

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Мегафакультет компьютерных технологий и управления

Кафедра информатики и прикладной математики



Теория информации

Лабораторная работа №1

«Анализ избыточности дискретных сообщений»

Вариант 7

Группа: P3218

Студент: Петкевич Константин

Преподаватель: Тропченко А. А.

1. Постановка задачи

Память троичного стационарного источника с символами x_1, x_2, x_3 простирается на два соседних символа и, следовательно, дискретная последовательность символов, выдаваемых источником, описывается простой односвязной цепью Маркова с матрицей переходных вероятностей

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$$

где p_{ij} - вероятность передачи символа x_i при условии, что ему предшествовал символ x_j ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$).

Поскольку после передачи любого символа x_j будет передан один из возможных символов x_i , сумма переходных вероятностей по столбцам равна 1, т.е.

$$\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, 3.$$

Требуется исследовать избыточность источника при различных вероятностях появления символов.

2. Расчет энтропии источника дискретных сообщений с памятью

Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \\ 0.7 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Составив в соответствии с ней три уравнения и решив их, получаем результат

$$\begin{cases} x_1 - 0.875x_3 = 0 \\ x_2 - \frac{23}{24}x_3 = 0 \end{cases}$$

Учитывая четвертое уравнение, представляющее собой нормирующее соотношение вероятностей, получаем окончательные показатели безусловных вероятностей:

$$x_1 = 0,309$$

$$x_2 = 0,338$$

$$x_3 = 0,353$$

Теперь имеются все необходимые данные для расчета энтропии источника дискретных сообщений с памятью:

$$H_n = - \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 p_j p_{ij} \lg p_{ij} = - (x_1(x_{11} \lg x_{11} + x_{21} \lg x_{21} + x_{31} \lg x_{31}) + x_2(x_{12} \lg x_{12} + x_{22} \lg x_{22} + x_{32} \lg x_{32}) + x_3(x_{13} \lg x_{13} + x_{23} \lg x_{23} + x_{33} \lg x_{33})) = 1,369$$

3. Расчет коэффициента избыточности источника дискретных сообщений с памятью

Для расчета коэффициента избыточности потребуется также посчитать максимальное значение энтропии. Поскольку в данном случае имеем дело с тремя символами, оно равно

$$H_{max} = \lg 3 = 1,585$$

Теперь можем посчитать значение требуемой величины:

$$k_n = \frac{H_{max} - H_n}{H_{max}} = \frac{1,585 - 1,369}{1,585} = 0,136$$

4. Расчет энтропии источника дискретных сообщений без памяти

Нахождение данного показателя может быть проведено в соответствии с формулой:

$$H_6 = - \sum_{j=1}^3 p_i \lg p_i = - (x_1 \lg x_1 + x_2 \lg x_2 + x_3 \lg x_3) = 1,583$$

5. Расчет коэффициента избыточности источника дискретных сообщений без памяти

Воспользуемся уже приведенной формулой:

$$k_n = \frac{H_{max} - H_6}{H_{max}} = \frac{1,585 - 1,583}{1,585} = 0,001$$

6. Выводы по работе

Таким образом, замена источника дискретных сообщений с памятью альтернативным источником дискретных сообщений без памяти ведет к увеличению энтропии сообщения и значительному уменьшению коэффициента избыточности. Следовательно, данным способом, не имеющим больших сложностей в плане реализации и применимости на практике, может быть решена одна из ключевых задач теории информации - сокращение избыточности кода. Тем не менее, поскольку избыточность необходима для обеспечения достоверности передаваемых данных, нельзя бесконечно уменьшать коэффициент избыточности - требуется найти определенный компромисс между достаточной скоростью передачи данных и приемлемой помехоустойчивостью сообщений.