НИУ ИТМО

Кафедра ИПМ

Домашнее задание по математической логике№1

Вариант №8

Петкевич Константин

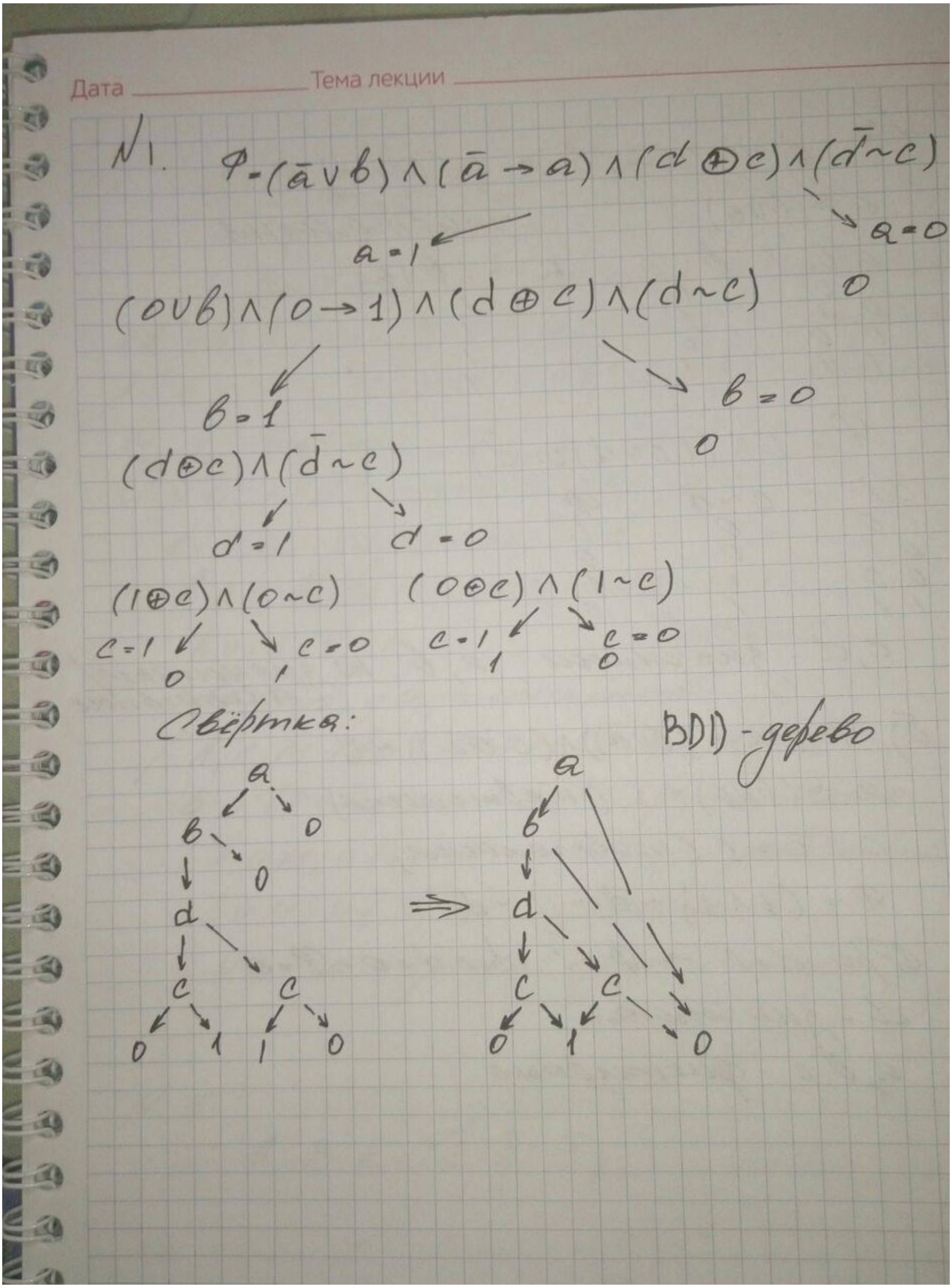
Группа Р3118

Санкт-Петербург

2016 г.

