



SCIENCE
SILPAKORN UNIVERSITY

ค่ายโอลิมปิก สอวน. 2

Sorting and Its Applications

อ.ดร.ภิญโญ แท้ประสาธสิทธิ์

ภาควิชาคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ศิลปากร

taeprasartsit_p@silpakorn.edu

- พื้นฐานการจัดลำดับข้อมูล
 - เรียงตัวเลขกันดื้อ ๆ ด้วยวิธีที่เข้าใจง่ายแต่ช้า
 - Selection sort, Insertion sort
 - เรียงสตรัคหรือวัตถุจากคลาส
- วิธีที่มันเร็วขึ้นกว่าเดิม
 - Priority Queue and Heap sort
 - Merge sort
 - Quick sort
- ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานการจัดลำดับข้อมูล



- สมมติว่า เรามีเลขในอาเรย์ทั้งหมด 8 ค่า ดังนี้ 2 8 4 7 6 1 3 5
 - แต่เราต้องการให้มันเรียงจากน้อยไปมากเป็น 1 2 3 4 5 6 7 8
 - และเราอยากจะเรียงโดยที่ไม่ต้องสร้างอาเรย์สำหรับเก็บผลลัพธ์เพิ่ม
 - คือจากข้อมูลเข้าถึงผลลัพธ์ เราจะไม่สร้างอาเรย์ใด ๆ เพิ่มขึ้นมาเลย
- เราจะขอเริ่มจากวิธีจัดเรียงที่ง่ายที่สุด ที่ทุกคนมักคิดออกด้วยตัวเอง
 - วิธีนั้นก็คือ Selection sort
 - อาศัยการสลับค่า โดยการวิ่งหาค่าที่มากที่สุด แล้วเอามันไปไว้ทางด้านปลาย
 - พูดย่าง ๆ ก็คือในตอนแรก เราจะสลับ 8 กับ 5 ให้ได้ผลลัพธ์เป็น 2 5 4 7 6 1 3 8 นั่นคือเลขด้านท้ายอาเรย์จะอยู่ในตำแหน่งที่ต้อง
- การสลับค่าเป็นพื้นฐานที่ต้องใช้ในแทบทุกวิธีจัดเรียงตัวเลข

- ก่อนหน้านี้ หากเรามีค่าตัวเลขในตัวแปร x กับ y เช่น

```
int x = 7;  
int y = 5;
```

- จากนั้น เราต้องการสลับให้ค่า x กลายเป็น y และค่า y กลายเป็น x
 - โดยสมมติว่าเราไม่ทราบล่วงหน้าว่า x และ y จะมีค่าเท่าใด
 - เพราะอาจจะเป็นค่าที่ผู้ใช้กรอกเข้ามา
 - วิธีที่นิยมใช้ก็คือการสร้างตัวแปรชั่วคราวขึ้นมาช่วยเก็บค่าก่อนการเขียนทับ

```
int temp = x; // เก็บค่า x ไว้ก่อน  
x = y;        // ค่า x หายไปที่ตรงนี้ แต่เรามีสำรองไว้ใน temp  
y = temp;
```



- ต้องใช้ temp เหมือนกัน แต่ x กับ y จะกลายเป็นช่องข้อมูลในอาเรย์แทน
- เราจะต้องตั้งสติว่าตำแหน่งที่จะสลับคือที่ใด ซึ่งตำแหน่งที่ว่างก็คืออินเด็กซ์ในอาเรย์นั่นเอง
- ขอยกตัวอย่างจากข้อมูลอาเรย์อันเดิม

```
int A[] = {2, 8, 4, 7, 6, 1, 3, 5};
```

- ต่อมาเราจะสลับเลข 8 กับ 5 ซึ่งมีอินเด็กซ์เป็น 1 และ 7 ดังนั้นเราจึงเขียนว่า

```
int temp = A[1];  
A[1] = A[7];  
A[7] = temp;
```

- Selection sort คือการ sort ที่มุ่งเน้นการเลือกเลขที่มีค่ามากที่สุด ในอาร์เรย์ และสลับย้ายไปตำแหน่งที่ถูกต้อง (ซึ่งในที่นี้ก็คือด้านท้ายอาร์เรย์)
- ดังนั้นถ้าอาร์เรย์มีอยู่ทั้งหมด N ตัว เราก็จะเริ่มจากการตามหาค่าสูงสุด และจำตำแหน่งที่มีค่าสูงสุดนั้นไว้ด้วย
 - หมายความว่าเราต้องจำทั้งค่าสูงสุดและตำแหน่งค่าสูงสุดไว้

โค้ดสำหรับการตามหาค่าสูงสุดพร้อมทั้งบันทึกค่าที่เกี่ยวข้อง

```
int max = A[0];
int index = 0;
for(int i = 1; i < 8; ++i) {
    if(A[i] > max) {
        max = A[i];
        index = i;
    }
}
```



- จากหน้าที่แล้ว เราเก็บตำแหน่งที่จะสลับเปลี่ยนไว้ที่ index ถ้าหากเราจะใช้โค้ดการสลับค่าแบบเดิม ๆ เราก็เขียนได้ว่า
- อย่าลืมว่าจุดประสงค์ก็คือย้ายค่าสูงสุดไปไว้ด้านปลายอาเรย์

```
int temp = A[index];  
A[index] = A[7];  
A[7] = temp;
```

- แต่ดูดี ๆ เราจะพบว่าไอ้ค่า temp มันก็คือ max ดังนั้นโค้ดที่ดีกว่าก็คือ

```
A[index] = A[7];  
A[7] = max;
```



```
int A[] = {2, 8, 4, 7, 6, 1, 3, 5};

int max = A[0];
int index = 0;
for(int i = 1; i < 8; ++i) {
    if(A[i] > max) {
        max = A[i];
        index = i;
    }
}

A[index] = A[7];
A[7] = max;
```


ทำ Selection Sort ต่อไปเรื่อย ๆ



- ณ ตอนนี้ เราพบว่าตำแหน่งด้านท้ายของอาร์เรย์มีค่าที่ถูกต้องแล้ว ทว่าเราต้องการให้มันถูกต้องทุกตำแหน่ง ไม่ใช่เฉพาะด้านท้าย
- แบบนี้แสดงว่างานยังไม่เสร็จต้องทำต่อไปอีก แต่จะทำอย่างไรดี
- แนวคิดจำนวนมากในการเรียงข้อมูลก็คือ “อะไรที่ถูกต้องแล้ว อย่าไปแตะ ต้องมันอีก ให้จดจ่ออยู่กับส่วนที่ยังไม่ถูกต้องก็พอ”
- ถ้าเราไม่ไปแตะต้องอาร์เรย์ที่ด้านปลาย ก็จะดูประหนึ่งว่าอาร์เรย์ของเราลดขนาดลงมาอีก 1 ช่อง และเราจะตามหาค่าสูงสุดเฉพาะจาก 7 ช่องแรก
 - นั่นคือขนาดปัญหาลดลงไป 1 ช่องข้อมูล
 - ถ้าจะให้จัดเรียงให้เสร็จ ขนาดปัญหาก็จะต้องลดลงไปจนเหลือ 1 ช่องข้อมูล
 - ถ้ามีช่องเดียว ตัวเลขก็จะอยู่ในตำแหน่งที่ถูกต้องโดยปริยาย

ทำ Selection Sort ต่อไปเรื่อย ๆ



- ณ ตอนนี้ เราพบว่าตำแหน่งด้านท้ายของอาร์เรย์มีค่าที่ถูกต้องแล้ว ทว่าเราต้องการให้มันถูกต้องทุกตำแหน่ง ไม่ใช่เฉพาะด้านท้าย
- แบบนี้แสดงว่างานยังไม่เสร็จต้องทำต่อไปอีก แต่จะทำอย่างไรดี ?
- แนวคิดจำนวนมากในการเรียงข้อมูลก็คือ “อะไรที่อยู่ถูกที่แล้ว อย่าไปแตะ ต้องมันอีก ให้ดูเฉพาะส่วนที่ยังอยู่ไม่ถูกที่ก็พอ”
- ถ้าเราไม่ไปแตะต้องอาร์เรย์ที่ด้านปลาย ก็จะดูประหนึ่งว่าอาร์เรย์ของเราลดขนาดลงมาอีก 1 ช่อง และเราจะตามหาค่าสูงสุดเฉพาะจาก 7 ช่องแรก
 - นั่นคือขนาดปัญหาลดลงไป 1 ช่องข้อมูล
 - ถ้าจะให้จัดเรียงให้เสร็จ ขนาดปัญหาก็จะต้องลดลงไปจนเหลือ 1 ช่องข้อมูล
 - ถ้ามีช่องเดียว ตัวเลขก็จะอยู่ในตำแหน่งที่ถูกต้องโดยปริยาย

