

Санкт-Петербургский национальный
исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

**Мегафакультет компьютерных технологий и
управления
Кафедра информатики и прикладной
математики**

Курсовая работа по предмету
Дискретная математика
«Синтез комбинационных схем»

Группа: Р3118
Студент: Петкевич Константин
Преподаватель: Раков С.В



Условия, при которых $f = 1$: $2 \leq |X_1X_2 - X_3X_4X_5| \leq 4$

Условия, при которых $f = d$: $|X_1X_2 - X_3X_4X_5| = 5$

1. Составление таблицы истинности

Таблица истинности заданной функции представлена в таблице 1.

Таблица 1

N	$X_1X_2X_3X_4X_5$	X_1X_2	$(X_1X_2)_{10}$	$X_3X_4X_5$	$(X_3X_4X_5)_{10}$	$(X_1X_2 - X_3X_4X_5)_{10}$	$ - $	f
0	00000	00	0	000	0	0	0	0
1	00001	01	1	000	0	1	1	0
2	00010	10	2	000	0	2	2	1
3	00011	11	3	000	0	3	3	1
4	00100	00	0	001	1	-1	1	0
5	00101	01	1	001	1	0	0	0
6	00110	10	2	001	1	1	1	0
7	00111	11	3	001	1	2	2	1
8	01000	00	0	010	2	-2	2	1
9	01001	01	1	010	2	-1	1	0
10	01010	10	2	010	2	0	0	0
11	01011	11	3	010	2	1	1	0
12	01100	00	0	011	3	-3	3	1
13	01101	01	1	011	3	-2	2	1
14	01110	10	2	011	3	-1	1	0
15	01111	11	3	011	3	0	0	0
16	10000	00	0	100	4	-4	4	1
17	10001	01	1	100	4	-3	3	1
18	10010	10	2	100	4	-2	2	1
19	10011	11	3	100	4	-1	1	0
20	10100	00	0	101	5	-5	5	d
21	10101	01	1	101	5	-4	4	1
22	10110	10	2	101	5	-3	3	1
23	10111	11	3	101	5	-2	2	1
24	11000	00	0	110	6	-6	6	0
25	11001	01	1	110	6	-5	5	d
26	11010	10	2	110	6	-4	4	1
27	11011	11	3	110	6	-3	3	1
28	11100	00	0	111	7	-7	7	0
29	11101	01	1	111	7	-6	6	0
30	11110	10	2	111	7	-5	5	d
31	11111	11	3	111	7	-4	4	1

2. Представление булевой функции в аналитическом виде

КДНФ: $f = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4X_5 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2X_3X_4X_5 \vee \bar{X}_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4\bar{X}_5 \vee \bar{X}_1X_2X_3\bar{X}_4\bar{X}_5 \vee \bar{X}_1X_2X_3\bar{X}_4X_5 \vee X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4\bar{X}_5 \vee X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4X_5 \vee X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5 \vee X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4X_5 \vee X_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4\bar{X}_5 \vee X_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4X_5 \vee X_1\bar{X}_2X_3X_4\bar{X}_5 \vee X_1\bar{X}_2X_3X_4X_5$

ККНФ: $f = (X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee X_5) (X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5) (X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee X_5) (X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5) (X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5) (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee X_5) (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5) (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee \bar{X}_4 \vee \bar{X}_5) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee X_4 \vee X_5) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee X_5) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4 \vee \bar{X}_5)$

3. Минимизация булевой функции методом Квайна-МакКласки

- Нахождение максимальных кубов

Таблица 2

№	K ⁰ UN(f)	∨	K ¹ (f)		∨	K ² (f)		∨	Z(f)	
1	00010	∨	1	0001x	1-2	1	10x0x	7-14	1	0001x
2	00011	∨	2	x0010	1-9	2	10xx0	8-15	2	x0010
3	00111	∨	3	00x11	2-3	3	1xx10	12-22	3	00x11
4	01000	∨	4	x0111	3-13	4	101xx	14-17	4	x0111
5	01100	∨	5	01x00	4-5	5	1x11x	17-24	5	01x00
6	01101	∨	6	0110x	5-6	6	11x1x	21-24	6	0110x
7	10000	∨	7	1000x	7-8	∨			7	1x001
8	10001	∨	8	100x0	7-9	∨			8	110x1
9	10010	∨	9	10x00	7-10	∨			9	10x0x
10	10100	∨	10	10x01	8-11				10	10xx0
11	10101	∨	11	1x001	8-14	∨			11	1xx10
12	10110	∨	12	10x10	9-12	∨			12	101xx
13	10111	∨	13	1x010	9-15	∨			13	1x11x
14	11001	∨	14	1010x	10-11	∨			14	11x1x
15	11010	∨	15	101x0	10-12	∨				
16	11011	∨	16	101x1	11-13	∨				
17	11110	∨	17	1011x	12-13	∨				
18	11111	∨	18	1x110	12-17	∨				
			19	1x111	13-18	∨				
			20	110x1	14-16					
			21	1101x	15-16	∨				
			22	11x10	15-17	∨				
			23	11x11	16-18	∨				
			24	1111x	17-18	∨				

- ### Таблица 3

[illegible]

- Таблица 4

[illegible]

