13.2)$$

$$r_2^j = K * T_d^j / T_p \quad (13.3)$$

W każdej iteracji pętli sterowania jest obliczany uchyb danego wyjścia obiektu i wartości zadanej tego wyjścia.

$$e(k)^j = Y^{\text{zad}}(k)^j - Y(k)^j \quad (13.4)$$

Sterowanie regulatora zostaje wyliczone na bieżącą chwilę przy użyciu wzoru:

$$U(k)^j = r_2^j * e(k - 2)^j + r_1^j * e(k - 1)^j + r_0^j * e(k)^j + U(k - 1)^j \quad (13.5)$$

Na końcu zotają nałożone na to sterowanie ograniczenia:

$$0 \leq G1(k) \leq 100 \quad (13.6)$$

$$0 \leq G2(k) \leq 100 \quad (13.7)$$

13.2. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y_1^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ y_{ny}^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (13.8)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{ny}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (13.9)$$

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_{nu}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (13.10)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \vdots \\ \Delta u_{nu}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (13.11)$$

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y^{\text{zad}}(k|k) \\ \vdots \\ y^{\text{zad}}(k|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y} \quad (13.12)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y} \quad (13.13)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u} \quad (13.14)$$

$$\mathbf{S}_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} & \dots & s_l^{1n_u} \\ s_l^{21} & s_l^{22} & \dots & s_l^{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{n_y 1} & s_l^{n_y 2} & \dots & s_l^{n_y n_u} \end{bmatrix}_{n_y \times n_u}, l = 1, \dots, D. \quad (13.15)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times (N_u \times n_u)} \quad (13.16)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times ((D-1) \times n_u)} \quad (13.17)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (13.18)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (13.19)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (13.20)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P \quad (13.21)$$

gdzie:

$$e(k) = Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) \quad (13.22)$$

$$k_e^j = \sum_{i=n_u}^{N * n_y} K(1 : n_u, i) \quad (13.23)$$

$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} k_e^1 & k_e^2 \\ k_e^3 & k_e^4 \end{bmatrix} \quad (13.24)$$

$$k_u = kM^P \quad (13.25)$$

k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K . Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

Na końcu zotają nałożone na sterowania ograniczenia:

$$0 \leq G1(k) \leq 100 \quad (13.26)$$

$$0 \leq G2(k) \leq 100 \quad (13.27)$$

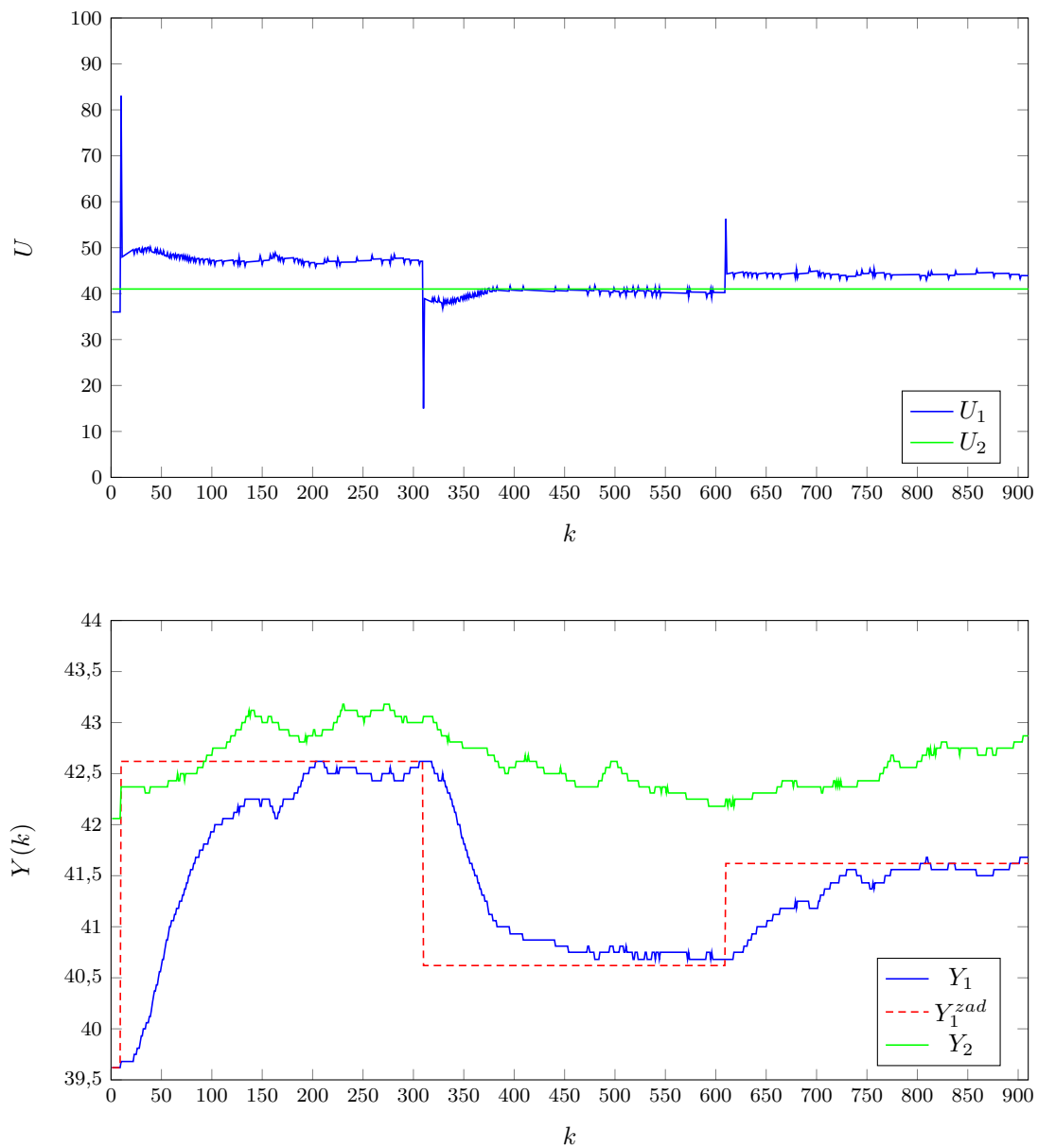
14. Laboratorium: Zadanie 5: Strojenie regulatora PID i DMC

