Student Name: Κωνσταντίνος Φράγκος
Student ID: sdi2000207

Τεχνητή Νοημοσύνη
Εργασία 3 Kenken

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

Ερώτημα 1:

Έστω ότι η διάσταση του προβλήματος είναι n θα χρειαστούμε n^2 μεταβλητές από το 0 μέχρι το $n-1$. Τα domains του προβήματος είναι για κάθε μεταβλητή η ίδια λίστα τιμών από 1 μέχρι ν. Επιπλέον, ορίζουμε τα cages του προβλήματος τα οποία είναι σύνολα μεταβλητών τα οποία έχουν έναν operator και έναν αριθμό. Οι περιορισμοί του προβλήματος είναι, όταν αναθέτουμε μία τιμή σε μία μεταβλητή, να μην υπάρχει άλλη μεταβλητή στην ίδια γραμμή η στην ίδια στύλη με την ίδια τιμή και εξετάζουμε στο cage που βρίσκεται η μεταβλητή αν υπάρχει κάποιος συνδιασμός αναθέσεων τιμών στις υπόλοιπες μεταβλητές του cage που δεν έχει ανατεθεί τιμή σε αυτές ώστε να ικανοποιούν την αντίστοιχη συνθήκη του cage τους. Αν ο operator του cage της είναι:

1. '=' Ο αριθμός του cage να ισούτε με την τιμή της μεταβλητής (πάντα μία μεταβλητή το cage ισότητας)
2. '+' η '*' το άροισμα ή το γινόμενο της τιμής της μεταβλητής και τον συνδιασμό τιμών των άλλων μεταβλητών αντίστοιχα των αριθμών να είναι ίσο με τον αριθμό του cage.
3. '-' η '/' η απόλυτη διαφορά η η διαίρεση με ένα έκ τον δύο συνδιασμό διαιρέτη διαιρεταίου της τιμής της μεταβλητής και των συνδιασμό των μεταβλητών της άλλης να ισούτε με τον αριθμό του cage (πάντα 2 μεταβλητές το cage διαφοράς διαίρεσης)

Ερώτημα 4-5:

	mrv/fc	mrv/mac	min_conflicts
e1	0.00175071s	0.00238228s	0.00449729s
e2	0.00525093s	0.00399041s	0.06203318s
e3	0.01611280s	0.00792217s	0.19894099s
e4	0.09894204s	0.01354694s	2.72268033s
e5	0.07242131s	0.02421951s	5.30089140s
e6	0.12821674s	0.02471828s	2.04836130s
e7	0.31859016s	0.04125881s	9.60701609s
e8	0.84429622s	0.04116178s	9.59303570s
e9	2.11392188s	0.06805587s	16.50717211s
e10	1.33334732s	0.06737232s	17.00810289s

e1	9 assigns	18 assigns	44 assigns
e2	16 assigns	32 assigns	146 assigns
e3	58 assigns	83 assigns	248 assigns
e4	470 assigns	506 assigns	1542 assigns
e5	84 assigns	133 assigns	1182 assigns
e6	242 assigns	291 assigns	715 assigns
e7	532 assigns	596 assigns	1660 assigns
e8	2181 assigns	2245 assigns	3309 assigns
e9	3535 assigns	3616 assigns	4697 assigns
e10	1915 assigns	1996 assigns	3077 assigns

Χρησιμοποιόντας 10 δύσκολα προβλήματα, και συγκρίνοντας τους backtracking αλγορίθμους 1) mrv/fc και 2) mrv/mac παρατηρούμε ότι ο πρώτος είναι πιο αργός σε σχέση με τον δεύτερο αλλά κάνει λιγότερα assigns που είναι λογικό γιατί το forward checking σβήνει πεδία που προκαλούν ασυνέπια από το το domain των γειτονικών μεταβλτητών, οπότε γίνοντε και λιγότερα assigns. Από την άλλη ο mac είναι πιο γρήγορος καθώς μετά από κάθε ανάθεση ελέγχει με και χαλάει με ac3 την ασυνέπεια σε όλο τον γράφο του προβλήματος
Παρατηρούμε ότι ο minconficts χρειάζεται να κάνει πολλλές αναθέσεις και παίρνει και πολύ χρόνο για να λύσει τα παραπάνω πρόβληματα, και με maxsteps = 1000 που περνάω ως όρισμα δεν καταφέρνει να λύσει 8 από τα 10 προβλήματα

Κων/νος Φράγκος Τεχνητή Νοημοσύνη Εργασία 3
sdi 2000 207

Πρόβλημα 2)

