Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania (projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu nr 2, zadanie nr 7

Sobolewski Konrad, Różański Antoni, Giełdowski Daniel

Warszawa, 2017

Spis treści

1. Opis obiektu

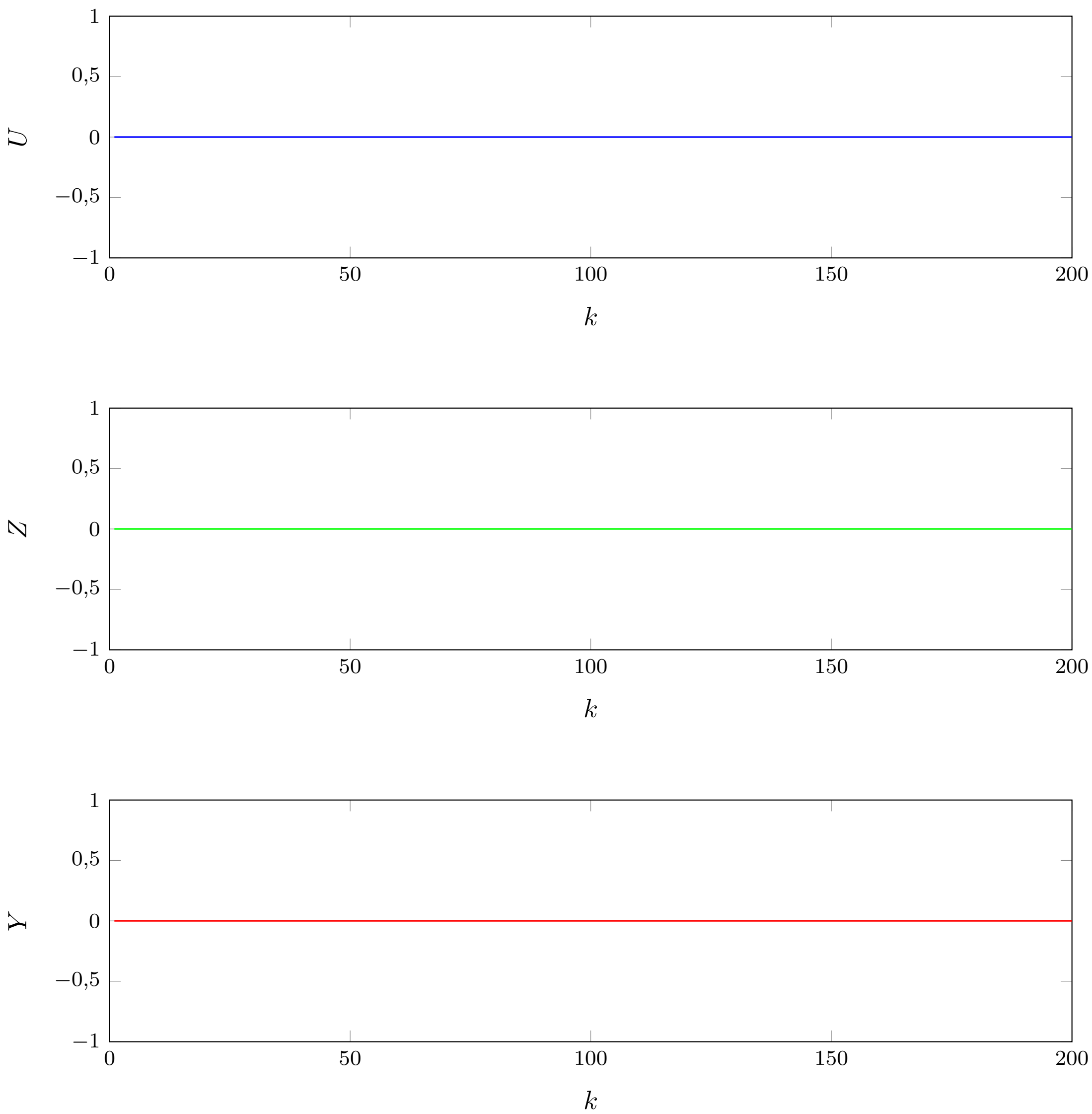
Obiekt używany w projekcie opisany jest daną przez prowadzącego funkcją wywoływaną poleceniem:

$$Y(k) = symulacja\_obiektu7y(U(k-4), U(k-5), Z(k-1), Z(K-2), Y(k-1), Y(k-2)) \quad (1.1)$$

gdzie k jest aktualną chwilą symulacji sygnału próbkowanego. Wartość sygnałów w punkcie pracy (w stanie ustalonym) mają wartość $u = y = z = 0$. Okres próbkowania obiektu wynosi $T_p = 0,5s$.

2. Zadanie 1: Punkt pracy

Pierwszym poleceniem było zweryfikowanie poprawności punktu pracy obiektu. Udało się to osiągnąć za pomocą prostego sprawdzenia, przy jakiej wartości wyjścia stabilizuje się obiekt przy stałym sterowaniu oraz stałym zakłóceniu, równym ich wartościom w punkcie pracy ($U_{pp} = 0$, $Z_{pp} = 0$). Eksperyment potwierdził wcześniej podaną wartość wyjścia ($Y_{pp} = 0$), a jego przebieg obrazuje wykres 2.1.

