Лабораторная работа 1

Крухмалев Константин,Рашо Елизавета,Фролова Дарья, M34371

31 марта 2022 г.

https://github.com/Konstantin343/optimization-methods-itmo/tree/main/lab1

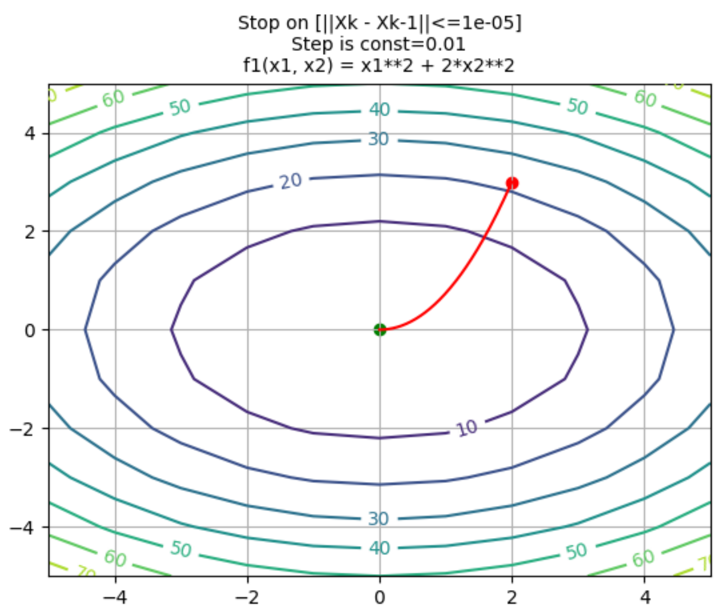
1 Градиентный спуск с постоянным шагом

1.1 Описание

Алгоритм на вход получает число, которое использует как шаг на всех итерациях
Здесь и далее алгоритм использует величину нормы разности аргументов, как критерий остановки

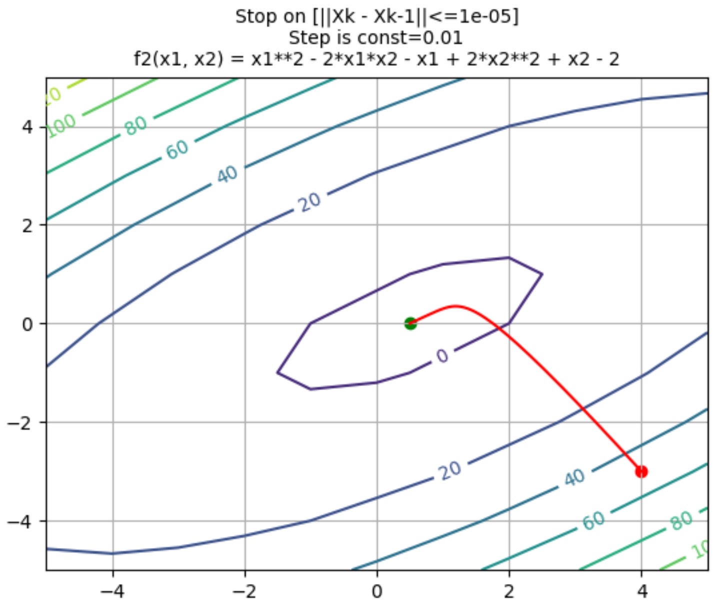
1.2 f1

argMin = x1: 0.000485482054297453, x2: 1.48891281204252e-7
min = 2.35692869382102e-7
iterations = 412, functionCalls = 0, gradientCalls = 412



