1.

Преобразуем расширенную матрицу системы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -2 & | & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & | & -2 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & | & 4 \end{pmatrix}$$
вычтем первую строку из третей и первую строку, умноженную на две из второй

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -2 & | & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 5 & | & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & | & 4 \end{pmatrix}$$
Система имеет бесконечное количество решений, запишем общее решение!

$$x_4 = c$$

$$-2x_3 + 3c = 4 \iff 2x_3 = 3c - 4 \iff x_3 = \frac{3c-4}{2}$$

$$-x_2 + \frac{3c-4}{2} + 5c = -2 \iff -x_2 + \frac{13c-4}{2} = -2 \iff x_2 = 6{,}5c$$

$$x_1 + 6{,}5c - \frac{3c-4}{2} - 2c = 0 \iff x_1 + \frac{13c-3c-4-4c}{2} = 0 \iff$$

$$\iff x_1 + \frac{6c-4}{2} = 0 \iff x_1 = 2 - 3c$$

2.

а)

$$x_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -17 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a_1 a_2 a_3 $в$

система совместна, определена, т.к. вектор в входит в пространство векторов а, а размерность пространства совпадает с кол-вом векторов.

б)

$$x_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

a_1 $a2$ a_3 $в$

матрица коэффициентов линейно зависима ($a_2 = -2 \cdot a_1; a_3 = 3a_1$), следовательно матрица вырожденна, её определитель $=0$. Мы не можем разложить вектор в по вектору a_1, значит матрица невырожденная.

в)

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a_1 a_2 a_3

матрица коэффициентов невырожденная, т.к. размерность векторов a_1, a_2, a_3, в меньше кол-ва неизвестных, система является совместной неопределенной с бесконечным количеством решений