Задание 1. Придумать формулу на 4 переменные. В формуле должны присутствовать все логические операции (и, или, исключающее или, отрицание, эквивалентность, импликация)

Построить двоичную диаграмму и BDD



Дата ______ Тема лекции ______

№1. $\varphi = (\bar{a} \vee b) \wedge (\bar{a} \to a) \wedge (d \oplus c) \wedge (\bar{d} \sim c)$

$a = 1$

$(0 \vee b) \wedge (0 \to 1) \wedge (d \oplus c) \wedge (d \sim c)$

$a = 0$

0

$b = 1$

$(d \oplus c) \wedge (\bar{d} \sim c)$

$b = 0$

0

$d = 1$

$(1 \oplus c) \wedge (0 \sim c)$

$c = 1$: 0; $c = 0$: 1

$d = 0$

$(0 \oplus c) \wedge (1 \sim c)$

$c = 1$: 1; $c = 0$: 0

Свёртка:

a; b; 0; 0; d; c; c; 0; 1; 1; 0

$\Rightarrow$

BDD-дерево

a; b; d; c; c; 0; 1; 0

Задание 2.

а) Если капиталовложения сохранятся (a), то возрастут правительственные расходы (b) или будет безработица (c). Если расходы правительства не возрастут (¬b), то налоги будут снижены (d). Если налоги будут снижены (d) и капиталовложения останутся постоянными(a), то безработицы не будет (¬c). Следовательно, правительственные расходы возрастут (b).

Дата ______ Тема лекции ______

№ 2. а) $\Phi = (a \to (b+c))(\bar b \to d)(da \to \bar c) \to b =$

$= (\bar a + b + c)(b + d)(\overline{da} + \bar c) \to b = (\bar a + b + c)(b + d)$

$(\bar d + \bar a + \bar c) \to b = \overline{(\bar a + b + c)(b+d)(\bar d + \bar a + \bar c)} + b =$

$= \overline{(\bar a + b + c)} + \overline{(b + d)} + \overline{(\bar d + \bar a + \bar c)} + b = a \cdot (\overline{b + c}) + \bar b \cdot \bar d +$

$d \cdot (\overline{\bar a + \bar c}) + b = a \cdot \bar b \cdot \bar c + \bar b \cdot \bar d + d \cdot a \cdot c + b =$

$= \overline{\overline{a \cdot \bar b \cdot \bar c + \bar b \cdot \bar d + d \cdot a \cdot c + b}} = \overline{\overline{(a \cdot \bar b \cdot \bar c + \bar b \cdot d)(d \cdot a \cdot c + b)}} =$

$= (\overline{a \cdot \bar b \cdot \bar c})(\overline{\bar b \cdot \bar d})(\overline{d \cdot a \cdot c})(\bar b) = (\bar a + b + c)(b + d)(\bar d + \bar a + \bar c)\bar b =$

$= (b + (\bar a + c))(b + d)(\bar d + \bar a + \bar c)\bar b$ / $(a + b)(a + c) = a + bc$

по зак. дистрибут. / $= (b + (\bar a + c)d)(\bar d + \bar a + \bar c)\bar b =$

$= (b + \bar a d + cd)(\bar d \cdot \bar b + \bar a \cdot \bar b + \bar c \cdot \bar b) = b \cdot \bar b \cdot \bar d + b \cdot \bar b \cdot \bar a +$

$+ b \cdot \bar b \cdot \bar c + \bar a d \cdot \bar d \cdot \bar b + \bar a \cdot \bar a \cdot d \cdot \bar b + \bar a \cdot d \cdot \bar c \cdot \bar b + cd \cdot \bar d \cdot \bar b +$

$+ cd \cdot \bar a \cdot \bar b + cd \cdot \bar c \cdot \bar b = \bar a \cdot d \cdot \bar b + \bar a \bar b \cdot \bar c d + \bar a \cdot \bar b cd =$

$= \overline{\bar a \cdot \bar b d} \cdot \overline{\bar a \cdot \bar b d \cdot \bar c} \cdot \overline{\bar a \cdot \bar b dc} = (a + b + \bar d)(a + b + \bar d + c)(a + b + \bar d + \bar c$

По методу ДР: a – честная литера, все дизъюнкты содержат a, т.е Ф – выполнима.

