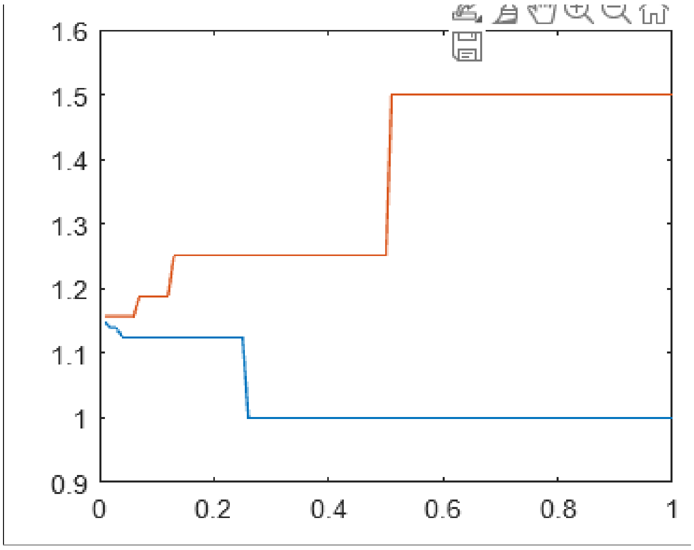
1η Εργασία στις Τεχνικές Βελτιστοποίησης

1ο Θέμα:

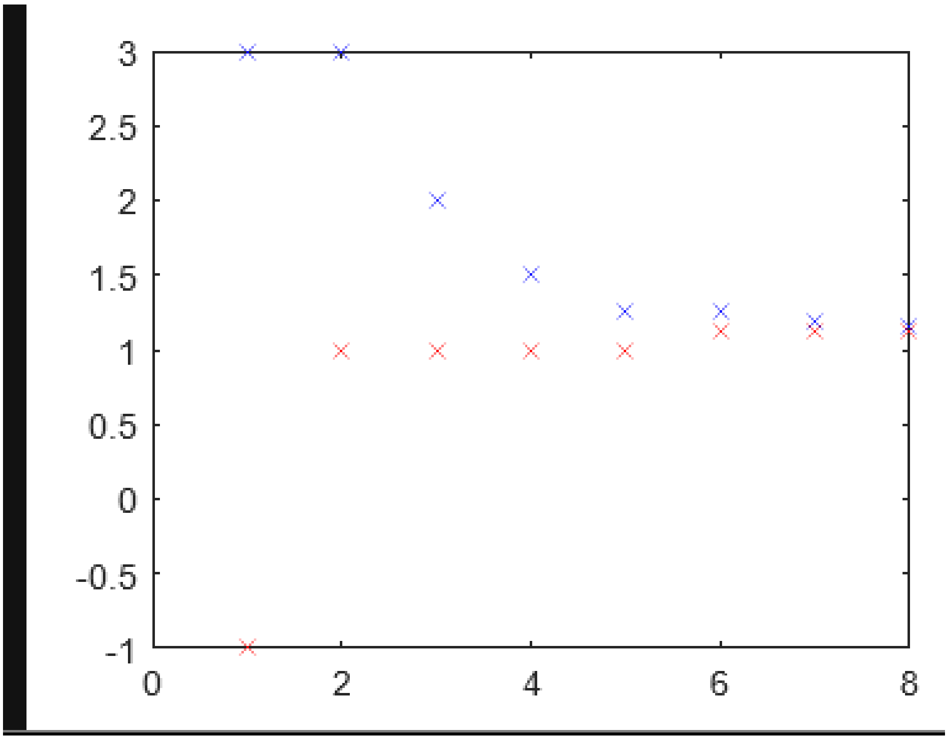
Εδώ υλοποιώ τον αλγόριθμο για τη μέθοδο της διχοτόμου χωρίς τη χρήση παραγώγων για διάφορα ε και l.

Διάγραμμα 1.1:



Εδώ με την κόκκινη γραμμή παριστάνεται το άνω άκρο του τελικού διαστήματος, ενώ με το μπλε είναι το κάτω άκρο για τη συνάρτηση f1. Τρέχω τον αλγόριθμο για 100 διαφορετικά l, αυξάνοντας το σε κάθε επανάληψη. Για αυτό και παρατηρούμε στο διάγραμμα πως στην αρχή έχω τη μεγαλύτερη ακρίβεια καθώς το l είναι μικρότερο. Προσεγγίζω την πραγματική τιμή, η οποία είναι περίπου 1.15, ενώ όσο αυξάνεται το l, παρατηρούμε ότι το διάστημα μεγαλώνει πολύ, με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα για το ελάχιστο της συνάρτησης.

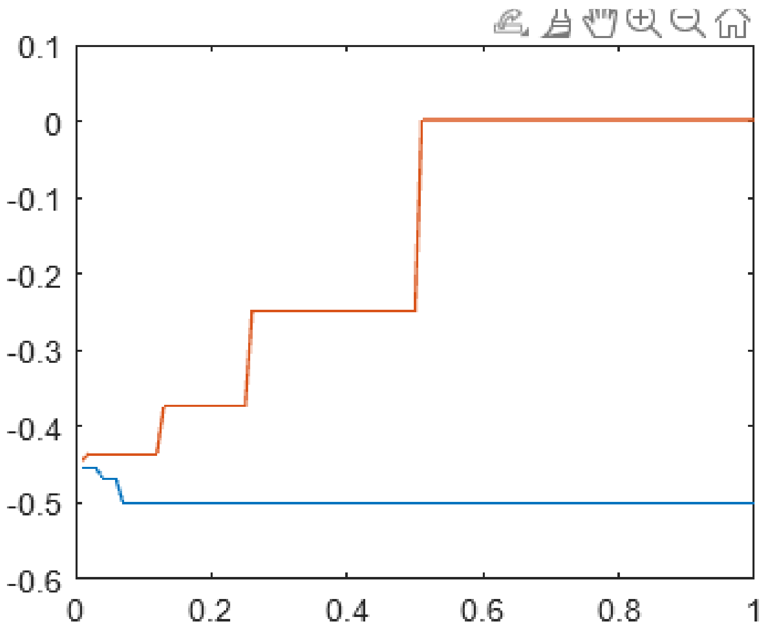
Διάγραμμα 1.2:



Εδώ παρατηρούμε το διάγραμμα (k,ak) με κόκκινα Χ και το διάγραμμα (k, bk) με τα μπλε. Όπως φαίνεται, ο αλγόριθμος χρειάζεται 8 επαναλήψεις για να συγκλίνει στο τελικό διάστημα, σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο l, το οποίο στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι l=0.05. Βλέπουμε πως σε κάθε επανάληψη μόνο το ak ή το bk αλλάζει, όπως άλλωστε αναμενόταν. Αν αλλάξουμε το l, θα έχουμε ελαφρώς διαφορετικό διάγραμμα, ωστόσο η φιλοσοφία παραμένει η ίδια. Θα μπορούσε να είναι και με συνεχή γραμμή, ωστόσο επέλεξα να το παρουσιάσω ως διακριτές τιμές, γιατί σε κάθε επανάληψη τα ak, bk έχουν συγκεκριμένες τιμές, οι οποίες και φαίνονται στο παραπάνω διάγραμμα.

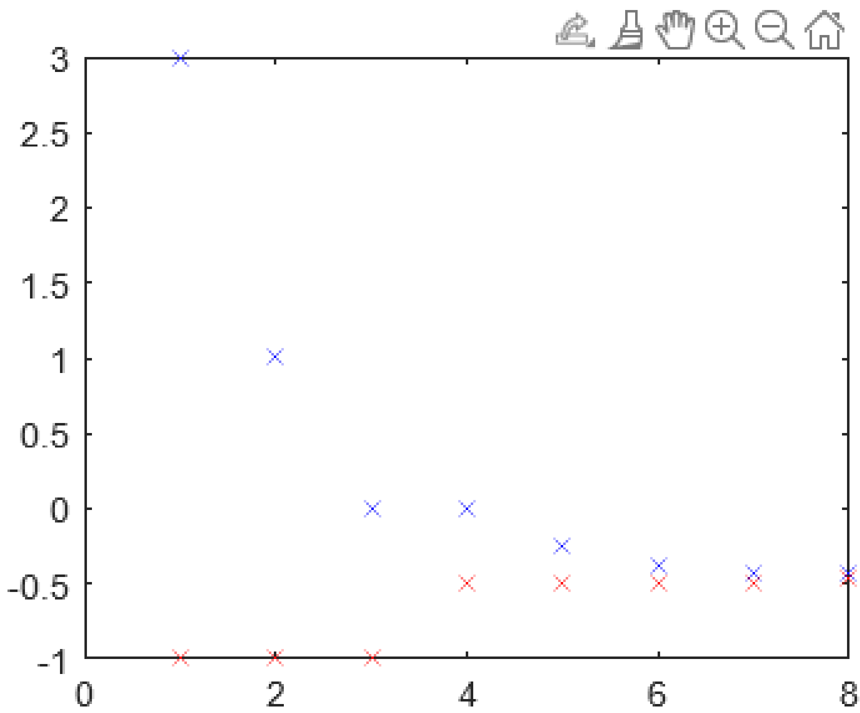
<u>Σχόλιο:</u> Παρακάτω ακολουθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα για τις συναρτήσεις f2, f3 με τη χρήση του ίδιου αλγορίθμου