ดังนั้นเราจะต้องวนทำแบบเดิม $8-1 = 7$ รอบ



- เอาลูปมาครอบด้านนอกให้มันวนจัดเลขไปด้านท้ายอาร์เรย์
 - ตำแหน่งด้านท้ายนี้ คือตำแหน่งที่ยังไม่แน่ว่าเลขจะถูกต้อง
 - ตามตัวอย่างเดิมในรอบแรกคือตำแหน่ง $A[7]$
 - ในรอบต่อ ๆ มาตำแหน่งที่ต้องเอาเลขใหญ่สุดไปวางก็คือ $A[6]$, $A[5]$, ...
- แสดงว่าเราต้องรู้ว่าเมื่อวนไปแต่ละรอบแล้วตำแหน่งท้ายสุดคือเท่าใด
 - สังเกตว่าในรอบแรก ท้ายสุดคือ 7, รอบสองคือ $7-1 = 6$, รอบสามคือ $7-2 = 5$
 - ดังนั้นยังรอบเพิ่ม เลขสุดท้ายในอาร์เรย์ก็ต้องลด
- เมื่อคิดได้แบบนี้แล้ว ลูปทางด้านนอกที่เอามาครอบก็จะเป็นแบบหน้าถัดไป

Selection Sort ที่สมบูรณ์



```
for(int rnd = 0; rnd < 7; ++rnd) {  
    int max = A[0];  
    int index = 0;  
    for(int i = 1; i < 8 - rnd; ++i) {  
        if(A[i] > max) {  
            max = A[i];  
            index = i;  
        }  
    }  
  
    A[index] = A[7-rnd];  
    A[7-rnd] = max;  
}
```

Selection Sort สำหรับเลขทั้งหมด N ตัว



```
for(int rnd = 0; rnd < N-1; ++rnd) {  
    int max = A[0];  
    int index = 0;  
    for(int i = 1; i < N-rnd; ++i) {  
        if(A[i] > max) {  
            max = A[i];  
            index = i;  
        }  
    }  
  
    A[index] = A[N-rnd-1];  
    A[N-rnd-1] = max;  
}
```

- เป็นการเรียงข้อมูลแบบซ้ำที่นิยมมากวิธีหนึ่ง
 - นิยมใช้สำหรับการเรียงข้อมูลที่มีจำนวนไม่มากนัก โดยเรามักใช้มันผสมกับการเรียงที่มีความเร็วสูงกว่า
 - เช่นใช้ใน Quick sort เมื่อข้อมูลที่ต้องจัดเหลือน้อยๆ
- ถ้าข้อมูลถูก sort มาแล้วก่อนหน้านี้มาก ๆ insertion sort จะเร็วเอาเรื่อง
 - ใช้เวลาเป็น $O(Nk)$ เมื่อ k คือระยะทางที่มากที่สุดจากตำแหน่งที่ถูกต้องของค่าแต่ละค่าในอาร์เรย์
- มีลักษณะที่ Stable คือถ้าข้อมูลเข้ามามีเลขซ้ำ เลขที่มาก่อนในอาร์เรย์ข้อมูลเข้า จะอยู่ก่อนเลขซ้ำในอาร์เรย์ผลลัพธ์ด้วย
 - สำคัญสำหรับการเรียงสัรค์และวัตถุบางประเภท



- แทนที่จะวิ่งหาตัวที่มากที่สุด แล้วเปลี่ยนตำแหน่งแค่ครั้งเดียวต่อรอบ
 - Insertion sort จะวิ่งไปเรื่อย ๆ พร้อมกับเปลี่ยนตำแหน่งไปด้วย ถ้าพบว่ามี การผิดพลาดในระหว่างทางที่วิ่งนั้น
 - วิ่งแต่ละรอบ ไม่ได้รับประกันว่าจะมีข้อมูลถูกย้ายไปอยู่ในตำแหน่งที่ถูก แต่รับประกันว่าอย่างน้อยจะต้องขยับเข้าใกล้ตำแหน่งที่ถูกต้องมากขึ้น
- ในรอบแรกจะทำเหมือนกับว่าอาเรย์มีเฉพาะสองช่องทางซ้าย และจะเรียงสองช่องทางซ้ายให้ถูกต้อง (เมื่อนับเฉพาะอาเรย์สองช่องแรก)
 - ส่วนรอบต่อมาทำเหมือนกับว่าอาเรย์มีสามช่องทางซ้าย และจะเรียงอาเรย์ สามช่องนี้ให้ถูกต้อง
 - รอบต่อมาจะทำเหมือนกับว่าอาเรย์มีสี่ช่องทางซ้าย และจะเรียงสี่ช่องทางซ้าย ให้ถูกต้อง และทำเช่นนี้ไปเรื่อยจนครบทุกช่อง

ตัวอย่างแสดงแนวคิดของ Insertion Sort



- สมมติว่าในตอนแรกมีเลขเป็น 6 5 3 1 8 7 2 4
 - เนื่องจากในรอบแรก เราสมมติว่ามีแค่สองช่องซ้าย ดังนั้นเราจะเรียงเฉพาะสองช่องนี้ให้ถูกต้อง ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 5 6 3 1 8 7 2 4
 - ต่อมาสมมติว่ามีสามช่อง เราจะเริ่มดูที่เลข 3 และเปรียบเทียบกับเลข 6 ซึ่งจะเห็นได้ว่า เลข 6 อยู่ผิดที่ ดังนั้นเราจะขยับเลข 6 ไปไว้ที่ช่องที่สาม
 - แต่เราจะยังไม่ย้ายเลข 3 เราจะเอามันไปลุยหาตำแหน่งที่ถูกต้องก่อน ซึ่งพอเทียบกับเลข 5 ก็พบว่าลำดับยังไม่ถูกต้อง จึงย้ายเลข 5 ไปไว้ช่องที่สอง
 - จุดนี้ เราพบตำแหน่งที่ถูกต้องของเลข 3 แล้ว ดังนั้นเราจะใส่มันไว้ในตำแหน่งแรก ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 3 5 6 1 8 7 2 4
 - รอบต่อมาก็จะดูที่เลข 1 แล้วตรวจหาตำแหน่งที่จะใส่แทรก 1 เข้าไปได้อย่างถูกต้อง ซึ่งก็จะได้ผลลัพธ์ในรอบนี้เป็น 1 3 5 6 8 7 2 4
- ซึ่งการหาตำแหน่งในการแทรกเลขเข้าไปนี้แหละคือที่มาของชื่อ Insertion



- ในตัวอย่างที่เห็น เราจะพบว่ามันต้องวิ่งเลื่อนตัวเลขขึ้นมาหลายรอบ
 - ต้องออกแรงเปลี่ยนค่าตัวเลขบ่อย ๆ ทำให้มันช้า เพราะ **selection sort** เปลี่ยนตำแหน่งเลขแค่ครั้งเดียวต่อรอบ
 - แต่โดยรวมแล้ว **insertion** เร็วกว่า **selection**
- พิจารณารอบการคำนวณถัดไป **1 3 5 6 8 7 2 4**
 - เรากำลังจะหาตำแหน่งที่ถูกต้องของเลข **8** แต่พอเทียบกับ **6** เราก็พบว่าเลขมันถูกลำดับอยู่แล้ว ดังนั้นรอบนี้เปรียบเทียบเลขครั้งเดียวก็รู้ผลแล้ว
 - ที่เรามั่นใจว่าไม่ต้องไปตรวจตำแหน่งอื่น ๆ อีกก็เพราะว่าเลขสี่ตัวทางซ้ายของอาร์เรย์เรียงตามลำดับมาก่อนหน้า จึงไม่ต้องเสียเวลาตรวจไปลึก ๆ
 - และการที่มันหาข้อสรุปในบางรอบได้เร็วมาก ทำให้โดยรวมมันเร็วกว่า **selection** เพราะ **selection** ต้องวนหาค่า **max** ยาวมาก

- ถ้าจะให้คิดต่อ ก็พบว่าตอนนี้เราต้องพิจารณาหาตำแหน่งที่ถูกต้องของเลข 7 จากข้อมูลปัจจุบันซึ่งก็คือ **1 3 5 6 8 7 2 4**
 - ซึ่งตอนตรวจจังหวะแรก จะพบว่าเลข **8** ต้องถูกเลื่อนขึ้นมา
 - ส่วนจังหวะที่สองเป็นการเทียบ **6** กับ **7** ซึ่งพบว่าอยู่ถูกตำแหน่งแบบนี้แสดงว่าตรวจสองครั้งก็พอ และมีการย้ายเลขแค่ครั้งเดียว
 - รอบนี้จึงทำงานเสร็จเร็ว และได้ผลลัพธ์เป็น **1 3 5 6 7 8 2 4**
- แต่พอจะหาตำแหน่งแทรกเลข **2** เราจะต้องออกแรงมากหน่อย
 - ต้องตรวจไปจนถึงตัวแรก และได้ผลลัพธ์เป็น **1 2 3 5 6 7 8 4**
- ส่วนตัวสุดท้าย ออกแรงมาจนถึงตรงกลาง และได้ผลลัพธ์เป็น **1 2 3 4 5 6 7 8**



