

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)**

Sprawozdanie z projektu nr 4, zadanie nr 3

Sobolewski Konrad, Róžański Antoni, Giełdowski Daniel

Warszawa, 2017

Spis treści

1. Opis obiektu	2
2. Zadanie 1: Punkt pracy	3
3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe	4
3.1. Odpowiedzi skokowe	4
3.2. Charakterystyka statyczna	5
3.3. Charakterystyka dynamiczna	6
4. Zadanie 3: Algorytmy PID i DMC	7
4.1. Cyfrowy algorytm PID	7
4.2. Analityczny algorytm DMC	7
5. Zadanie 4: Strojenie regulatorów	9
5.1. PID	9
5.2. DMC	13
6. Zadanie 5: Nieliniowy regulator PID	15
6.1. Dwa regulatory lokalne	15
6.2. Trzy regulatory lokalne	16
6.3. Cztery regulatory lokalne	17
6.4. Pięć regulatory lokalne	18

1. Opis obiektu

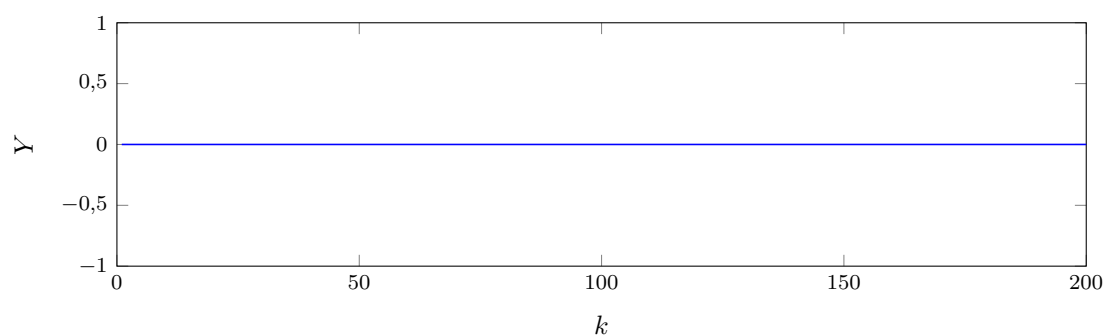
Obiekt używany w projekcie opisany jest daną przez prowadzącego funkcją:

$$Y(k) = \textit{symulacja_obektu3y}(U(k-5), U(k-6), Y(k-1), Y(k-2)) \quad (1.1)$$

gdzie k jest aktualną chwilą symulacji sygnału próbkowanego. Wartość sygnałów w punkcie pracy (w stanie ustalonym) mają wartość $u = y = 0$. Okres próbkowania obiektu wynosi $T_p = 0,5s$.

2. Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było zweryfikowanie poprawności punktu pracy obiektu. Udało się to osiągnąć za pomocą prostego sprawdzenia, przy jakiej wartości wyjścia stabilizuje się obiekt przy stałym sterowaniu, równym jego wartości w punkcie pracy ($U_{pp} = 0$). Eksperyment potwierdził wcześniej podaną wartość wyjścia ($Y_{pp} = 0$), a jego przebieg obrazuje wykres 2.1.

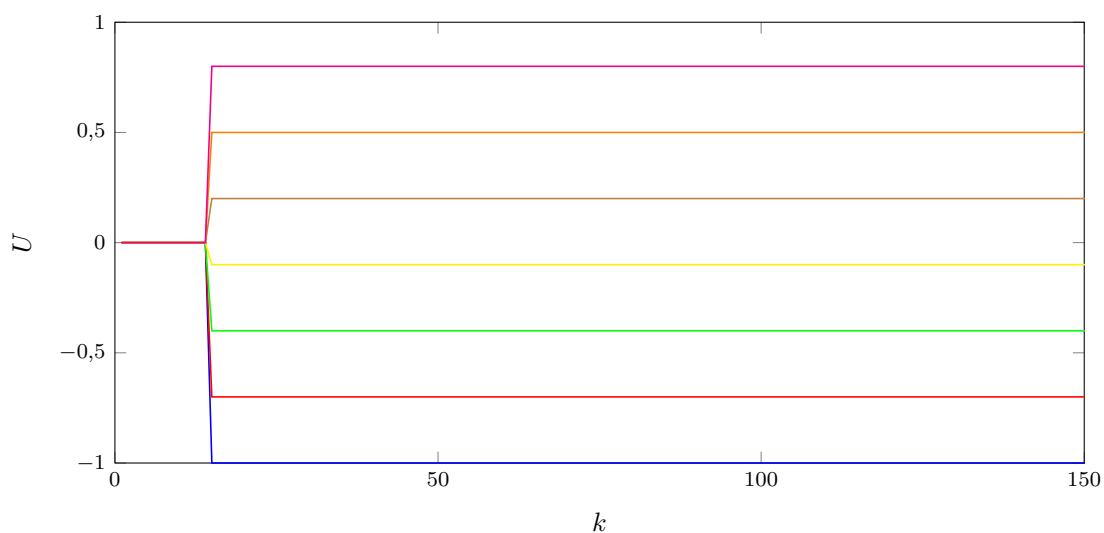


Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy

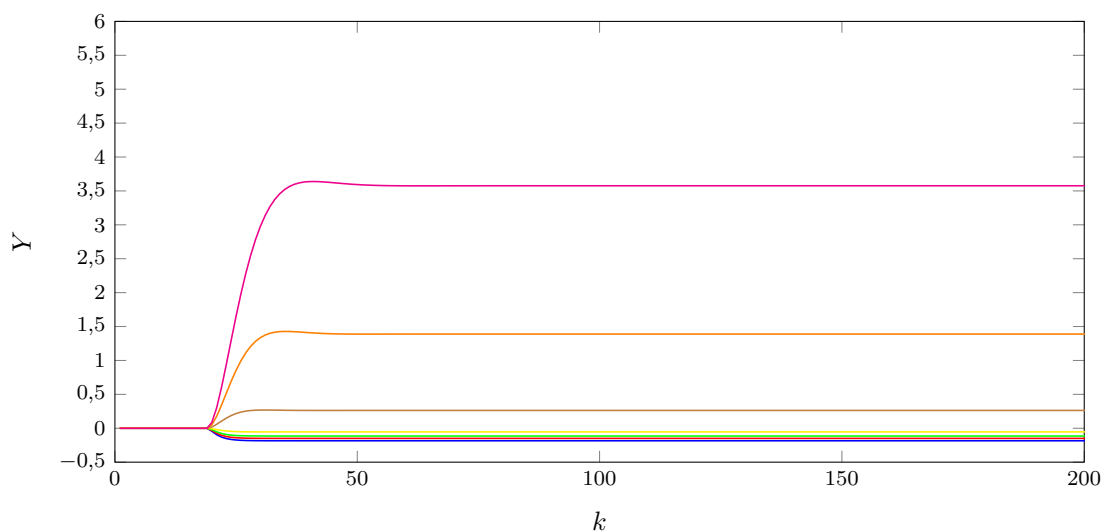
3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

3.1. Odpowiedzi skokowe

W tej części projektu należało wyznaczyć symulacyjnie odpowiedzi skokowe (rys. ??). Eksperyment zakładał, iż obiekt będzie na początku w punkcie pracy, a następnie w chwili $k = 15$ zostanie wykonany skok jednostkowy.