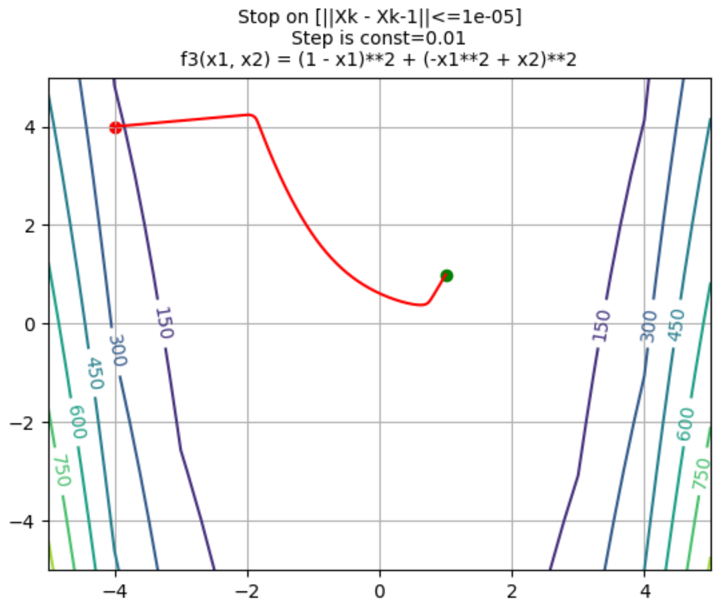
1.3 f2

argMin = x1: 0.501101193719540, x2: 0.000680575146873726
min = -2.24999935989749
iterations = 911, functionCalls = 0, gradientCalls = 911



1.4 f3

argMin = x1: 0.998892142064698, x2: 0.997326250584571
min = 1.43826977359636e-6
iterations = 1804, functionCalls = 0, gradientCalls = 1804



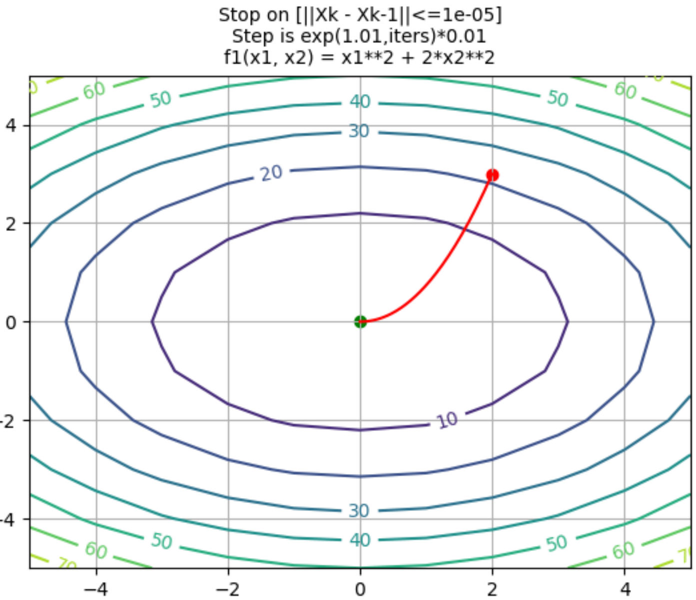
2 Градиентный спуск с экспоненциальным шагом

2.1 Описание

Алгоритм на вход получает стартовый шаг и число, на которое домножает его на каждой итерации

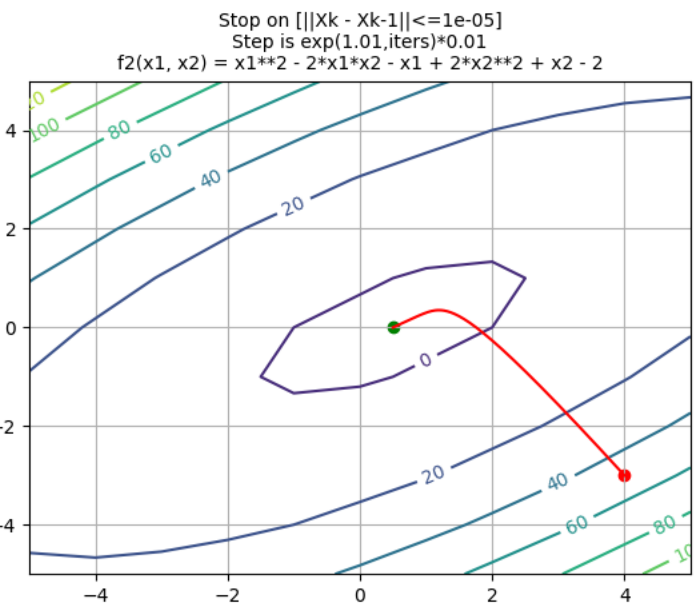
2.2 f1

argMin = x1: 7.33783608582661e-5, x2: 1.79394292581999e-9
min = 5.38438384868239e-9
iterations = 178, functionCalls = 0, gradientCalls = 178