6 5 3 1 8 7 2 4

[ขอบคุณภาพจาก [Wikipedia.org](https://en.wikipedia.org)]

ดูแนวคิดแล้วอาจจะคิดว่าโค้ดจะยาว แต่แท้จริงแล้วมีเพียงไม่กี่บรรทัด

```
for(int i = 0; i < N-1; ++i) {  
    int j = i + 1;  
    int val = A[j];  
    while(j > 0 && A[j-1] > val) {  
        A[j] = A[j-1];  
        j--;  
    }  
    A[j] = val;  
}
```

- พื้นฐานการจัดลำดับข้อมูล
 - เรียงตัวเลขกันดื้อ ๆ ด้วยวิธีที่เข้าใจง่ายแต่ช้า
 - Selection sort, Insertion sort
 - เรียงสตรัคหรือวัตถุจากคลาส
- วิธีที่มันเร็วขึ้นกว่าเดิม
 - Priority Queue and Heap sort
 - Merge sort
 - Quick sort
- ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานการจัดลำดับข้อมูล

- การเข้าใจวิธีเรียงตัวเลขเป็นสิ่งที่สำคัญก็จริง แต่การประยุกต์ใช้งานจริงนั้น
 - เรามักจะต้องเรียงข้อมูลในสตรัคหรือวัตถุ
 - เช่น ต้องการประกาศรายชื่อนักเรียนตามลำดับคะแนน
 - นั่นคือเราเรียงตัวเลขคะแนน แต่การสลับค่าต่าง ๆ ก็จะต้องทำให้ชื่อนักเรียนที่เป็นเจ้าของคะแนนเปลี่ยนลำดับตามคะแนนที่ถูกย้ายตำแหน่งในอาร์เรย์ด้วย
- ดังนั้น เราจะจัดข้อมูลคะแนนและชื่อลงในสตรัคด้วยกัน
 - ทำการเปรียบเทียบค่าตัวเลขในสตรัคตามปกติ
 - เวลาจะย้ายข้อมูล เราจะย้ายไปทั้งสตรัค แทนที่จะย้ายแค่ตัวเลข

หมายเหตุ เพื่อความกระชับ เราจะใช้คำว่าสตรัคแทนพวกวัตถุและคลาสไปด้วยกัน เนื่องจากผู้เรียนมีแนวโน้มจะเข้าใจตัวภาษาซีมาก่อนจากค่าย 1



สมมติว่านักเรียนของเราคือผู้เข้าศึกษาในโรงเรียนนินจา และเราต้องการเก็บเฉพาะชื่อ (string) และคะแนนสอบ เราจะได้สตรัคเก็บข้อมูลดังนี้

```
#include <string>
using namespace std;

typedef struct ninja {
    string name;
    int score;
} Ninja;
```

[ไค้ดสีเทาคือสิ่งที่ควรใส่มาด้วย แต่เนื่องจากเราต้องการเน้นที่สตรัคจึงขอใส่สีจาง ๆ อย่างสีเทาเอาไว้แทน]

เตรียมข้อมูลก่อน

```
Ninja A[] = {{"Naruto", 38}, {"Itachi", 100},  
             {"Sasuke", 92}, {"Sakura", 84},  
             {"Kakashi", 93}};  
const int N = sizeof(A)/sizeof(Ninja);
```

เปิดฉากลุย

```
for(int i = 0; i < N-1; ++i) {  
    int j = i + 1;  
    Ninja val = A[j];  
    while(j > 0 && A[j-1].score > val.score) {  
        A[j] = A[j-1];  
        j--;  
    }  
    A[j] = val;  
}
```

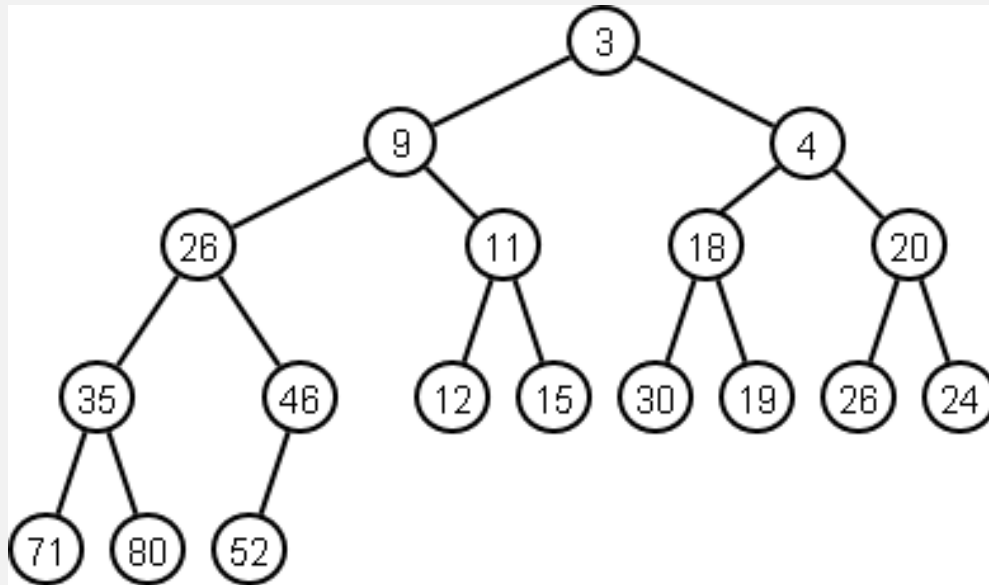



- สังเกตจากรูปสองชั้น ซึ่งรูปด้านในนั้น ในกรณีที่แย่ที่สุดจะต้องทำการเปรียบเทียบนับจากรอบแรกไปรอบสุดท้ายเป็น $N-1, N-2, N-3, \dots, 1$ ครั้ง
 - ซึ่ง $1+2+3+\dots+N-1 \Rightarrow \frac{(N-1)N}{2}$
 - หรือกล่าวได้ว่ามันมีบิกโอเป็น $O(N^2)$
- ส่วนในกรณีที่ดีที่สุดนั้น เราจะพบว่า **Insertion sort** จะได้เปรียบ
 - ถ้าข้อมูลถูกเรียงไว้ตั้งแต่แรก เราจะทำาการเปรียบเทียบเพียงรอบละ 1 ครั้ง
 - ดังนั้นประสิทธิภาพในกรณีที่ดีที่สุดคือ $\Omega(N)$
- ส่วน **selection sort** นั้น ไม่ว่าอย่างไรก็ต้องทำการเปรียบเทียบเป็นจำนวนเท่าเดิม
 - หรือไม่ก็ตั้งแก๊วค์ดัดให้มันคอยตรวจการสลับลำดับเพิ่ม ซึ่งทำให้ภาระการคำนวณในกรณีทั่วไปเพิ่มขึ้นจากเดิมมาก

- พื้นฐานการจัดลำดับข้อมูล
 - เรียงตัวเลขกันดื้อ ๆ ด้วยวิธีที่เข้าใจง่ายแต่ช้า
 - Selection sort, Insertion sort
 - เรียงสตรัคหรือวัตถุจากคลาส
- วิธีที่มันเร็วขึ้นกว่าเดิม
 - Priority Queue and Heap sort
 - Merge sort
 - Quick sort
- ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานการจัดลำดับข้อมูล

- วิธีที่เร็วขึ้นกว่าเดิมนั้น อาจจะอาศัยโครงสร้างข้อมูลที่ดีขึ้น หรือมีอัลกอริทึมที่มีแนวคิดที่แหวกแนวออกไป
- อย่างไรก็ตาม ขีดจำกัดของวิธีการเรียงข้อมูลทั่วไปคือ $O(N \log N)$
 - “ทั่วไป” คือไม่ไปจำกัดว่าต้องเป็นจำนวนเต็มหรือมีเงื่อนไขพิเศษของข้อมูล
 - จะไม่มีทางทำให้บิกโอมันต์ดีกว่านี้ได้ มีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มาเรียบร้อยแล้ว
 - ดูจากบิกโอแล้ว เราจะนึกถึงพวกอัลกอริทึมแบบ **divide and conquer** หรือไม่ก็พวกโครงสร้างข้อมูลแบบ **balanced tree**
- ซึ่งก็เป็นเช่นนั้นจริง เพราะหากขาดการใช้อัลกอริทึมและโครงสร้างข้อมูลจำพวกนั้นแล้ว การเรียงข้อมูลทั่วไปจะยากที่จะได้บิกโอ $O(N \log N)$