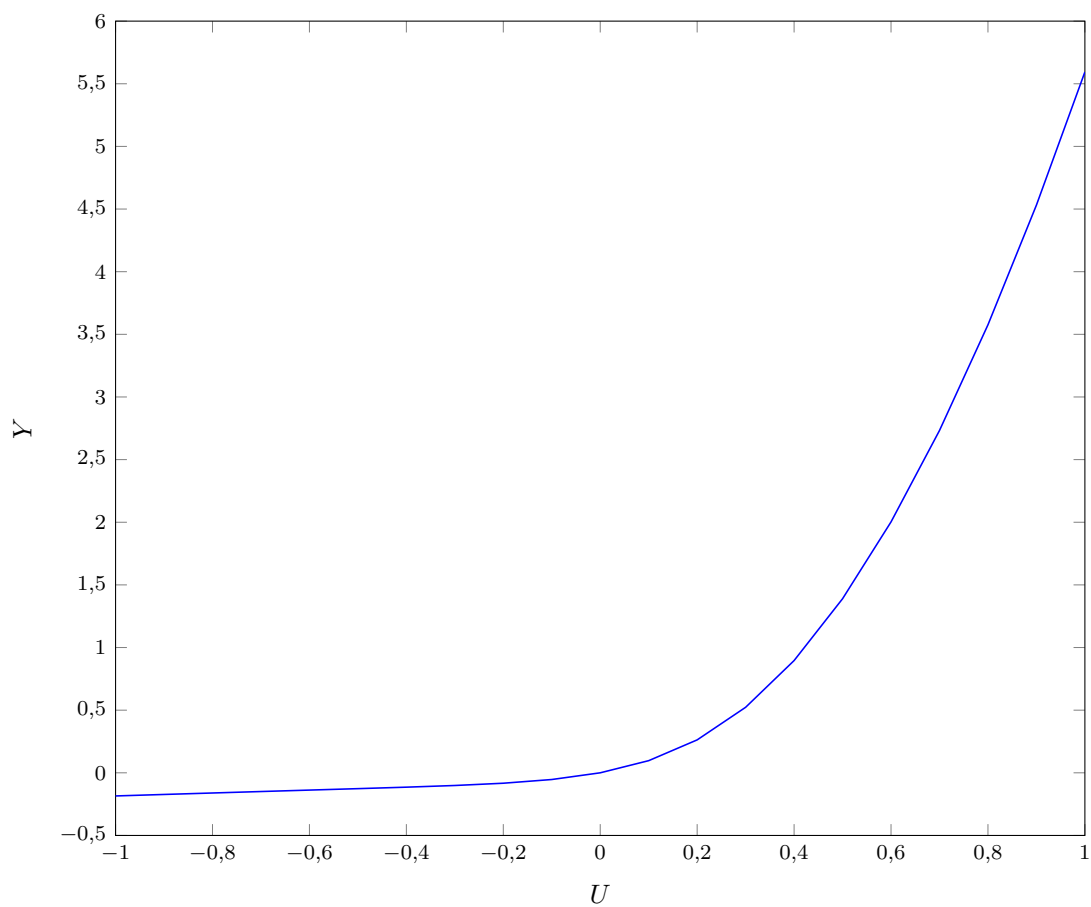
Rys. 3.1. Sterowanie



Rys. 3.2. Wyjście

3.2. Charakterystyka statyczna

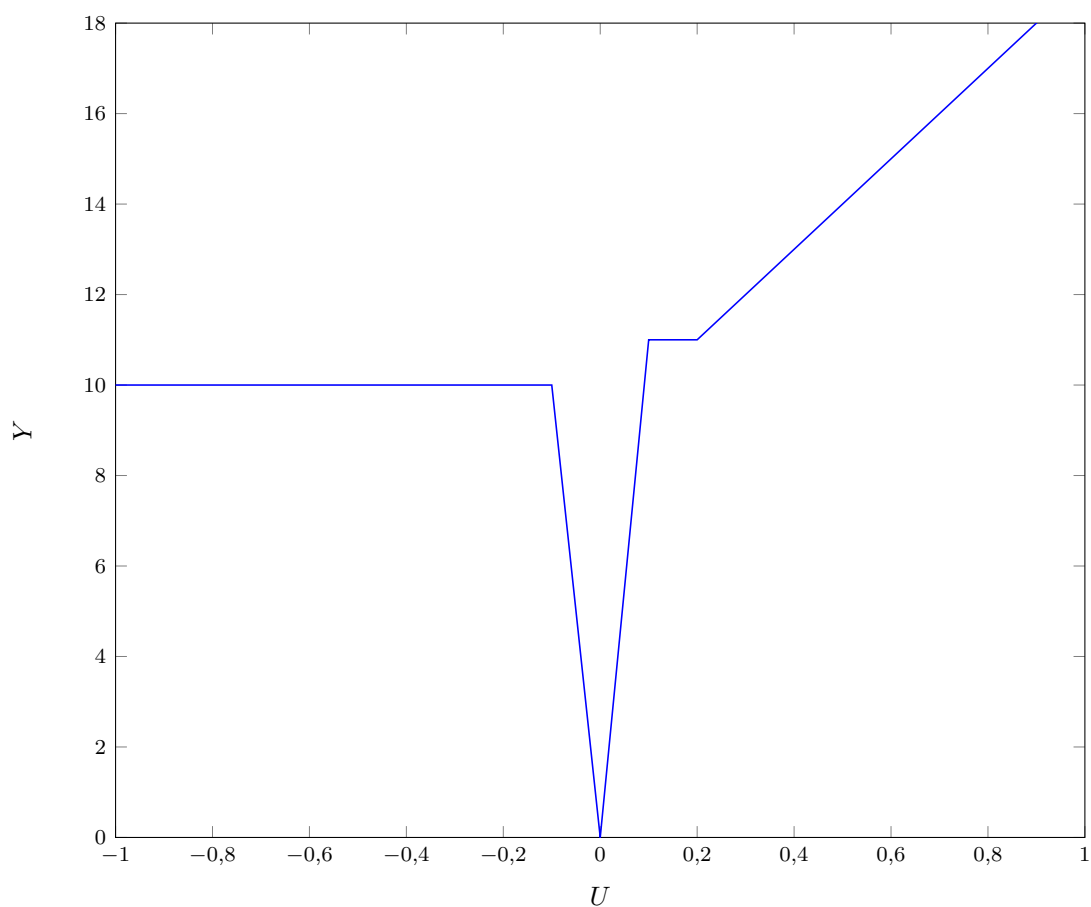
Poniżej została zaprezentowana charakterystyka statyczna procesu $y(u)$ (rys. 3.3). Na podstawie zawartego wykresu można wywnioskować, że właściwości statyczne procesu są nieliniowe.



