

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 3, zadanie nr 3

Sobolewski Konrad, Róžański Antoni, Giełdowski Daniel

Warszawa, 2017

Spis treści

1. Opis obiektu	2
2. Zadanie 1: Punkt pracy	3
3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe	4
3.1. Odpowiedzi skokowe	4
3.2. Charakterystyka statyczna	5
3.3. Charakterystyka dynamiczna	7
4. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe	8
5. Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC	9
5.1. Cyfrowy algorytm PID	9
5.2. Analityczny algorytm DMC	9

1. Opis obiektu

Obiekt dwuwymiarowy używany w projekcie opisany jest danymi przez prowadzącego funkcjami:

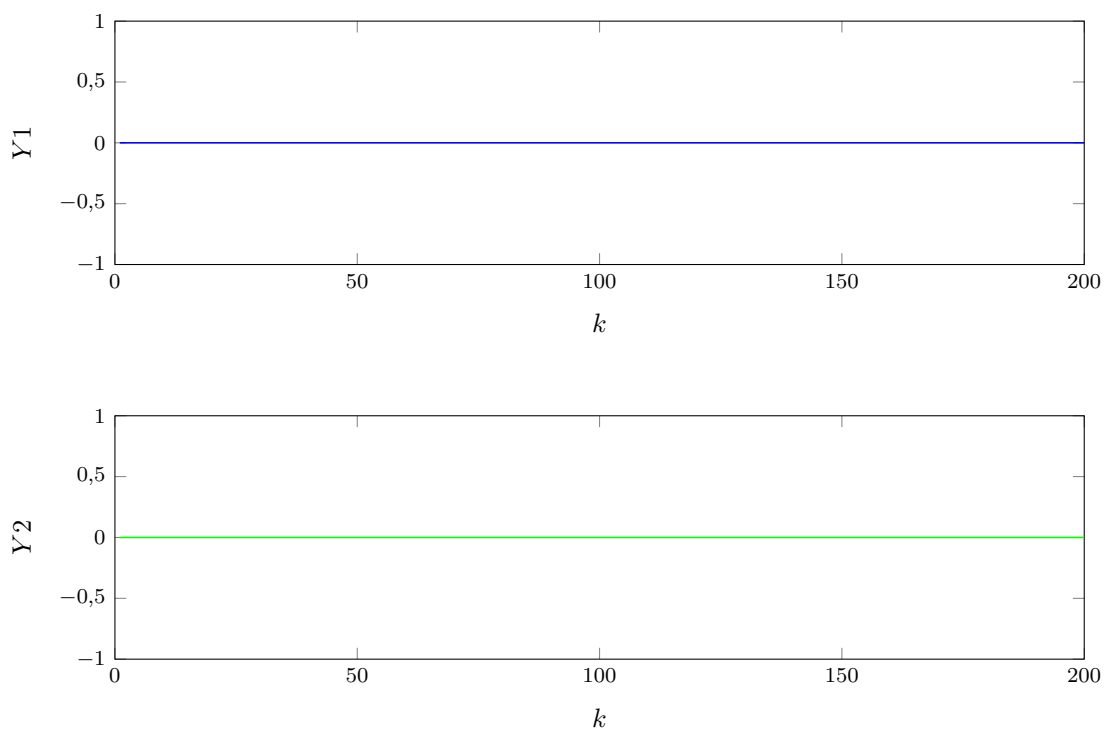
$$Y1(k) = \text{symulacja_obektu3y1}(U1(k-5), U1(k-6), U2(k-2), U2(k-3), Y1(k-1), Y1(k-2)) \quad (1.1)$$

$$Y2(k) = \text{symulacja_obektu3y2}(U1(k-6), U1(k-7), U2(k-4), U2(k-5), Y2(k-1), Y2(k-2)) \quad (1.2)$$

gdzie k jest aktualną chwilą symulacji sygnału próbkowanego. Wartość sygnałów w punkcie pracy (w stanie ustalonym) mają wartość $u = y = z = 0$. Okres próbkowania obiektu wynosi $T_p = 0,5s$.

2. Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było zweryfikowanie poprawności punktu pracy obiektu. Udało się to osiągnąć za pomocą prostego sprawdzenia, przy jakiej wartości wyjścia stabilizuje się obiekt przy stałych sterowaniach, równym ich wartościom w punkcie pracy ($U1_{pp} = 0$, $U2_{pp} = 0$). Eksperyment potwierdził wcześniej podaną wartość wyjścia ($Y_{pp} = 0$), a jego przebieg obrazuje wykres rys.2.1.

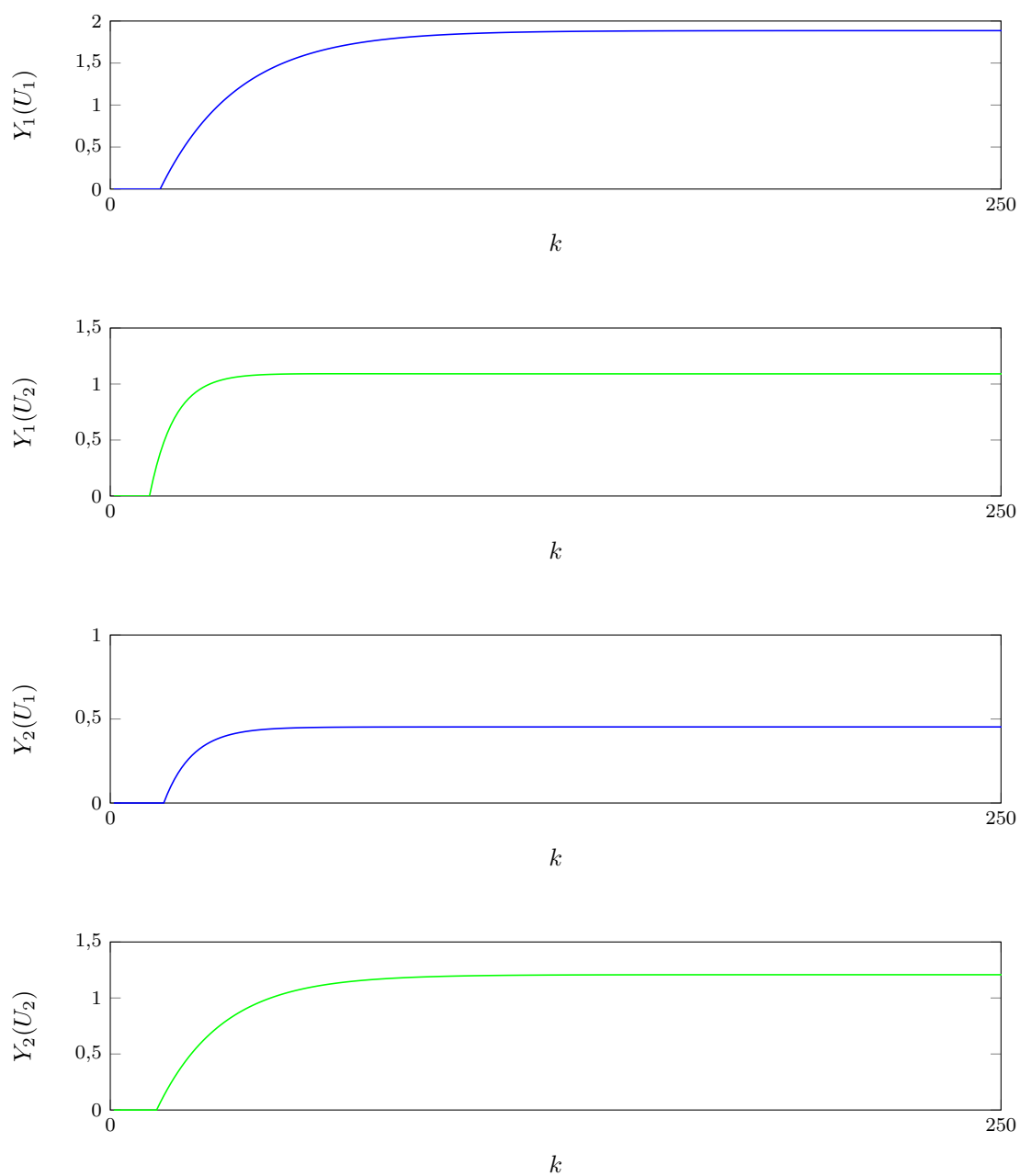


Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy

3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

3.1. Odpowiedzi skokowe

W tej części projektu należało wyznaczyć symulacyjnie odpowiedzi skokowe dla wszystkich czterech torów rys. 3.1. Eksperyment zakładał, iż obiekt będzie na początku w punkcie pracy, a następnie w chwili $k = 10$ zostanie wykonany skok jednostkowy.