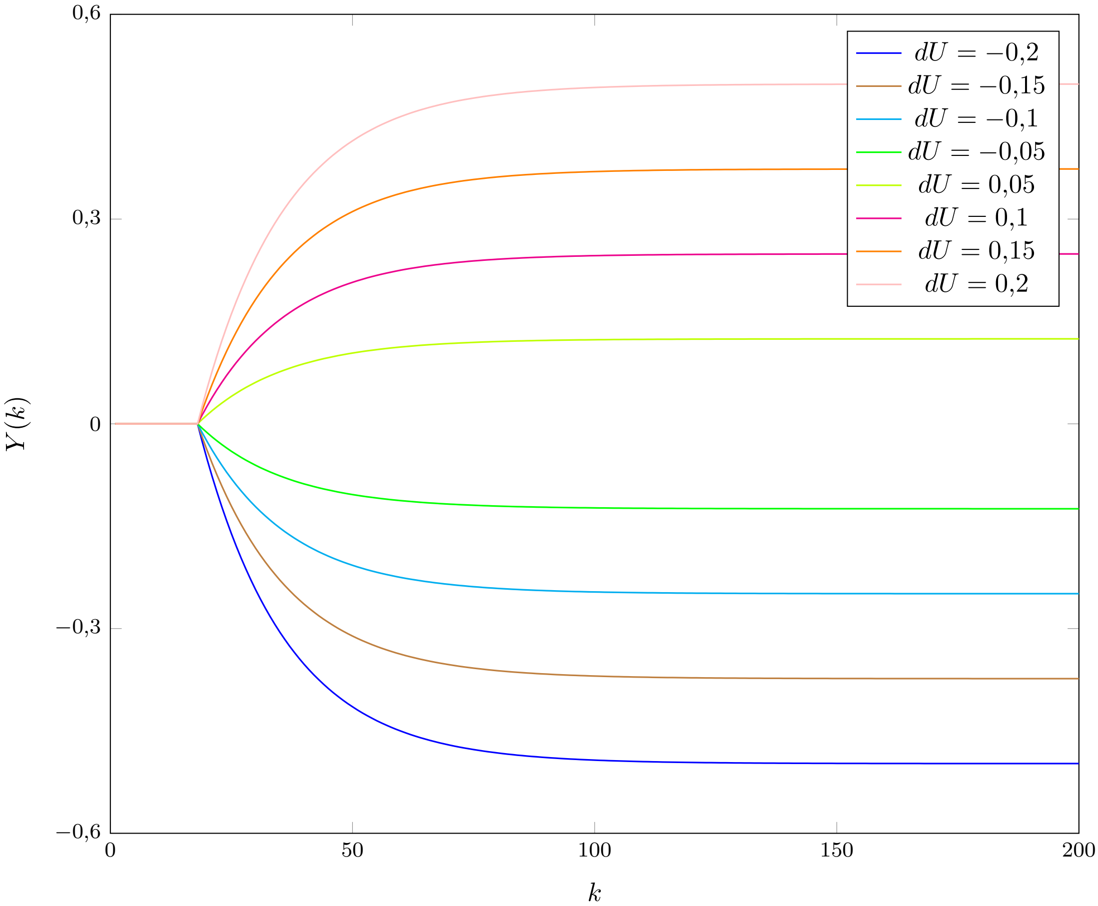


Rys. 2.1. Zachowanie obiektu w punkcie pracy

3. Zadanie 2: Odpowiedzi skokowe

3.1. Tor U

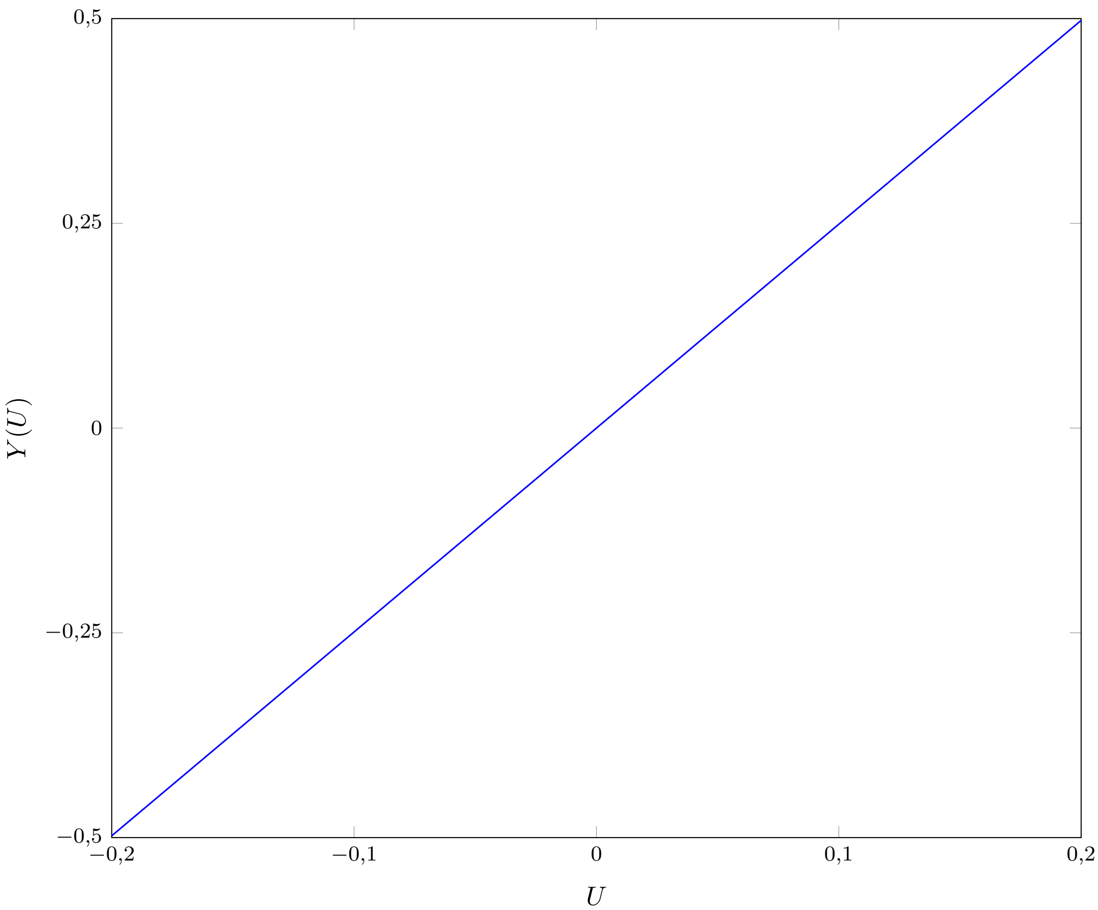
W tej części projektu badane było zachowanie odpowiedzi skokowej dla różnych wartości skoku sygnału sterującego. Eksperyment zakładał, iż na początku obiekt będzie w punkcie pracy ($Y = 0,0$, $U = 0,0$, $Z = 0,0$), a następnie, w chwili $k = 15$, wykonany zostanie skok do zaplanowanej wcześniej wartości sterowania. Wartość sterowania po skoku dla zamieszczonych wyników mieściła się w zakresie ograniczeń. Zakłócenie w czasie trwania eksperymentu dla tego toru miało stałą wartość $Z = 0$. Wyniki eksperymentu zostały zobrazowane na wykresie 3.1.