Rys. 3.3. Charakterystyka statyczna

3.3. Charakterystyka dynamiczna

Charakterystyka dynamiczna została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Zmierzone zostało, po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjść obiektu i punktu pracy Y_{pp} wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości wyjść obiektu $Y(k)$. Z otrzymanych danych wynika, że charakterystyka dynamiczna jest nieliniowa (rys. 3.4).



Rys. 3.4. Charakterystyka dynamiczna

4. Zadanie 3: Algorytmy PID i DMC

4.1. Cyfrowy algorytm PID

W projekcie został wykorzystany regulator cyfrowy *PID*, którego parametry są opisane poniższymi wzorami, gdzie K - wzmacnienie członu P, T_p - czas próbkowania, T_i - czas zdwojenia członu całkującego I , T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego D .

$$r_0 = K * (1 + T_p/(2 * T_i) + T_d/T_p) \quad (4.1)$$

$$r_1 = K * (T_p/(2 * T_i) - 2 * T_d/T_p - 1) \quad (4.2)$$

$$r_2 = K * T_d/T_p \quad (4.3)$$

W każdej iteracji pętli sterowania jest obliczany uchyb wyjścia obiektu od wartości zadanej jego wyjścia.

$$e(k) = Y^{\text{zad}}(k) - Y(k); \quad (4.4)$$

Sterowanie regulatora zostaje wyliczone na bieżącą chwilę przy użyciu wzoru:

$$U(k) = r_2 * e(k - 2) + r_1 * e(k - 1) + r_0 * e(k) + U(k - 1); \quad (4.5)$$

4.2. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\mathbf{Y}^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} Y^{\text{zad}}(k) \\ \vdots \\ Y^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (4.7)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}_{N_u \times 1} \quad (4.8)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k - 1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D - 1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (4.10)$$

$$M^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times D-1} \quad (4.11)$$

$$Y^0(k) = Y(k) + M^P \Delta U^P(k) \quad (4.12)$$

$$K = (M^T M + \lambda * I)^{-1} M^T \quad (4.13)$$

$$\Delta U(k) = K(Y^{zad}(k) - Y^0(k)) \quad (4.14)$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta U(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - k_u \Delta U^P \quad (4.15)$$

gdzie:

$$e(k) = Y^{zad}(k) - Y(k) \quad (4.16)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N K(1, i) \quad (4.17)$$

$$k_u = k M^P \quad (4.18)$$

k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K. Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\Delta u(k|k)$.