г) а) Получим КНФ в рез. преобраз. →
Можем применить метод ДП.
Однолитеральных дизъюнктов в получившейся формуле нет, т.е переходим ко 2-му правилу метода ДП. Есть чистая литера a (во мн. дизъюнктов нет ни одного дизъюнкта с отрицанием a). По правилу чистых литер:

$$(a+b+\bar{d})(a+b+\bar{d}+c)(a+b+\bar{d}+\bar{e}) =$$
$$= (a+b+\bar{d}+b+\bar{d}+c+b+\bar{d}+\bar{e}) = (a+b+\bar{d})$$

Выбираем для одной из ост. литер значение 0 или 1, применяем метод Квайна.

$$\Phi = a+b+\bar{d}$$

$a=1$: $\Phi(a|1) = 1+b+\bar{d} = 1$

$a=0$: $\Phi(a\backslash 0) = b+\bar{d}$

$b=1$: $\Phi(b\backslash 1) = 1+\bar{d} = 1$

$\Phi(b\backslash 0) = \bar{d}$

$d=1$: $\Phi = 0$

$\Phi = 1$

б) $Ф = (a \oplus b) + (a \equiv b) + c$

$Ф = (\bar{a} + b)(\bar{b} + a) + (a\bar{b}) + (\bar{a}b) + c =$

$= \bar{a} \cdot \bar{b} + b \cdot \bar{b} + a \cdot \bar{a} + a \cdot b + a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b + c =$

$= \bar{a}(\bar{b} \cdot b) + a(b \cdot \bar{b}) + c = a + \bar{a} + c = 1 + c = 1$

Формула - тавтология

$\bar{Ф} = \overline{(a \oplus b) + (a \equiv b) + c} = \overline{(a \oplus b)} \cdot \overline{(a \equiv b)} \cdot \bar{c} =$

$= \overline{(a \cdot \bar{b}) + (\bar{a} \cdot b)} \cdot \overline{(\bar{a} + b)(\bar{b} + a)} \cdot \bar{c} =$

$= \overline{(a\bar{b})} \cdot \overline{(\bar{a}b)} \cdot (\overline{\bar{a} + b} + \overline{\bar{b} + a}) \cdot \bar{c} = (\bar{a} + b)(a + \bar{b}) \cdot$

$\cdot (a + \bar{b} + b\bar{a}) \cdot \bar{c}$

$\bar{Ф} = \overline{(a \oplus b)} \cdot \overline{(a \equiv b)} \cdot \bar{c} = \overline{(a \oplus b)} \cdot (a \oplus b) \cdot \bar{c} =$

$= 0 \cdot \bar{c} = 0$

Отрицание формулы всегда 0, т.е Ф всегда 1.

Задание 3. Придумать формулу на 4 переменные. В формуле должны присутствовать все логические операции (и, или, исключающее или, отрицание, эквивалентность, импликация). Формула должна содержать:

а) 2 фиктивные переменные

б) 3 фиктивные переменные

Показать наличие фиктивной переменной при помощи таблицы истинности для формулы в исходном виде.

та ____________ Тема лекции ____________

№3.

а) $\Phi = (a \to (b \vee a) \wedge ((c \sim d) \oplus \bar{d})$

1. $a \to (b \vee a)$ — тавтология

a	b	$b \vee a$	$a \to (b \vee a)$
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	1
1	1	1	1

$\Phi = 1 \wedge ((c \sim d) \oplus \bar{d})$

c	d	$c \sim d$	Φ
1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
1	1	1	0

c, d - значимые, a, b - не значимые/фиктивные

б) $\Phi = ((a \to (b \vee a)) \wedge (c \oplus \bar{c})) \sim d$

$a \to (b \vee a) = 1$ (тавтология)

$c \oplus \bar{c} = 1$ (тавтология)

$\Phi = (1 \wedge 1) \sim d = 1 \sim d$

При $d=1 \to \Phi = 1$, при $d=0 \to \Phi = 0$

d - значимая

a, b, c - фиктивные

Задание 4. Придумать формулу из 5 переменных(в ней должны присутствовать следующие операции: отрицание, импликация, дизъюнкция, конъюнкция, остальные операции по желанию) и применить к ней метод резолюций Робинсона.

Ф = (a→b)&(c→d)&(d&b→m)& ¬m&(¬a+¬c)
Преобразуем формулу
Ф = (¬a+b)&(¬c+d)&(¬(d&b)+m)&¬m&(¬a+¬c) =
= (¬a+b)&(¬c+d)&(¬d+¬b+m)&¬m&(¬a+¬c)
Исключим m по правилу резолюций
Ф = (¬a+b)&(¬c+d)&(¬d+¬b)&(¬a+¬c)
Исключим b по правилу резолюций
Ф = (¬a+¬d)&(¬c+d)&(¬a+¬c)
Исключим d по правилу резолюций
Ф = (¬a+¬c)&(¬a+¬c)
Ф = ¬a+¬c

Задание 5. Из трех данных высказываний A, B, C постройте такое составное высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда все данные высказывания либо истинны, либо ложны

N 5.

$A \cdot B \cdot C + (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C})$