

Exponentielle Regression

Projektpraktikum Serie 4

Tom Lambert Yuuma Odaka

January 14, 2018

- 1 Einführung in die Theorie
- 2 Programm und Implementierung
- 3 Experimente

Einführung in die Theorie

Exponentielle Regression

Eine möglichst genaue Approximation an einem Datensatz mithilfe eines Exponentialfunktions, meistens in der Form $ae^{bx} + c$

Exponentielle Regression

Eine möglichst genaue Approximation an einem Datensatz mithilfe eines Exponentialfunktions, meistens in der Form $ae^{bx} + c$

- In diesem Fall: $ae^{dx} + be^{-dx} + c$

Programm und Implementierung

- Festlegen der Parameter

Struktur des Programms

- Festlegen der Parameter
- Datei einlesen

Struktur des Programms

- Festlegen der Parameter
- Datei einlesen
- Numpy/Python Objekte erzeugen

Struktur des Programms

- Festlegen der Parameter
- Datei einlesen
- Numpy/Python Objekte erzeugen
- QR Zerlegung und lösen des Gleichungssystems

Struktur des Programms

- Festlegen der Parameter
- Datei einlesen
- Numpy/Python Objekte erzeugen
- QR Zerlegung und lösen des Gleichungssystems
- Ausgabe des Residuums r , dessen Norm und der Kondition von A und $A^T A$

Struktur des Programms

- Festlegen der Parameter
- Datei einlesen
- Numpy/Python Objekte erzeugen
- QR Zerlegung und lösen des Gleichungssystems
- Ausgabe des Residuums r , dessen Norm und der Kondition von A und $A^T A$
Sammeln der ermittelten Parameter a, b, c

Struktur des Programms

- Festlegen der Parameter
- Datei einlesen
- Numpy/Python Objekte erzeugen
- QR Zerlegung und lösen des Gleichungssystems
- Ausgabe des Residuums r , dessen Norm und der Kondition von A und $A^T A$
Sammeln der ermittelten Parameter a, b, c
- Plotten der Grafik

Festlegen der Parameter

$$d_k^{(n)} := 0.1 + 0.4k/(n-1) \in [0.1, 0.5]$$
$$k = 0, \dots, n-1$$

Festlegen der Parameter

$$d_k^{(n)} := 0.1 + 0.4k/(n-1) \in [0.1, 0.5]$$
$$k = 0, \dots, n-1$$

```
def main(file_name="data.txt", n=7):  
    # Code  
    pass  
  
if __name__ == "__main__":  
    main(file_name="data_sym.txt", n=7)
```

```
def read_data(file_name):
    file_object = open(file_name, "r")
    result = []
    for line in file_object.readlines():
        parts = map(lambda part: float(part.strip()),
                    line.split(","))
        if len(parts) != 2:
            raise Exception("illegal line format")
        result.append((parts[0], parts[1]))
    file_object.close()
    return result
```

```
# data_list = [(x, y), ...]

b = np.matrix(map(lambda pair:
                    [pair[1]], data_list))
a = np.matrix(map(lambda pair:
                    [e**(d * pair[0]),
                     e**(-d * pair[0]),
                     1], data_list))
```

QR Zerlegung und lösen des Gleichungssystems

```
q, r = np.linalg.qr(a)
if np.linalg.matrix_rank(r) != 3 \
    or np.linalg.matrix_rank(q) != 3:
    print("Rank of r or q is not 3!")
else:
    #  $x = \text{inv}(r) * q^T * b$ 
    p = np.dot(q.T, b)
    x = np.dot(np.linalg.inv(r), p)
```

```
r = np.dot(a, x) - b
```

```
norm_r = np.linalg.norm(r)
```

```
cond_a = np.linalg.cond(a)
```

```
cond_ata = np.linalg.cond(np.dot(a.T, a))
```

```
r = np.dot(a, x) - b
```

```
norm_r = np.linalg.norm(r)
```

```
cond_a = np.linalg.cond(a)
```

```
cond_ata = np.linalg.cond(np.dot(a.T, a))
```

```
t = (x.item(0), x.item(1), x.item(2), d, k, n)  
parameter_list.append(t)
```

```
x = numpy.arange(0, 25, 0.01)
for entry in parameter_list:
    a, b, c, d, k, n = entry
    plt.plot(x, a * (e ** (d * x)) +
              b * (e ** (-d * x)) + c,
              "-", label="...")

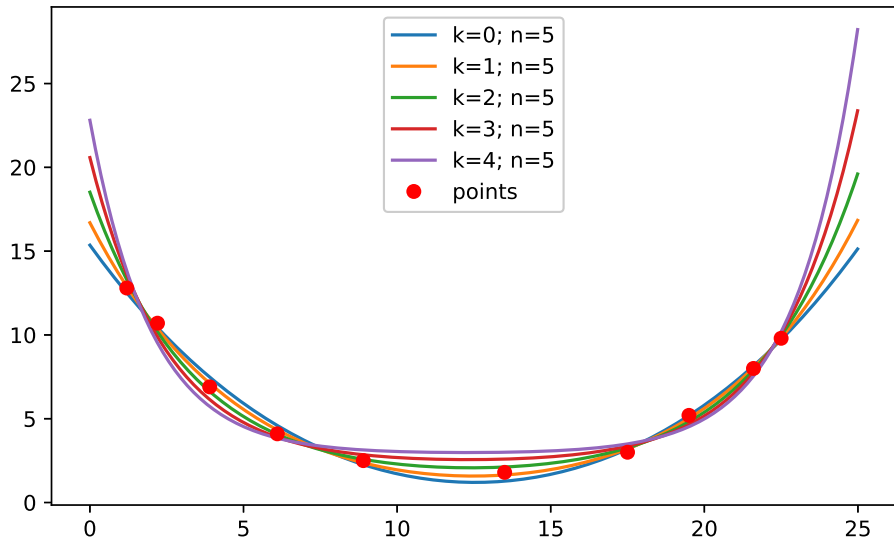
plt.plot(map(lambda pair: pair[0], points),
         map(lambda pair: pair[1], points),
         "ro", label="points")

plt.legend()
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")

plt.show()
```

