



เอกสารให้ความรู้เกี่ยวกับลำดับทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในเว็บไซต์

ผู้จัดทำได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. ลำดับเลขคณิต

ลำดับเลขคณิตเป็นลำดับที่แต่ละพจน์เพิ่มขึ้นหรือคงที่โดยมีค่าคงที่ที่เรียกว่า ผลต่างร่วม (d) ระหว่างพจน์ใด ๆ สองพจน์ที่ติดกัน สูตรทั่วไป: พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตสามารถเขียนได้เป็น

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

โดยที่:

- a_n = พจน์ที่ n
- a_1 = พจน์แรก
- d = ผลต่างร่วม
- n = ตำแหน่งของพจน์ในลำดับ

2. ลำดับเรขาคณิต

เป็นลำดับที่แต่ละพจน์คูณด้วยค่าคงที่ที่เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (r) เพื่อได้พจน์ถัดไป

สูตรทั่วไป:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

โดยที่:

- a_n = พจน์ที่ n
- a_1 = พจน์แรก
- r = อัตราส่วนร่วม
- n = ตำแหน่งของพจน์ในลำดับ

3. ลำดับพหุนาม

ลำดับพหุนามคือลำดับที่พจน์ a_n สามารถแสดงได้เป็น พหุนามของ n เช่น

$$a_n = An^k + Bn^{k-1} + \dots + Z$$

โดยที่ k คือศรีของพหุนาม ซึ่งเทียบได้กับจำนวนครั้งที่ต้องใช้ความต่างลำดับ จนกระทั่งได้ค่าคงที่ โดยวิธีการหาลำดับพหุนามคือการหาผลต่างระหว่าง 2 จำนวนไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเหลือค่าคงที่

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ \vee & \vee & \vee & \vee & \vee & \vee \\ d_1 & ? & ? & ? & ? & ? \\ \vee & \vee & \vee & \vee & & \\ d_2 & ? & ? & ? & & \\ \vee & \vee & \vee & & & \\ d_3 & d_3 & d_3 & & & \\ \dots & & & & & \end{array}$$

ภาพที่ 1 การอธิบายขยายความของสูตรพหุนาม

สูตรทั่วไป:

$$a_n = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \cdot d_k$$

โดยที่:

- $a_n = \text{พจน์ที่ } n$
- $d_0 = a_1$

4. ลำดับพหุนามประยุกต์

มีลักษณะคล้าย ลำดับพหุนาม แต่การเป็นการคูณ

สูตรทั่วไป: พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิตสามารถเขียนได้เป็น

$$a_n = \prod_{k=0}^{n-1} d_k^{\binom{n-1}{k}}$$

โดยที่:

- $a_n = \text{พจน์ที่ } n$
- $d_k = \text{พจน์แรกของบรรทัดที่ } k$

5. ลำดับ harmonic อนิก

นิยาม ลำดับ ฮาร์มอนิก (harmonic sequence) คือ ลำดับ a_n ซึ่งมีสมบัติว่า ลำดับของส่วนกลับ $b_n = \frac{1}{a_n}$ เป็นลำดับ เลขคณิต

$$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots, \frac{1}{a_n}$$

เป็นลำดับ harmonic อนิก

ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นอันดับเลขคณิต AP

$$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots, \frac{1}{a_n} \text{ แล้ว เป็นอันดับ harmonic HP}$$

พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$
ตั้งนั้น พจน์ที่ n ของลำดับ harmonic อนิกคือ

$$\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_1 + (n-1)d}$$

6. ลำดับเวียนเกิด

คือ ลำดับที่อาศัยพจน์ก่อนหน้าในการคำนวณ เช่น ลำดับ Fibonacci ที่เกิดจากผลรวมของสองพจน์ก่อนหน้า

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

7. ลำดับที่เกิดจากสูตร

7.1 Lagrange polynomial

พหุนามลากร่องเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สร้างเส้นโค้งพหุนามที่ผ่านจุดข้อมูลทุกจุดที่กำหนดให้พอดี เป็นวิธีการประมาณค่าที่แม่นยำแบบผ่านจุดทุกจุด (exact interpolation)

การทำ:

1. สมมติเรามีจุดข้อมูล $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ จำนวน $n+1$ จุด
2. เราจะสร้างพหุนามดีกรี n (เส้นโค้งที่มีความซับซ้อนตามจำนวนจุดข้อมูล) ที่ผ่านทุกจุดเหล่านี้

นิยาม:

พหุนามดีกรี n ที่ผ่านจุดข้อมูล $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$

ทุกจุดโดยที่ $x_0 < x_1 < \dots < x_n$

$$L(x) = \sum_{i=0}^n \left(y_i \cdot \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right)$$