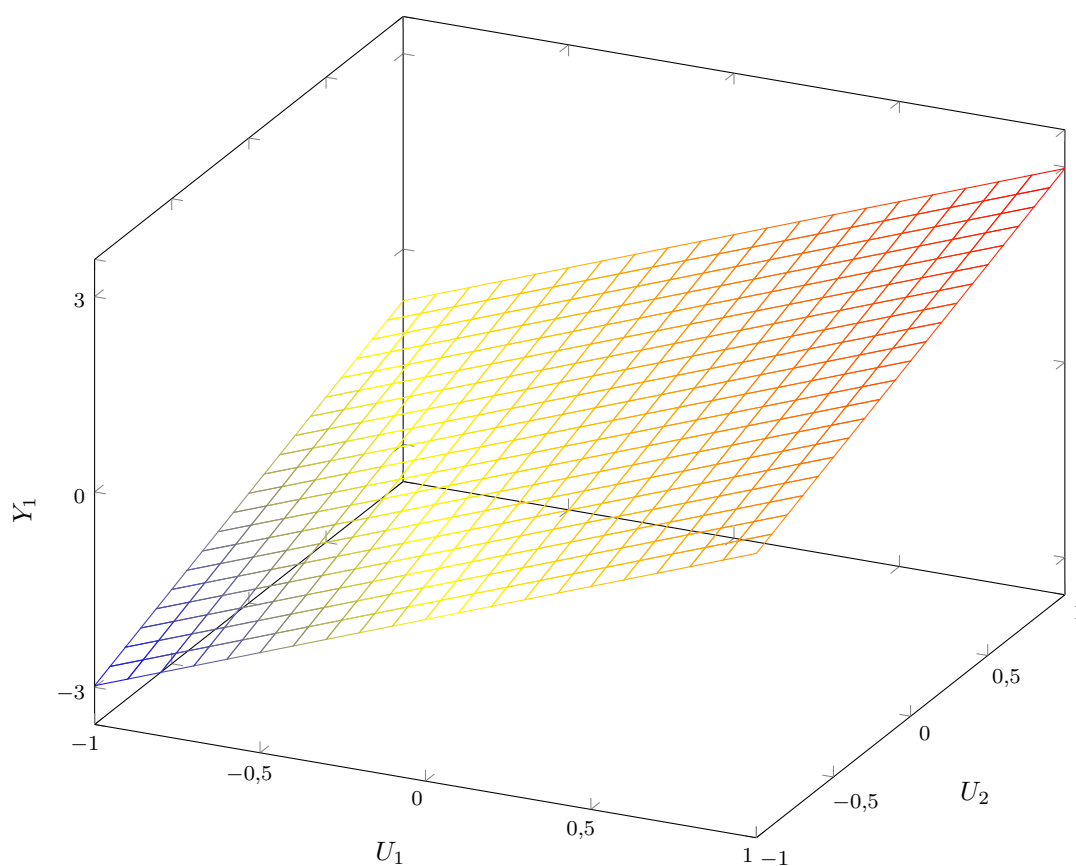


Rys. 3.1. Odpowiedzi skokowe

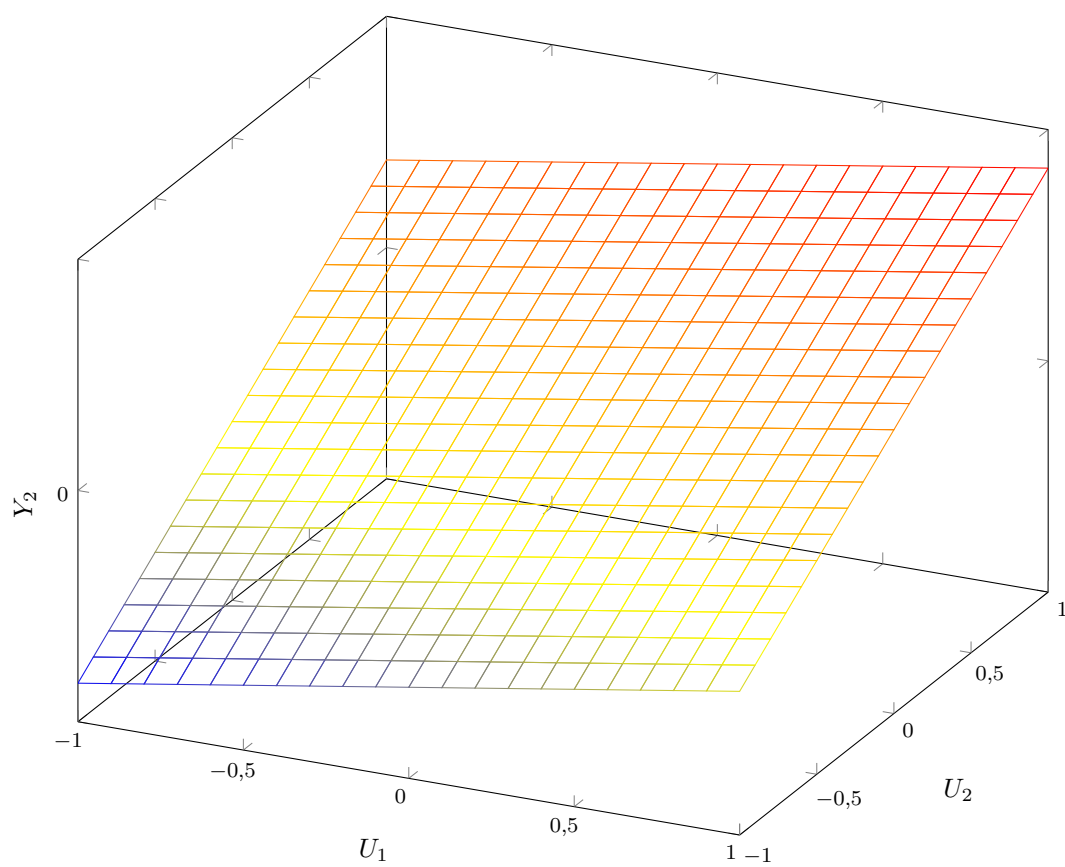
3.2. Charakterystyka statyczna

Poniżej została zaprezentowana charakterystyka statyczna dla procesu $y_1(u_1, u_2)$ rys. 3.2 oraz $y_2(u_1, u_2)$ rys. 3.3. Na podstawie zawartych wykresów można wywnioskować, iż właściwości statyczne procesu są liniowe. Wzmocnienia statyczne są równe wartościom końcowych odpowiedzi skokowych i wynoszą :

- $\text{Tor } Y_1(U_1) = 1,8857$
- $\text{Tor } Y_1(U_2) = 0,4258$
- $\text{Tor } Y_2(U_1) = 1,0905$
- $\text{Tor } Y_2(U_2) = 1,2076$