Rys. 3.1. Wykres $Y(k)$ dla różnych skoków sterowania z $Upp = 0$ o dU

3.2. Charakterystyka statyczna toru U

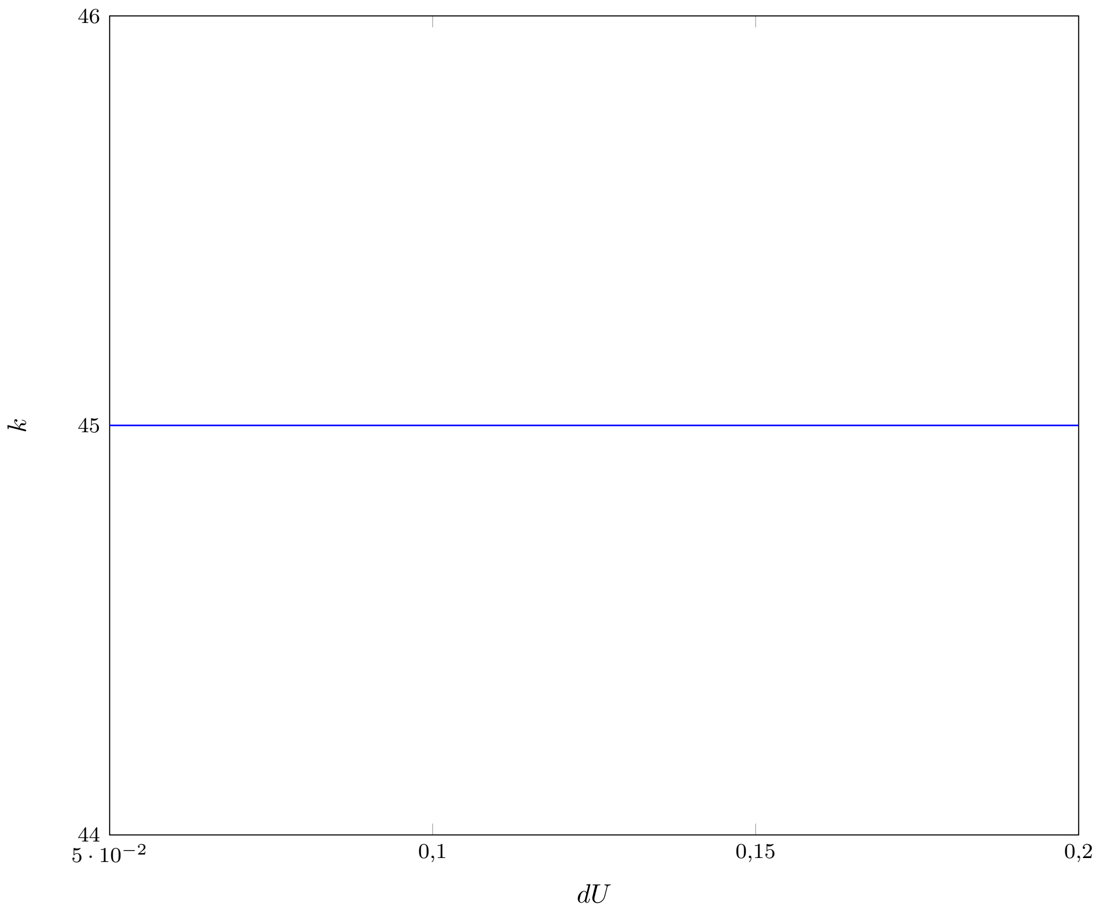
Następnie wyznaczona została charakterystyka statyczna toru U obiektu. Znaleziona została poprzez sprawdzenie, przy jakiej wartości wyjścia obiekt stabilizuje się dla danej wartości sterowania. Na podstawie tego sporządzony został wykres. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.2. Liniowość charakterystyki statycznej można było także stwierdzić na podstawie wykresu 3.1, gdyż wyraźnie widać na nim, że odległości między końcową wartością $Y(k)$ dla kolejnych skoków są (na tyle na ile można to ocenić wizualnie) identyczne. Otrzymana charakterystyka jest liniowa. Wzmocnienie statyczne jest równe wartości końcowej znormalizowanej odpowiedzi skokowej i ma wartość $2,4892$.



Rys. 3.2. Charakterystyka statyczna $Y(U)$

3.3. Właściwości dynamiczne toru U

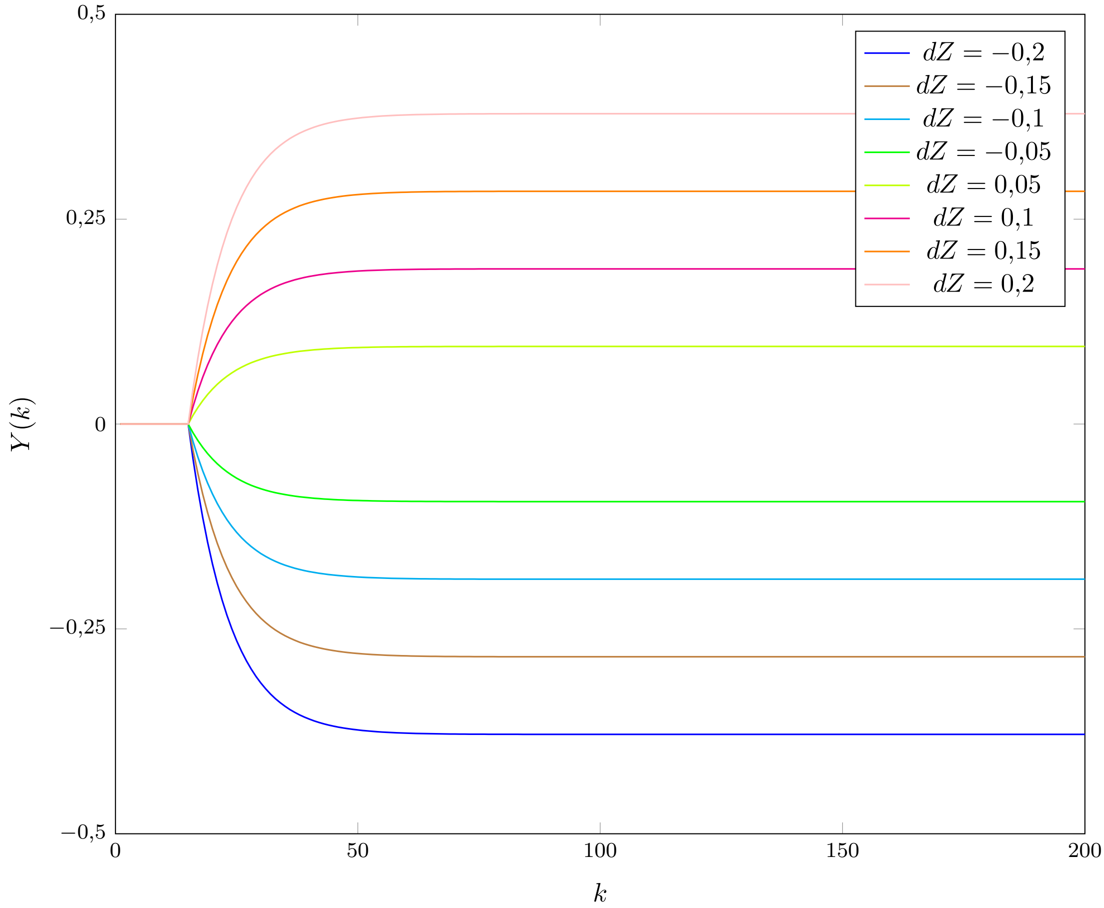
Charakterystyka dynamiczna toru U obieltu została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Skoki sterowania wykonywane były z punktu pracy w obrębie ograniczeń. Zmierzone zostało, po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjścia obiektu i Ypp wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości $Y(k)$ wyjścia obiektu. Z otrzymanych danych wynika, że charakterystyka dynamiczna jest liniowa, dla każdego skoku sterowania otrzymana ilość kroków była identyczna i równa 45. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.3.