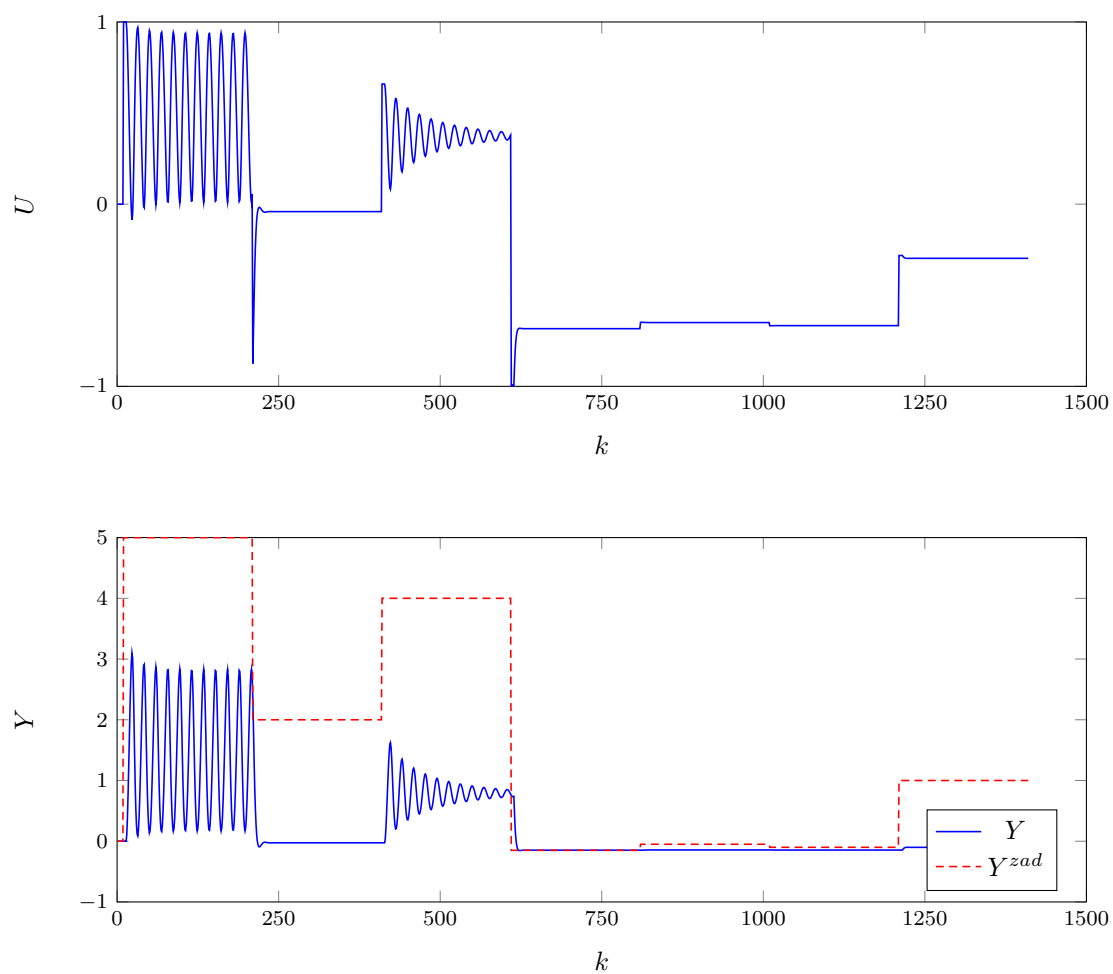
5. Zadanie 4: Strojenie regulatorów

Następnym zadaniem było wyznaczenie optymalnych parametrów algorytmów PID i DMC odpowiednio za pomocą metody inżynierskiej(PID) i eksperymentalnej(DMC). Jakość regulacji oceniana była wizualnie - na podstawie wykresów - oraz obliczeniowo na podstawie wskaźnika jakości regulacji. Wzór na ten wskaźnik znajduje się poniżej.

$$E = \sum_{k=1}^{k_{konc}} (Y^{zad}(k) - Y(k))^2 \quad (5.1)$$

5.1. PID

Do wyznaczenia nastaw regulatora *PID* korzystamy z metody inżynierskiej. Na początku włączamy wyłącznie człon *P* i szukamy wzmocnienia *K* dla którego obiekt w wyniku skoku sterowania wpada w niegasnące oscylacje. Wynikiem eksperymentu jest wartość $K_{osc} = 0.35$ rys.5.1. Pamiętając, że sterowany obiekt jest nieliniowy, doświadczamy oscylacji wyłącznie w jego górnych zakresach. Dalsze zwiększanie wzmocnienia powodowałoby oscylacje dla górnych zakresów w regulatorze *PID*. Zgodnie z założeniem metody inżynierskiej w dalszych poszukiwaniach wykorzystywać będziemy $K = 0,5K_{osc} = 0,175$ jako wzmocnienie.

Rys. 5.1. Obiekt wprowadzony w oscylacje przy $K = 0,35$

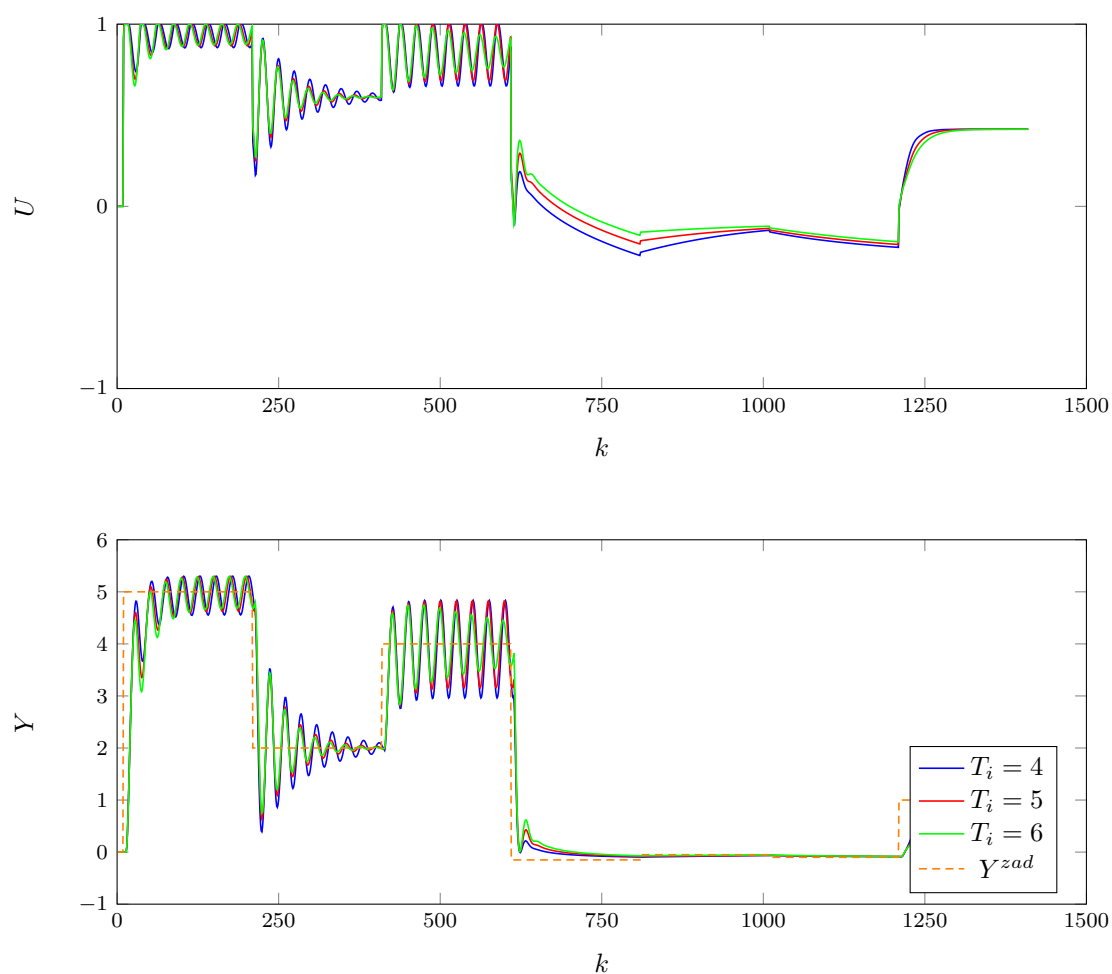
Kolejnym krokiem było eksperymentalne dobranie parametru T_i członu całkującego I. Dla przetestowanych T_i wartości wskaźnika jakości regulacji wynoszą odpowiednio:

— $T_i = 4 - E = 580,4906$

— $T_i = 5 - E = 572,9324$

— $T_i = 6 - E = 588,6638$

Dla $T_i = 6$ występuje najgorsza wartość wskaźnika jakości, a dla $T_i = 4$ największe oscylacje. Dla $T_i = 5$ wskaźnik jest już mniejszy, jednakże w dalszym ciągu nie udało się zminimalizować oscylacji dla górnego przedziału. Do dalszych rozważań została przyjęta wartość $T_i = 5$. Poszczególne próby przedstawiono na wykresie *rys.5.2*.