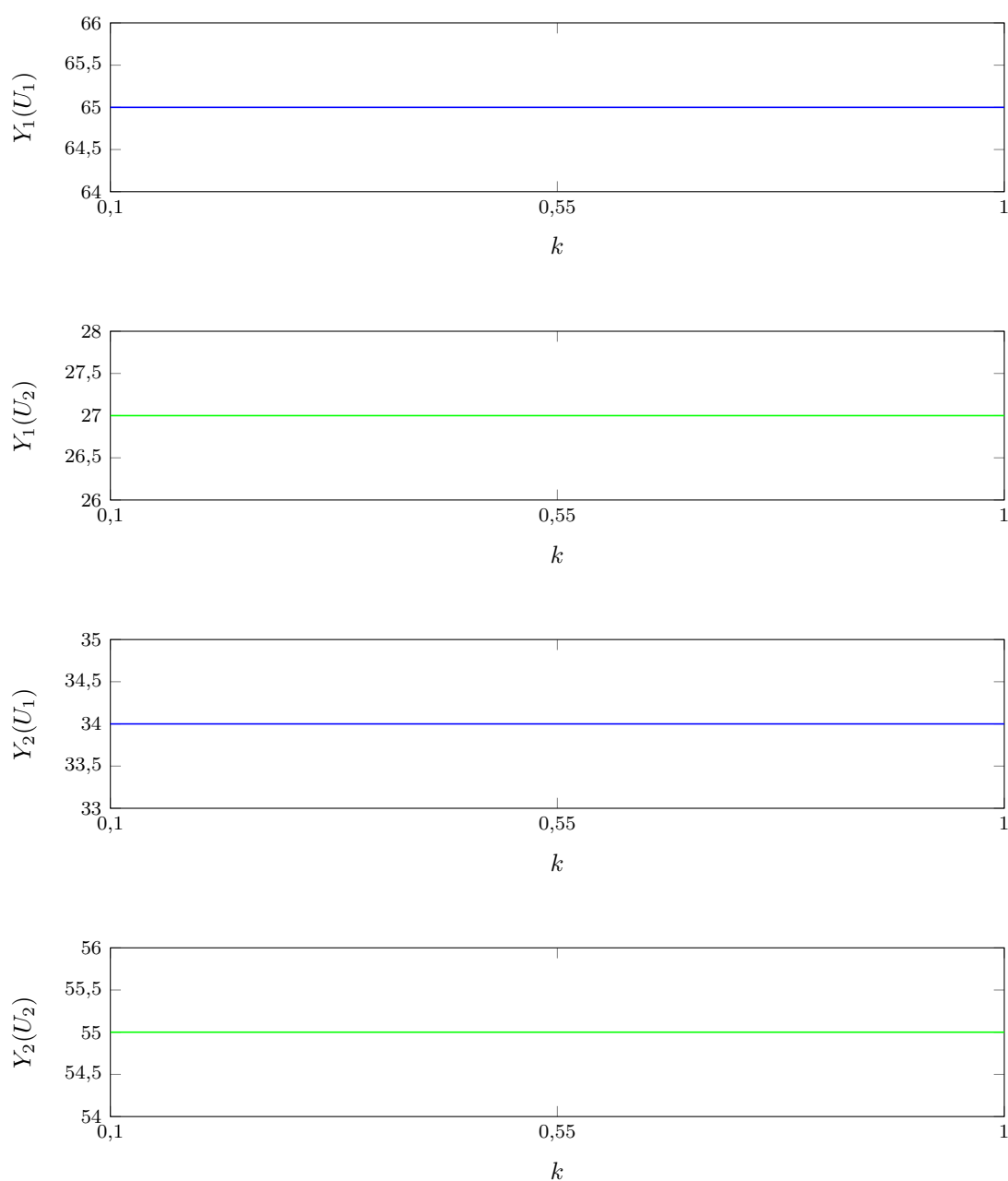
Rys. 3.2. $y_1(u_1, u_2)$

Rys. 3.3. $y_2(u_1, u_2)$

3.3. Charakterystyka dynamiczna

Charakterystyka dynamiczna została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Zmierzone zostało po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjść obiektu i Y_{pp} wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości $Y(k)$ wyjść obiektu. Z otrzymanych danych wynika rys. 3.4, iż charakterystyka dynamiczna jest liniowa, gdzie ilość kroków była następująca :