- Priority Queue หรือที่เรานิยมเรียกแบบง่าย ๆ ว่า Heap นั้น ...
 - มีโครงสร้างเป็นต้นไม้ที่สมดุลแบบเต็มที่ คือไม่มีกิ่งก้านแห้งภายใน จะมีเฉพาะชั้นล่างสุดที่ไปไม่เต็ม



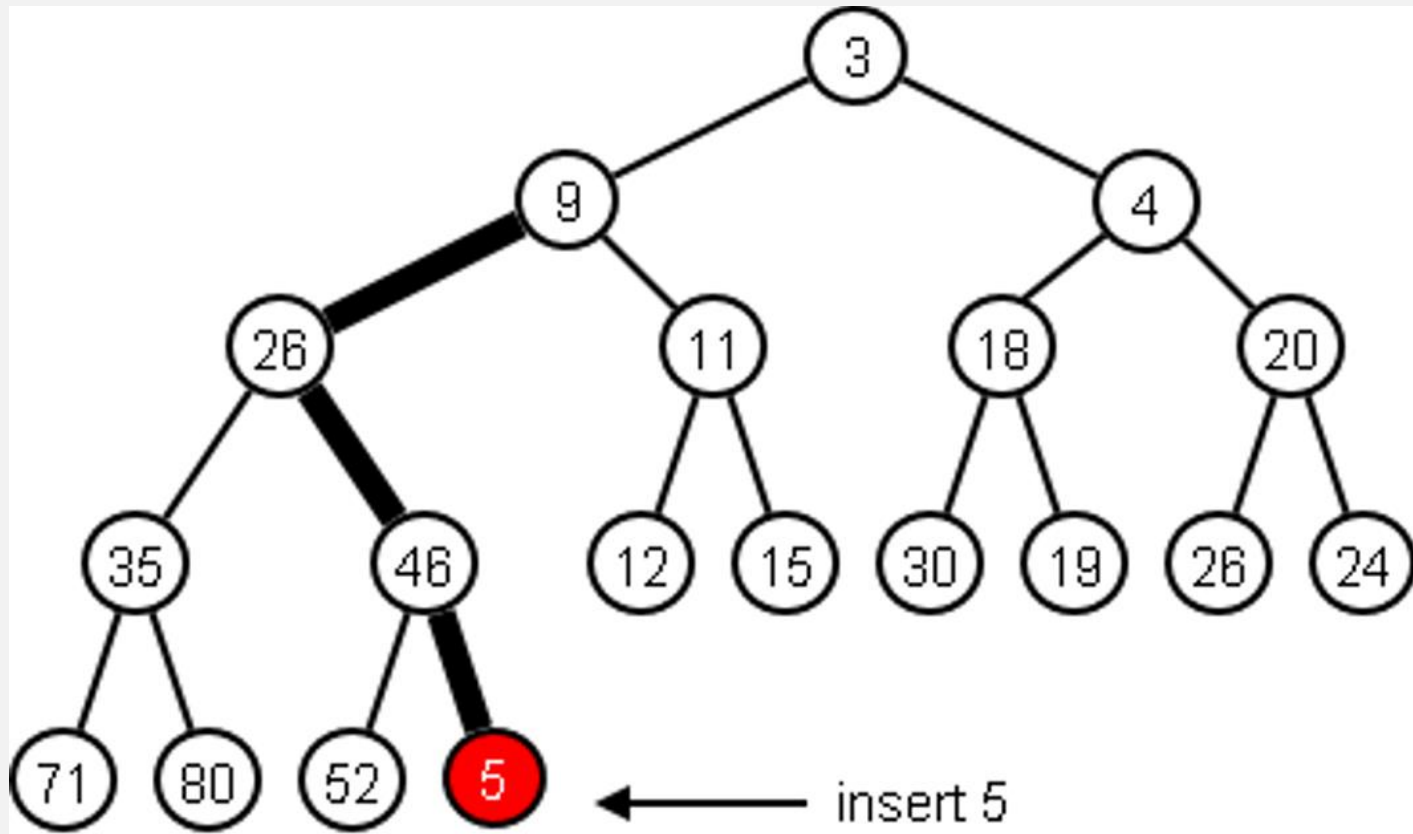
- ตอบคำถามได้เร็วมาก ว่าเลขที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นเท่าใด ทำได้ใน $O(1)$ เพราะมันเก็บเลขที่น้อยสุดไว้ด้านบนตลอดเวลา



- การหาเลขที่น้อยที่สุดนั้นเร็วก็จริง แต่จะหาเลขทั่ว ๆ ไปจะใช้เวลา $O(N)$
- สามารถเติมเลขใหม่เข้าไปได้ใน $O(\log N)$
 - คำว่าเติมเลขใหม่เข้าไปนี้ จะต้องรักษาคุณสมบัติของฮีปไว้ได้
 - นั่นคือจะต้องจัดให้เลขน้อยที่สุดอยู่ด้านบนสุดของฮีปให้ได้
- ถ้าจะลบโหนดออกไป (ก็ลบเลขนั้นแหละ) หากรู้ตำแหน่งโหนดแล้ว จะใช้เวลาในการลบและจัดระเบียบเพื่อให้เลขน้อยที่สุดอยู่ด้านบนเป็น $O(\log N)$
 - แต่ถ้าไม่รู้ว่าโหนดอยู่ไหน ก็ต้องวิ่งหากันทั้งฮีป ใช้เวลาหาเป็น $O(N)$
- โดยทั่วไป เลขที่เรารู้ตำแหน่งแน่ ๆ ก็คือเลขที่น้อยที่สุด เพราะอยู่บนสุด
 - ดังนั้นสิ่งที่ฮีปถนัดก็คือ 1. Find Min , 2. Insert Value, 3. Extract Min
 - รวมถึงการเปลี่ยนตัวเลขข้างในให้น้อยลงด้วย 4. Decrease Key

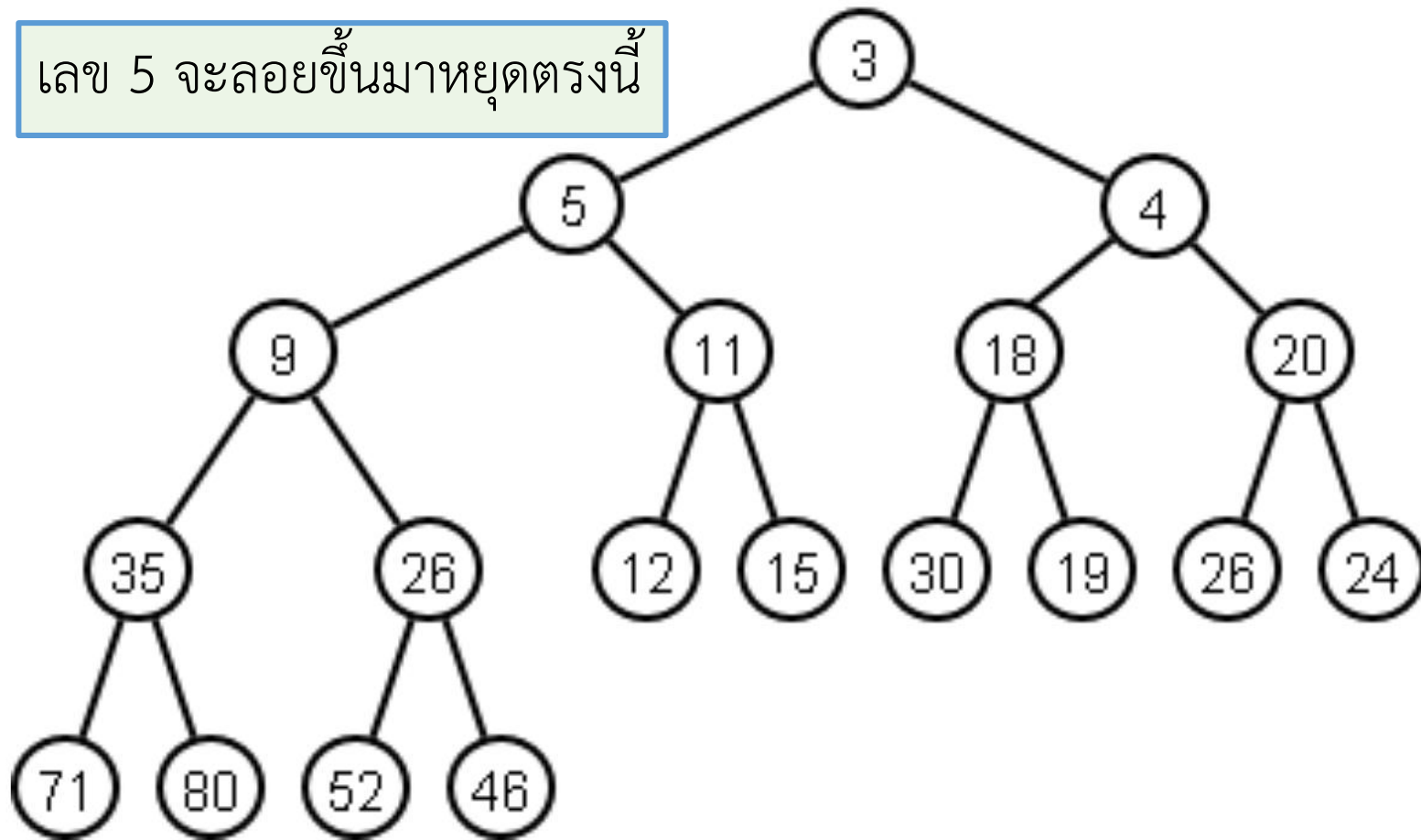
- เรื่องท้าทายของโครงสร้างข้อมูลก็คือ การรักษาคุณสมบัติของโครงสร้างข้อมูลนั้น อย่างเช่นในฮิป เราต้องรับประกันว่าด้านบนน้อยสุด
- ต้องรับประกันเวลาในการทำงานของแต่ละการดำเนินการด้วย
- เพื่อที่จะให้ตอบเรื่องเลขน้อยได้เร็ว ๆ ฮิปจึงอยู่ภายใต้แนวคิดที่ว่า
 - จะรักษาเรื่อง **partial order** ไว้ คือจะทำให้โหนดที่อยู่ด้านบนมีค่าน้อยกว่า
 - นั่นคือรับประกันว่าโหนดพ่อ จะมีค่าน้อยกว่าโหนดลูกทั้งด้านซ้ายขวา
 - ถ้ารับประกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ สุดยอดของโหนดพ่อซึ่งก็คือรากของฮิป จะต้องเป็นเลขที่น้อยที่สุดแน่นอน
- ดังนั้นถ้าหากเจอเหตุการณ์ที่โหนดลูกมีค่าน้อยกว่าโหนดพ่อ แสดงว่ามันอยู่ผิดตำแหน่ง ถ้าจะรักษาคุณสมบัติฮิป ก็ต้องมีการสลับโหนดพ่อลูกกัน