Rys. 3.3. Wykres ilości kroków od momentu skoku sterowania po ilu różnica aktualnej i początkowej wartości $Y(k)$ staje się większa niż 90% różnicy końcowej i początkowej wartości $Y(k)$

3.4. Tor Z

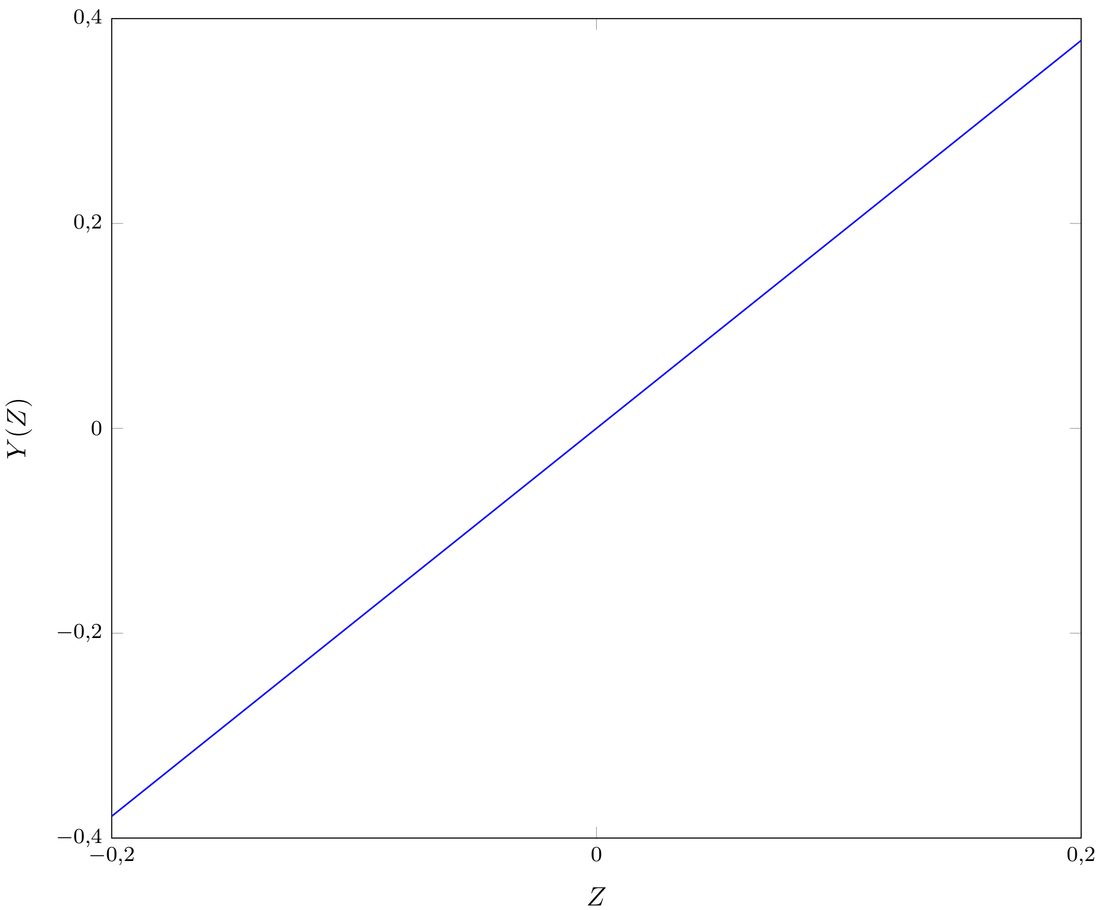
W tej części projektu badane było zachowanie odpowiedzi skokowej dla różnych wartości skoku sygnału zakłóceń. Eksperyment zakładał, iż na początku obiekt będzie w punkcie pracy ($Y = 0,0$, $U = 0,0$, $Z = 0,0$), a następnie, w chwili $k = 15$ wykonany zostanie skok do zaplanowanej wcześniej wartości zakłócenia. Wartość zakłócenia po skoku dla zamieszczonych wyników mieściła się w zakresie ograniczeń. Sterowanie w czasie trwania eksperymentu miało stałą wartość $U = 0$. Wyniki eksperymentu zostały zobrazowane na wykresie 3.4.



Rys. 3.4. Wykres $Y(k)$ dla różnych skoków sterowania z $Zpp = 0$ o dZ

3.5. Charakterystyka statyczna toru Z

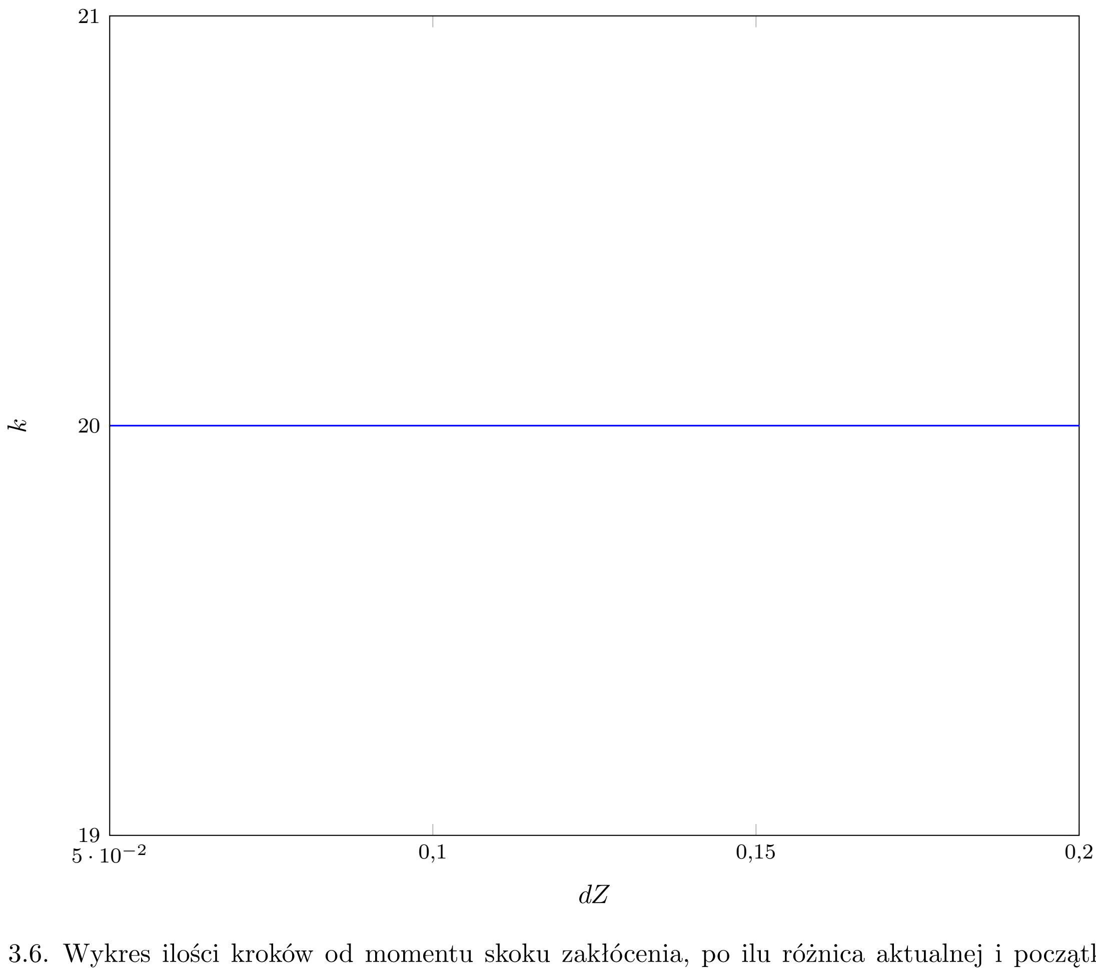
Następnie wyznaczona została charakterystyka statyczna toru Z obiektu. Znaleziona została poprzez sprawdzenie przy jakiej wartości wyjścia obiekt stabilizuje się dla danej wartości zakłócenia. Na podstawie tego sporządzony został wykres. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.5. Liniowość charakterystyki statycznej można było także stwierdzić na podstawie wykresu 3.4, gdyż wyraźnie widać na nim, że odległości między końcową wartością $Y(k)$ dla kolejnych skoków są (na tyle na ile można to ocenić wizualnie) identyczne. Otrzymana charakterystyka jest liniowa. Wzmocnienie statyczne jest równe wartości końcowej znormalizowanej odpowiedzi skokowej i ma wartość $1,8933$.