Μεταβλητές: Κρεβάτι, Γραφείο, Καρέκλα, Καναπές

Domains : (x,y) όπου $x \in [0,300]$, $y \in [0,400]$ ακέραιες τιμές

Περιορισμοί: 1) $x + \Pi \leq 300$ και $y + M \leq 400$

ή $x + M \leq 300$ και $y + \Pi \leq 400$

θεωρούμε ότι $B = M$. (οι τιμές (x,y) παριστάνουν την κάτω αριστερή γωνία ~~του~~ ορθογωνίου ενός επίπλου σε σχήμα)

2) Για κάθε (x_i, y_i) (x_j, y_j) ζευγάρι τιμών σε 2 μεταβλητές

πρέπει $\left[\begin{array}{l} (x_i + \Pi_i < x_j \text{ ή } x_j + \Pi_j < x_i) \\ \text{και } (y_i + M_i < y_j \text{ ή } y_j + M_j < y_i) \end{array} \right]$

ή $\left[\begin{array}{l} (x_i + M_i < x_j \text{ ή } x_j + M_i < x_i) \\ \text{και } (y_i + \Pi_i < y_j \text{ ή } y_j + \Pi_j < y_i) \end{array} \right]$

~~3) $E(x_Γ, y_Γ)$ συνεχόμενες τιμές~~

3) Έστω Γραφείο$((x_Γ, y_Γ))$.

Πρέπει $(y_Γ = 0$ και $x_Γ = 100)$

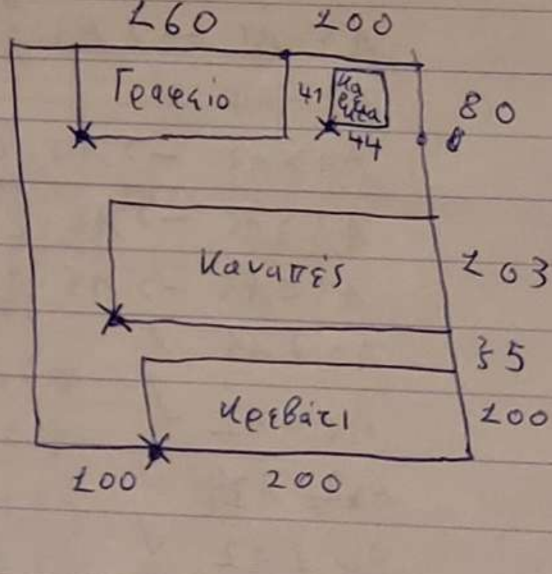
ή $(y_Γ = 400-80$ και $x_Γ = 300-100-160)$

Έχει λύσεις, μια λύση

Κρεβάτι$((100,0))$, Γραφείο$((40,320))$, Καρέκλα$((205,320))$

Καναπές$((300-221, 105))$

Σχηματικά η λύση :



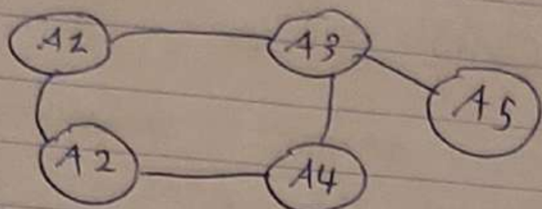
Πρόβλημα 3:

1) Μεταβλητές: A1, A2, A3, A4, A5

Domains: {9, 10, 11}

Περιορισμοί: $A1 > A3$, $A3 < A4$, $A3 > A5$, $A2 \neq A1$, $A2 \neq A4$, $A4 >= 10$

2)



3) $A1 = \{\cancel{9}, 10, 11\}$

$A2 = \{9, 10, \cancel{11}\}$

$A3 = \{\cancel{9}, 10, \cancel{11}\}$

$A4 = \{\cancel{9}, \cancel{10}, 11\}$

$A5 = \{9, \cancel{10}, \cancel{11}\}$

Agenda:

$A1 > A3 \to \{9\}$

$A3 < A1 \to \{11\}$

$A3 < A4$ ✓

$A4 > A3 \to \{9\}$

$A3 > A5 \to \{9\}$

$A5 < A3 \to \{10, 11\}$

$A2 \neq A1$ ✓

$A1 \neq A2$ ✓

$A2 \neq A4$ ✓

$A4 \neq A2$ ✓

$A4 >= 10$ ✓

$10 <= A4$ ✓

$A1 > A3 \to \{10\}$

$A3 < A4$ ✓

$A4 > A3 \to \{10\}$

$A3 > A5$ ✓

$A3 < A1$ ✓

$A2 \neq A1 \to \{11\}$

$A3 < A4$ ✓

$A2 \neq A4$ ✓

$10 <= A4$ ✓

$A1 \neq A2$ ✓

$A4 \neq A2$ ✓

Περιορισμοί:

$A1 > A3$

$A3 < A1$

$A3 < A4$

$A4 > A3$

$A3 > A5$

$A5 < A3$

$A2 \neq A1$

$A1 \neq A2$

$A2 \neq A4$

$A4 \neq A2$

$A4 >= 10$

$10 <= A4$

Άρα ο αλγόριθμος μετά την ολοκλήρωσή του θα αφήσει στις μεταβλητές αυτές τις τιμές

$A1 = \{11\}$

$A2 = \{9, 10\}$

$A3 = \{10\}$

$A4 = \{11\}$

$A5 = \{9\}$

2) • Έστω η ερμηνεία $\mathcal{I}$ όπου $\mathcal{I}(A) = true$, $\mathcal{I}(B) = false$,
$\mathcal{I}(C) = true$, $\mathcal{I}(D) = false$
άρα $\mathcal{I}(\neg B) = true$, $\mathcal{I}(\neg A) = false$
άρα $\mathcal{I}(A \wedge \neg B \wedge C \Rightarrow D) = false$ άρα $\mathcal{I}(\neg(A \wedge \neg B \wedge C \Rightarrow D)) = true$
και $\mathcal{I}(\neg A \Rightarrow (B \Rightarrow (C \Rightarrow D)))) = true$
άρα $\mathcal{I}(\neg A \wedge \neg B \wedge C \Rightarrow D) \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow (B \Rightarrow (C \Rightarrow D)))) = true$
άρα υπάρχει ερμηνεία που ικανοποιεί την πρόταση,
άρα είναι ικανοποιήσιμη

• Έστω η ερμηνεία $\mathcal{I}$ όπου $\mathcal{I}(A) = false$, $\mathcal{I}(B) = true$
άρα $\mathcal{I}(\neg A) = true$ άρα $\mathcal{I}(\neg A \Rightarrow B) = true$
και $\mathcal{I}(A \Rightarrow \neg B) = true$ άρα $\mathcal{I}(\neg A \wedge (\neg A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B)) = true$
άρα υπάρχει ερμηνεία που ικανοποιεί την πρόταση,
άρα είναι ικανοποιήσιμη

• Έστω η ερμηνεία $\mathcal{I}$ όπου $\mathcal{I}(A) = true$, $\mathcal{I}(B) = false$, $\mathcal{I}(C) = false$
άρα $\mathcal{I}(\neg B) = true$ και $\mathcal{I}(\neg C) = true$
άρα $\mathcal{I}((A \vee \neg B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge \neg B \wedge \neg C) = true$
άρα υπάρχει ερμηνεία που ικανοποιεί την πρόταση,
άρα είναι ικανοποιήσιμη

• Έστω η ερμηνεία $\mathcal{I}$ όπου $\mathcal{I}(A) = true$ και $\mathcal{I}(C) = false$,
άρα $\mathcal{I}(\neg C) = true$ άρα και $\mathcal{I}((A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg C)) = true$
άρα υπάρχει ερμηνεία που ικανοποιεί την πρόταση,
άρα είναι ικανοποιήσιμη

Άρα όλες οι προτάσεις είναι ικανοποιήσιμες

3) Αφού υπάρχει ερμηνεία για κάθε πρόταση που την ικανοποιεί, οι προτάσεις δεν είναι μη ικανοποιήσιμες

4) Οι προτάσεις έχουν τουλάχιστον ένα μοντέλο, την αντίστοιχη ∃ ερμηνεία του 2ου ερωτήματος για κάθε πρόταση, καθώς ικανοποιεί την κάθε πρόταση.

5) Καμία πρόταση δεν είναι ταυτολογία, καθώς καμία πρόταση δεν είναι έγκυρη

Πρόβλημα 5

Έστω Σ η πρόταση: "ο Σήφης είναι καλός μάγειρας"

Έστω Ε την πρόταση: "εγώ είμαι αστροναύτης"

Έστω φ: $\Sigma \Rightarrow E$

Μας δίνεται η ερμηνεία $I(E) = false$ και $I(\varphi) = true$

Έστω ότι $I(\Sigma) = true$ όμως αν $I(\Sigma) = true$ τότε $I(\varphi) = false$, άτοπο.