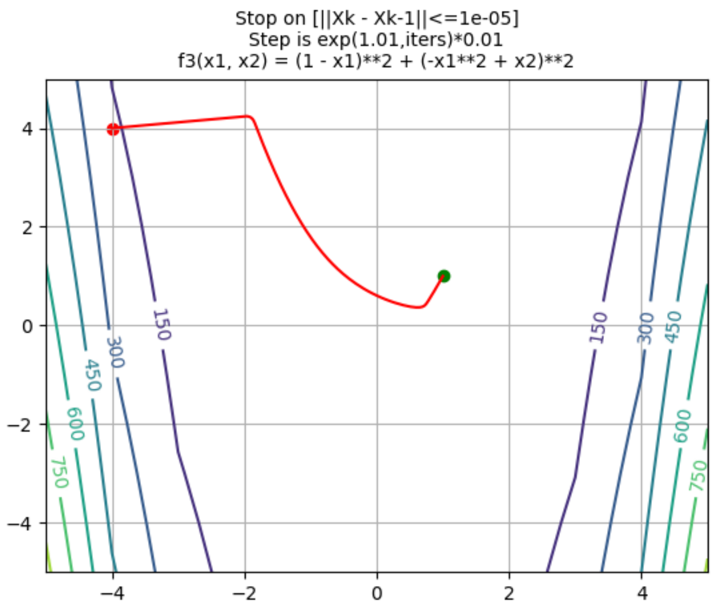
2.3 f2

argMin = x1: 0.500069007085135, x2: 4.26487240779364e-5
min = -2.24999999748632
iterations = 260, functionCalls = 0, gradientCalls = 260



2.4 f3

argMin = x1: 0.999967774252553, x2: 0.999919566124937
min = 1.29396847083002e-9
iterations = 336, functionCalls = 0, gradientCalls = 336



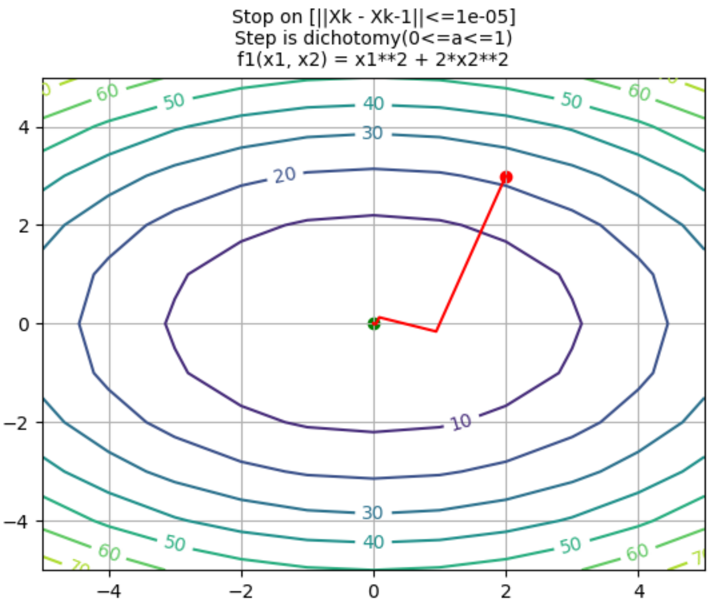
3 Градиентный спуск с шагом, выбираемым дихотомией

3.1 Описание

Алгоритм на вход получает верхнюю границу шага, точность и максимальное число итераций дихотомии
На каждой итераии шаг выбирается дихотомией в границах [0;maxStep]