Rys. 5.2. Dobór T_i

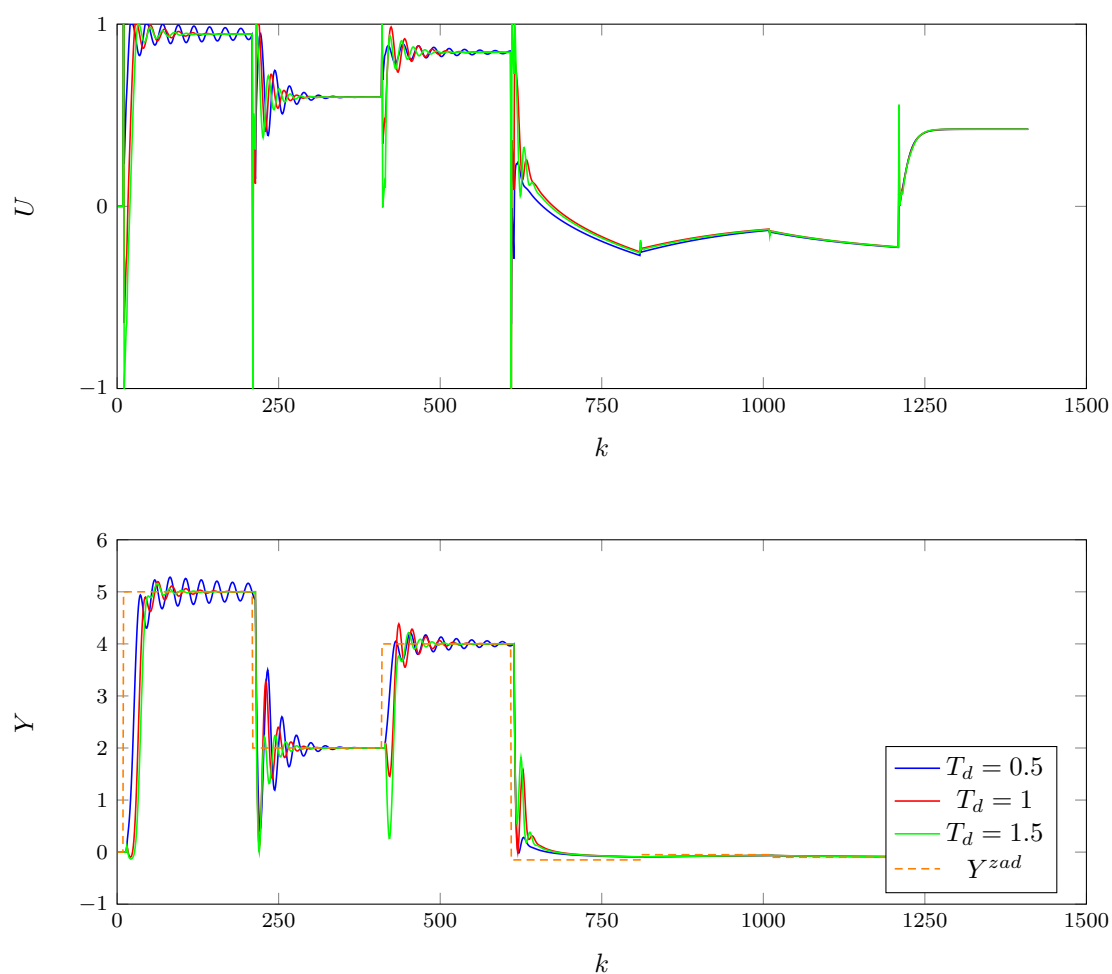
Na koniec eksperymentalnie dobraliśmy parametr T_d rys.5.3. Dla przetestowanych T_d wartości wskaźnika jakości regulacji wynoszą odpowiednio:

— $T_d = 0,5 - E = 574,4522$

— $T_d = 1 - E = 848,4233$

— $T_d = 1,5 - E = 997,3817$

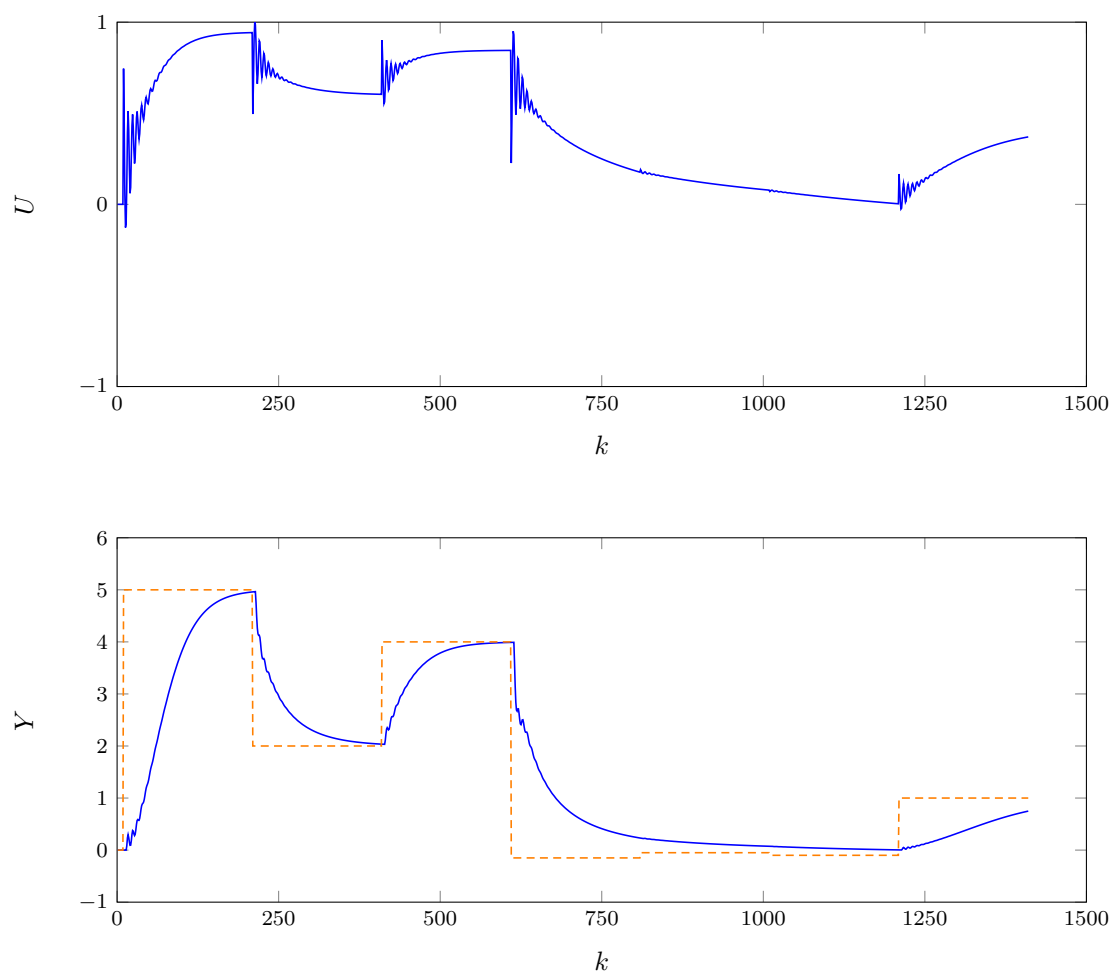
Dla $T_d = 0,5$ występuje najlepszy wskaźnik jakości, ale największe oscylacje. Dla $T_d = 1,5$ występuje najgorszy wskaźnik jakości, ale najmniejsze oscylacje. Występowanie tzw. "szpili" wpływa negatywnie na ocenę jakościową. Wartość $T_d = 1$ jest wartością dającą kompromis między jakością regulacji, a jej przebiegiem. Niestety w dalszym ciągu nie otrzymaliśmy zadowalających wyników regulacji z tego powodu stwierdzamy, że regulacja nieliniowego obiektu linowym regulatorem jest nieskuteczna.