Διάγραμμα 1.3:



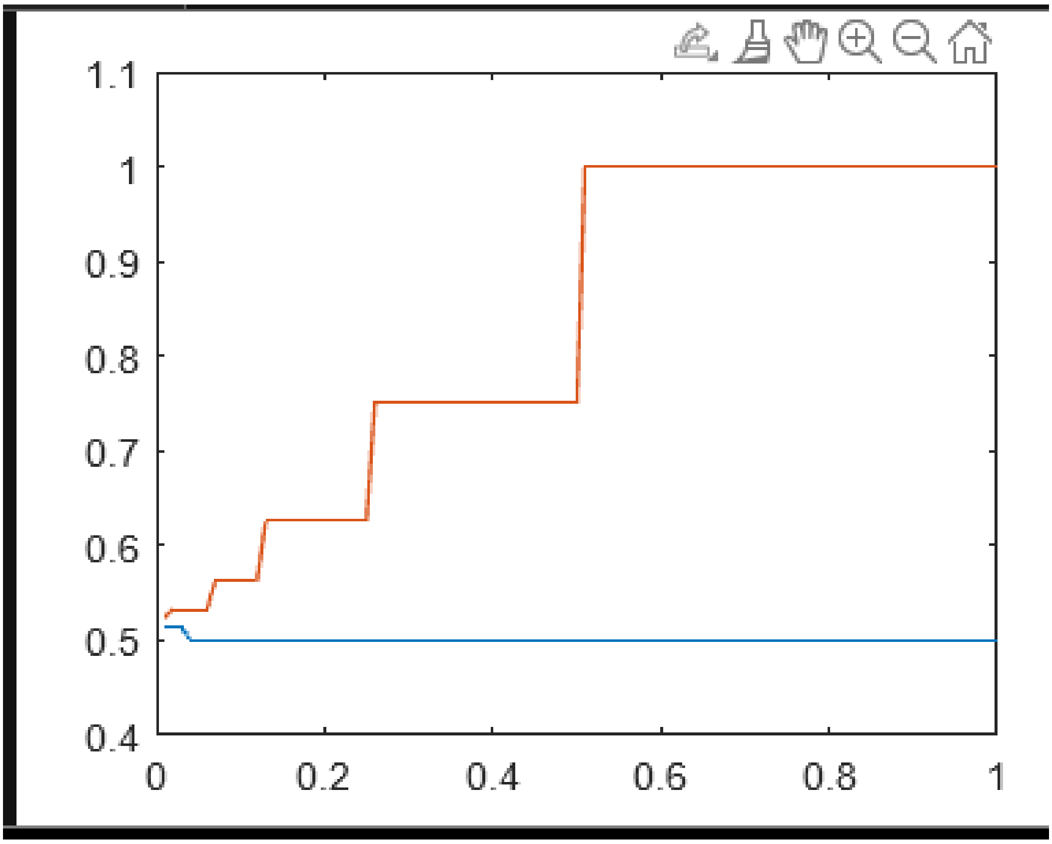
Τελικό διάστημα αναζήτησης για την f2, για μικρό l συγκλίνει στην πραγματική τιμή

Διάγραμμα 1.4:



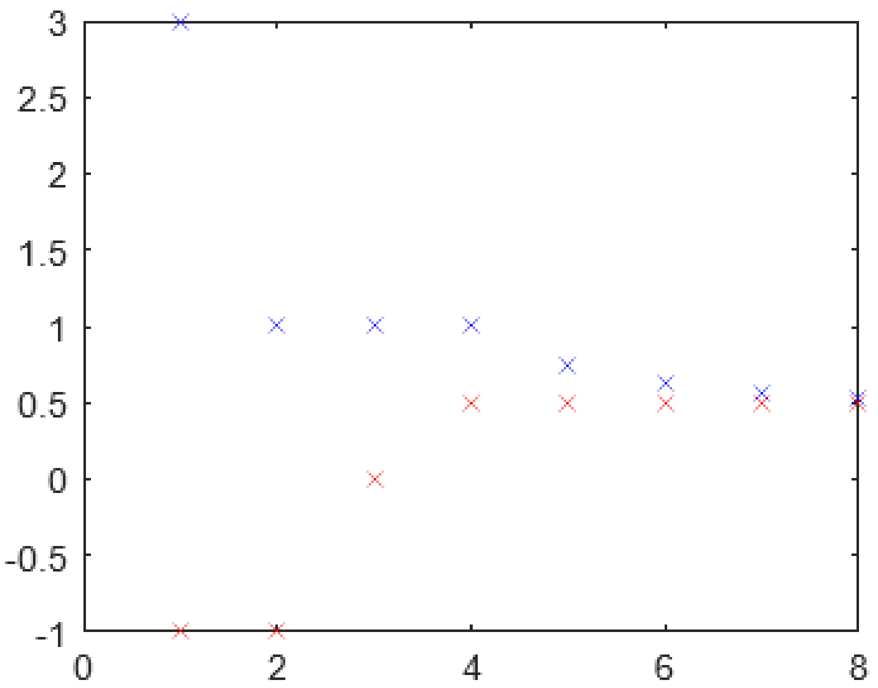
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f2.

Διάγραμμα 1.5:



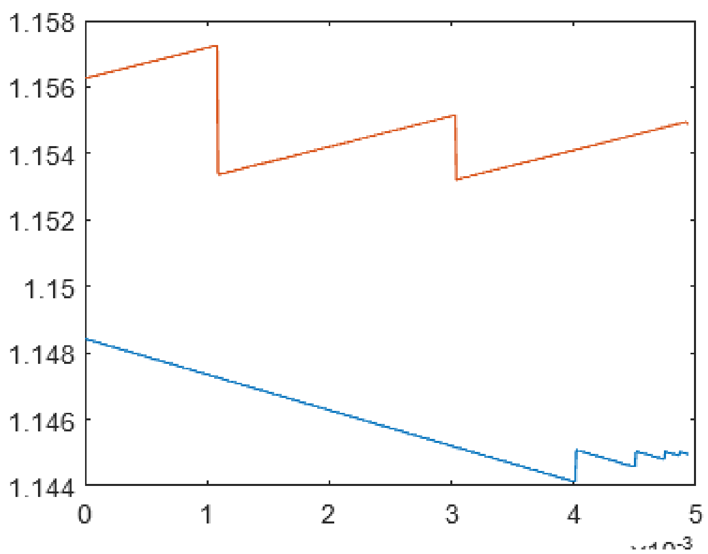
Διάγραμμα με τα τελικά διαστήματα για 100 διαφορετικά l για την f3. Με μεγάλη ακρίβεια παρατηρούμε ότι έχουμε σύγκλιση στην πραγματική τιμή

Διάγραμμα 1.6:



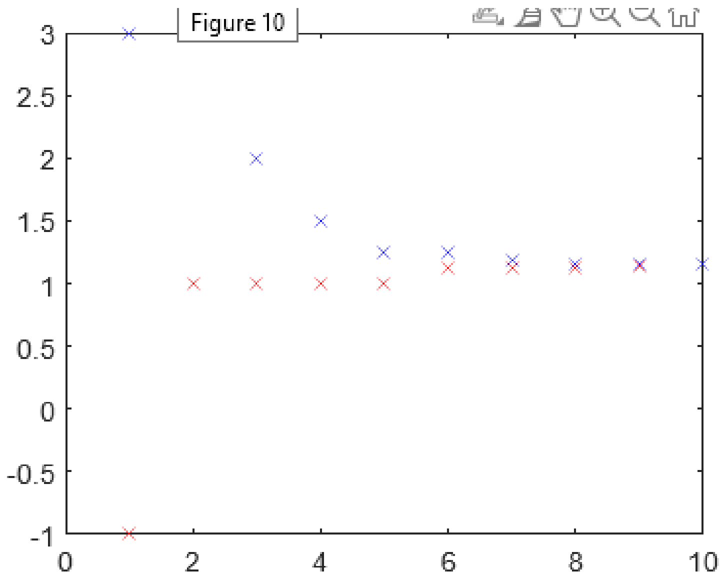
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f3.