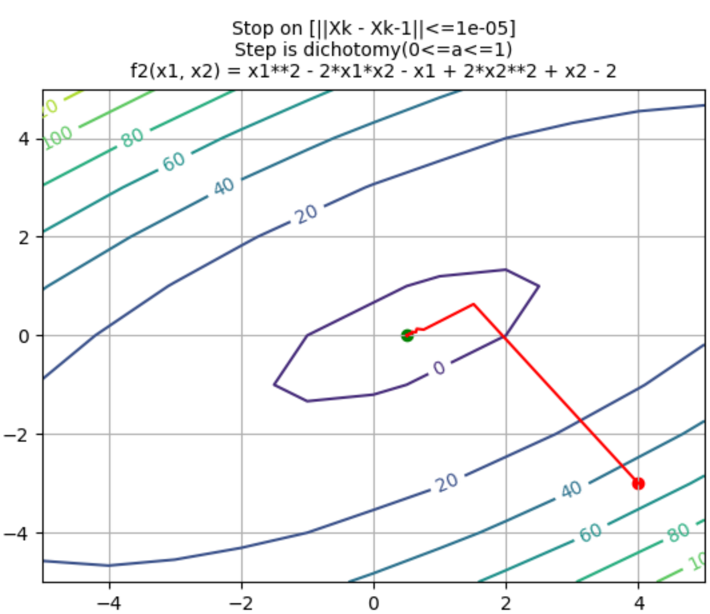
3.2 f1

argMin = x1: 3.04614846841389e-7, x2: 4.54990976773017e-7
min = 5.06823782805932e-13
iterations = 10, functionCalls = 260, gradientCalls = 10



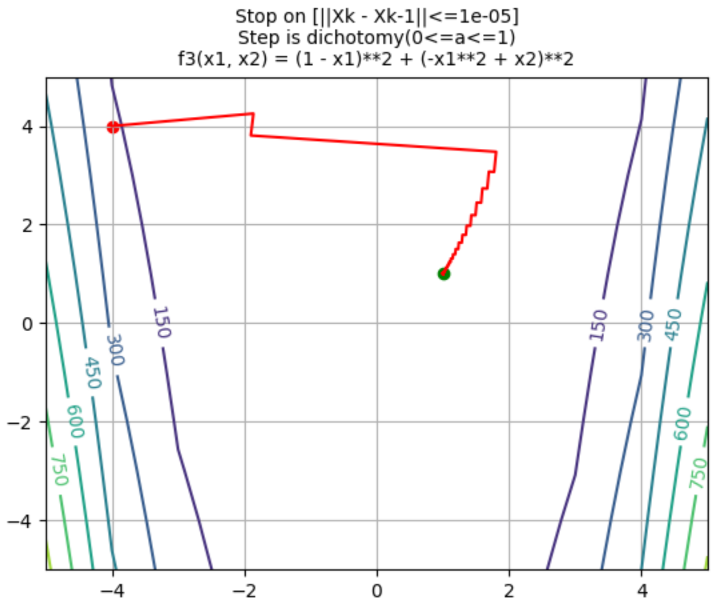
3.3 f2

argMin = x1: 0.500018254360414, x2: 8.33704674152165e-6
min = -2.24999999983214
iterations = 34, functionCalls = 884, gradientCalls = 34



3.4 f3

argMin = x1: 1.00003541798329, x2: 1.00008799596252
min = 1.54885595054729e-9
iterations = 81, functionCalls = 2106, gradientCalls = 81



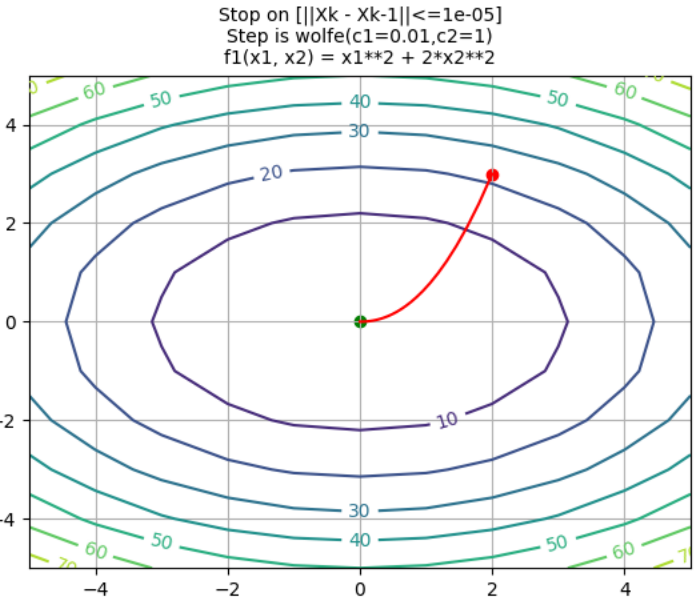
4 Градиентный спуск с шагом, выбираемым с условиями Вольфе

