

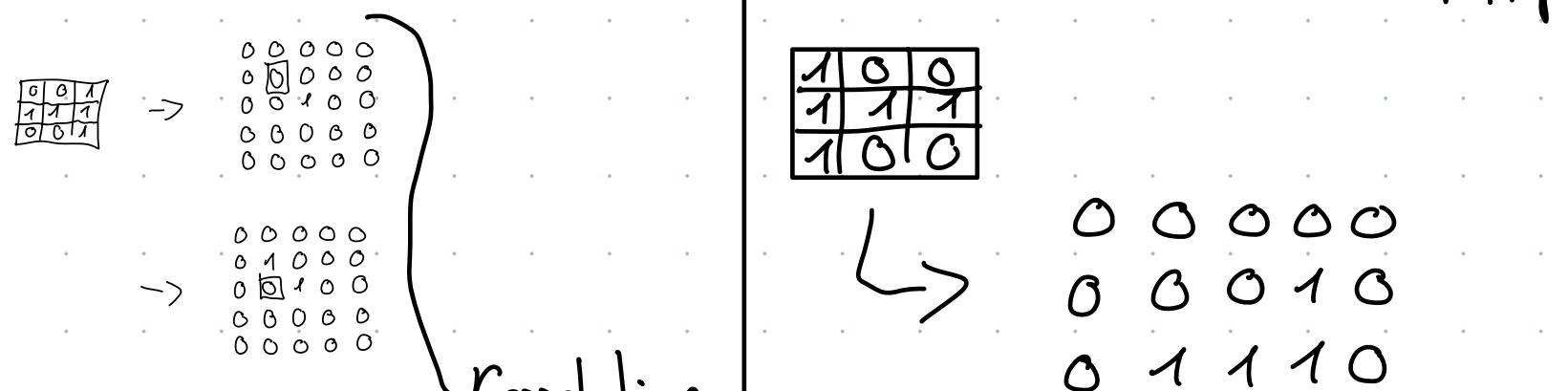
# ① difference between convolution vs correlation?

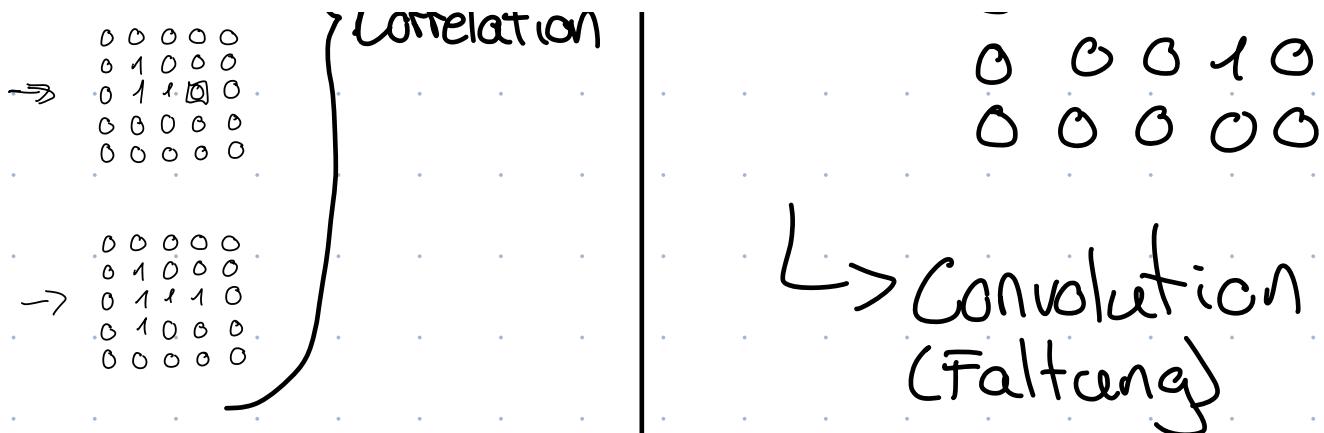
→ Bei der Convolution wird der Kernel umgedreht,  
bei der Correlation nicht

Formeln:

$$\text{convolution: } (f * I)(x, y) = \sum_{i,j=-\infty}^{\infty} f(i, j) I(x-i, y-j)$$

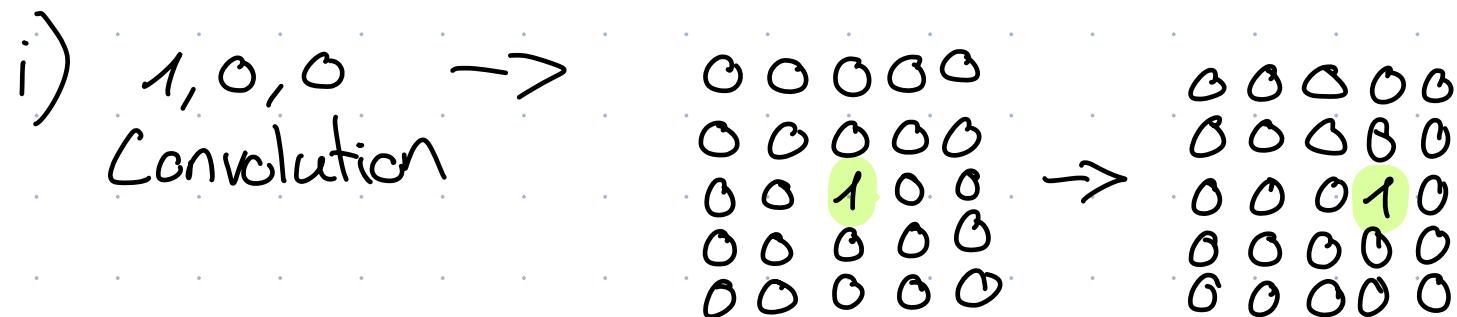
$$\text{correlation: } (f * I)(x, y) = \sum_{i,j=-\infty}^{\infty} f(i, j) I(x+i, y+j)$$