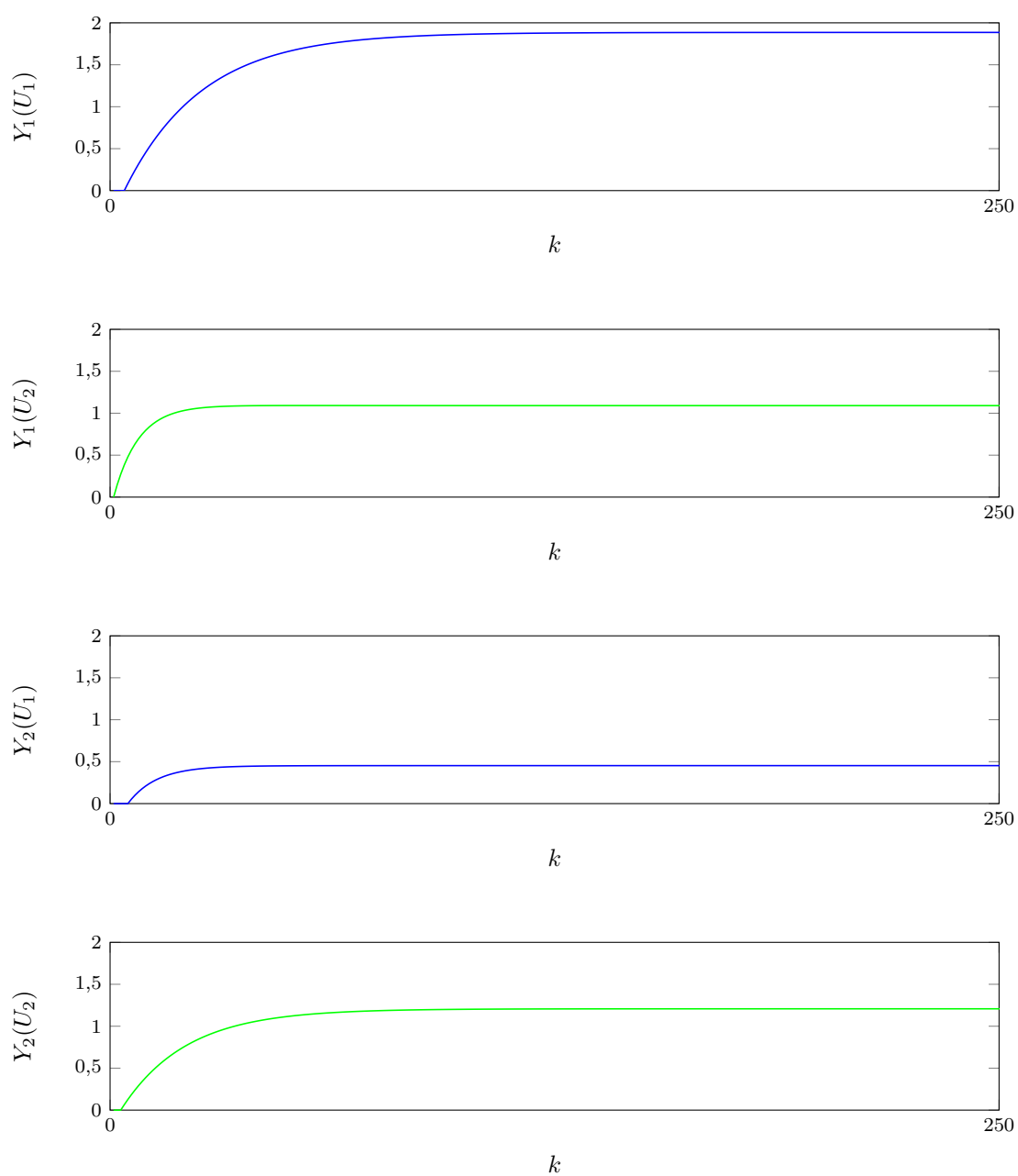
- Tor $Y_1(U_1) = 65$ kroków,
- Tor $Y_1(U_2) = 27$ kroków,
- Tor $Y_2(U_1) = 34$ kroków,
- Tor $Y_2(U_2) = 55$ kroków.