Strojenie regulatora odbyło się na podstawie oceny regulacji dla zaproponowanej trajektorii zmian sygnałów zadanych składającej się z trzech skoków. Podczas strojenia, jeden z regulatorów jest zawsze wyłączony - ma wzmacnienie $K_p = 0$. Dobieramy dla drugiego niego odpowiednie nastawy, kierując się zarówno oceną jakościową (charakter przebiegów sterowania i wyjścia) jak i ilościową - wielkością błędu e . Po dostrojeniu pierwszego regulatora, powinien nastąpić proces doboru nastaw dla drugiego, jednak dla stanowiska grzewczego w laboratorium, sterowane obiekty (grzałki) są identyczne - ich regulatory więc również powinny być takie same, nie występuje zatem potrzeba ponownego strojenia. Gdy zostaną znalezione nastawy pierwszego regulatora, należy uruchomić drugi z takimi samymi, i wtedy, jeśli zajdzie taka konieczność, końcowo skorygować nastawy obu naraz.

14.1. Regulator PID

14.1.1. Początkowe nastawy

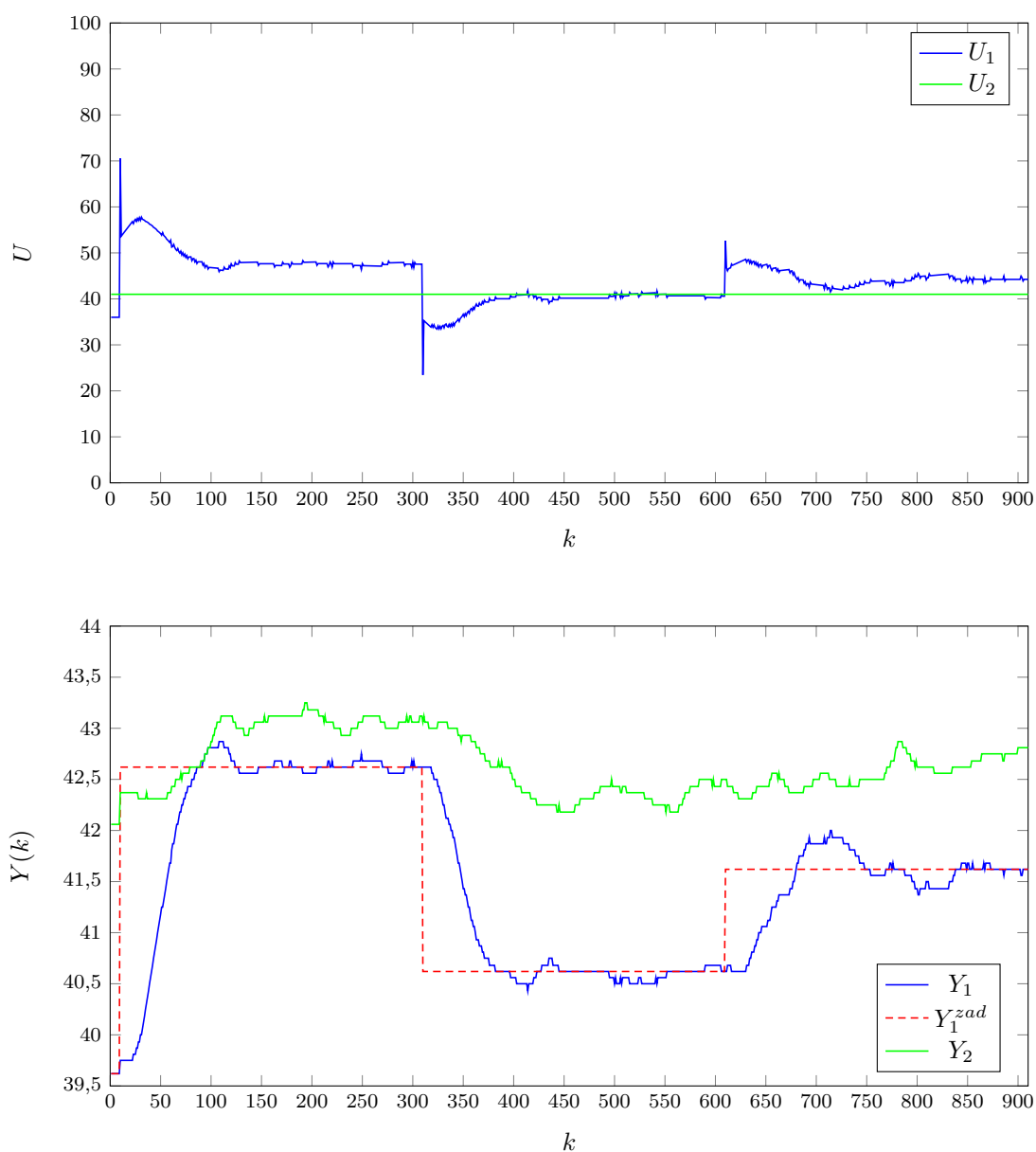