Rys. 3.5. Charakterystyka statyczna Y(Z)

3.6. Właściwości dynamiczne toru Z

Charakterystyka dynamiczna toru Z obiektu została wyznaczona zależnie od wielkości skoku sterowania. Skoki sterowania wykonywane były z punktu pracy w obrębie ograniczeń. Zmierzone zostało, po ilu krokach od momentu skoku różnica wartości wyjścia obiektu i Ypp wynosiła powyżej 90% całkowitego skoku wartości $Y(k)$ wyjścia obiektu. Z otrzymanych danych wynika, że charakterystyka dynamiczna jest liniowa, dla każdego skoku sterowania otrzymana ilość kroków była identyczna i równa 20. Wyniki zostały zamieszczone na wykresie 3.6.



Rys. 3.6. Wykres ilości kroków od momentu skoku zakłócenia, po ilu różnica aktualnej i początkowej wartości $Y(k)$ staje się większa niż 90% różnicy końcowej i początkowej wartości $Y(k)$

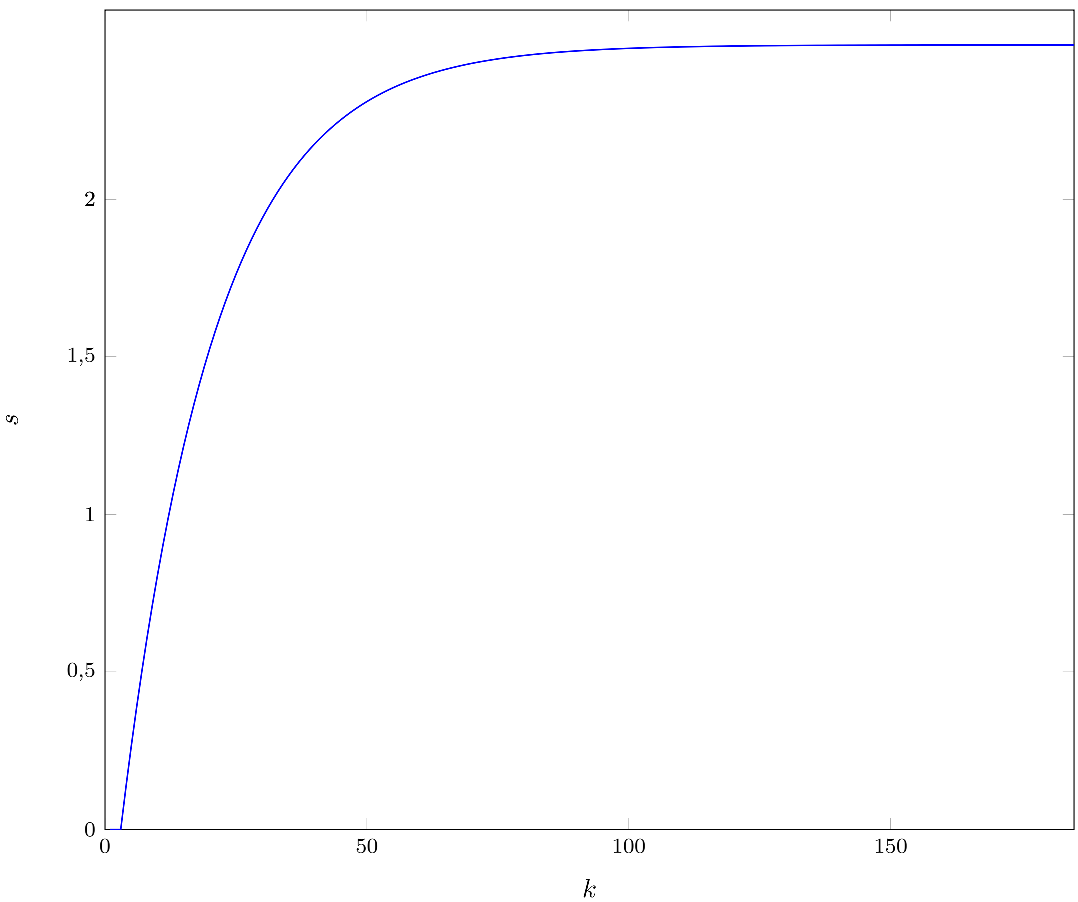
4. Zadanie 3: Znormalizowane odpowiedzi skokowe

Normalizacja odpowiedzi skokowej polega na przesunięciu każdej wartości wyjścia obiektu o wartość w punkcie pracy, a następnie podzielenie jej przez długość skoku sterowania (dla toru sterowania)/zakłócenia (dla toru zakłócenia).