Rys. 3.4. Charakterystyka dynamiczna

4. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Przedstawione odpowiedzi skokowe na rys. 4.1 zostały wykonane przez wykonanie skoków jednostkowych na wszystkich torach oraz obcięcie pierwszych 10 próbek, gdyż zmiana sterowania odbywała się we wspomnianym kroku. Z tego wynika, iż wykresy startują od chwili $k = 11$.



Rys. 4.1. Znormalizowane odpowiedzi skokowe

5. Zadanie 4: Algorytmy PID i DMC

5.1. Cyfrowy algorytm PID

W projekcie został wykorzystany regulator cyfrowy *PID*, którego parametry są opisane poniższymi wzorami, gdzie K - wzmocnienie członu P, T_p - czas próbkowania, T_i - czas zdwojenia członu całkującego I , T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego D , j - numer toru.

$$r_0^j = K^j * (1 + T_p/(2 * T_i^j) + T_d^j/T_p) \quad (5.1)$$

$$r_1^j = K^j * (T_p/(2 * T_i^j) - 2 * T_d^j/T_p - 1) \quad (5.2)$$

$$r_2^j = K * T_d^j/T_p \quad (5.3)$$

W każdej iteracji pętli sterowania jest obliczany uchyb wyjścia obiektu od wartości zadanej jego wyjścia.

$$e(k)^j = Y^{\text{zad}}(k)^j - Y(k)^j; \quad (5.4)$$

Sterowanie regulatora zostaje wyliczone na bieżącą chwilę przy użyciu wzoru:

$$U(k)^j = r_2^j * e(k-2)^j + r_1^j * e(k-1)^j + r_0^j * e(k)^j + U(k-1)^j; \quad (5.5)$$

5.2. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y_1^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k) \end{bmatrix}_{n_y \times 1} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (5.8)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k) \end{bmatrix}_{n_u \times 1} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y^{\text{zad}}(k|k) \\ \vdots \\ y^{\text{zad}}(k|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y} \quad (5.10)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N \times n_y} \quad (5.11)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{S}_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} & \dots & s_l^{1n_u} \\ s_l^{21} & s_l^{22} & \dots & s_l^{2n_u} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l^{n_y 1} & s_l^{n_y 2} & \dots & s_l^{n_y n_u} \end{bmatrix}_{n_y \times n_u}, l = 1, \dots, D. \quad (5.13)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times (N_u \times n_u)} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N \times n_y) \times ((D-1) \times n_u)} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{Y}^0(k) = \mathbf{Y}(k) + \mathbf{M}^P \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (5.16)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda * \mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}^T \quad (5.17)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}^{zad}(k) - \mathbf{Y}^0(k)) \quad (5.18)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta \mathbf{U}(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P \quad (5.19)$$

gdzie:

$$e(k) = \mathbf{Y}^{zad}(k) - \mathbf{Y}(k) \quad (5.20)$$

$$k_e^j = \sum_{i=n_u}^{N * n_y} K(1, i) \quad (5.21)$$

$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} k_e^1 & k_e^2 \\ k_e^3 & k_e^4 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$k_u = \mathbf{K} \mathbf{M}^P \quad (5.23)$$

k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K. Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.