Nastawy regulatora PID zostały dobrane eksperymentalnie. Jako wartości początkowe przyjęliśmy nastawy otrzymane jako optymalne na poprzednich laboratoriach na stanowisku grzewczym, tj: $K_p = 4$, $T_i = 80$, $T_d = 3$. Drugi regulator, jak wspomniane zostało we wstępie, został wyłączony. Na rys. 14.1 można obserwować pracę regulatora z takimi nastawami. Jak widać, nie są to nastawy optymalne; regulator jest bardzo powolny oraz występuje uchyb ustalony. Błąd wyjścia Y_1 wyniósł: $E = 582,3934$.



Rys. 14.1. Działanie algorytmu PID przy początkowych nastawach $K_p = 4, T_i = 80, T_d = 3$ sterującego wejściem U_1

14.1.2. Korygowanie nastaw

Aby wyeliminować uchyb ustalony, zwiększyliśmy K_p o 2. Aby układ szybciej osiągał wartość zadaną, zwiększyliśmy również wpływ członu całkującego, zmniejszając parametr T_i o 20. Również postanowiliśmy zmniejszyć wpływ członu różniczkującego T_d - wyhamowanie narastania wartości wyjściowej w okolicach $k = 150$ mogło wynikać ze zbyt dużej wartości tego parametru. Tak więc nowe nastawy to: $K_p = 6, T_i = 60, T_d = 1$. Dla takich nastaw osiągnęliśmy przebiegi jak na 14.2.