Διάγραμμα 1.7:



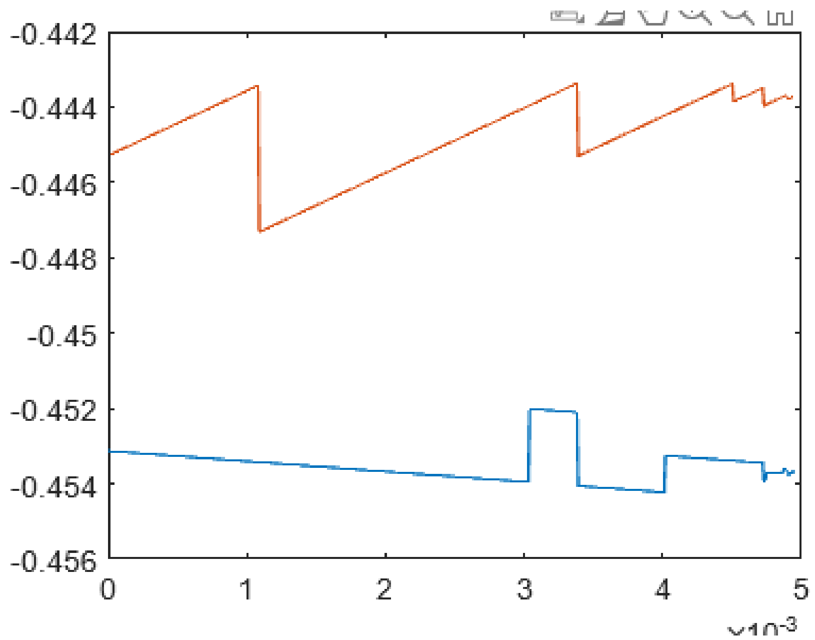
Διάγραμμα των τελικών διαστημάτων για διαφορετικά ε με τη χρήση μεθόδου διχοτόμου χωρίς χρήση παραγώγων για την f1.

Διάγραμμα 1.8:



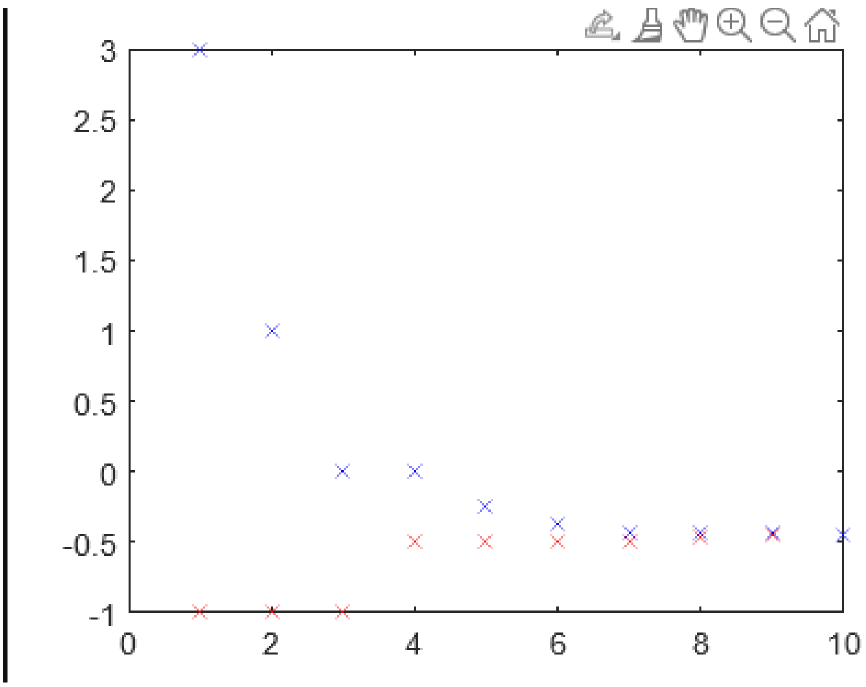
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f1 για διαφορετικά ε.

Διάγραμμα 1.9:



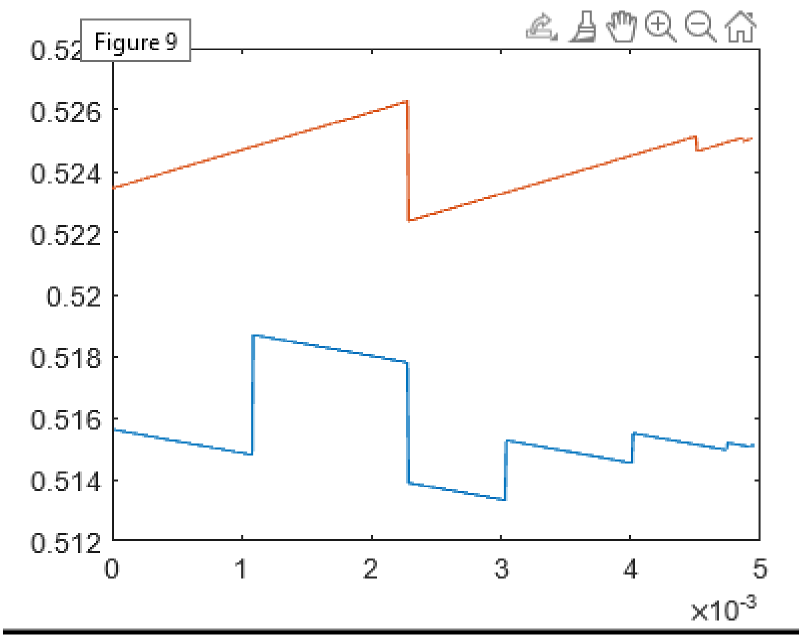
Διάγραμμα των τελικών διαστημάτων για διαφορετικά με τη χρήση μεθόδου διχοτόμου χωρίς χρήση παραγώγων για την f2.

Διάγραμμα 1.10:



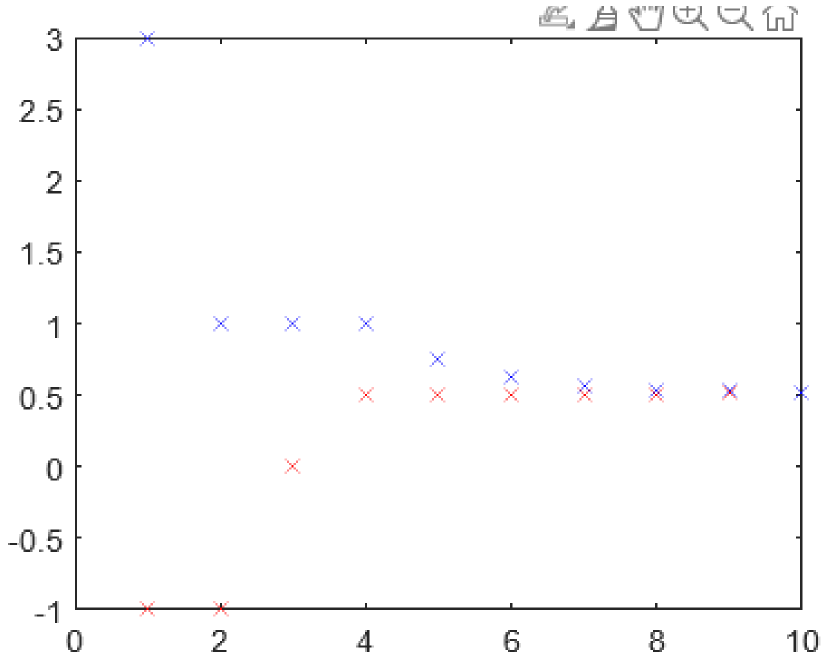
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f2 για διαφορετικά ε.

Διάγραμμα 1.11:



Διάγραμμα των τελικών διαστημάτων για διαφορετικά με τη χρήση μεθόδου διχοτόμου χωρίς χρήση παραγώγων για την f3.

Διάγραμμα 1.12:



Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f3 για διαφορετικά ε.

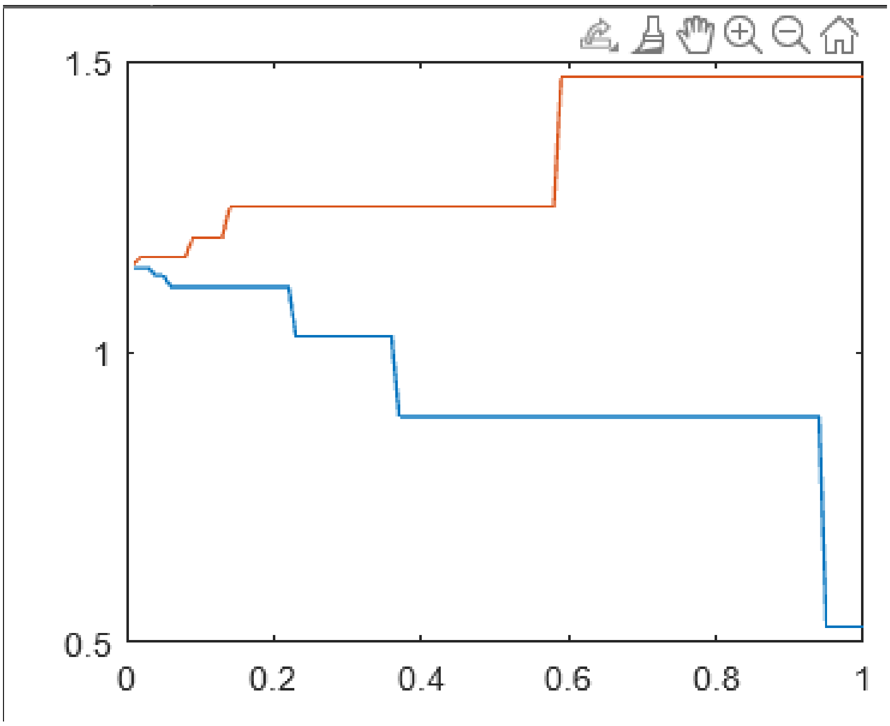
Παρατηρήσεις:

1. Και στα τρία διαγράμματα που περιλαμβάνουν (k,ak) και (k,bk) βλέπουμε ότι ο αριθμός των επαναλήψεων είναι ο ίδιος. Αυτό συμβαίνει διότι το k δεν εξαρτάται από τη συνάρτηση που εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο.
2. Στα διαγράμματα των τελικών διαστημάτων, όταν το l γίνεται σχετικά μεγάλο, το διάστημα μένει πρακτικά ίδιο για πολλές επαναλήψεις, έως να βρεθεί νέο l που να μας δίνει ακόμα περισσότερο ανακριβές διάστημα

2ο Θέμα:

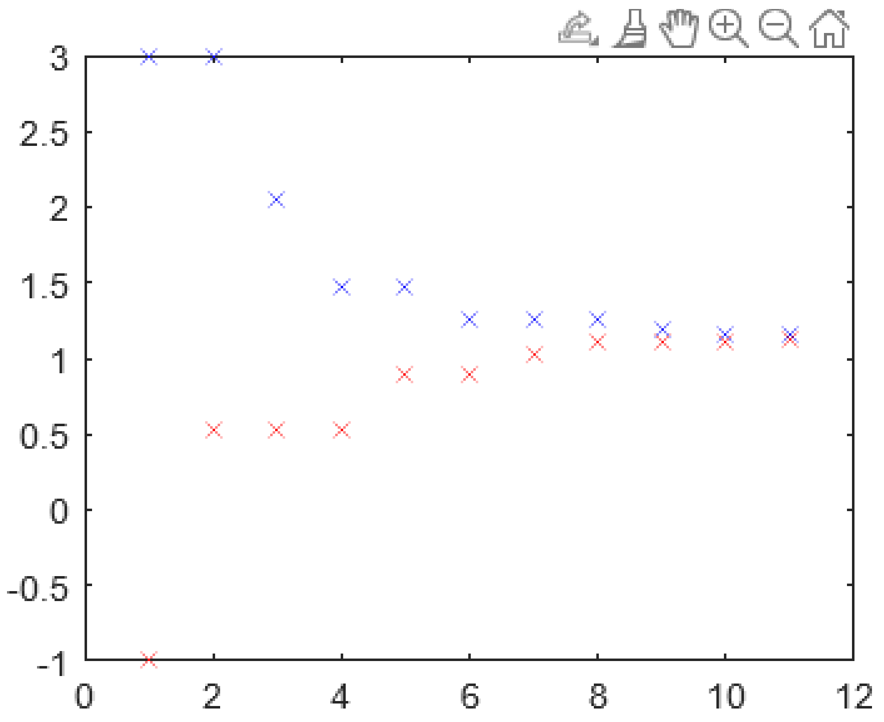
Εδώ υλοποιώ τον αλγόριθμο της μεθόδου του Χρυσού Τομέα.

Διάγραμμα 2.1:



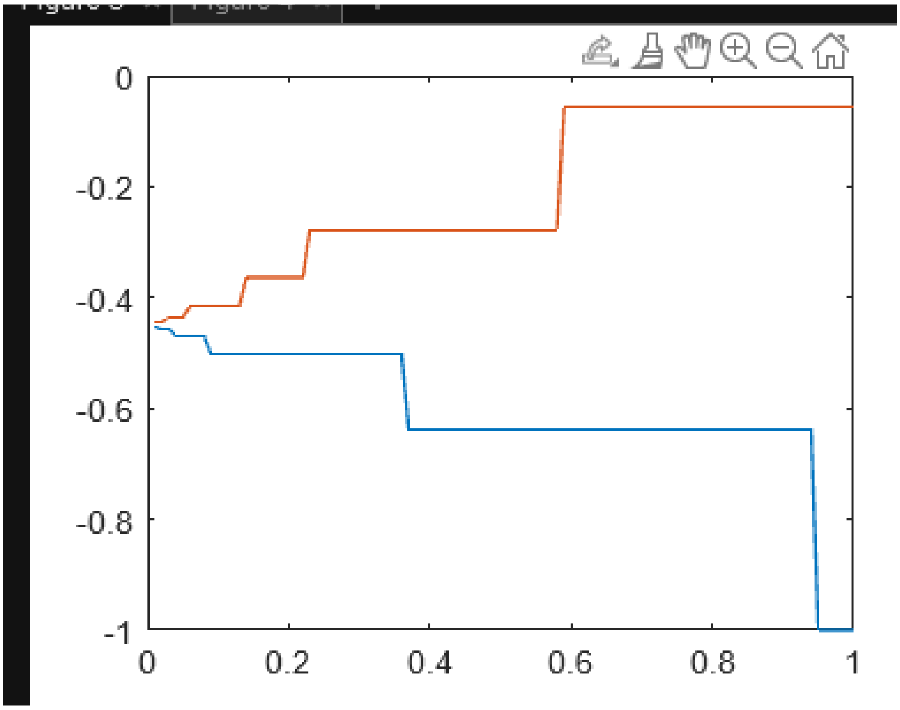
Εδώ με την κόκκινη γραμμή παριστάνεται το άνω άκρο του τελικού διαστήματος, ενώ με το μπλε είναι το κάτω άκρο για τη συνάρτηση f1. Τρέχω τον αλγόριθμο για 100 διαφορετικά l, αυξάνοντας το σε κάθε επανάληψη. Για αυτό και παρατηρούμε στο διάγραμμα πως στην αρχή έχω τη μεγαλύτερη ακρίβεια καθώς το l είναι μικρότερο. Προσεγγίζω την πραγματική τιμή, η οποία είναι περίπου 1.15, ενώ όσο αυξάνεται το l, παρατηρούμε ότι το διάστημα μεγαλώνει πολύ, με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα για το ελάχιστο της συνάρτησης.

Διάγραμμα 2.2:



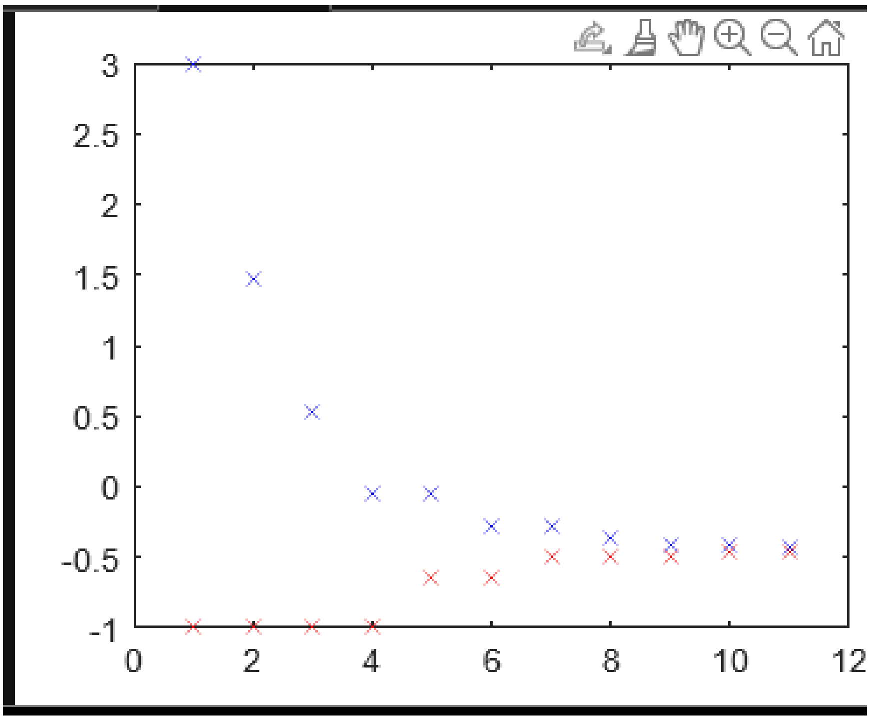
Εδώ παρατηρούμε το διάγραμμα (k,ak) με κόκκινα Χ και το διάγραμμα (k, bk) με τα μπλε. Όπως φαίνεται, ο αλγόριθμος χρειάζεται 11 επαναλήψεις για να συγκλίνει στο τελικό διάστημα, σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο l, το οποίο στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι l=0.05. Βλέπουμε πως σε κάθε επανάληψη μόνο το ak ή το bk αλλάζει, όπως άλλωστε αναμενόταν. Αν αλλάξουμε το l, θα έχουμε ελαφρώς διαφορετικό διάγραμμα, ωστόσο η φιλοσοφία παραμένει η ίδια. Θα μπορούσε να είναι και με συνεχή γραμμή, ωστόσο επέλεξα να το παρουσιάσω ως διακριτές τιμές, γιατί σε κάθε επανάληψη τα ak, bk έχουν συγκεκριμένες τιμές, οι οποίες και φαίνονται στο παραπάνω διάγραμμα.

