

Matematika 1 teorie

0.1 Opakování

0.1.1 Značení

- * \exists - existuje alespoň jedno
- * \forall - pro každý platí
- * N - přirozená čísla
- * Z - celá čísla
- * Q - racionální čísla (zlomky $\rightarrow \frac{1}{2} \dots$)
- * R - iracionální čísla (π, \dots)

0.1.2 Zápis

$$1) \exists x \in N \forall y \in Z, x^2 = y \parallel 2) \forall x \in N \exists y \in Z, x^2 = y$$

Reálné funkce

Elementární funkce vzniká ze základních elementárních funkcí za pomoci 5 operací

$+$, $-$, $*$, $/$, **skládání**

konstantní funkce, mocniná funkce, exponenciální funkce

skládání

základní funkce

$$y = \sin x^2$$

$$f(x) = x^2$$

$$g(y) = \sin y$$

$$g(y) = \sin f(x) \Rightarrow y = \sin x^2$$

základní funkce

$$y = \sin^2 x$$

$$f(x) = \sin x$$

$$g(y) = y^2$$

$$g(y) = f(x)^2 \Rightarrow y = \sin^2 x$$

Neelementární funkce

Absolutní hodnota

$$|x| = x; x > 0$$

$$|x| = 0; x = 0$$

$$|x| = -x; x < 0$$

Elementární funkce

Konstantní funkce

$$y = a$$

$$D_y = R$$

$$H_y = \{a\}$$

Exponenciální funkce

$$y = a^x$$

$$D_y = R$$

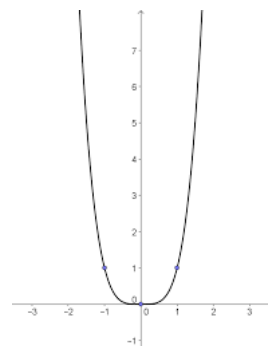
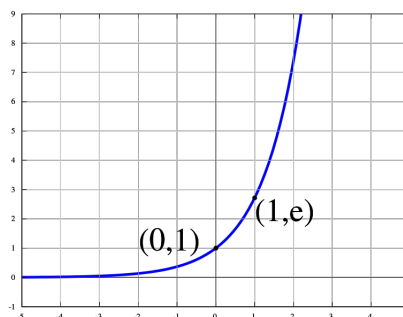
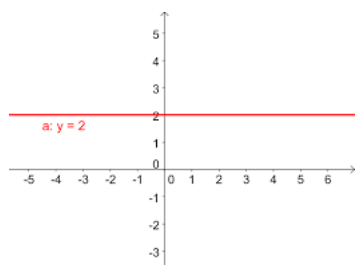
$$H_y = (0; +\infty)$$

Mocniná funkce

$$y = x^a$$

$$D_y = R$$

$$H_y = (0; +\infty)$$



Goniometrické funkce (\sin , \cos , \tan , \coth)

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\coth x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

10.10.2022

Posloupnost a její limita

Omezenost

$$FN \rightarrow R$$

$$x_n = \frac{2n+1}{3n}$$

$$1 \rightarrow x_1 = 1$$

$$2 \rightarrow x_2 = \frac{5}{6}$$

$$\vdots$$

$$x_{10} = \frac{21}{30}$$

x_n je shora omezená $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N}, x_n \leq k$

$$k = 2$$

$$\frac{2n+1}{3n} \leq 2$$

$$2n+1 \leq 6n$$

$$1 \leq 4n$$

Posloupnost konvergentní

- vlastní limita $y_n = \frac{1}{n} \rightarrow 0$

$$\lim(y_n) = 0$$

1. $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim \frac{3n-8}{56+2n} = \lim \frac{\frac{3n}{2} - \frac{8}{n}}{\frac{56}{n} + \frac{2n}{n}} \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2-8}{56+2n} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim \frac{\frac{3n^2}{n} - \frac{8}{n}}{\frac{56}{n} + \frac{2n}{n}} = \lim \frac{3n - \frac{8}{n}}{\frac{56}{n} + 2} = \left[\frac{\infty}{2} \right] = \underline{\underline{\infty}} \quad (2)$$

$$\lim \frac{n!}{10^n} \cong 0 \quad (3)$$

$$x_1 = 0.1 \quad (4)$$

$$x_2 = 0.02 \quad (5)$$

$$x_3 = 0.006 \quad (6)$$

$$\lim (\sqrt{n^2+100} - n) \quad (7)$$

Limity

Limity posloupností

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$a \in \mathbb{R} \Rightarrow \{\infty, -\infty, \# \}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a = a$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n = \#$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

Derivace funkcí

definice 1. Funkce f je definovaná v okolí bodu C , který patří do D_f funkce, budeli existovat limita

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

,budeme tuto limitu nazývat derivace funkce

definice 2. *budeli tato limita rovna ∞ nebo $-\infty$ hovoříme o nevlastní derivaci*

vzorec 1. $y = k \dots y' = 0$

vzorec 2. $y = x^n \dots y' = n \cdot x^{n-1}$

vzorec 3. $y = a^x \dots y' = a^x \cdot \ln a$

vzorec 4. $y = \sin x \cdot y' = \cos x$

$y = \sin x \cdot y' = \cos x$

vzorec 5. $y = \log(a) \dots y' = \frac{1}{x}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \doteq 0$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{\sin x} = \left[\frac{0}{0} \right] \doteq 0$$