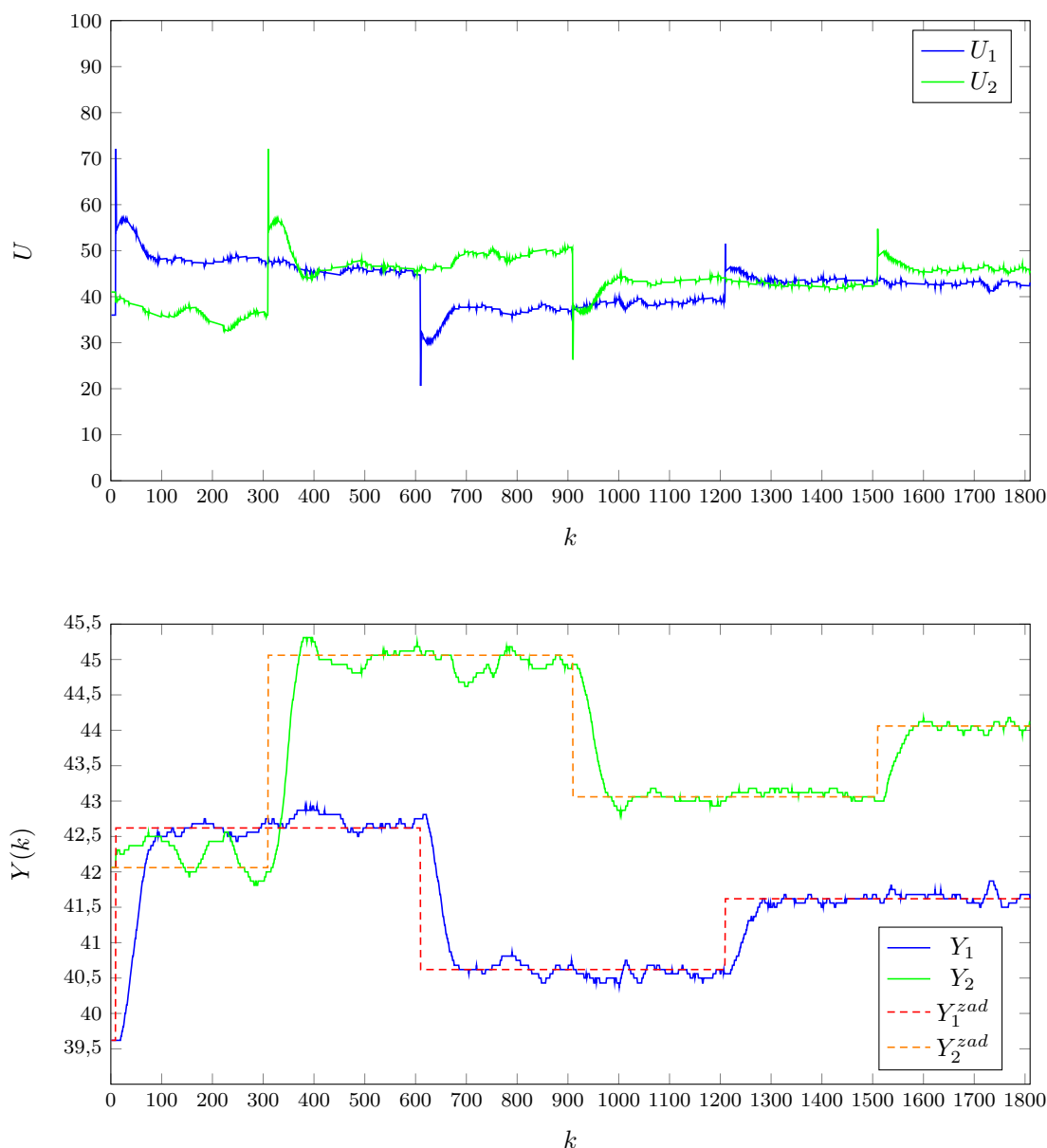


Rys. 14.2. Działanie algorytmu PID przy skorygowanych nastawach $K_p = 6, T_i = 60, T_d = 1$ sterującego wejściem U_1

Otrzymany regulator zapewnia znacznie lepszą jakość regulacji - nie dość, że regulator jest szybszy, to osiąga wartość zadaną w zadawalającym czasie a sterowanie się poprawiło. Wartość błędu również uległa znacznemu pomniejszeniu: błąd wyjścia Y_1 wyniósł: $E = 426,5754$.

14.1.3. Finalne nastawy

Z powodu presji czasu na laboratorium, nie byliśmy w stanie przeprowadzić kolejnych eksperymentów, aby poprawić jakość regulacji. Postanowiliśmy uruchomić oba regulatory z tymi nastawami, korygując delikatnie parametr T_i w górę - odnieśliśmy wrażenie, że przebiegi zaczynają mieć oscylacyjny charakter spowodowany zbyt mocnym całkowaniem. Nowa wartość: $T_i = 65$. Na poniższych wykresach można zaobserwować działanie gotowego dwuwymiarowego regulatora PID, z nastawami regulatorów podłączonych do obu wejść równymi: $K_p = 6, T_i = 65, T_d = 1$.