4.1 Описание

Алгоритм на вход получает верхнюю границу шага, константы c1, c2 и максимальное число итераций дихотомии
На каждой итераии шаг выбирается улучшенным алгоритмом дихотомии в границах [0;maxStep]
В качестве критериев остановки дихотомии используются условия Вольфе вместо точности
В данном случае количество вызова функции меньше, чем при простой дихотомии, однако количество итераций до сходимости может быть больше

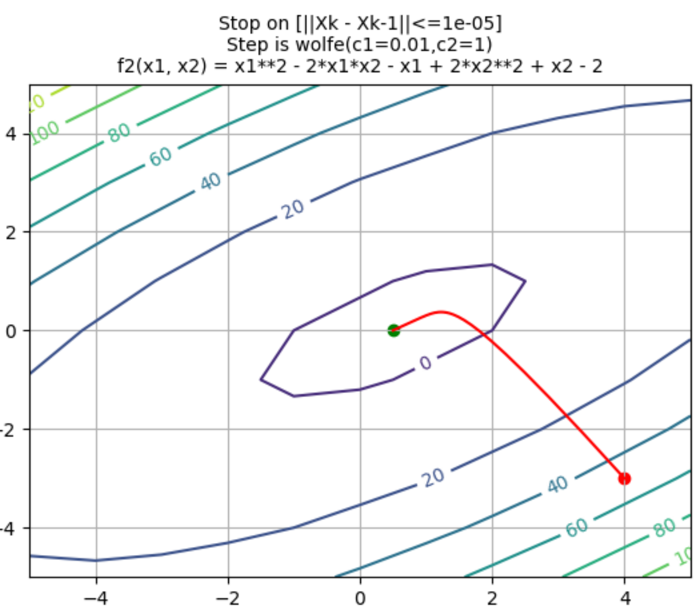
4.2 f1

argMin = x1: 8.99639244952072e-5, x2: 1.86496213653670e-9
min = 8.09350771753551e-9
iterations = 95, functionCalls = 190, gradientCalls = 190



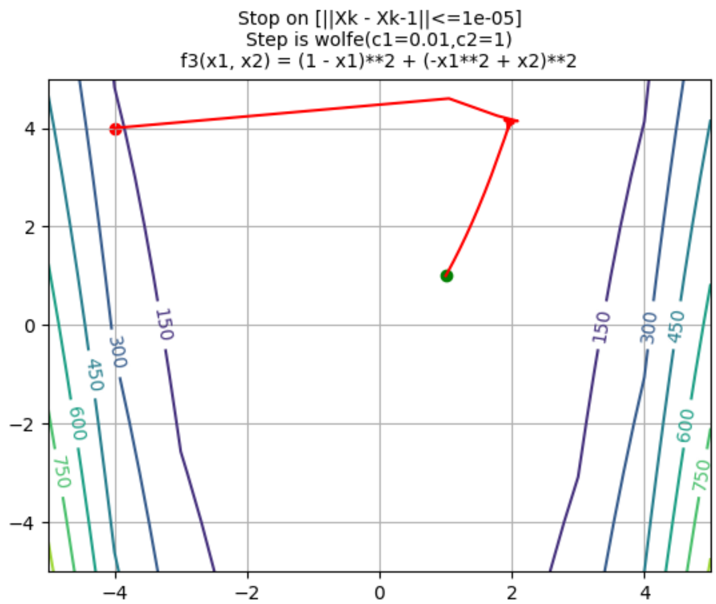
4.3 f2

argMin = x1: 0.500209442987431, x2: 0.000129442884937521
min = -2.24999997684452
iterations = 222, functionCalls = 444, gradientCalls = 444



4.4 f3

argMin = x1: 1.00021762160534, x2: 1.00052541806969
min = 5.54821293392294e-8
iterations = 584, functionCalls = 1169, gradientCalls = 1169



5 Как отличается поведение метода в зависимости от числа обусловленности функции, выбора начальной точки и стратегии выбора шага?