Rys. 5.3. Dobór T_d

5.2. DMC

Parametry algorytmu *DMC* dobraliśmy całkowicie eksperymentalnie poczynając od wartości $N = 100, N_u = 100, \lambda = 10$ (przebieg dla początkowych nastaw znajduje się na wykresie rys.5.4). Następnie naszym celem było zmniejszenie parametrów regulatora przy jednoczesnym zachowaniu lub polepszeniu jakości sterowania.



Rys. 5.4. Podstawowy DMC

Zaczęliśmy od parametru N . Dla przetestowanych wartości otrzymaliśmy podane wartości wskaźnika jakości:

- $N = 8 - E = 1,8781e + 03$
- $N = 9 - E = 1,8708e + 03$
- $N = 10 - E = 1,8829e + 03$

Nie ulega on znacznym zmianom, więc nie będzie miał na tym etapie kluczowej roli. Niestety zmiany zachodzące na wykresach są niezauważalne z tego względu nie zostały one tutaj udokumentowane. Do dalszych obserwacji wykorzystujemy wartość $N = 9$.

Kolejnym krokiem było dobranie horyzontu N_u . Z właściwości algorytmu *DMC* na pierwszy rzut oka wynika, że wartość $N_u > N$ jest bez sensu. Z tego powodu zaczęliśmy dobieranie od wartości $N_u = N = 9$. Dla wybranych punktów otrzymaliśmy wartości wskaźnika jakości równe odpowiednio:

- $N_u = 9 - E = 1,8708e + 03$
- $N_u = 4 - E = 1,8706e + 03$
- $N_u = 3 - E = 1,8673e + 03$
- $N_u = 2 - E = 1,8909e + 03$

Niestety zmiany zachodzące na wykresach są tutaj także niezauważalne z tego względu nie zostały one tutaj udokumentowane. Do dalszych obserwacji wykorzystujemy wartość $N = 3$, gdyż posiada najmniejszy wskaźnik jakości.

Ostatnim parametrem wymagającym regulacji w algorytmie *DMC* była λ . Ku naszemu zdziwieniu zarówno zwiększanie jak i zmniejszanie λ nie przyniosło poprawy wyników regulacji. Wskaźnik jakości dla przetestowanych wartości wynosił odpowiednio:

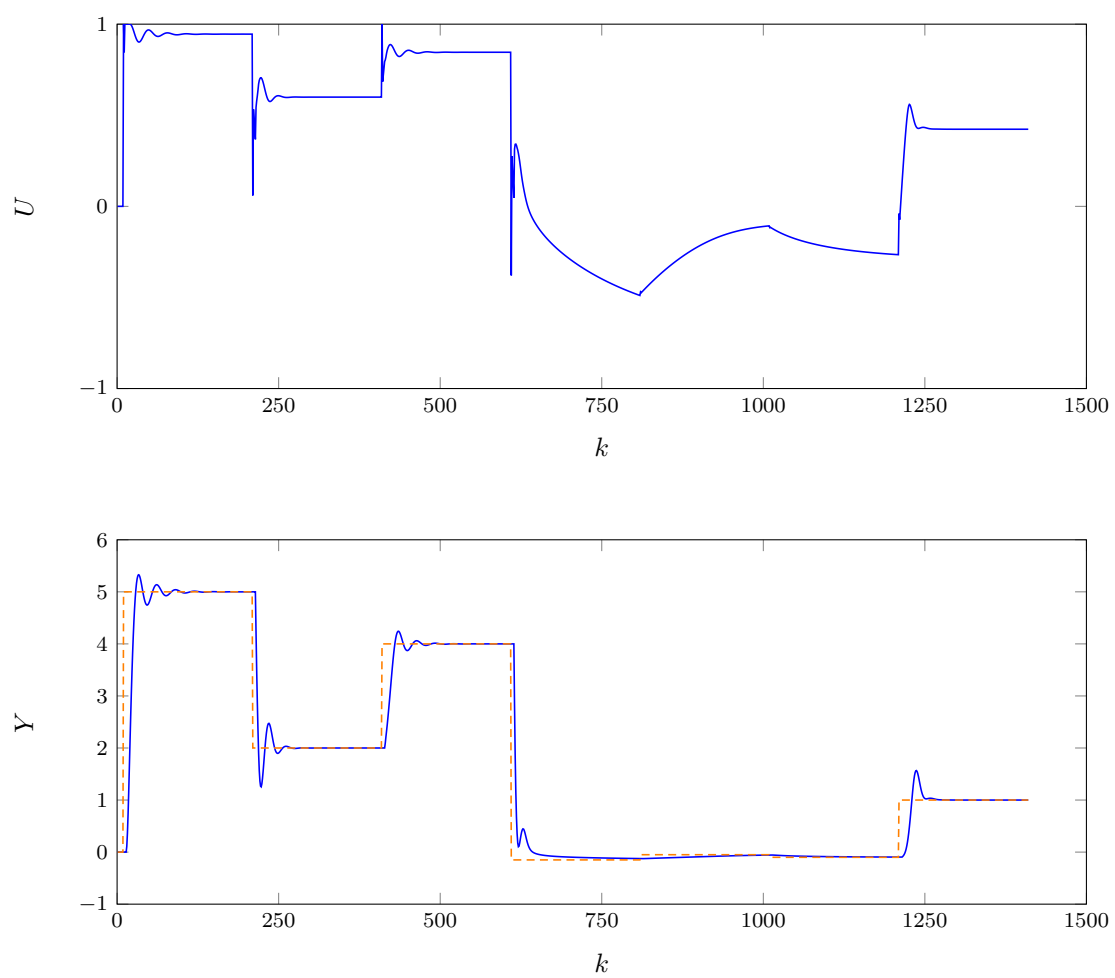
- $\lambda = 6 - E = 1,7815e + 03$
- $\lambda = 5 - E = 1,7515e + 03$
- $\lambda = 4 - E = 1,7915e + 03$