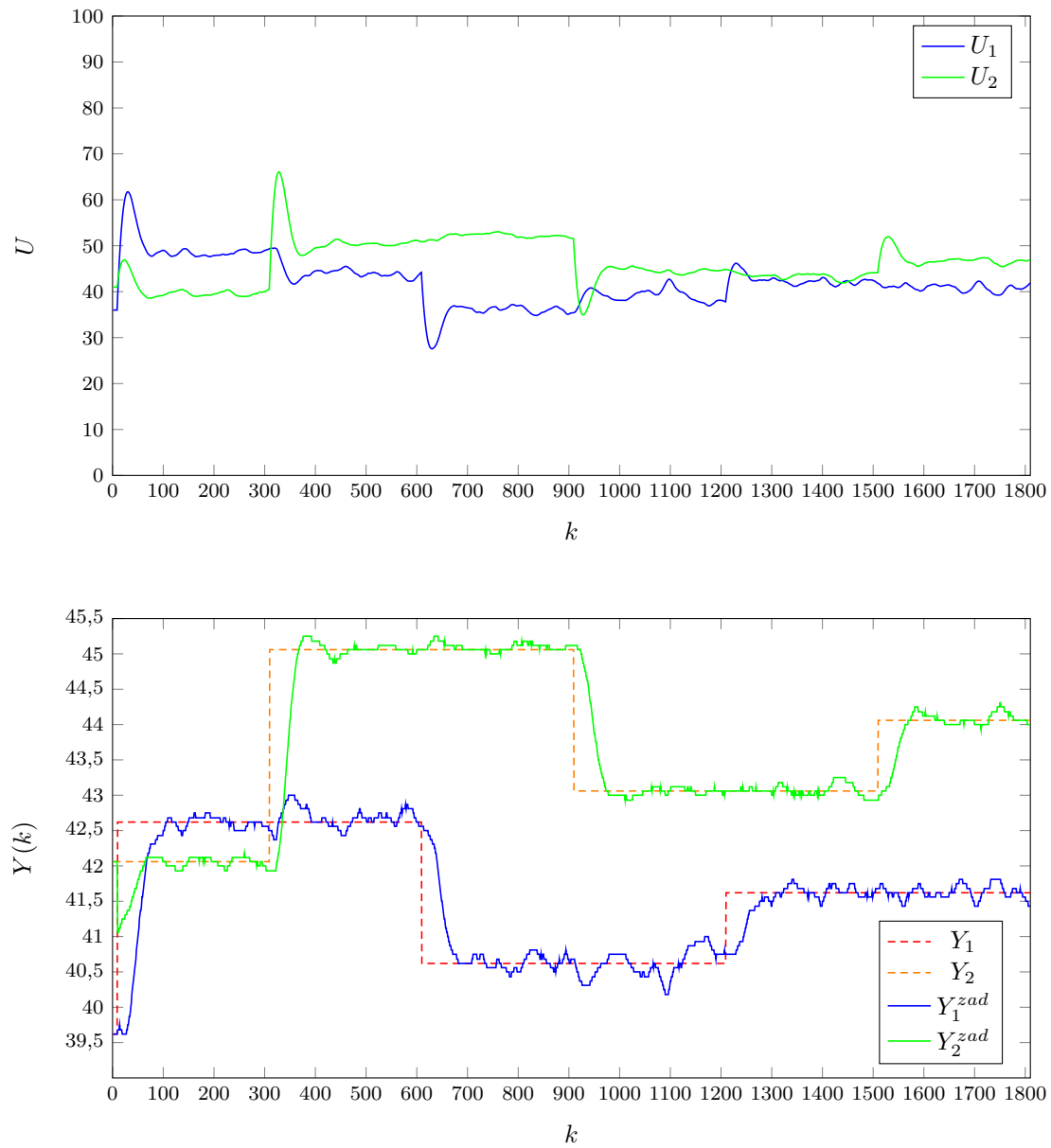
Rys. 14.3. Działanie dwuwymiarowego regulatora PID o nastawach $K_p = 6, T_i = 65, T_d = 1$

Jakość regulacji jest zadowalająca. Oba wyjścia stosunkowo szybko osiągają wartość zadaną, a błąd nie jest duży. Podczas pierwszego, największego skoku wartości zadanej Y_1^{zad} ($dY_1^{zad} = 3$) wyjście Y_2 zdaje się wpadać w oscylacje. Trudno nam określić, czy nie są to chwilowe zewnętrzne zakłócenia, gdyż dla następnych skoków wartości zadanej taka sytuacja nie występuje. Należałoby przeprowadzić więcej eksperymentów i ewentualnie zmniejszyć jeszcze wpływ całkowania. Błędy osiągnęły wartości: błąd wyjścia Y_1 wyniósł: $E_1 = 464,1920$, natomiast błąd wyjścia Y_2 wyniósł: $E_2 = 446,9870$. Błąd sumaryczny: $E = 911,1790$. Mimo że wartość błędu na wyjściu Y_1 zwiększyła się, należy pamiętać, że zjawisko to jest oczekiwane, gdyż teraz działają oba regulatory, które mogą sobie wzajemnie przeszkadzać.