Experimente

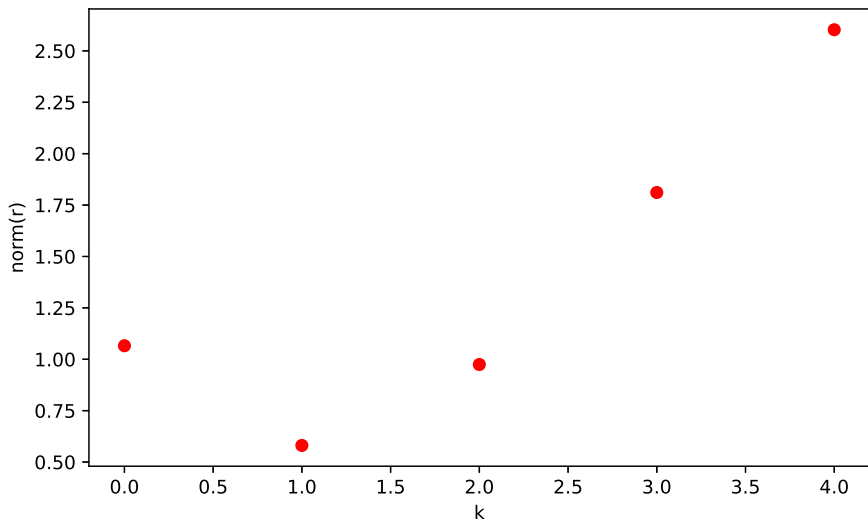
Experimente

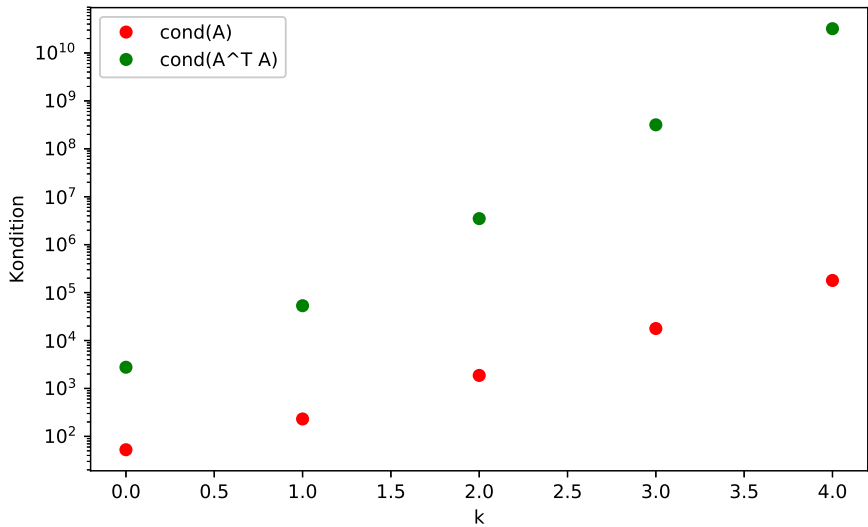


- Norm Des Residuums für $k = 2$ am kleinsten

- Norm Des Residuums für $k = 2$ am kleinsten
- Kondition von A steigt etwa exponentiell mit k

- Norm Des Residuums für $k = 2$ am kleinsten
- Kondition von A steigt etwa exponentiell mit k
- $\text{cond}_2(A^T A) \approx \text{cond}_2(A)^2$





Danke Fürs Zuhören!