Διάγραμμα 2.3:



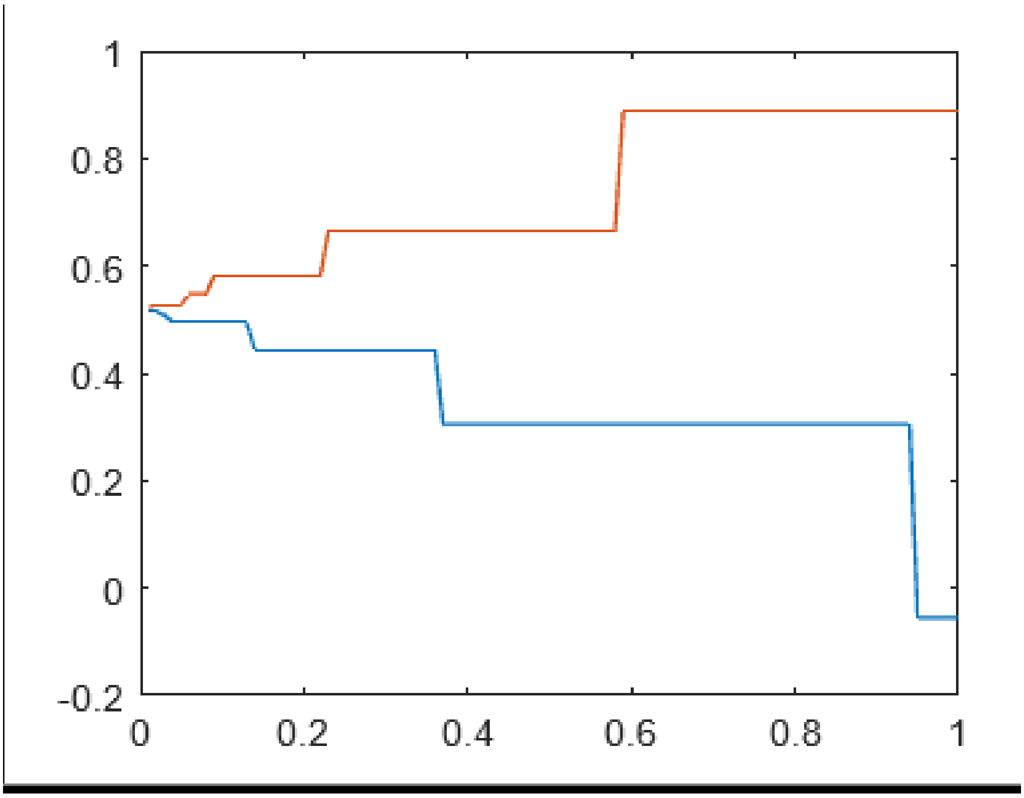
Τελικό διάστημα αναζήτησης για την f2 με τη χρήση της μεθόδου του Χρυσού Τομέα, για μικρό l συγκλίνει στην πραγματική τιμή .

Διάγραμμα 2.4:



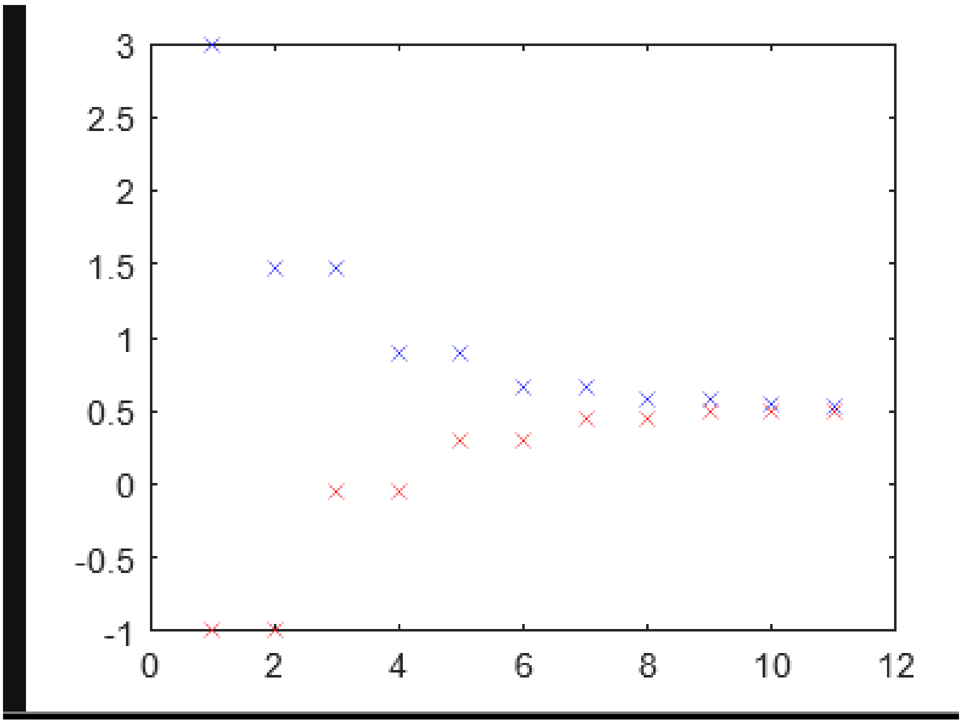
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f2 με τη χρήση μεθόδου Χρυσού Τομέα.

Διάγραμμα 2.5:



Διάγραμμα με τα τελικά διαστήματα για 100 διαφορετικά l για την f3. Με μεγάλη ακρίβεια παρατηρούμε ότι έχουμε σύγκλιση στην πραγματική τιμή.

Διάγραμμα 2.6:



Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f3.

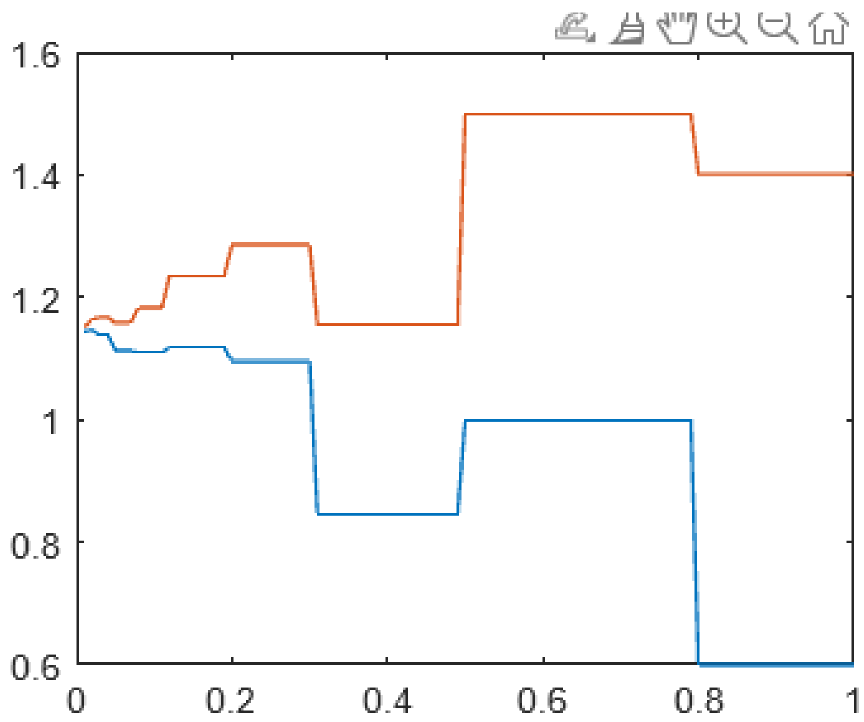
Παρατηρήσεις:

1. Ομοίως με το Θέμα 1, παρατηρούμε ότι το k είναι ανεξάρτητο της αντικειμενικής συνάρτησης
2. Με τη χρήση της μεθόδους Χρυσού Τομέα χρειαζόμαστε 11 επαναλήψεις σε αντίθεση με τις 8 που είχαμε με τη μέθοδο διχοτόμων, για ίδιο ε και l, συνεπώς συμπεραίνουμε πως αυτή η μέθοδος είναι πιο αργή,
3. Τα διαστήματα που συγκλίνουμε και με τις δύο μεθόδους είναι ίδια, όσο αυξάνουμε την ακρίβεια, τόσο περισσότερο προσεγγίζουμε την πραγματική τιμή

3ο Θέμα:

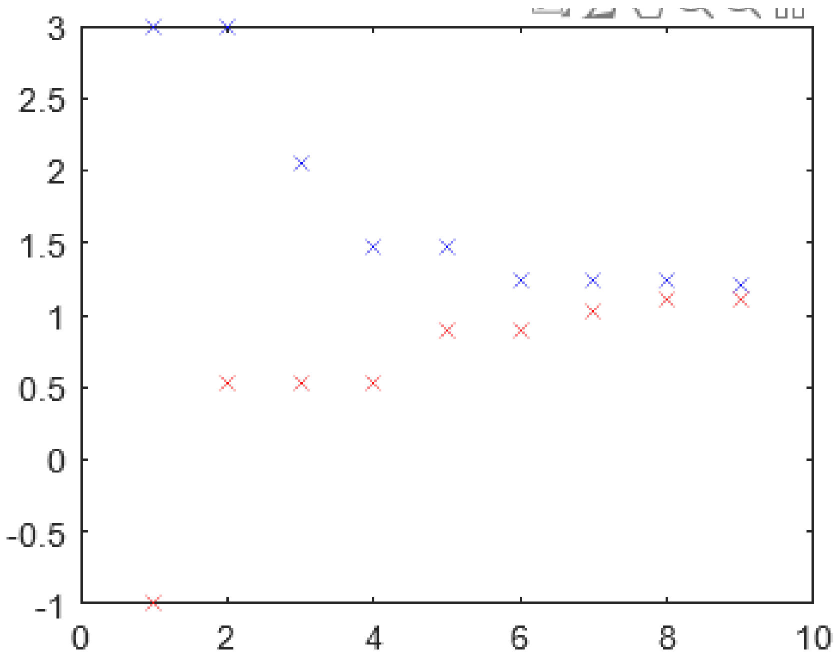
Εδώ υλοποιώ την μέθοδο Fibonacci.

