Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Санкт-Петербургский государственный университет

информационных технологий, механики и оптики

Факультет прикладной информатики и компьютерных технологий

Вычислительная Математика

Лабораторная работа №4

Метод Эйлера

Группа: P3218

Студент: Петкевич Константин Вячеславович

Преподаватель: Кучер Алексей Владимирович

г. Санкт-Петербург

2016 г.

Описание метода

Пусть дана задача Коши для уравнения первого порядка:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

$$y_{|_{x=x_0}} = y_0,$$

где функция f определена на некоторой области $D \subset \mathbb{R}^2$. Решение ищется на интервале $(x_0, b]$. На этом интервале введем узлы:

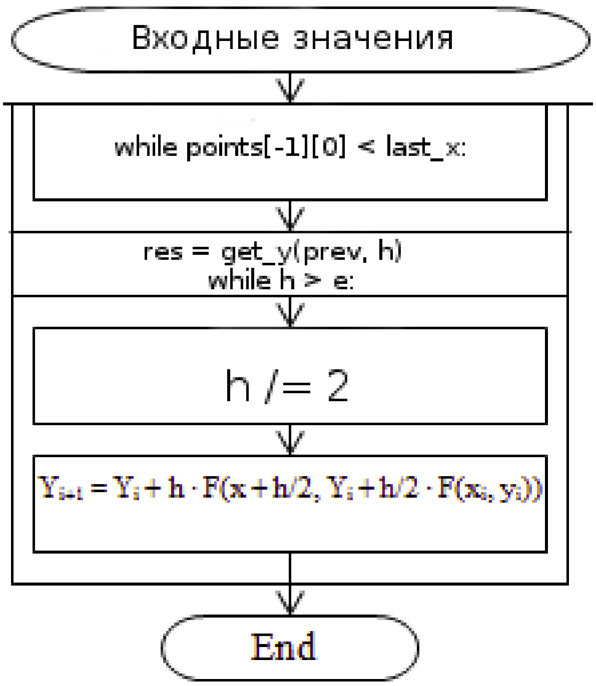
$$x_0 < x_1 < \cdots < x_n \leq b.$$

Приближенное решение в узлах x_i, которое обозначим через y_i, определяется по формуле:

$$y_i = y_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) f(x_{i-1}, y_{i-1}), \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

Эти формулы непосредственно обобщаются на случай систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Блок-схема



Листинг

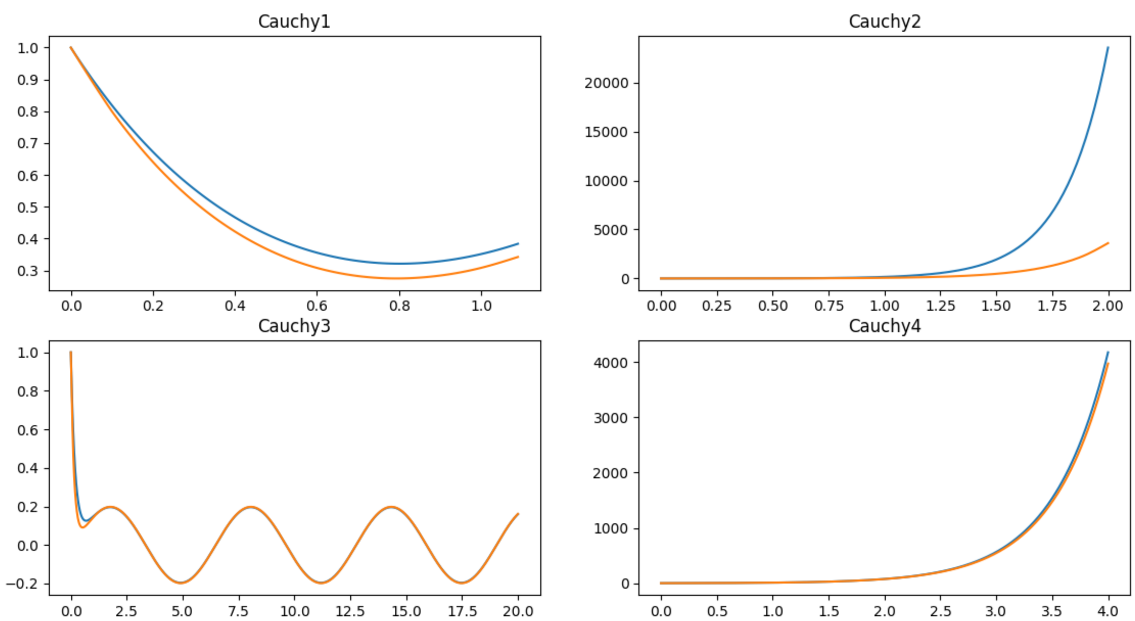
```
def euler(x, y, last_x, e, func):

  def get_prediction(prev_point, step):
    return prev_point[1] + step * func(prev_point[0], prev_point[1])

  def get_y(prev_point, step):
    prediction = get_prediction(prev_point, step)
    return {
      "y": prediction,
    }

  points = [(x, y)]       # array of points
  h = 0.1                 # initial size of the step
  while points[-1][0] < last_x:
    prev = points[-1]   # last point in the array
    # python has no do while so we use this
    res = get_y(prev, h)
    while h > e:
      h /= 2
      if (h == 0):
        raise Exception("can't reach accuracy")
      res = get_y(prev, h)
    points.append((prev[0] + h, res["y"]))
    #restore step
    h = 0.1
  return points
```

Пример работы программы



Вывод

Для решения ОДУ существуют одношаговые и многошаговые методы. Суть одношаговых методов в том, что значение yi+1 ищется через yi, а многошаговых - через k предыдущих значений y: yi-k .. yi. Метод Эйлера является наиболее простым в реализации, но его главных недостатком является большая накапливаемая погрешность. Погрешность можно сократить, используя модифицируемый метод Эйлера, который имеет 2 порядок точности. Но его реализация требует дополнительных вычислений