

НИУ ИТМО

Кафедра ИПМ

Домашнее задание по математической логике №2

Вариант №8

Петкевич Константин

Группа Р3118

Санкт-Петербург

2016 г.

Задание 1. а) Найти и привести равносильные формулы логики предикатов. (прим. $A(x), B(x)$ - переменные предикаты; C – переменное высказывание)

1. $\overline{\forall x A(x)} \equiv \exists x \overline{A(x)}$.
2. $\overline{\exists x A(x)} \equiv \forall x \overline{A(x)}$.
3. $\forall x A(x) \equiv \overline{\exists x \overline{A(x)}}$.
4. $\exists x A(x) \equiv \overline{\forall x \overline{A(x)}}$.
5. $\forall x A(x) \wedge \forall x B(x) \equiv \forall x [A(x) \wedge B(x)]$
6. $C \vee \forall x B(x) \equiv \forall x [C \vee B(x)]$
7. $C \rightarrow \forall x B(x) \equiv \forall x [C \rightarrow B(x)]$
8. $\forall x [B(x) \rightarrow C] \equiv \exists x B(x) \rightarrow C$.
9. $\exists x [A(x) \vee B(x)] \equiv \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$.
10. $\exists x [C \vee B(x)] \equiv C \vee \exists x B(x)$.
11. $\exists x [C \wedge B(x)] \equiv C \wedge \exists x B(x)$.

б) Найти и привести законы логических операций (общезначимые формулы логики предикатов).

1. $\forall x \forall y P(x, y) \equiv \forall y \forall x P(x, y)$
2. $\exists x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$
3. $\exists x (F(x) \vee G(x)) \equiv \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$
4. $\forall x \forall y F(x, y) \equiv \forall y \forall x F(x, y)$
5. $\overline{\forall x F(x)} \equiv \exists x \overline{F(x)}$
6. $\overline{\exists x F(x)} \equiv \forall x \overline{F(x)}$

Задание 2. Придумать сложную формулу логики предикатов и привести ее в ССФ. В формуле должны присутствовать все первичные связки, и любая из вторичных.

$$\begin{aligned}
 \Phi &= (\forall x (A(x) \rightarrow \forall y (B(y) \rightarrow C(z)))) \& \neg (\forall y (\neg(D(x,y) + F(z)))) = \\
 &= \forall x (\neg A(x) + \forall y (\neg B(y) + C(z))) \& (\exists y \neg (\neg D(x,y) + F(z))) = \\
 &= \forall x (\neg A(x) + \forall y (\neg B(y) + C(z))) \& (\exists y (D(x,y) \& \neg F(z))) = \\
 &= | x = w | = \forall w (\neg A(w) + \forall y (\neg B(y) + C(z))) \& (\exists y (D(x,y) \& \neg F(z))) = \\
 &= | y = w | = \forall w (\neg A(w) + \forall v (\neg B(v) + C(z))) \& (\exists y (D(x,y) \& \neg F(z))) = \\
 &= \forall w \forall v (\neg A(w) + \neg B(v) + C(z)) \& (\exists y (D(x,y) \& \neg F(z))) = \\
 &= \forall w \forall v \exists y ((\neg A(w) + \neg B(v) + C(z)) \& D(x,y) \& \neg F(z)) = | y = f(w,v) | = \\
 &= (\neg A(w) + \neg B(v) + C(z)) \& D(x, f(w,v)) \& \neg F(z)
 \end{aligned}$$

Задание 3. Найти и привести в соответствии с обозначениями запись математических предложений. Использовать кванторы и логические связки.

Определение возрастающей функции.

Функция $f(x)$, определенная на множестве E возрастает на этом множестве, если

$$\forall x_1 \in E \forall x_2 \in E (x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)).$$

Задание 4. Написать регулярное выражение для проверки уровня сложности пароля. Пароль должен состоять из 6 символов, содержать хотя бы: один заглавный символ, строчный символ, цифру

$$((?=.*\d)(?=.*[a-z])(?=.*[A-Z])[0-9a-zA-Z]){6}$$

{n} – Повторить предшествующий символ ровно n раз.

[] – Перечень символов.


* - Соответствует предыдущему элементу ноль или более раз.

.

?= - Позитивный просмотр вперед.

\d - Соответствует любой десятичной цифре.

Задание 5. Придумать программу машины Тьюринга.

- q_1

- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $q_1 S_0 q_2 1 R$
$q_2 S_0 q_3 1 R$
$q_3 S_0 q_1 0 C$
$q_1 0 q_2 1 L$
$q_2 1 q_3 1 L$
$q_3 1 q_0 S_0 C$ | <p>0) слово $p_0 = \{...S_0 S_0 S_0 S_0...\}$</p> <p>1) Исходя из состояния q_1 и символа S_0, обозреваемого головкой, выполнили команду $q_1 S_0 q_2 1 R$, получили слово $p_1 = \{...1 S_0 S_0 S_0...\}$ головка сдвинулась вправо, перешла в состояние q_2.</p> <p>2) Исходя из состояния q_2 и символа S_0, обозреваемого головкой, выполнили команду $q_2 S_0 q_3 1 R$, получили слово $p_2 = \{...1 1 S_0 S_0...\}$ головка сдвинулась вправо, перешла в состояние q_3.</p> <p>3) Исходя из состояния q_3 и символа S_0, обозреваемого головкой, выполнили команду $q_3 S_0 q_1 0 C$, получили слово $p_3 = \{...1 1 0 S_0...\}$ головка осталась на месте, перешла в состояние q_1.</p> <p>4) Исходя из состояния q_1 и символа 0, обозреваемого головкой, выполнили команду $q_1 0 q_2 1 L$, получили слово $p_4 = \{...1 1 0 S_0...\}$ головка осталась на месте, перешла в состояние q_2.</p> <p>5) Исходя из состояния q_2 и символа 1, обозреваемого головкой, выполнили команду $q_2 1 q_3 1 L$, получили слово $p_5 = \{...1 1 1 S_0...\}$ головка сдвинулась влево, перешла в состояние q_3.</p> <p>6) Исходя из состояния q_3 и символа 1, обозреваемого головкой, выполнили команду $q_3 1 q_0 S_0 C$, получили слово $p_6 = \{...S_0 1 0 S_0...\}$ головка осталась на месте, перешла в состояние q_0.</p> <p>7) Состояние q_0 кончено, результат работы машины Тьюринга: $p_6 = \{...S_0 1 0 S_0...\}$</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|