

ÜSLÜ İFADELER

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere a^n ifadesine **üslü ifade** denir.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane}}$$

aⁿ → üs
→ taban



BİR GERÇEK SAYININ NEGATİF KUVVETİ

$x \in \mathbb{R} - \{0\}$ olmak üzere

$$x^{-1} = \frac{1}{x} \text{ ve } x^{-n} = (x^{-1})^n = \left(\frac{1}{x}\right)^n$$

olur.

NOT: Sıfır sayısının çarpma işlemine göre tersi olmadığı için negatif kuvveti tanımsızdır.

ÜSLÜ SAYILARDA TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMİ

$a, b, c, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$a \cdot x^m + b \cdot x^m - c \cdot x^m = (a + b - c) \cdot x^m$$

olur.

ÜSLÜ SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılabilir. Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılırken üsler toplanıp üsse yazılır.
Ortak taban aynı kalır.

ÜSLÜ SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Tabanları aynı olan üslü sayılarla bölme işlemi yapılrken 1. sayının üssünden 2. sayının üssü çıkarılıp üs olarak yazılır. Ortak taban aynı kalır.

ÜSLÜ İFADELERİN ÖZELLİKLERİ

$x, y \in \mathbb{R}$ ve $a, b \in \mathbb{N}$ olmak üzere

➤ Tüm gerçek sayıların 1. kuvveti kendisidir.

1 sayısının tüm reel sayı kuvvetleri 1 dir.

➤ Sıfırdan farklı sayıların sıfırıncı kuvveti 1 dir.

0^0 belirsizdir.

➤ Üs negatif bir sayı ise tabandaki sayı ters çevrilir.

➤ Üslü sayıların üssü alınırken üsler çarpılır.

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

- -1 in çift kuvvetleri 1, tek kuvvetleri -1 dir.
- Pozitif gerçek sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.
- Negatif gerçek sayıların çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$$\begin{cases} \text{n tek ise } x^n < 0 \\ \text{n çift ise } x^n > 0 \end{cases}$$

- Üsleri aynı olan üslü sayıların çarpımında tabanlar çarpımına ortak üs yazılır.

$$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$$

ÜSLÜ DENKLEMLER

İçinde üslü ifade bulunduran denklemlere **üslü denklem** denir.

Bu tür denklemlerin çözümü belli özellikler kullanılarak yapılır.

- Taban olarak yazılan sayının -1 , 0 veya 1 olmadığı üslü denklemlerde eşitliğin her iki tarafındaki tabanlar eşitse üsler de eşittir.

$$a \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\} \text{ olmak üzere } a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

- Üslü denklemlerin çözümünü yapabilmek için üslü ifadelerin tabanlarında verilen sayıları aynı yapmak gereklidir.

ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER

$a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere

$$\triangleright a > 1 \text{ ve } a^n < a^m \Rightarrow n < m$$

$$\triangleright 0 < a < 1 \text{ ve } a^n < a^m \Rightarrow n > m$$

SORU

$$\underbrace{\Delta \cdot \Delta \cdot \Delta \cdot \Delta \cdot \dots \cdot \Delta}_{\text{25 tane}} = A$$

$$\underbrace{\Delta + \Delta + \Delta + \dots + \Delta}_{\text{25 tane}} = B$$

eşitlikleri veriliyor.

$$\frac{A}{B} = 5^{70} \text{ olduğuna göre } \Delta \text{ kaçtır?}$$

- A) 625 B) 125 C) 50 D) 25 E) 5

SORU

$k, m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$\boxed{m} = 2m - 1$$

$$< k > = k + 1$$

kuralları veriliyor.

$$\boxed{5}^{<4>} = \boxed{2}^{<x>}$$

olduğuna göre x sayısı kaçtır?

- A) 10
- B) 9
- C) 8
- D) 7
- E) 6

SORU 2020 AYT/ MATEMATİK

x ve y tam sayıları için

$$9^x - 3^{2x-2} = 2^y \cdot 3^6$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre x + y toplamı kaçtır?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

KÖKLÜ İFADELER

$n \geq 2$ olmak üzere

$$\frac{1}{a^n}$$



$$\sqrt[n]{a}$$



n. dereceden kök a
diye okunur.

şeklindeki üssü
rasyonel sayı olan
ifadeler

kök işaretini
kullanılarak bu
şeklinde gösterilir.

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ eşitliği köklü sayıların aslında üssü rasyonel olan birer üslü sayı olduğunu gösterir.