14.2. Laboratorium: Regulator DMC

14.2.1. Początkowe nastawy

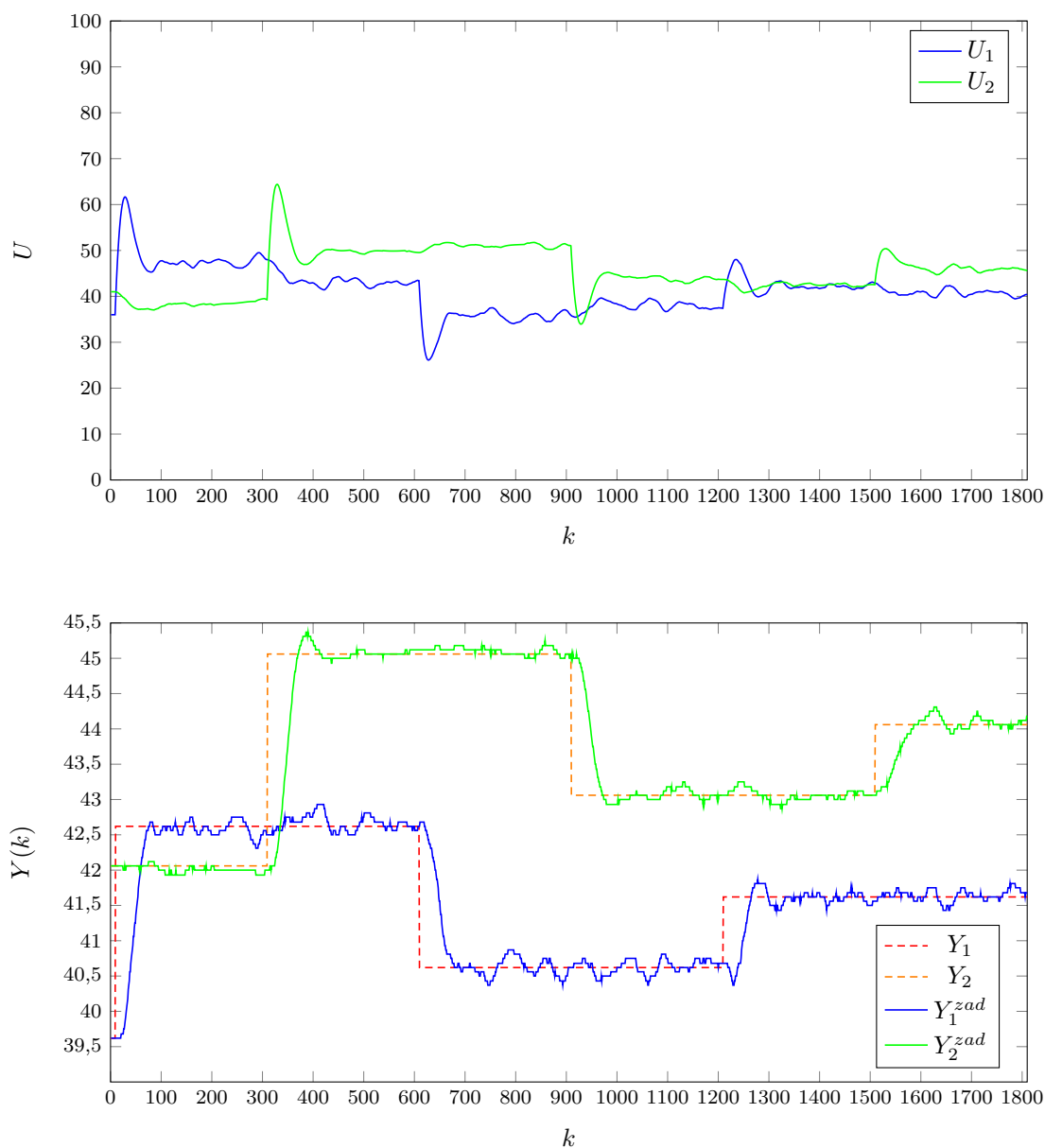
Nastawy regulatora DMC zostały dobrane eksperymentalnie. Jako wartości początkowe przyjęliśmy nastawy $N = 300$, $Nu = 300$, $\lambda = 1$. Wartość 300 wynika z obserwacji obiektu - bezpiecznie założyliśmy, że tyle wynosi jego horyzont dynamiki. Obiekt ten nie jest wrażliwy na nagłe zmiany sterowań, ale wartość $\lambda = 1$ również założyliśmy bezpiecznie dosyć dużą. Na rys. 14.4 można obserwować pracę regulatora z takimi nastawami. Regulator działa poprawnie, ale nie są to nastawy optymalne; regulator powinien działać szybciej i z mniejszym błędem. Błąd wyjść wyniósł: dla Y_1 : $E_1 = 482,4677$, dla Y_2 : $E_2 = 459,5991$. Łączny: $E = 942,0668$.

Rys. 14.4. Działanie dwuwymiarowego regulatora DMC o nastawach $N = 300, Nu = 300, \lambda = 1$