Διάγραμμα 3.1:



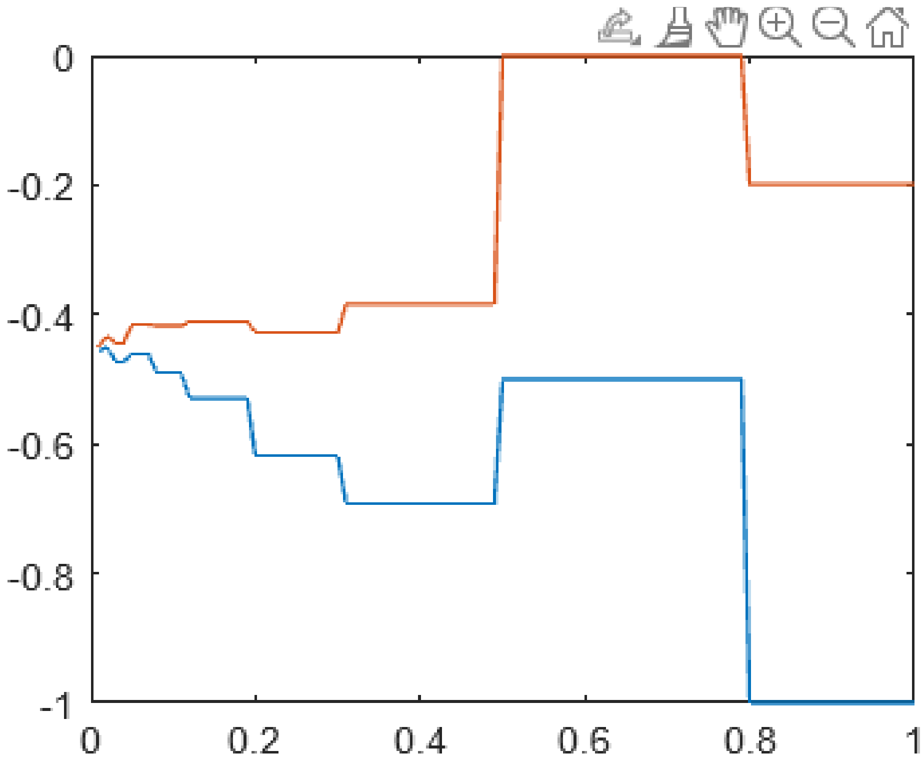
Ομοίως με 2.1.

Διάγραμμα 3.2:



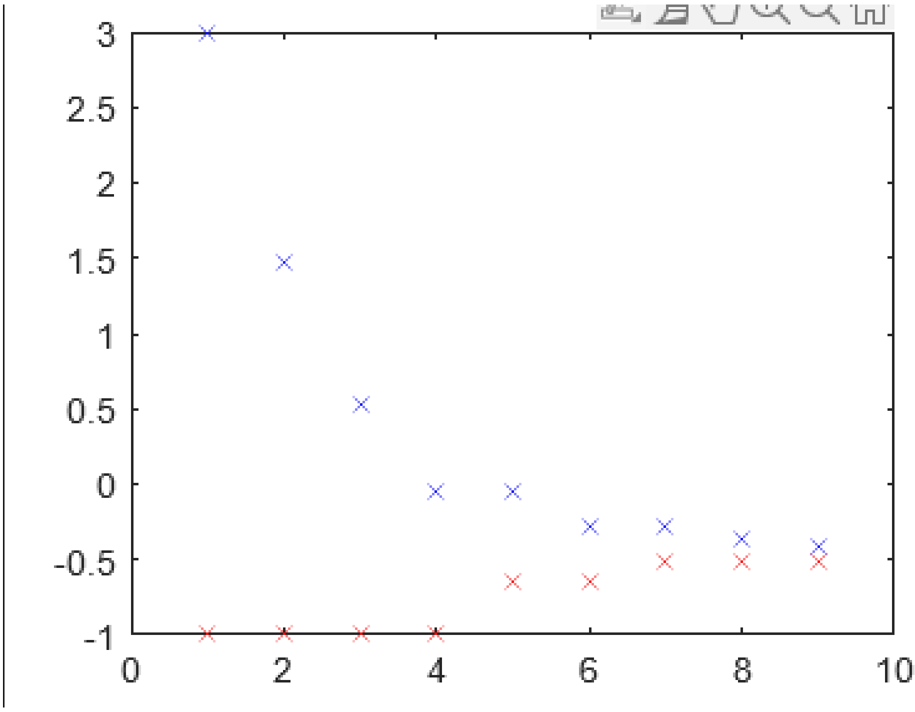
Ομοίως με 2.2, ωστόσο εδώ παρατηρούμε ότι απαιτούνται 9 επαναλήψεις για να τερματίσει ο αλγόριθμος.

Διάγραμμα 3.3:



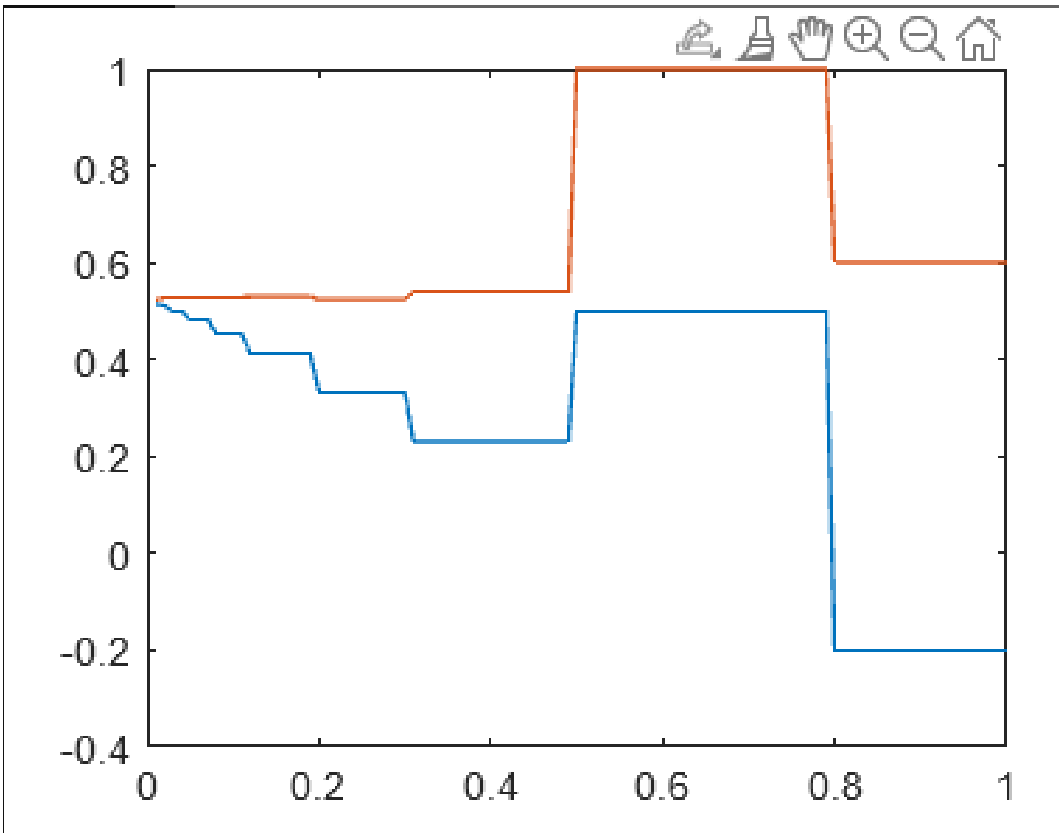
Τελικό διάστημα αναζήτησης για την f2 με τη χρήση της μεθόδου Fibonacci, για μικρό l συγκλίνει στην πραγματική τιμή .