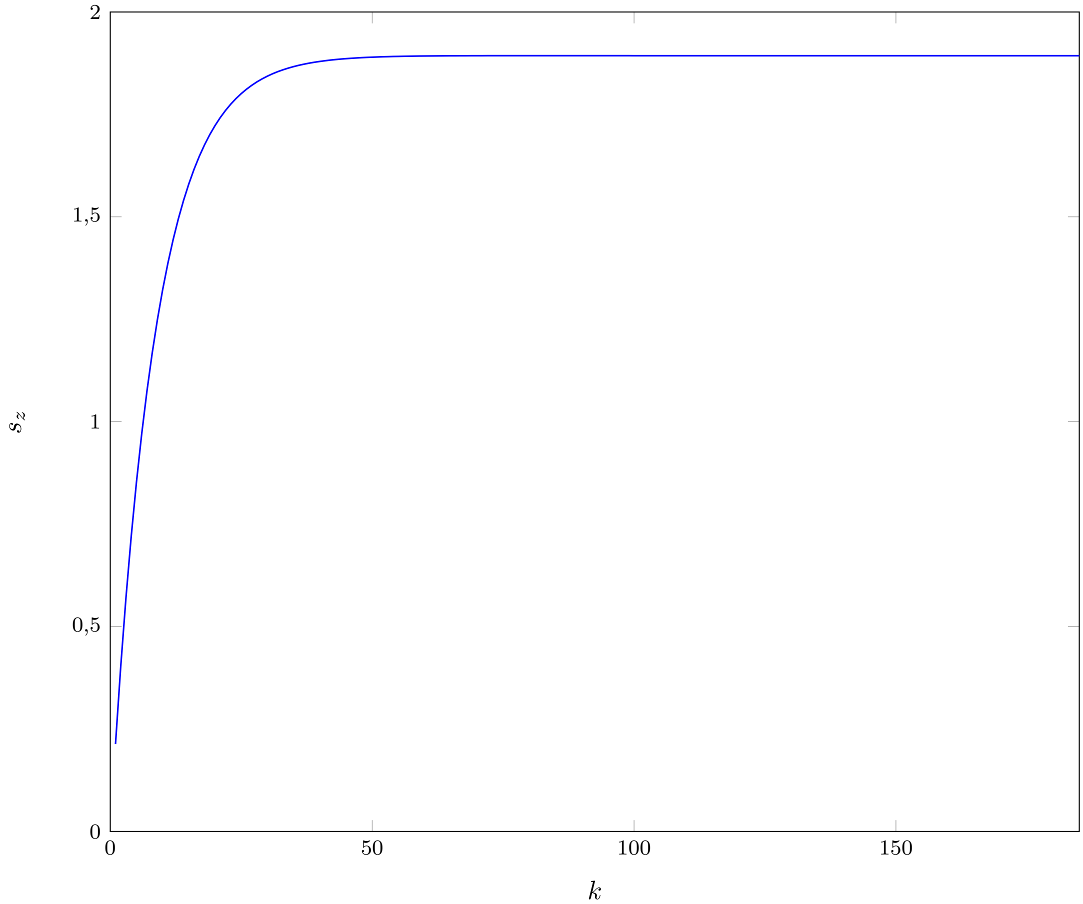
$$S = \frac{Y - Ypp}{dU} \tag{4.1}$$

$$S_z = \frac{Y - Ypp}{dZ} \tag{4.2}$$

W ten sposób otrzymujemy wartości odpowiedzi skokowych w formie w jakiej otrzymalibyśmy je robiąc skok jednostkowy na sterowaniu/zakłóceniu. Takie odpowiedzi skokowe są gotowe do użytku w regulatorze DMC. Obie odpowiedzi zostały przedstawione na poniższych wykresach 4.1 oraz 4.2.



Rys. 4.1. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej toru U



Rys. 4.2. Wykres znormalizowanej odpowiedzi skokowej toru Z

5. Zadanie 4: Algorytmy DMC

5.1. Analityczny algorytm DMC

Do obliczeń wykorzystujemy następujące wzory:

$$\boldsymbol{Y}^{\mathrm{zad}}(k) = \begin{bmatrix} Y^{\mathrm{zad}}(k) \\ \vdots \\ Y^{\mathrm{zad}}(k) \end{bmatrix}_{\mathrm{Nx1}} \tag{5.1}$$

$$\boldsymbol{Y}(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}_{\mathrm{Nx1}} \tag{5.2}$$

$$\triangle\boldsymbol{U}(k) = \begin{bmatrix} \triangle u(k|k) \\ \vdots \\ \triangle u(k+N_u-1|k) \end{bmatrix}_{\mathrm{N_ux1}} \tag{5.3}$$

$$\triangle\boldsymbol{U^P}(k) = \begin{bmatrix} \triangle u(k-1) \\ \vdots \\ \triangle u(k-(D-1)) \end{bmatrix}_{\mathrm{(D-1)x1}} \tag{5.4}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-\mathrm{N_u}+1} \end{bmatrix}_{\mathrm{NxN_u}} \tag{5.5}$$

$$\boldsymbol{M^P} = \begin{bmatrix} s_2-s_1 & s_3-s_2 & \dots & s_D-s_{D-1} \\ s_3-s_1 & s_4-s_2 & \dots & s_{D+1}-s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1}-s_1 & s_{N+2}-s_2 & \dots & s_{N+D-1}-S_{D-1} \end{bmatrix}_{\mathrm{NxD-1}} \tag{5.6}$$

$$Y^0(k) = Y(k) + M^P \triangle U^P(k) \tag{5.7}$$

$$K = (M^T M + \lambda * I)^{-1} M^T \tag{5.8}$$

$$\triangle U(k) = K(Y^{zad}(k) - Y^0(k)) \tag{5.9}$$

W naszej regulacji potrzebujemy wyznaczy? tylko pierwszy element macierzy $\triangle U(k)$ czyli $\triangle u(k|k)$. W tym celu rozwijamy wzór do postaci:

$$\triangle u(k|k) = k_e e(k) - k_u \triangle\boldsymbol{U}^P \tag{5.10}$$

gdzie:

