

Mathematik II

1. Stetige Fortsetzung I

Ist die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 2 - |x|/x$ stetig auf die Stelle 0 fortsetzbar?

2. Stetige Fortsetzung II

Zeigen Sie, dass die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto (2x^4 - 6x^3 + x^2 + 3)/(x - 1)$ an der Stelle 1 stetig fortgesetzt werden kann.

3. Stetigkeit parametrisierter Funktionen

Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, so dass die folgende Funktion in allen Punkten $x \in \mathbb{R}$ stetig ist:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} |x - a| & \text{für } x \leq 0, \\ e^x - 2ax & \text{für } x > 0. \end{cases} \quad (1)$$

4. Trigonometrische Funktionen

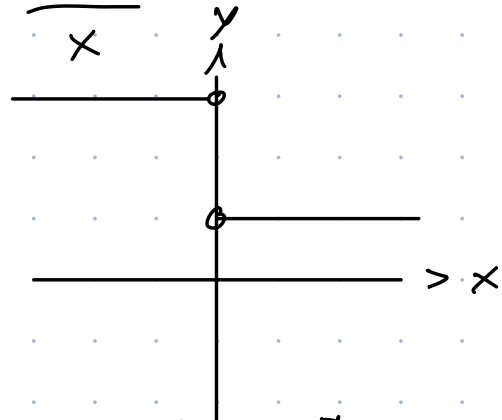
Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cos x)$ und $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.

Hinweis: Verwenden Sie für den ersten Limes die Tatsache, dass $|\cos x| \leq 1$ für alle x und für den zweiten Limes die Reihenentwicklung von $\sin x$.

① $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2 - \frac{|x|}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

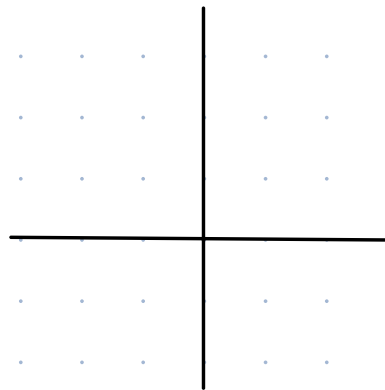
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$$



Nein, f lässt sich nicht stetig auf 0 fortsetzen!

② $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{(2x^4 - 6x^3 + x^2 + 3)}{(x-1)}$

$$\hookrightarrow \frac{(2x^2 - 6x + 4)}{(x-1)} \cdot x^2$$



③