Διάγραμμα 3.4:



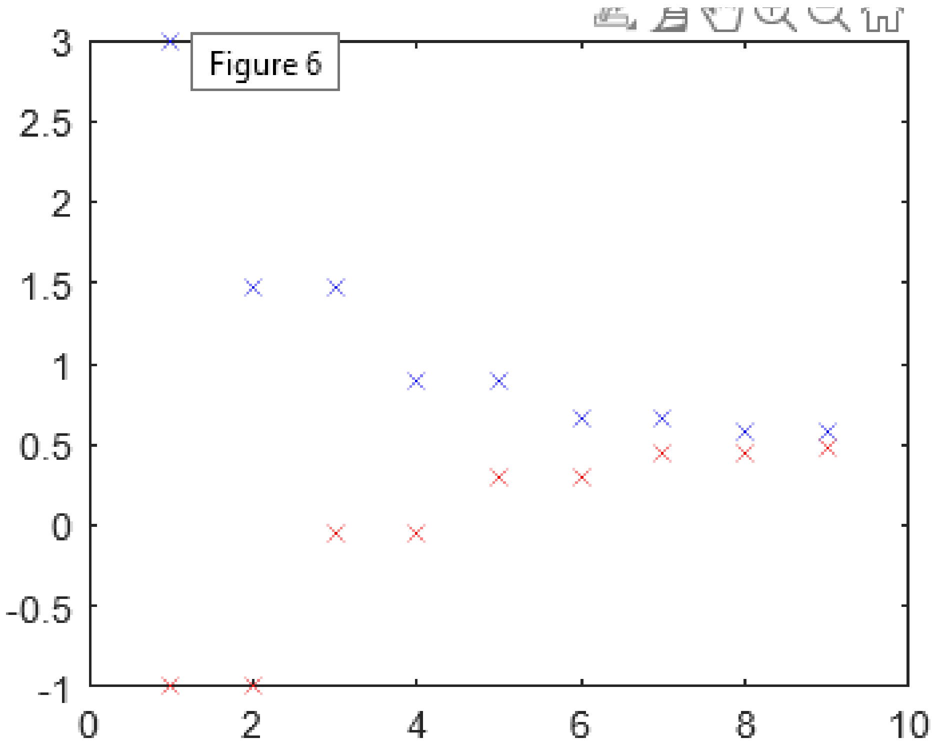
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f2 με τη χρήση μεθόδου Fibonacci.

Διάγραμμα 3.5:



Διάγραμμα με τα τελικά διαστήματα για 100 διαφορετικά l για την f3. Με μεγάλη ακρίβεια παρατηρούμε ότι έχουμε σύγκλιση στην πραγματική τιμή.

Διάγραμμα 3.6:



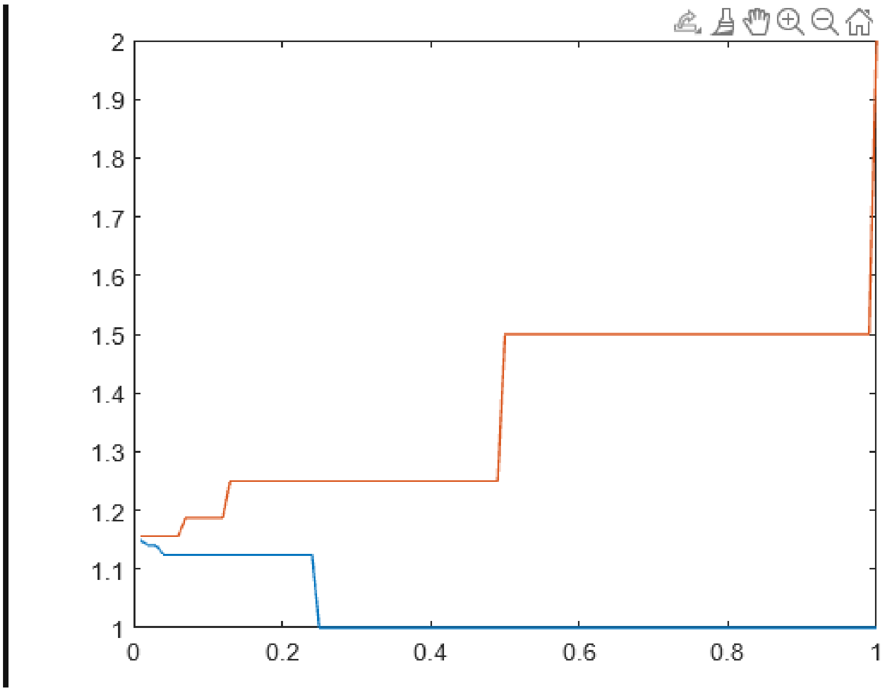
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f3.

Οι παρατηρήσεις για το k από τα προηγούμενα θέματα ισχύουν και εδώ, αυτή τη φορά με k=9

4ο Θέμα:

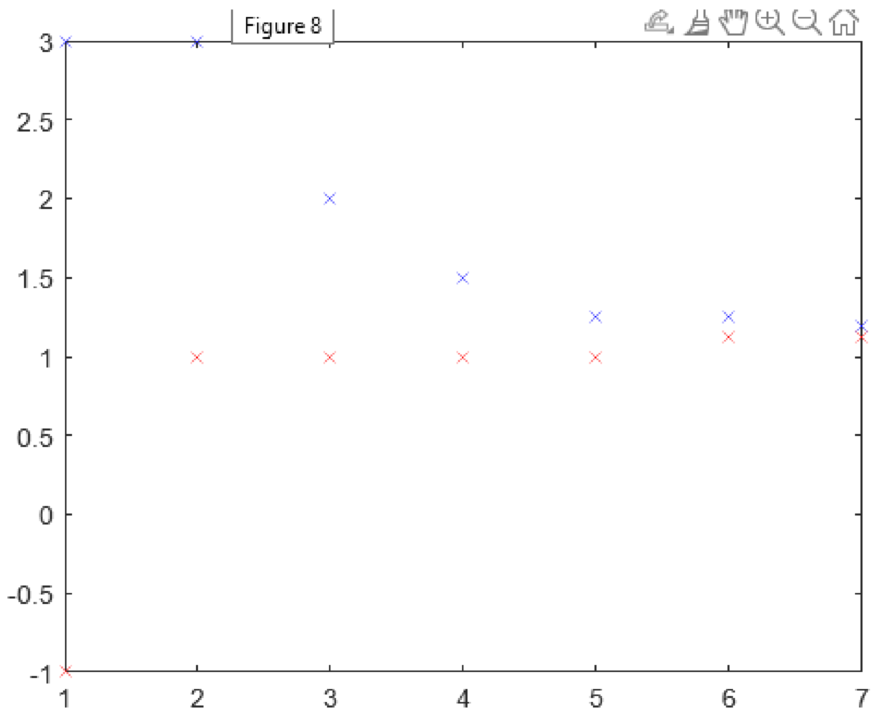
***Ε**δώ υλοποιώ τον αλγόριθμο της μεθόδου διχοτόμου με τη χρήση παραγώγων.*

Διάγραμμα 4.1:



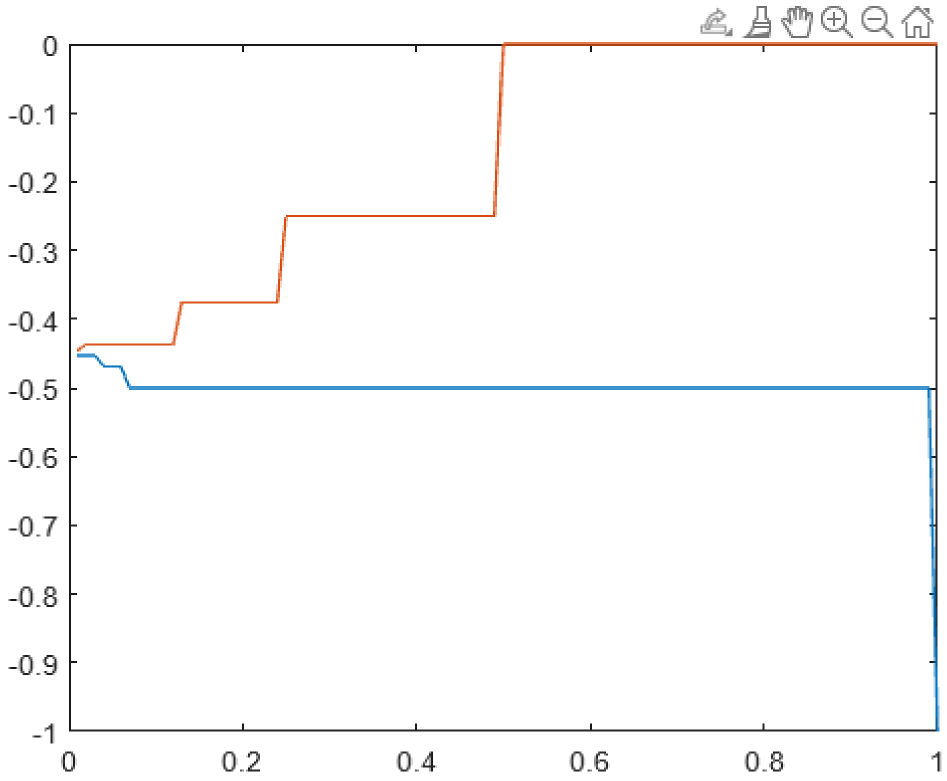
Ομοίως με 2.1.