Z powodu wysokiej błędności regulacji oraz minimalnej różnicy między nimi, w tym wypadku wykresy ponownie się pokryły. Odczyt z nich jakichkolwiek zmian przy podstawowej skali byłby niemożliwy, dlatego nie zostały one zamieszczone. Od początku do końca testów obowiązuje nas wykres rys.5.4.

W świetle otrzymanych wyników stwierdzamy, że liniowy algorytm *DMC*, także jest nieskuteczny przy nieliniowym obiekcie.

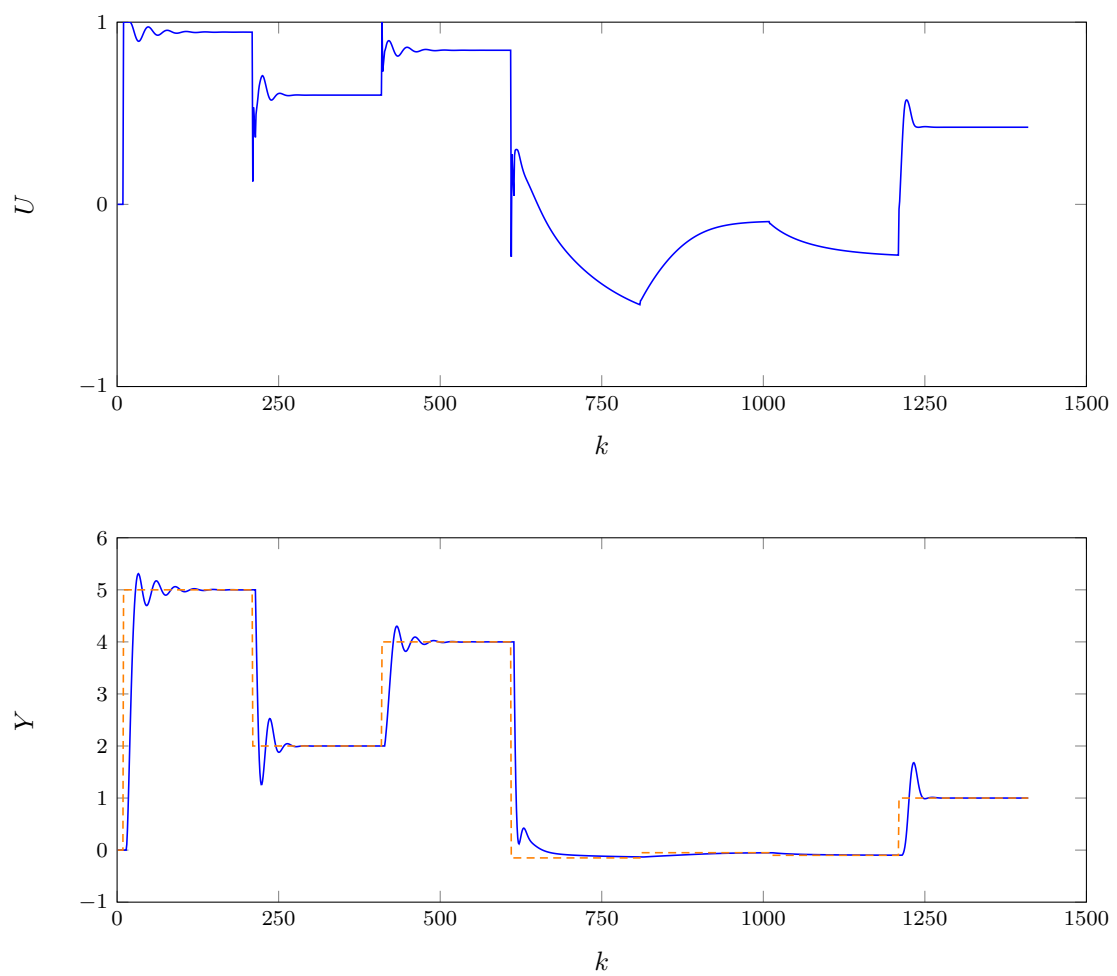
6. Zadanie 5: Nieliniowy regulator PID

6.1. Dwa regulatory lokalne



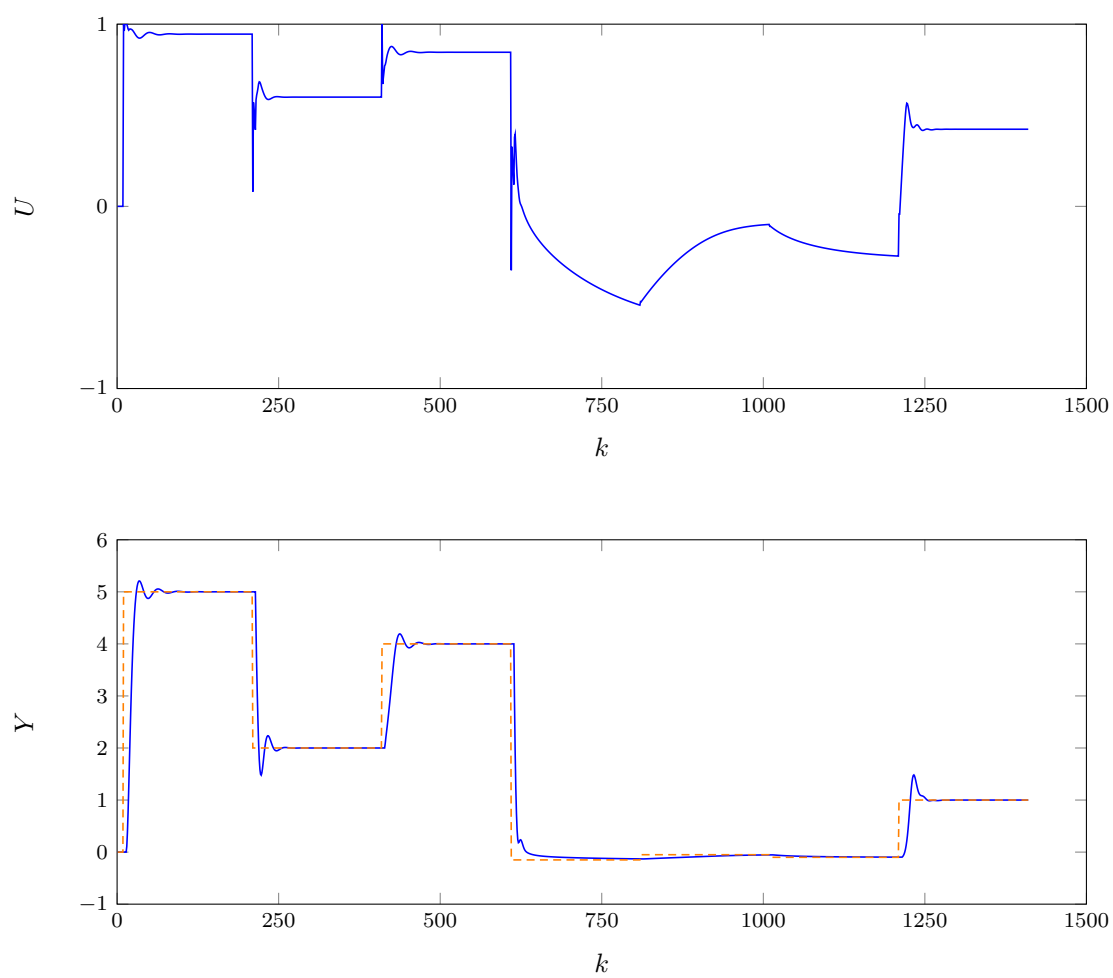
Rys. 6.1. Dwa regulatory lokalne

6.2. Trzy regulatory lokalne



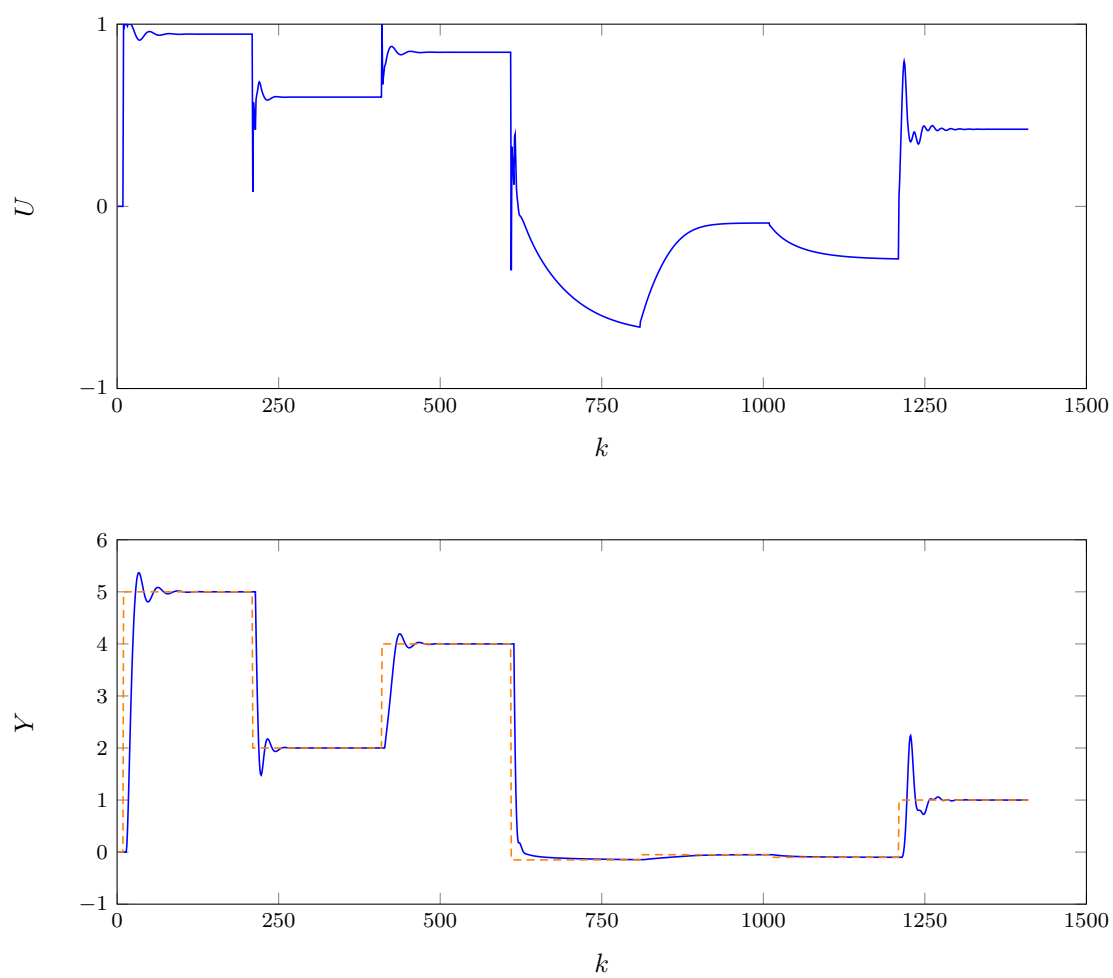
Rys. 6.2. Trzy regulatory lokalne

6.3. Cztery regulatory lokalne



Rys. 6.3. Cztery regulatory lokalne

6.4. Pięć regulatorów lokalnych



Rys. 6.4. Pięć regulatorów lokalnych