Bu durumda

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

KÖK İÇİNDEKİ İFADEYİ KÖKTEN KURTARMA

$x^n = a$ ifadesinde ($n \geq 2$)

$$\begin{cases} n \text{ tek ise} & \sqrt[n]{x^n} = x, \\ n \text{ çift ise} & \sqrt[n]{x^n} = |x| \end{cases}$$

KÖKLÜ İFADELERDE TOPLAMA VE ÇIKARMA İŞLEMİ

Kök dereceleri ve kök içleri aynı olan köklü ifadeler toplanabilir ya da çıkarılabilir.

$$a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} - c \cdot \sqrt[n]{x} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x}$$

KÖKLÜ İFADELERLE ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMLERİ

Kök dereceleri aynı olan köklü ifadeler birbiriyle çarpılabilir veya birbirine bölünebilir.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$b \neq 0$ olmak üzere $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

- Kökün derecesini genişletme

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}}$$

- Kökün derecesini sadeleştirme

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt{\frac{m}{k}} x^{\frac{m}{k}}$$

Sayı	Eşleniği	Sayı · Eşlenik
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$
\sqrt{a}	\sqrt{a}	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$
$\sqrt{a} + b$	$\sqrt{a} - b$	$(\sqrt{a} + b) \cdot (\sqrt{a} - b) = a - b^2$
$\sqrt[n]{x^a}$	$\sqrt[n]{x^b}$	$\sqrt[n]{x^a} \cdot \sqrt[n]{x^b} = \sqrt[n]{x^{a+b}} = x, \quad (n = a + b)$

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ durumundaki köklü ifadelerde

$b = m \cdot n$ ve $a = m + n$ olmak üzere

$$\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$$

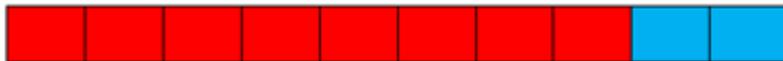
$$\sqrt{a - 2\sqrt{b}} = \sqrt{m} - \sqrt{n} \quad (m > n)$$

şeklinde yazılır.

SORU MSU 2020

Verilen bir a pozitif tam sayının karekökü, b ve c birer pozitif tam sayı olmak üzere $\sqrt{a} = b\sqrt{c}$ biçiminde yazılabilir. Bu şekilde b en büyük değerini aldığında, \sqrt{a} sayısı önce b sayısı kadar kırmızı, sonra c sayısı kadar mavi kare kullanılarak modelleniyor.

Örneğin $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ olduğundan $\sqrt{128}$ sayısı



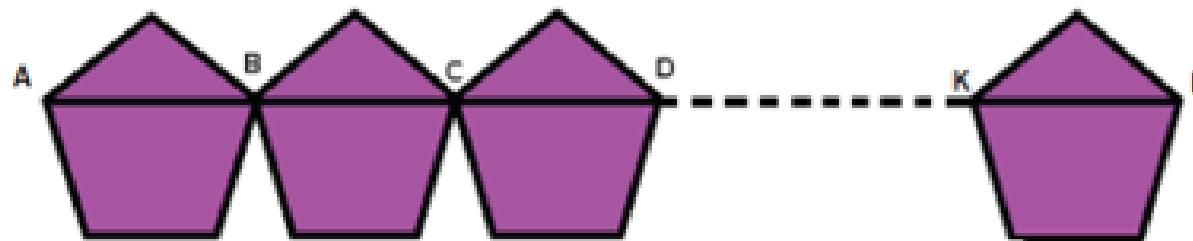
Bu kurala göre modellenen aşağıdaki sayılardan hangisinin modelinde kullanılan toplam mavi kare sayısı toplam kırmızı kare sayısından fazla olur?

- A) $\sqrt{32}$
- B) $\sqrt{48}$
- C) $\sqrt{72}$
- D) $\sqrt{96}$
- E) $\sqrt{108}$

SORU

Bir düzgün beşgenin bir köşegen uzunluğunun bir kenar uzunluğuna oranı altın oranı verir. Bu oran $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ değerine eşittir.

Bir kenarının uzunluğu $3 . (\sqrt{5} - 1)$ cm olan 10 tane eş düzgün beşgen kullanılarak kolye yapılmak isteniyor. Düzgün beşgenlerin A ve L noktaları uç uca getirilip bir tel üzerinde sıralanarak aşağıdaki şekilde oluşturuluyor (A, B, C, D, ..., K, L noktaları doğrusaldır.).



Buna göre bu işlem için kullanılması gereken tel uzunluğu ($|AL|$) kaç cm olur?

- A) $90 - 30\sqrt{5}$ B) 60 C) $15\sqrt{5} - 15$ D) 120 E) $30\sqrt{5} - 15$

SORU

n kenarlı bir çokgende

$$\boxed{x} = x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot \dots \cdot (x+n-1)$$

şeklinde bir işlem tanımlanıyor.

Örneğin;

$$\boxed{6} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \text{ olduğuna göre}$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$$

$$\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C) $-\frac{\sqrt{6}}{9}$ D) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ E) $-\sqrt{6}$