Διάγραμμα 4.2:



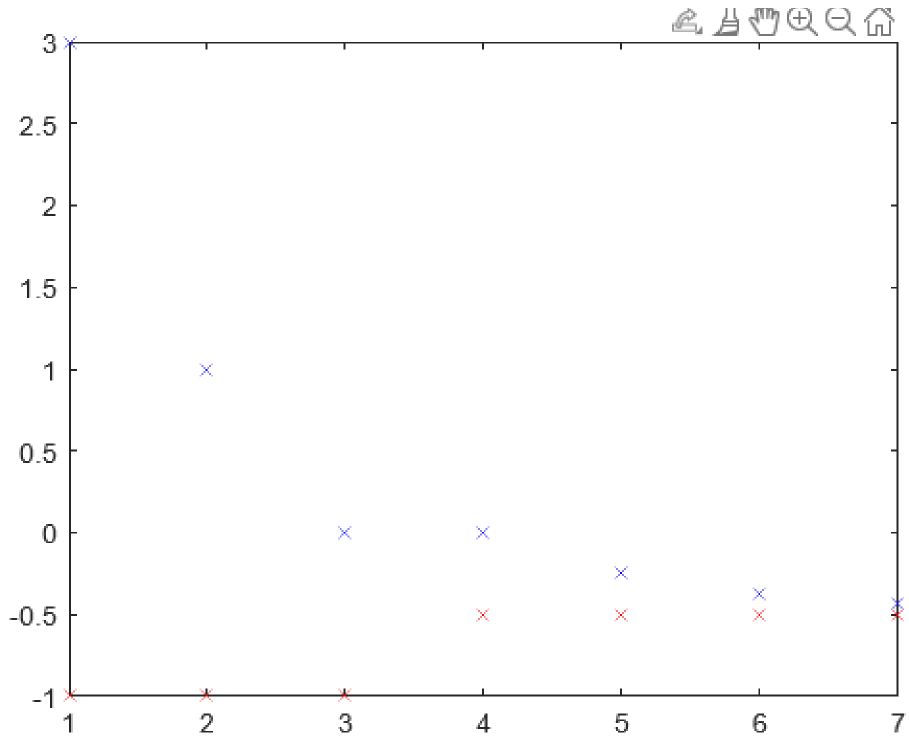
Ομοίως με 2.2, ωστόσο εδώ παρατηρούμε ότι απαιτούνται 7 επαναλήψεις για να τερματίσει ο αλγόριθμος

Διάγραμμα 4.3:



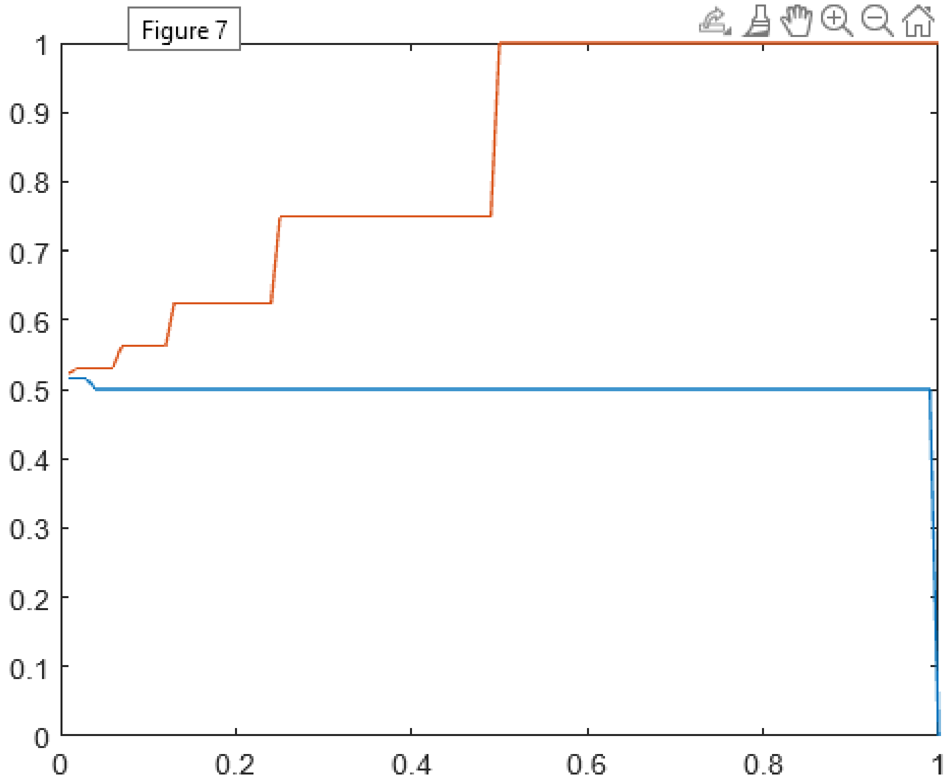
Τελικό διάστημα αναζήτησης για την f2 με τη χρήση της μεθόδου διχοτόμου με χρήση παραγώγων, για μικρό l συγκλίνει στην πραγματική τιμή .

Διάγραμμα 4.4:



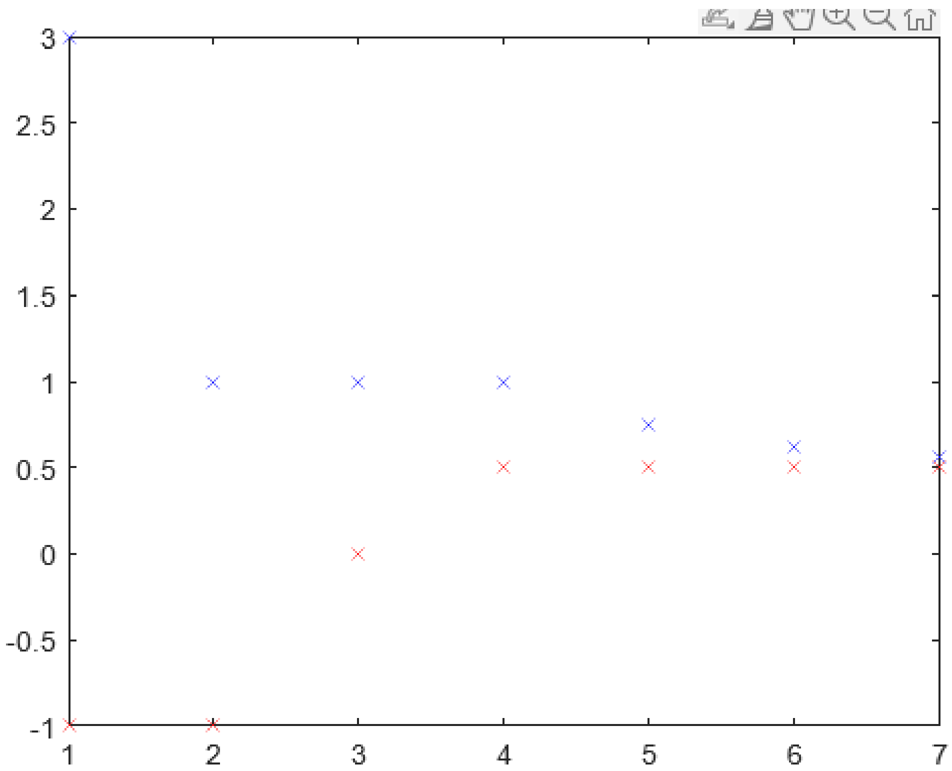
Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f2 με τη χρήση μεθόδου διχοτόμου με χρήση παραγώγων.

Διάγραμμα 4.5:



Διάγραμμα με τα τελικά διαστήματα για 100 διαφορετικά l για την f3. Με μεγάλη ακρίβεια παρατηρούμε ότι έχουμε σύγκλιση στην πραγματική τιμή.

Διάγραμμα 4.6:



Διαγράμματα (k,ak) και (k,bk) για την f3.

Γενικές παρατηρήσεις:

- Η μέθοδος διχοτόμου με τη χρήση παραγώγων είναι αυτή με τη μεγαλύτερη απόδοση, όπως φαίνεται από τα διαγράμματα.
- Όλοι οι αλγόριθμοι μας δίνουν μια πολύ καλή προσέγγιση της πραγματικής τιμής.
- Στη μέθοδο διχοτόμου με χρήση παραγώγων η παράγωγος της αντικειμενικής συνάρτησης δεν μηδενίζει ποτέ στο συγκεκριμένο παράδειγμα.

*Στον κώδικα, υπάρχουν επιπλέον σχόλια, τα οποία εξηγούν πως αυτός δουλεύει.

Κωνσταντίνος Κράντας ΑΕΜ 9975