ทดลองใส่เลข 5 เข้าไป



จะเห็นได้ว่า $5 < 46$ แสดงว่าผิดตำแหน่ง จึงต้องสลับที่กับโหนดพ่อ
สลับแล้วก็ยังพบว่า $5 < 26$ และ $5 < 9$ จึงต้องสลับอีกสองครั้ง

เลข 5 จะลอยขึ้นมาหยุดตรงนี้

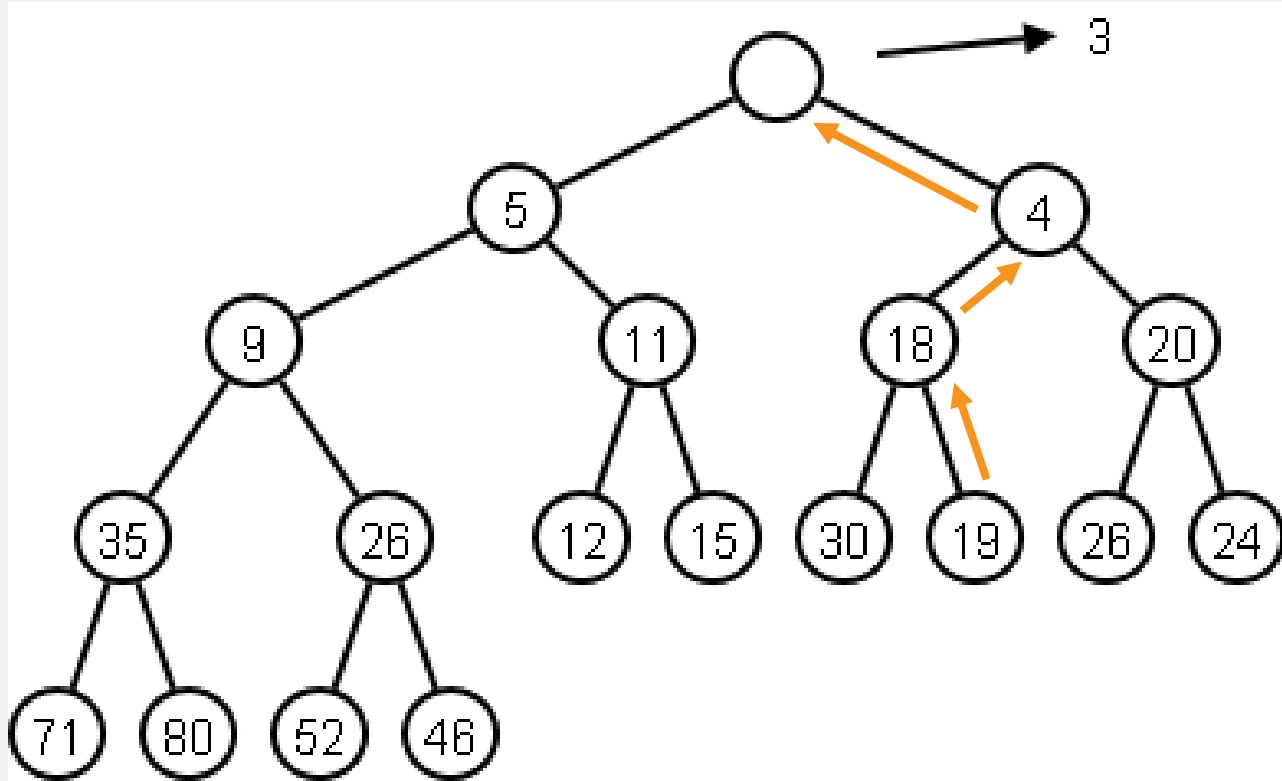


ส่วนโหนดพ่อแม่เดิม ๆ ของโหนด 5 จะไหลลงไป ให้สังเกตว่าความเป็น partial order ของฮีปจะยังมีอยู่ เพราะโหนดพ่อแม่แต่ละตำแหน่งเปลี่ยนค่าไปในทิศทางที่น้อยลง

ลองลบโหนดที่รากออกไป (Extract Min)



- เป็นแบบนี้เราต้องหาโหนดมาแทนโหนดพ่อ
 - เราอาจจะคิดว่าถ้าเลือกโหนดลูกที่น้อยที่สุดจากซ้ายและขวามาแทนที่
 - จากนั้นก็เลือกโหนดที่น้อยกว่ามาแทนที่ขึ้นไปเรื่อย ๆ