Άρα $I(\Sigma) = false$, δηλαδή $I(\neg\Sigma) = true$,

δηλαδή είναι αληθές ότι Ο Σήφης δεν είναι καλός μάγειρας

~~Πρόβλημα 6~~

Πρόβλημα 6

K = "το α είναι κύβος", $Δ$ = "το α είναι δωδεκάεδρο"

T = "το α είναι τετράεδρο", $M1$ = "το α είναι μικρό"

$M2$ = "το α είναι μεσαίο", $M3$ = "το α είναι μεγάλο"

- $K \oplus Δ \oplus T \equiv (K \land \neg Δ \land \neg T) \lor (\neg K \land Δ \land \neg T) \lor (\neg K \land \neg Δ \land T)$
- $M1 \oplus M2 \oplus M3 \equiv (M1 \land \neg M2 \land \neg M3) \lor (\neg M1 \land M2 \land \neg M3) \lor (\neg M1 \land \neg M2 \land M3)$
- $M2 \Leftrightarrow Δ$ • $T \Leftrightarrow M3$

Έστω $φ \equiv (K \oplus Δ \oplus T) \land (M1 \oplus M2 \oplus M3) \land (M2 \Leftrightarrow Δ) \land (T \Leftrightarrow M3)$

Έστω I ερμηνεία τ.ω $I(φ) = true$

Άρα $I(M1 \oplus M2 \oplus M3) = true$

Διακρίνουμε περιπτώσεις:

- Έστω $I(M1) = true$, δηλαδή $I(M2) = false$ και $I(M3) = false$
  και $I(M2 \Leftrightarrow Δ) = true$ άρα $I(Δ) = false$
  και $I(T \Leftrightarrow M3) = true$ άρα $I(T) = false$
  Από $I(K \oplus Δ \oplus T) = true$, αφού $I(Δ) = I(T) = false$
  τότε $I(K) = true$
- Έστω $I(M2) = true$, δηλαδή $I(M1) = false$ και $I(M3) = false$
  και $I(M2 \Leftrightarrow Δ) = true$ δηλαδή $I(Δ) = true$
  και $I(T \Leftrightarrow M3) = true$ άρα $I(T) = false$
  Από $I(K \oplus Δ \oplus T) = true$, αφού $I(Δ) = true$ και $I(T) = false$
  τότε $I(K) = false$ και επομένως $I(K \Leftrightarrow M1) = true$ ✓
- Έστω $I(M3) = true$, δηλαδή $I(M1) = false$ και $I(M2) = false$
  και $I(M2 \Leftrightarrow Δ) = true$, δηλαδή $I(Δ) = false$
  και $I(T \Leftrightarrow M3) = true$ άρα $I(T) = \cancel{false}\ \cancel{true}$ false
  Από $I(K \oplus Δ \oplus T) = true$ αφού $I(Δ) = \cancel{I}$ false ~~τότε I(K)~~ και $I(T) = \cancel{true}$ false
  ~~τότε I(K) και επομένως I(K⇔M1) =~~
  τότε $I(K) = \cancel{false}$ true
  άρα $I(K \Leftrightarrow M1) = true$ ✓

Άρα για κάθε I τ.ω $I(φ) = true$ τότε $I(K \Leftrightarrow M1) = true$

άρα η $φ \models K \Leftrightarrow M1$

Πρόβλημα 7

Έστω $\varphi \equiv \neg(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow \neg((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$

Θνδο η φ είναι έγκυρη, ισοδύναμα θα δείξουμε ότι η
$\neg\varphi$ είναι μη ικανοποιήσιμη

$\neg(A \Leftrightarrow B) \equiv \neg(A \Rightarrow B \wedge B \Rightarrow A) \equiv \neg((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A))$

$\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee \neg(\neg B \vee A) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A)$

$\equiv (A \vee B) \wedge (A \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg A)$

• $A \vee B$, $A \vee \neg A$, $\neg B \vee B$, $\neg B \vee \neg A$

~~γίνεται: A∨B∨¬A, ¬B∨B∨¬A, γίνεται~~

~~γίνεται: A∨B, ¬B~~

Από $A \vee B$ και $A \vee \neg A$ παίρνουμε $A \vee B$

Από $A \vee B$ και $\neg B \vee B$ παίρνουμε $A \vee B$

Από $A \vee B$ και $\neg B \vee \neg A$ παίρνουμε $B \vee \neg B \equiv$ αληθής

$\neg((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)) \equiv \neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B) \equiv (\neg A \vee \neg B) \wedge (A \vee B)$

• $\neg A \vee \neg B$, $A \vee B$ παίρνουμε $\cancel{A}B \vee \neg B \equiv$ αληθής

άρα $\varphi \equiv$ αληθής $\Leftrightarrow$ αληθής $\equiv$ αληθής

άρα $\neg\varphi \equiv$ ψευδής άρα η $\neg\varphi$ μη ικανοποιήσιμη και
η φ έγκυρη