$$e(k) = Y^{zad}(k) - Y(k) \tag{5.11}$$

$$k_e = \sum_{i=1}^{N} K(1,i) \tag{5.12}$$

$$k_u = kM^P \tag{5.13}$$

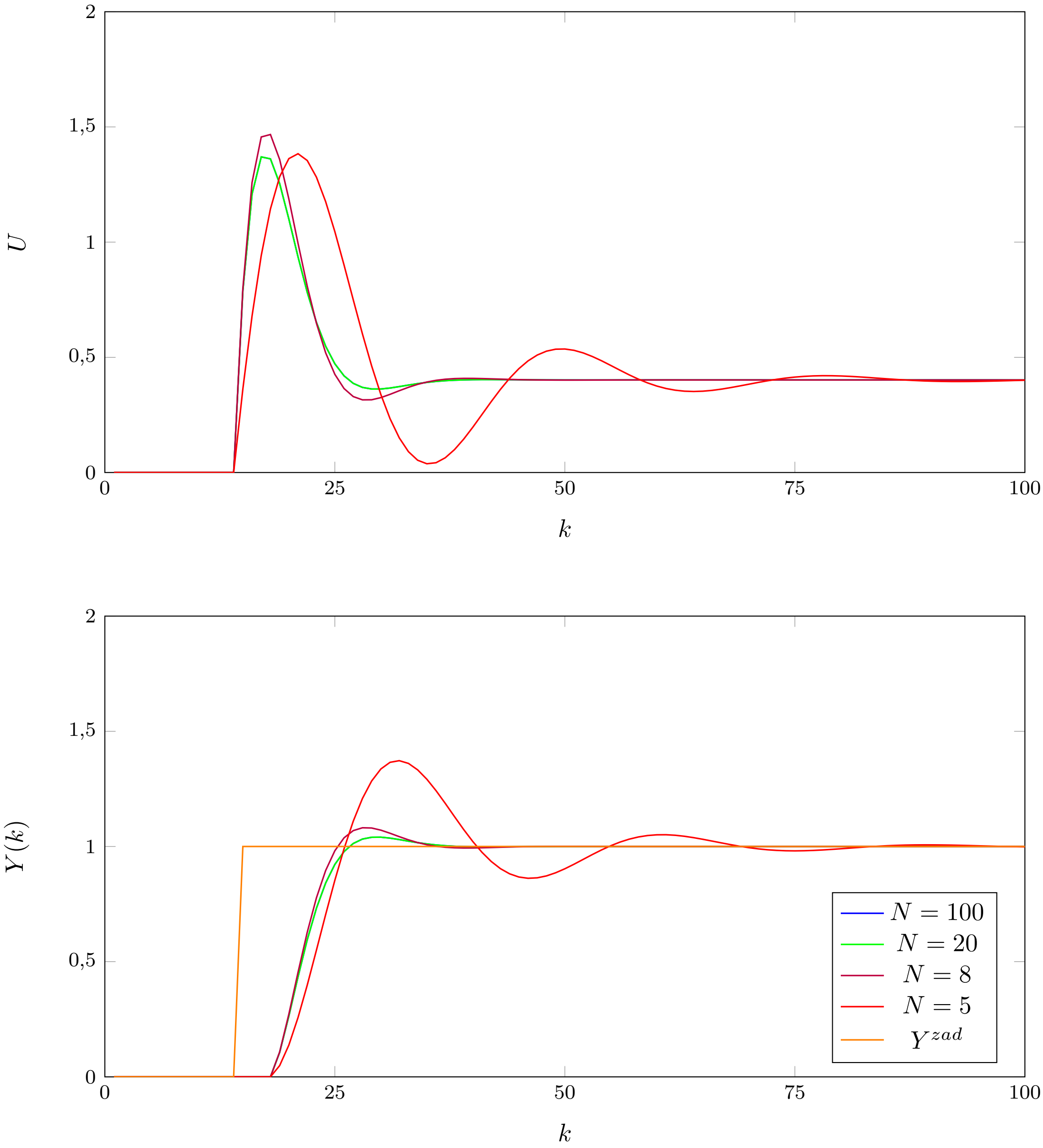
k to oznaczenie pierwszego wiersza macierzy K. Aktualne sterowanie otrzymujemy poprzez zsumowanie poprzedniego sterowania i aktualnie wyliczonego $\triangle u(k|k)$.

5.2. Dobieranie nastaw regulatora DMC

Nastawy regulatora DMC zostały dobrane eksperymentalnie. Regulator DMC korzysta z odpowiedzi skokowej s uzyskanej w punkcie 3.

Obserwując obiekt bezpiecznie założyliśmy, że jego horyzont dynamiki jest równy $D = 100$. Taką również przyjęliśmy wartość początkową N oraz N_u, natomiast pierwotną wartością λ było 1, tj: $N = 100, N_u = 100, \lambda = 1$.

Następnie próbowaliśmy, w celu zmniejszenia złożoności obliczeniowej obniżyć parametr N: jak się okazało, jego wpływ dla wartości powyżej 20 jest znikomy. Efekty eksperymentu dla różnych wartości zostały przedstawione na poniższym wykresie:

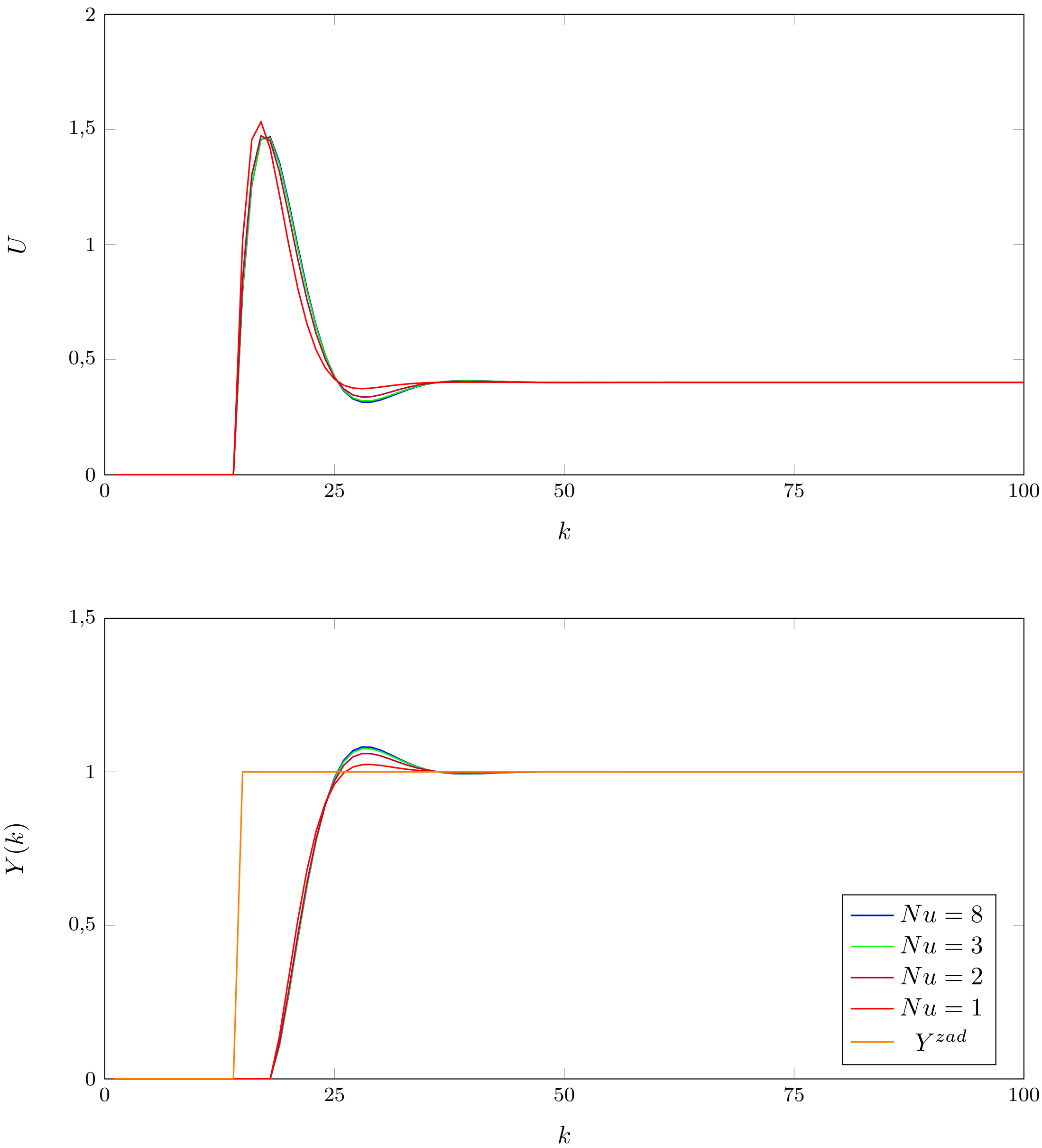


Rys. 5.1. Dobór parametru N

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

— $N = 100$: $E = 5.9347$
— $N = 20$: $E = 5.9345$
— $N = 8$: $E = 5.8538$
— $N = 5$: $E = 7.9887$

Zdecydowaliśmy więc ustawić N na 8 - błąd jest najmniejszy, a sterowanie tylko nieznacznie gorsze. Następnym parametrem, na którego minimalizacji nam zależy jest N_u:

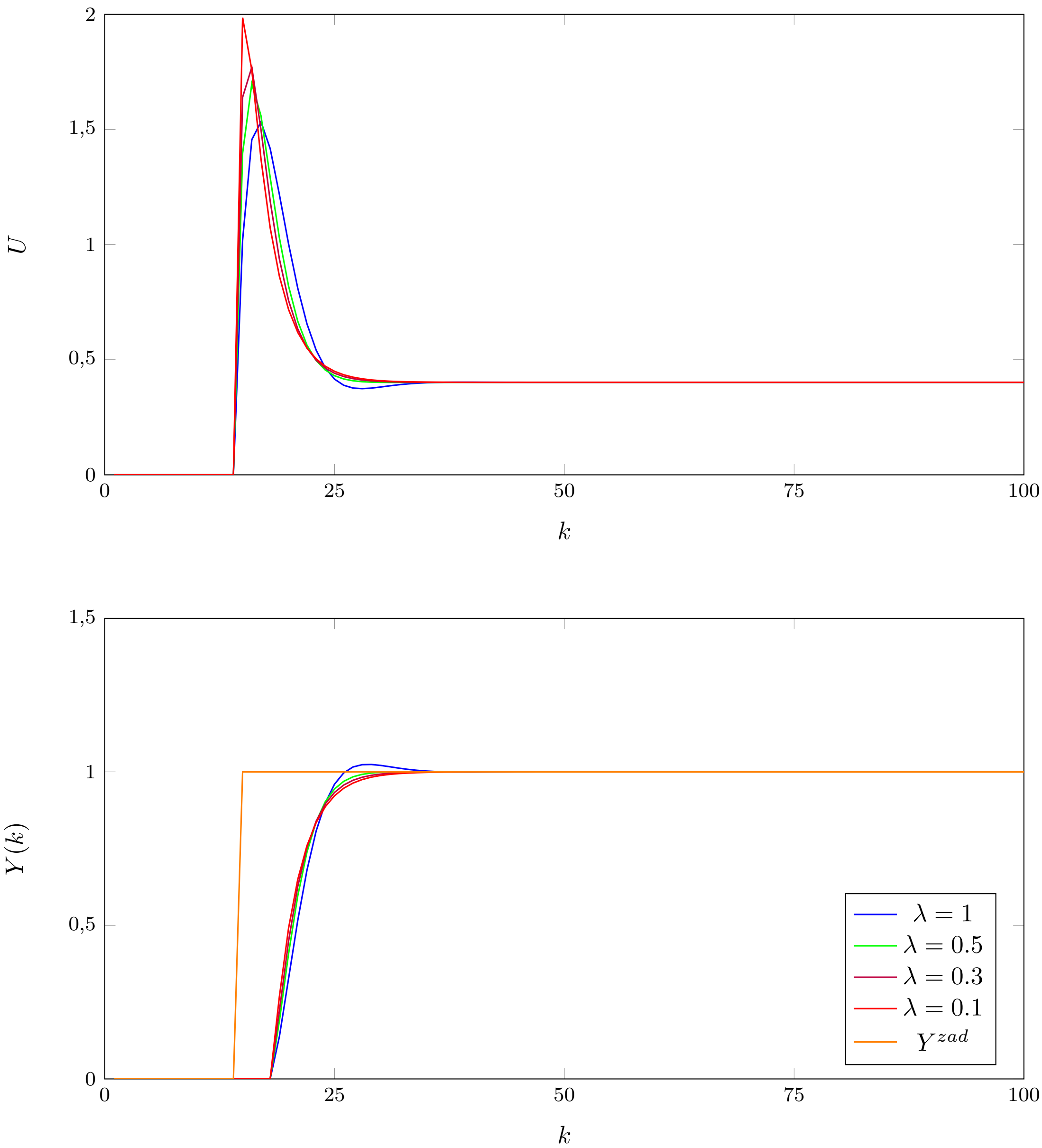


Rys. 5.2. Dobór parametru Nu

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

— $N_u = 8$: $E = 5.8538$
— $N_u = 3$: $E = 5.8427$
— $N_u = 2$: $E = 5.7853$
— $N_u = 1$: $E = 5.5844$

Jak widać, dla $N_u = 1$ wyjście najszybciej zbiega do wartości zadanej, a sterowanie jest tylko odrobinę ostrzejsze. Następnym parametrem do dobrania jest λ:



Rys. 5.3. Dobór parametru λ

Wskaźnik regulacji E dla tych nastaw :

— $\lambda = 1$: $E = 5.5844$
— $\lambda = 0.5$: $E = 5.2800$
— $\lambda = 0.3$: $E = 5.1543$
— $\lambda = 0.1$: $E = 5.0267$

Jak się można było spodziewać, zarówno N jak i Nu miały dużo słabszy wpływ na jakość regulacji niż λ. Zmniejszając λ, uzyskujemy drastyczną poprawę wskaźnika jakości regulacji, jednakże kosztem sterowania. Zbyt gwałtowne sterowanie nie jest pożądane - może wpływać niekorzystnie na elementy wykonawcze układu sterowania. Bazując na tym wniosku, jak i na spostrzeżeniu, że poniżej wartości $\lambda = 0.3$ zysk w jakości sterowania jest nniewielki, a skok sterowania dużo ostrzejszy, postanowiliśmy zatrzymać tę wielkość $\lambda == 0.3$.

Końcowe wartości dobranego regulatora DMC: $N = 8, N_u = 2, \lambda = 0.3$.