5.1

С ростом числа обусловленности количество итераций до сходимости методов увеличивается

5.2

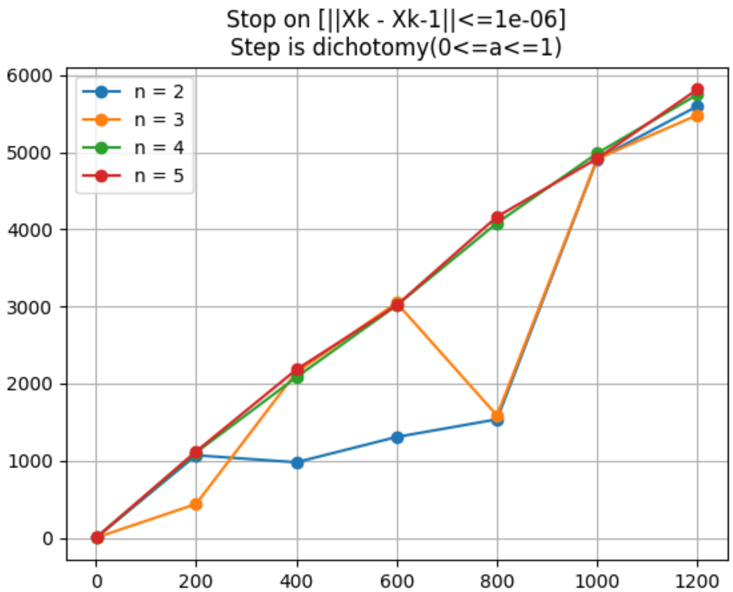
При неудачном выборе начальной точки, метод может быстро сойтись в локальном минимуме и выдать неточный результат

5.3

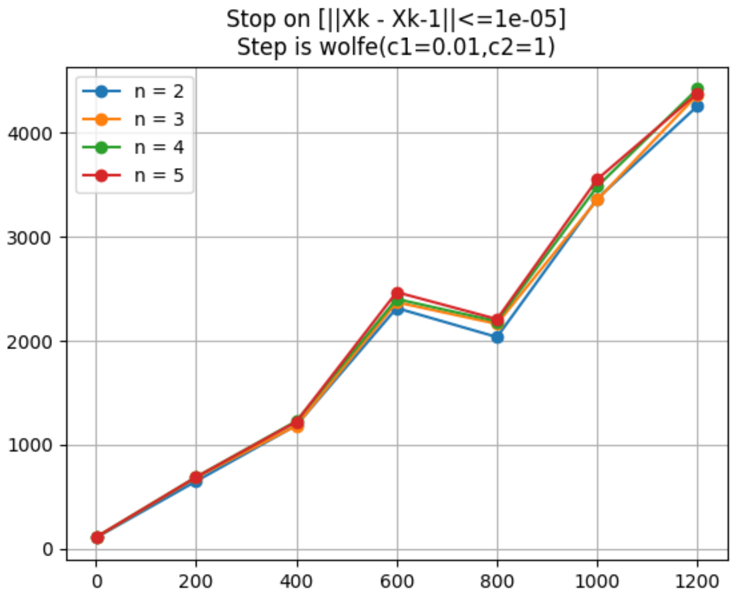
При наискорейшем градиентом спуске, когда выбор выполняется с помощью одномерного поиска, количество итераций до сходимости метода уменьшается, относительно использования постоянного шага

6 Зависимость от размерности и числа обусловленности функции

6.1



6.2



6.3 Выводы

- с ростом размерности, количество итераий до сходимости не меняется
- с ростом числа обусловленность количество итераций до сходимости растет