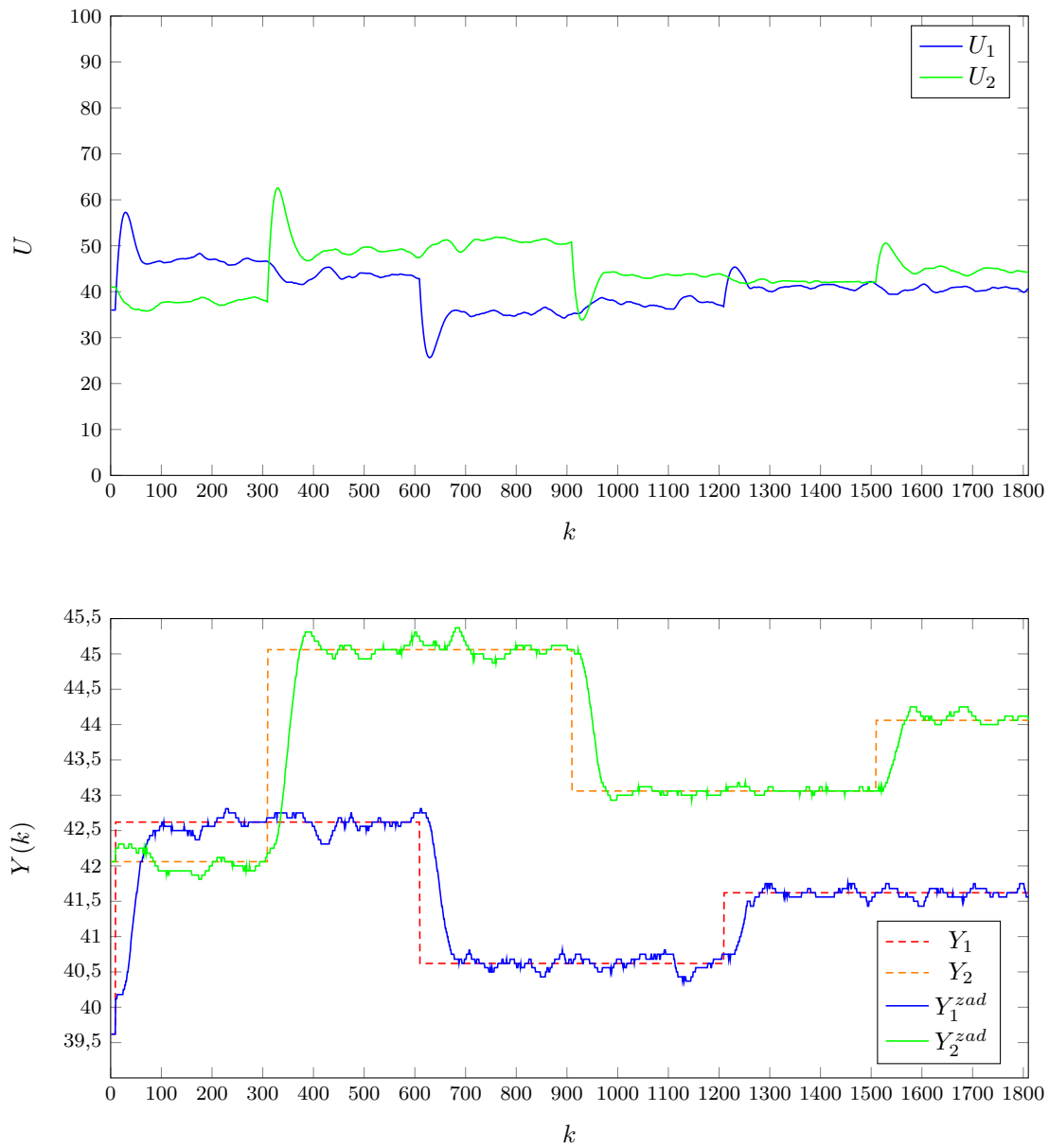
14.3. Korekta parametru Nu

Następnie przystąpiliśmy do zmian nastaw: parametr N pozostawiliśmy bez zmian, jako że zarówno teoria jak i nasza praktyka wskazywały, że jego zmniejszanie, jeśli w ogóle, prowadziło do minimalnych zysków w jakości sterowania. Gdyby był to obiekt szybszy lub działający w wymagającym środowisku, można by rozważyć skrócenie tej wartości w celu zmniejszenia złożoności obliczeniowej, jednak dla okresu próbkowania $T_p = 1$ nie jest to konieczne. Wykonaliśmy dwukrotnie eksperyment kolejno dla wartości $Nu = 150$ (rys. 14.5) oraz $Nu = 100$ (rys. 14.6). Błędy w pierwszym eksperymencie osiągnęły wartości: dla Y_1 : $E_1 = 454,2170$, dla Y_2 : $E_2 = 439,2227$. Łączny: $E = 893,4397$.

Natomiast za drugim razem: dla Y_1 : $E_1 = 375,6482$, dla Y_2 : $E_2 = 431,5992$. Łączny: $E = 807,2474$.