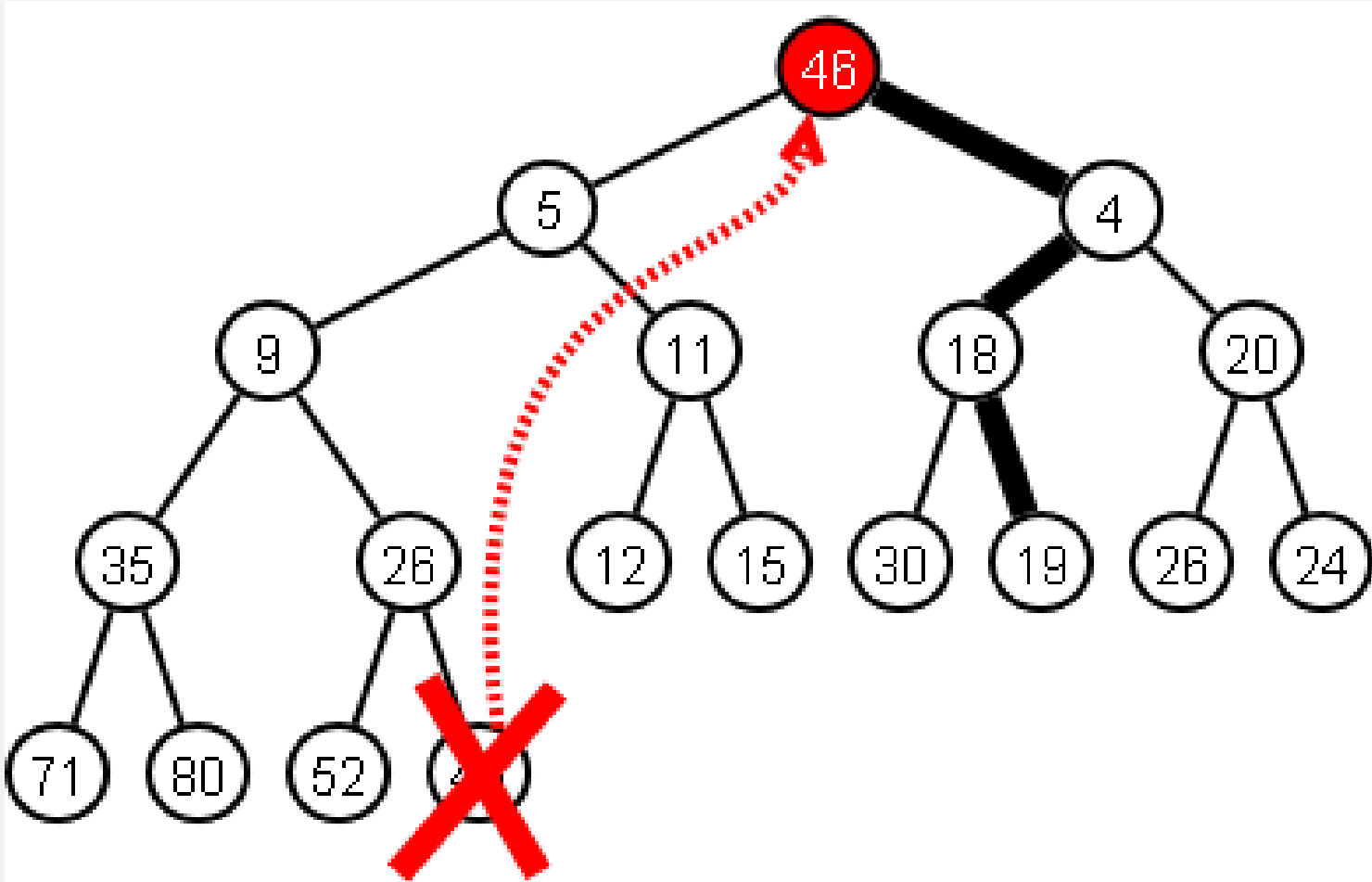


เรารักษาแนวคิดเรื่อง
partial order ได้จริง
แต่ฮีปจะแหวกข้างใน
ทำให้เรารักษาความ
สูงให้น้อย ๆ ไว้ไม่ได้
เมื่อรักษาความสูง
ไม่ได้ ความเร็วก็จะ
ลดลง

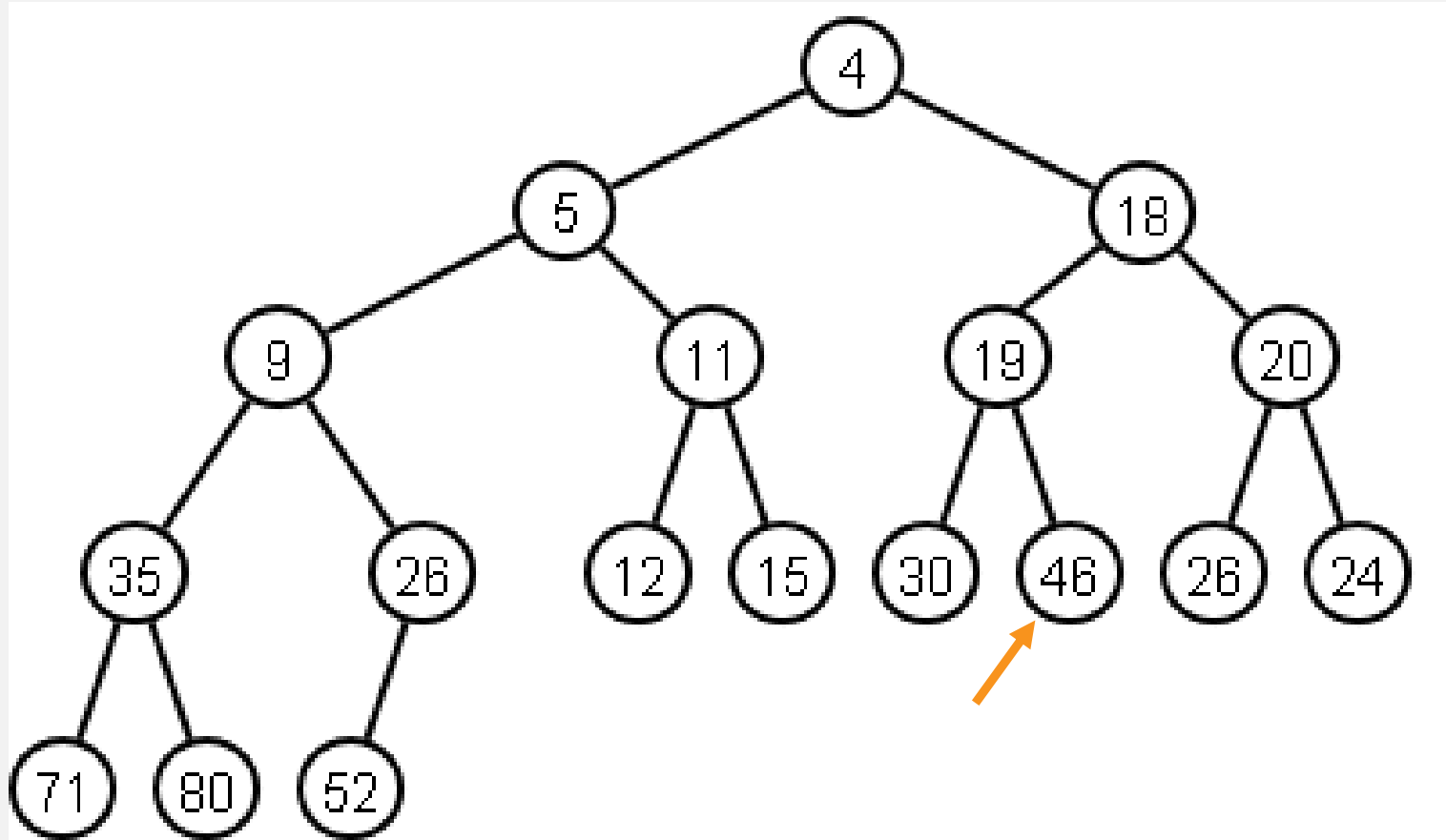
แล้วต้องทำอะไรถึงจะรักษาความสูงฮิปได้



- ควรจะย้ายโหนดปลายขึ้นไปทางด้านบน
 - ย้ายไปตอนแรกมันจะอยู่ผิดตำแหน่ง แต่เราค่อย ๆ โส้สลับมันลงมาก็ได้



เนื่องจากต้นไม้ฮีปยังเต็มเปี่ยมไม่มีแหว่ง แบบนี้ความสูงยังงี้ก็ต้องน้อยที่สุด



ดังนั้นแนวคิดการโยนโหนดปลายสุดขึ้นไปแล้วหาบ้านใหม่ให้จึงถือว่าใช้ได้



- การดำเนินการลดค่าตัวเลขนั้นง่ายมาก
 - เราเพียงเทียบค่ากับโหนดพ่อ ถ้าลำดับผิดก็สลับกัน
 - ยังไงกฎเรื่อง **partial order** ก็ยังได้รับการรักษาไว้ไม่ขาดหาย
 - เนื่องจากเป็นการสลับค่า ยังไงต้นไม้ฮีปก็จะยังเต็มเปี่ยม ไม่มีขาดแห่วง

แล้วคุณคิดว่า เราจะ **Increase Key** ด้วยหลักการเดียวกันได้ไหม

- ฮีปเกิดขึ้นมาจากอาเรย์ธรรมดา ๆ
 - ใน C++ จะใช้ vector อยู่ข้างหลัง
 - ไม่จำเป็นต้องอาศัย **pointer** (ตัวชี้) อย่างที่ต้นไม้ทั่วไปต้องทำ
 - เพราะมันเป็นต้นไม้แบบเต็ม ทำให้เรารู้ตำแหน่งของลูกและพ่อจากการคำนวณทางตัวเลข การใช้ตัวชี้จึงเป็นสิ่งที่ไม่จำเป็น
 - ดังนั้นหน่วยความจำที่ต้องใช้ในฮีปจึงค่อนข้างน้อย เราตัดตัวชี้ได้ออกไปไหนดละสองตัว
- ลองพิจารณาตัวเลขในอาเรย์ทั่วไปที่ยังไม่เป็นฮีป แล้วทำให้เป็นฮีป

7 8 3 5 2 1 4 6

แล้วถ้าจะ sort ข้อมูลล่ะ



- ง่ายมาก สร้างฮีปแล้วสกัดเอาค่าน้อยที่สุดออกมาเรื่อย ๆ ได้เลย
- แนวคิดมีแค่นี้จริง ๆ นะ ดังนั้นมาเขียนโปรแกรมกันเลยดีกว่า
 - แต่ตอนจะเขียนโปรแกรม เราจะต้องเตรียมคลาส/สตรัคให้เรียบร้อย
 - มันยากตรงนี้แหละ

