

Математическое описание модели истечения газа через отверстие

Характерные зависимости при истечении газа *Рис. 1. Характерные зависимости при истечении газа через отверстие диаметром 5 мм:*

а) зависимость массового расхода от давления в трубе;

б) зависимость скорости истечения от давления в трубе.

Красной точкой и пунктирной линией отмечен переход между докритическим и критическим режимами.

Зависимость расхода от диаметра *Рис. 2. Зависимость массового расхода от диаметра отверстия при постоянном давлении в трубе 1.0 МПа.*

Красными точками отмечены характерные значения диаметра для демонстрации квадратичной зависимости.

1. Введение

Истечение газа через отверстие является важным газодинамическим процессом, который описывается уравнениями термодинамики и газовой динамики. При истечении газа через отверстие могут реализовываться два режима течения: докритический и критический [1].

2. Основные уравнения

2.1 Массовый расход

Массовый расход газа через отверстие описывается уравнением Сен-Венана-Ванцеля [2]:

$$G = \mu F \sqrt{2k \frac{p_1}{v_1} \frac{1}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k+1)/k} \right]}$$

где: - G - массовый расход [кг/с] - μ - коэффициент расхода - F - площадь отверстия [м²] - k - показатель адиабаты - p_1 - давление в трубе [Па] - p_2 - давление окружающей среды [Па] - v_1 - удельный объем газа перед отверстием [м³/кг]

2.2 Скорость истечения

Скорость истечения газа определяется уравнением [3]:

$$v = \sqrt{2k \frac{RT}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right]}$$

где: - v - скорость истечения [м/с] - R - газовая постоянная [Дж/(кг·К)] - T - температура газа [К]

3. Режимы истечения

3.1 Критическое отношение давлений

Критическое отношение давлений определяет границу между докритическим и критическим режимами [4]:

$$\beta_{cr} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_{cr} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{k/(k-1)}$$

3.2 Докритический режим

При $p_2/p_1 > \beta_{cr}$ реализуется докритический режим истечения: - Скорость истечения меньше скорости звука - Расход и скорость зависят от отношения давлений - Скорость увеличивается с ростом перепада давления

3.3 Критический режим

При $p_2/p_1 \leq \beta_{cr}$ реализуется критический режим истечения: - Скорость истечения равна местной скорости звука - Скорость постоянна и не зависит от дальнейшего увеличения перепада давления - Расход пропорционален давлению в трубе

Скорость звука в критическом режиме:

$$a_{cr} = \sqrt{k R T}$$

4. Анализ характерных зависимостей

4.1 Зависимость от давления

На рис. 1 представлены характерные зависимости параметров истечения от давления в трубе:

1. График массового расхода:
 - В докритической области (малые перепады давления) наблюдается почти линейный рост
 - При переходе в критический режим зависимость становится нелинейной
 - Расход продолжает увеличиваться с ростом давления и в критическом режиме
2. График скорости истечения:
 - В докритической области скорость растет с увеличением перепада давления

- При достижении критического отношения давлений происходит резкий выход на постоянное значение
- В критическом режиме скорость равна местной скорости звука и не зависит от дальнейшего увеличения давления

4.2 Зависимость от диаметра отверстия

На рис. 2 показана зависимость массового расхода от диаметра отверстия:

- Наблюдается квадратичная зависимость расхода от диаметра - Это объясняется тем, что расход пропорционален площади отверстия:

$G \sim F \sim d^2$ - При увеличении диаметра существенно возрастают потери газа

5. Особенности критического режима

В критическом режиме: 1. Скорость истечения достигает максимального значения и остается постоянной 2. Массовый расход продолжает расти с увеличением давления в трубе 3. Параметры потока в критическом сечении не зависят от противодавления

Это явление объясняется тем, что при достижении скорости звука возмущения не могут распространяться вверх по потоку, и дальнейшее снижение противодавления не влияет на параметры в критическом сечении [5].

Литература

1. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. - М.: Энергия, 1974.
2. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. - М.: Наука, 1991.
3. Anderson J.D. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. - McGraw-Hill Education, 2003.
4. Зуев В.С., Лепешинский И.А. Прикладная газовая динамика. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016.
5. White F.M. Fluid Mechanics. - McGraw-Hill Education, 2015.