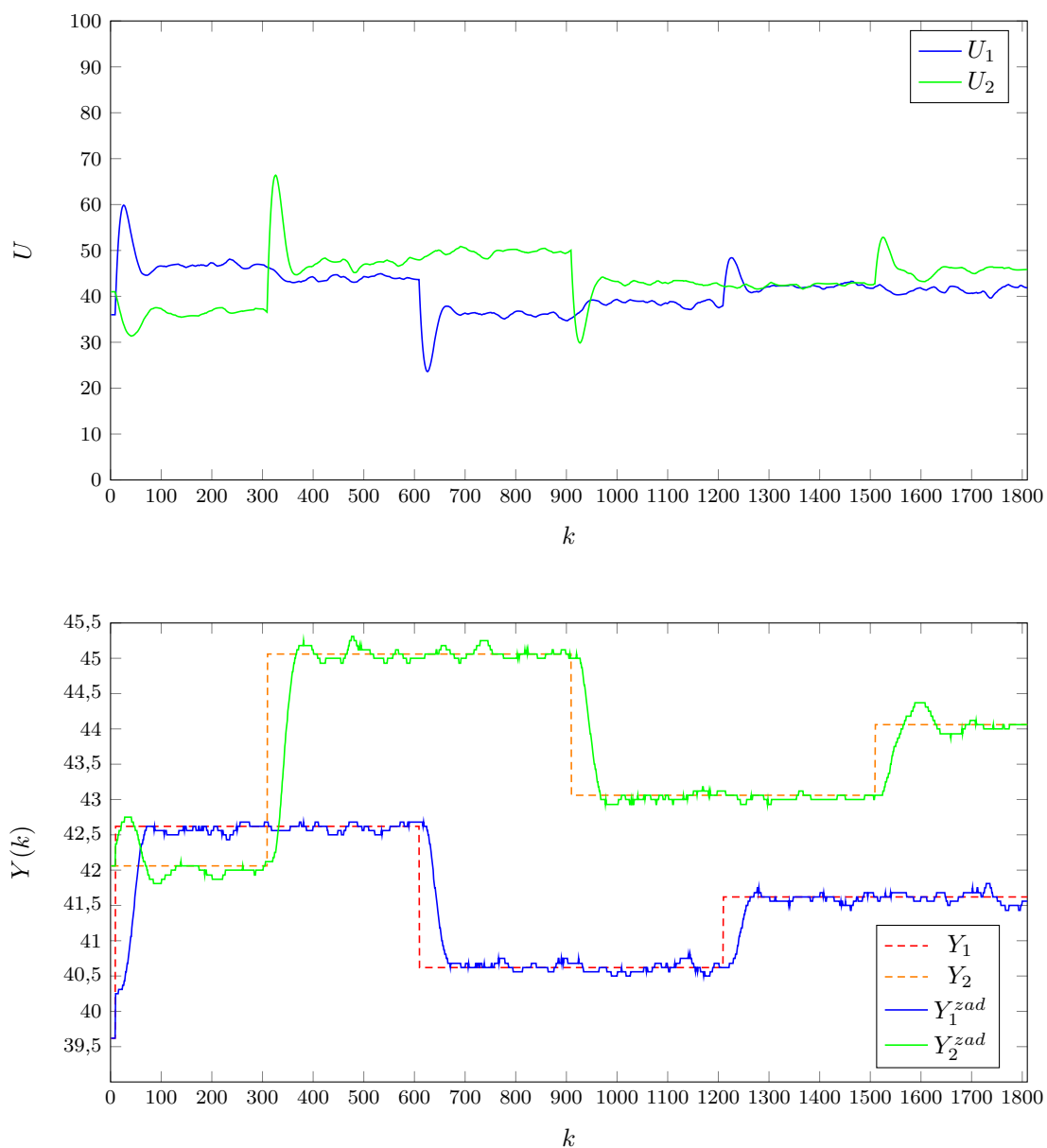


Rys. 14.5. Działanie dwuwymiarowego regulatora DMC o nastawach $N = 300, Nu = 150, \lambda = 1$

Rys. 14.6. Działanie dwuwymiarowego regulatora DMC o nastawach $N = 300, Nu = 100, \lambda = 1$

14.4. Korekta parametru λ

Jako ostatni zmieniony został parametr λ . W celu poprawy szybkości sterowania zmniejszyliśmy jego wartość o połowę (rys. 14.7). Finalnie, błędy osiągnęły wartości: dla Y_1 : $E_1 = 311,0436$, dla Y_2 : $E_2 = 407,5791$. Łączny: $E = 718,6227$.



Rys. 14.7. Działanie dwuwymiarowego regulatora DMC o nastawach $N = 300, Nu = 100, \lambda = 0.5$

14.5. Podsumowanie

Tak jak należało się spodziewać, regulator DMC w stosunku do regulatora PID zapewnia lepszą regulację. Zarówno wskaźnik jakości regulacji (dla DMC: $E = 718,6227$, dla PID: $E = 911,1790$) jak i wizualna ocena przebiegów wyjść i sterowania jednoznacznie wskazują algorytm DMC jako lepszy regulator obiektu grzewczego w laboratorium o dwóch wejściach i dwóch wyjściach.