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <string>

/// This header declares priority_queue
#include <queue>

using namespace std;
```



```
class Ninja {  
public:  
    string name;  
    int score;  
  
    Ninja(string name, int score) {  
        this->name = name;  
        this->score = score;  
    };  
};  
  
struct NinjaComparator {  
    bool operator()(const Ninja& n0, const Ninja& n1) {  
        return n0.score > n1.score;  
    };  
};
```



Data type ของมันดูน่าเกลียดมาก

```
priority_queue<Ninja, vector<Ninja>, NinjaComparator> pq;
```

แต่ตอนใส่ข้อมูลนี้ง่ายหน่อย push วัตถุเข้าไปใหม่เรื่อย ๆ ก็พอแล้ว

```
void prepareData(auto& pq) {  
    ///Ninja A[] = {"Naruto", 38}, {"Itachi", 100},  
    ///             {"Sasuke", 92}, {"Sakura", 84},  
    ///             {"Kakashi", 93}};  
    pq.push(Ninja("Naruto", 38));  
    pq.push(Ninja("Itachi", 100));  
    pq.push(Ninja("Sasuke", 92));  
    pq.push(Ninja("Kakashi", 93));  
    pq.push(Ninja("Sakura", 84));  
}
```




```
priority_queue<Ninja, vector<Ninja>, NinjaComparator> pq;  
prepareData(pq);  
  
while(pq.size() > 0) {  
    Ninja nin = pq.top();  
    cout << nin.name << " ";  
    pq.pop();  
}
```

- พื้นฐานการจัดลำดับข้อมูล
 - เรียงตัวเลขกันตื่อ ๆ ด้วยวิธีที่เข้าใจง่ายแต่ช้า
 - Selection sort, Insertion sort
 - เรียงสตรัคหรือวัตถุจากคลาส
- วิธีที่มันเร็วขึ้นกว่าเดิม
 - Priority Queue and Heap sort
 - **Merge sort**
 - Quick sort
- ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานการจัดลำดับข้อมูล

- ฮีปเกิดขึ้นมาจากอาเรย์ธรรมดา ๆ
 - ใน C++ จะใช้ vector อยู่ข้างหลัง
 - ไม่จำเป็นต้องอาศัย **pointer** (ตัวชี้) อย่างที่ต้นไม้ทั่วไปต้องทำ
 - เพราะมันเป็นต้นไม้แบบเต็ม ทำให้เรารู้ตำแหน่งของลูกและพ่อจากการคำนวณทางตัวเลข การใช้ตัวชี้จึงเป็นสิ่งที่ไม่จำเป็น
 - ดังนั้นหน่วยความจำที่ต้องใช้ในฮีปจึงค่อนข้างน้อย เราตัดตัวชี้ได้ออกไปไหนดละสองตัว
 - ลองพิจารณาตัวเลขในอาเรย์ทั่วไปที่ยังไม่เป็นฮีป แล้วทำให้เป็นฮีป
- 7 8 3 5 2 1 4 6
- วิธีการก็คือให้คิดเหมือนกับว่าตอนแรกฮีปว่างเปล่าแล้วเราค่อย ๆ เติมค่าเข้าไปทีละตัวจนครบ

- พื้นฐานการจัดลำดับข้อมูล
 - เรียงตัวเลขกันดื้อ ๆ ด้วยวิธีที่เข้าใจง่ายแต่ช้า
 - Selection sort, Insertion sort
 - เรียงสตรัคหรือวัตถุจากคลาส
- วิธีที่มันเร็วขึ้นกว่าเดิม
 - Priority Queue and Heap sort
 - **Merge sort**
 - Quick sort
- ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานการจัดลำดับข้อมูล

- เป็นวิธีการจัดเรียงข้อมูลที่นิยมใช้กับข้อมูลขนาดใหญ่ที่อยู่ในดิสก์หรือต้องกระจายไปหลาย ๆ เครื่อง
- เป็นอัลกอริทึมที่ใช้วิธี **divide and conquer**
 - เพราะการแบ่งงานนี้แหละที่ทำให้มันเหมาะกับการกระจายไปหลาย ๆ เครื่อง
 - นอกจากนี้มันยังแบ่งงานแบบเท่า ๆ กันระหว่างเครื่องด้วย ทำให้มีความสมดุลในการกระจายงาน
- ในเวอร์ชันพื้นฐาน การทำงานเริ่มจากการจับคู่ตัวเลขเป็นกลุ่มย่อย แล้วสลับลำดับให้ถูก
 - 6 5 3 1 8 7 2 4 → 6 5 3 1 8 7 2 4 →
5 6 1 3 7 8 2 4 (ลำดับในกลุ่มย่อยจะถูกต้อง)
- ต่อจากนั้นจะค่อย ๆ รวมผลลัพธ์เข้าด้วยกัน ด้วยการจับคู่กลุ่มย่อย

- Merge sort รวมผลลัพธ์จากกลุ่มย่อยที่ลำดับภายในกลุ่มย่อยถูกต้องอยู่แล้ว
 - การเปรียบเทียบค่าสามารถเริ่มจากการเทียบตัวที่น้อยที่สุดของแต่ละกลุ่ม
 - ตัวไหนน้อยกว่าก็จะถูกคัดลอกไปไว้ในพื้นที่ผลลัพธ์ก่อน
 - จากนั้นตัวถัดไปจากกลุ่มย่อยที่ถูกคัดลอกไปจะถูกนำมาพิจารณาต่อ
 - แต่ในกลุ่มย่อยของตัวที่มากกว่าจะยังไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง เพราะพฤติกรรมมันเหมือนแพ็คคัดออก คนชนะอยู่สู้ต่อไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะแพ้
- 5 6 1 3 → เริ่มเทียบ 5 กับ 1 ก่อน ซึ่ง 1 จะแพ้และถูกคัดลอกไปเก็บไว้ก่อน จากนั้น 5 จะเจอกับ 3 และ 3 ก็แพ้อีก และถูกคัดลอกไป
 - ต่อมาพบว่า 5 หมาคู่ต่อสู้ เราจะคัดลอกเลขที่เหลือในกลุ่มย่อยนั้นไปเก็บไว้
 - ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 1 3 5 6



- 7 8 2 4 → เริ่มเทียบ 7 กับ 2 ก่อน ซึ่ง 2 จะแพ้และถูกคัดลอกไปเก็บไว้ก่อน จากนั้น 7 จะเจอกับ 4 และ 4 ก็แพ้อีก และถูกคัดลอกไป
 - ต่อมาพบว่า 7 หกคู่ต่อสู้ เราจะคัดลอกเลขที่เหลือในกลุ่มย่อยนั้นไปเก็บไว้
 - ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 2 4 7 8
- ณ เวลานี้กลุ่มย่อยของเลขที่ต้องนำมารวมกันเป็นดังนี้
1 3 5 6 2 4 7 8 (ในแต่ละกลุ่มย่อยเรียงจากน้อยไปมาก)
 - 1 เจอกับ 2 ซึ่ง 1 แพ้และถูกนำไปเก็บ ต่อมา 3 เจอกับ 2 และ 2 โดนเก็บ
 - 3 เจอกับ 4 เลข 3 โดนเก็บ ได้ 5 ขึ้นมาสู้ต่อ และคราวนี้ 4 โดนเก็บ
- ณ เวลานี้ เลขที่โดนเก็บไปเป็นผลลัพธ์ เรียงตามลำดับได้เป็น 1 2 3 4 ส่วนเลขที่ยังเหลืออยู่และต้องนำมาเปรียบเทียบกันต่อคือ 5 6 7 8

- ณ เวลานี้ เลขที่โดนเก็บไปเป็นผลลัพธ์ เรียงตามลำดับได้เป็น 1 2 3 4 ส่วนเลขที่ยังเหลืออยู่และต้องนำมาเปรียบเทียบกับกันต่อคือ 5 6 7 8
- ในทำนองเดิม เรานำ 5 มาเทียบกับ 7 และ 5 ถูกนำไปเก็บและได้ 6 มาสู่อต่อ เมื่อ 6 ถูกเก็บ กลุ่มย่อยทางซ้ายจะหมดสมาชิก
 - เราก็จะนำเลขที่เหลือทั้งหมดในกลุ่มย่อยทางขวาไปเก็บไว้เป็นผลลัพธ์
- พิจารณาตามลำดับการนำไปเก็บเป็นผลลัพธ์ทั้งจากหน้าที่แล้วและหน้านี้ เราจะได้ผลลัพธ์เรียงตามลำดับที่ถูกต้อง

1 2 3 4 5 6 7 8

- ตอนแรกเราจะจับคู่เปรียบเทียบ ขนาดของกลุ่มย่อยที่เรียงแล้วคือ 2
 - เมื่อนำกลุ่มย่อยขนาด 2 มารวมกัน ขนาดของกลุ่มย่อยที่เรียงแล้วคือ 4
 - สุดท้าย นำกลุ่มย่อยขนาด 4 มารวมกัน ขนาดของกลุ่มย่อยที่เรียงแล้วคือ 8
- จะเห็นได้ว่าขนาดของกลุ่มย่อยจะโตขึ้นทีละเท่าตัว
 - ในตัวอย่างมีเลข 8 ตัวจึงต้องใช้การสร้างกลุ่มย่อย 3 รอบ (2^3) และหากพิจารณาว่า N คือจำนวนตัวเลขทั้งหมด จำนวนรอบก็คือ $\log_2 N$
 - แต่ละรอบเราเทียบเลขมากที่สุด N ครั้ง และคัดลอกค่า N ครั้ง เราจึงได้ Big Oh เป็น $O(N \log_2 N)$



- เพราะโดยธรรมดา เราจะต้องมีที่เก็บข้อมูล 2 ชุดใน **merge sort**
- การสลับค่าในกลุ่มย่อยสองกลุ่มไม่ได้ทำให้เราได้ลำดับเลขที่ถูกต้อง
 - เช่นตอนที่เราจะรวมกลุ่มย่อยสองกลุ่มนี้ 5 6 1 3 ถ้าเราสลับลำดับ 5 กับ 1 ตอนแรกผลลัพธ์เหมือนจะถูกเพราะได้เป็น **1 6 5 3**
 - แต่จังหวะต่อมา เราต้องเทียบ 3 กับ 5 ซึ่งสลับลำดับแล้วจะได้เป็น **1 6 3 5** และเลข 6 จะไม่มีที่อยู่ที่ต้องการ เว้นเสียเราจะย้ายข้อมูลครั้งใหญ่
- วิธีที่ถูกต้องก็คือสร้างที่เก็บผลลัพธ์มาไว้อีกชุด เปรียบแต่ละครั้งเสร็จแล้วก็ย้ายไปไว้ในที่เก็บผลลัพธ์ที่สร้างมาโดยเฉพาะ
 - จากนั้นที่เก็บผลลัพธ์ก็จะมีบทบาทเป็นกลุ่มย่อยที่จะเปรียบเทียบ ส่วนที่เก็บข้อมูลเข้าในตอนแรกจะทำหน้าที่เป็นที่เก็บผลลัพธ์แทน
 - บทบาทหน้าที่จะสลับอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ จนจบการทำงาน

6 5 3 1 8 7 2 4

หมายเหตุ ตอนที่เลขถูกย้ายไปอีกแถวในภาพ
แท้จริงก็คือการคัดลอกไปไว้ในที่เก็บข้อมูลอีกชุดหนึ่ง



- มักจะมี insertion sort ซ่อนอยู่ข้างใน เพราะการเรียงข้อมูลกลุ่มเล็ก ๆ เช่น น้อยกว่า 7 ตัว การจะ merge ข้อมูลไปมาจะใช้เวลาค่อนข้างมาก
 - การทำงานในตอนแรกจึงมักเริ่มด้วยการสร้างกลุ่มย่อยขนาดประมาณ 6 ตัวที่จัดเรียงแล้วด้วย insertion sort ก่อน
- การรวมกลุ่มย่อยแต่ละคู่สามารถทำได้เป็นอิสระ
 - เช่นการทำงานของคู่แรกและคู่ที่สองเกิดขึ้นบนข้อมูลคนละช่องในอาร์เรย์ ไม่คาบเกี่ยวกัน
 - ต่างกับ Heap sort ซึ่งเราจะ pop ข้อมูลที่น้อยที่สุดอันดับถัดไปได้ก็ต่อเมื่อเรา pop ตัวแรกให้เสร็จก่อน
 - คุณสมบัตินี้ทำให้เราสามารถทำ merge sort แบบขนานด้วย CPU หลายคอร์หรือเครื่องหลายเครื่องได้



- พื้นฐานการจัดลำดับข้อมูล
 - เรียงตัวเลขกันตือ ๆ ด้วยวิธีที่เข้าใจง่ายแต่ช้า
 - Selection sort, Insertion sort
 - เรียงสตรัคหรือวัตถุจากคลาส
- วิธีที่มันเร็วขึ้นกว่าเดิม
 - Priority Queue and Heap sort
 - Merge sort
 - Quick sort
- ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานการจัดลำดับข้อมูล

- เป็นการ sort ในหน่วยความจำที่มีเวลาในการรันเฉลี่ยเป็น $O(N \log N)$
- แต่เวลาที่เลวร้ายที่สุดจะเป็น $O(N^2)$
 - ทำให้ Quick sort ดูเลวร้ายและไม่น่าใช้
 - แต่วิธีป้องกันเหตุการณ์นี้ก็มีอยู่ ซึ่งทำให้ความน่าจะเป็นที่มันจะช้านั้นต่ำมาก
 - หรือถ้าหากสถานการณ์เริ่มดูเลวร้าย บางส่วนของข้อมูลสามารถจัดการด้วยฮีปซอร์ตแทนได้ ทำให้เวลาการทำงานดูดีได้เสมอไม่มีพลาด
- ความสวยงามของ Quick sort ก็คือสัมประสิทธิ์ที่ซ่อนอยู่ใน $O(N \log N)$ นั้นมีค่าน้อยมาก
 - ในขณะที่ merge sort มีสัมประสิทธิ์ที่ซ่อนอยู่ค่อนข้างมาก
- ควิกซอร์ตเป็น divide and conquer เช่นกัน แบ่งงานข้ามคอร์ของ CPU ได้
 - แต่การแบ่งไม่ได้รับประกันว่างานจะมีขนาดเท่า ๆ กันเหมือน merge sort



<https://visualgo.net/bn/sorting>



- ถึงแม้ว่า std::sort จะไม่ได้ระบุว่าจะต้องใช้ quick sort ไว้ด้านใน
 - แต่โดยปกติ C++ library จะนิยมใช้เวอร์ชันอันใดอันหนึ่งของ quick sort
 - ภายในจะมีวิธีป้องกันไม่ให้ quick sort ซ้ำ คือไม่มีทางโซคร้ายแน่ ๆ
 - เช่นการบรรจุ heap sort ไว้ด้านในเวลาที่สถานการณ์ไม่ดี หรือมีการ random pivot ที่ดี
- ควรใช้คอนเทนเนอร์แบบเวกเตอร์ในการเก็บข้อมูล
- จะเรียงจากน้อยไปมาก ถ้าตัวเปรียบเทียบคืน true เมื่อพารามิเตอร์ตัวแรก น้อยกว่าตัวที่สอง (ตรงกันข้ามกับพฤติกรรมของการใช้ฮีปในการเรียงข้อมูล)

- สมมติว่าเราจะเรียงนินจา ตัวเปรียบเทียบเราจะมีหน้าตาคล้ายเดิม แบบนี้