- Ядро покрытия

$$T = \{01x00\} \\ \{0110x\}$$

- Определение минимально покрытия

$$Y = (A \vee B)(B \vee C)(C \vee D)(G \vee H)(E \vee G)(B \vee H \vee I)(H \vee I \vee J \vee K)(D \vee J \vee K)(I \vee L)(F \vee L) \\ (K \vee L)$$

$$Y = ADGIL \vee BCGJL \vee BCGKL \vee ADGHL \vee ADFGIK \vee BCFGIK \vee ACGIJL \vee ACFGIK \vee \\ ACGIKL \vee BCDGIL \vee ACGHJL \vee ACGHKL \vee BCDGHL \vee ABDGJL \vee ABDGKL \vee ADEHJL \\ \vee ACEHJL \vee BCEHJL \vee ADEFGIJK \vee ACEFHIJK \vee BCEFHUJK$$

- Варианты покрытия

$$C1 = \{T A D G I L\} S1a = 17, S2b = 22 \\ C2 = \{T B C G J K\} S1a = 17, S2b = 22 \\ C3 = \{T B C G K L\} S1a = 17, S2b = 22 \\ C4 = \{T A D G H L\} S1a = 17, S2b = 22 \\ C5 = \{T A D F G I K\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C6 = \{T B C F G I K\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C7 = \{T A C G I J L\} S1a = 20, S2b = 26 \\ C8 = \{T A C F G I K\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C9 = \{T A C G I K L\} S1a = 20, S2b = 26 \\ C10 = \{T B C D G I L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C11 = \{T A C G H J L\} S1a = 20, S2b = 26 \\ C12 = \{T A C G H K L\} S1a = 20, S2b = 26 \\ C13 = \{T B C D G H L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C14 = \{T A B D G J L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C15 = \{T A B D G K L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C16 = \{T A D E H J L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C17 = \{T A C E H J L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C18 = \{T B C E H J L\} S1a = 21, S2b = 27 \\ C19 = \{T A D E F G I J K\} S1a = 28, S2b = 36 \\ C20 = \{T A C E F G I J K\} S1a = 28, S2b = 36 \\ C21 = \{T B C E F H U J K\} S1a = 28, S2b = 36$$

- Минимально покрытие функции – C1

$$Cmin(f) = \{0001x\} \quad S1a = 17, S1b = 22 \\ \{x0111\} \\ \{10x0x\} \\ \{1xx10\} \\ \{11x1x\}$$

Эта функция соответствует МДНФ следующего вида:

$$f = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 X_4 \vee \bar{X}_2 X_3 X_4 X_5 \vee X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_4 \vee X_1 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 X_4$$

4. Определение МКНФ

- Единичные покрытия

		X_4X_5			
		00	01	10	11
X_2X_3	00			1	1
	01				1
	10	1			
	11	1	1		

$X_1=0$

		X_4X_5			
		00	01	10	11
X_2X_3	00	1	1	1	
	01	d	1	1	1
	10		d	1	1
	11			d	1

$X_1=1$

$C_{min}(f) = \{0001x\}$ $S1a = 17, S1b = 22$

$\{x0111\}$

$\{10x0x\}$

$\{1xx10\}$

$\{11x1x\}$

МДНФ: $f = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 X_4 \vee \bar{X}_2 X_3 X_4 X_5 \vee X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_4 \vee X_1 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 X_4$

Можно заметить, что цена покрытия, определенная методом Квайна-Мак-Класки и цена покрытия по картам Карно получилась одинаковая.

- Нулевые покрытия

		X_4X_5			
		00	01	10	11
X_2X_3	00	0	0		
	01	0	0	0	
	10		0	0	0
	11			0	0

$X_1=0$

		X_4X_5			
		00	01	10	11
X_2X_3	00				0
	01	d			
	10	0	d		
	11	0	0	d	

$X_1=1$

$C_{min}(\bar{f}) = \{01x1x\}$ $S1a = 14, S1b = 18$

$\{00x0x\}$

$\{11x0x\}$

$\{x10xx\}$

$\{x11xx\}$

МКНФ: $f = (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_4) (X_1 \vee X_2 \vee X_4) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_4) (\bar{X}_2 \vee X_3) (\bar{X}_2 \vee \bar{X}_3)$

5. Преобразования минимальных форм булевой функции

- Факторизация МДНФ

$$f = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 X_4 \vee \bar{X}_2 X_3 X_4 X_5 \vee X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_4 \vee X_1 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 X_4$$

Sq=22

Факторизация:

$$\begin{aligned} f &= \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 X_4 \vee \bar{X}_2 X_3 X_4 X_5 \vee X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_4 \vee X_1 X_4 \bar{X}_5 \vee X_1 X_2 X_4 = (\text{Sq}=22) \\ &= \bar{X}_2 X_4 (\bar{X}_1 \bar{X}_3 \vee X_3 X_5) \vee X_1 (\bar{X}_2 \bar{X}_4 \vee X_4 \bar{X}_5 \vee X_2 X_4) = (\text{Sq}=29) \\ &= \bar{X}_2 X_4 \bar{X}_3 (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_5) \vee X_1 X_4 (X_2 \vee \bar{X}_5 \vee X_2) (\text{Sq}=17) \end{aligned}$$

- Факторизация МКНФ

$$f = (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_4) (X_1 \vee X_2 \vee X_4) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_4) (\bar{X}_2 \vee X_3) (\bar{X}_2 \vee \bar{X}_3)$$

Sq=18

Факторизация:

$$\begin{aligned} f &= (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_4) (X_1 \vee X_2 \vee X_4) (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_4) (\bar{X}_2 \vee X_3) (\bar{X}_2 \vee \bar{X}_3) = (\text{Sq}=18) \\ &= X_1 (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_4) (\bar{X}_2 \vee X_3) (\bar{X}_2 \vee \bar{X}_3) = X_1 \bar{X}_2 (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_4) (\text{Sq}=13) \end{aligned}$$

6. Построение комбинационной схемы