```
struct NinjaComparator2 {  
    bool operator()(const Ninja& n0, const Ninja& n1) {  
        return n0.score < n1.score;  
    };  
};
```

- ถ้าจะให้เรียงจากน้อยไปมาก ก็คืน true เมื่อพารามิเตอร์ตัวแรกน้อยกว่า ซึ่งก็เหมือนการทดสอบว่าพารามิเตอร์เรียงจากน้อยไปมากหรือเปล่า



- พอใช้เวกเตอร์ เราจะใช้ฟังก์ชัน `push_back` ในการใส่ข้อมูล

```
void prepareData(auto& vec) {  
    vec.push_back(Ninja("Naruto", 38));  
    vec.push_back(Ninja("Itachi", 100));  
    vec.push_back(Ninja("Sasuke", 92));  
    vec.push_back(Ninja("Kakashi", 93));  
    vec.push_back(Ninja("Sakura", 84));  
}
```

- พิมพ์ออกมาดูว่าข้างในเวกเตอร์เรียงข้อมูลอย่างไร

```
void printData(auto& vec) {  
    for(Ninja& nin: vec) ←  
        cout << nin.name << " ";  
    cout << endl;  
}
```

วิธีวนไปในคอนเทนเนอร์จาก
begin ไปจนถึง end



- สบายยิ่งกว่าฮีปซอร์ต สั่งเรียงแล้วเวกเตอร์แปรสภาพเป็นที่เก็บผลลัพธ์ทันที

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <vector>

using namespace std;

int main() {
    vector<Ninja> vec;
    prepareData(vec);
    printData(vec);
    std::sort(vec.begin(), vec.end(), NinjaComparator2());
    printData(vec);

    return 0;
}
```