②

Given an image, apply the 1d filter  $f = (0,0,1)$ . Describe in a concise manner what the effect of this filter is when applied (i) as a convolution filter and (ii) when applied as a correlation filter.



Der Filter wird um  $180^\circ$  gedreht und

dann über das Bild bewegt.  
Die „1“ verschiebt sich dann um eine Position nach rechts.

1. Bei der Convolution (Faltung):

- Der Filter verschiebt Bildinformationen um eine Position nach rechts. Das bedeutet, dass jedes Pixel so gefiltert wird, dass es den Wert des Pixels zwei Positionen links davon annimmt. Dieser Verschiebungseffekt kann eine Art **Geisterbild** erzeugen, bei dem die Bildinhalte leicht nach rechts „verschoben“ wirken.
- Dunkle Bereiche könnten als Schatteneffekt erscheinen, während helle Bereiche leichte „Doppelbilder“ erzeugen könnten.

ii)  $\begin{matrix} 3, 0, 1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$        $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$   
Correlation       $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

Wenn der ungespiegelte Filter über das Bild geschoben wird, wird die 1 um eine Position nach links verschoben.

2. Bei der Correlation (Korrelation):

- Der Filter verschiebt die Bildinformationen **um eine Position nach links**. Hier nimmt jedes Pixel den Wert des Pixels **zwei Positionen rechts davon** an. Auch hier entsteht ein Verschiebungseffekt, aber diesmal nach links.
- In der Praxis bedeutet dies, dass helle Bereiche des Bildes eine leichte Nachzieheffekt (sozusagen ein „Echo“) nach links erzeugen können.

3

- In signal processing an important concept is the *impulse response*. The impulse response of a filter is the result of applying a filter to a short impulse. What is a *short impulse*? Mechanically, a short impulse can be considered like hitting a nail with a hammer: In a very short period of time, a large amount of energy is applied. Mathematically, we use the *Dirac delta function*  $\delta(x)$  to model such a behaviour. It is defined as

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

such that  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ . By definition  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) f(x) = f(0)$  for any function  $f(x)$ . Coming back to filters, what is the impulse response of a filter? What is the result of convolving a 2d filter to an image that resembles a Dirac delta function. What is the result of correlating a 2d filter with such an image?

i) Was ist die Impulse response eines Filters?

↳ Man erhält diese, wenn man den Filter

auf einen kurzen Impuls, wie die Dirac-Delta-Funktion anwendet.

Das zeigt dann wie der Filter auf einen einzelnen Punkt reagiert. Wir erhalten Aufschluss auf grundleg<sup>end</sup> eigenschaften des Filters.

In einem 2D-Kontext würden wir erfahren wie der Filter auf einen einzigen Punkt (Pixel) im Bild reagiert.

ii) Was ist das Ergebnis der Faltung eines 2D-Filters mit einem Bild, das einer Dirac-Delta-Funktion ähnelt?

↳ Man erhält als Ergebnis die impulse response des Filters. Diese ist eine Abbildung des Filterkernels selbst. Im Grunde „kopiert“ die Faltung die Struktur des Filters an die Position des Impulses. Das Ergebnis zeigt, wie der Filter auf eine einzelne

Aktivierung im Bild reagieren würde

- iii) Was ist das Ergebnis der Korrelation eines 2D-Filters mit einem Bild, das einer Dirac-Delta-Funktion ähnelt?

↳ Bleibt im Wesentlichen unverändert. Da die DDF nur an einer Stelle einen Wert hat, „korreliert“ der Filter lediglich mit diesem einzigen Punkt und gibt die Struktur des Filters an dieser Position zurück.

↳ ii) & iii) haben ähnliche Wirkung

(4) Explain the concept of aliasing in image Downampling

↳ Beim Downsampling werden Pixel entfernt, was insbesondere in Bereichen mit feinen Details, Mustern oder schnellen Intensitätsänderungen zu Informationsverlust führen kann.

Dieser Verlust verursacht Artefakte wie gezackte Kanten, Moiré-Muster und andere Verzerrungen. → Das nennt man dann Aliasing.

(5) What is a Gaussian image pyramid and how is it constructed?

↳ Eine hierarchische Struktur die ein Bild in mehreren, sukzessiv niedrigeren Auflösungen darstellt. Jede Ebene der Pyramide repräsentiert das Bild auf einer niedrigeren Auflösung.

- ↳ 1. Man hat das Originalbild  
2. Man wendet einen Glättungsfilter an  
(z.B. den Gaussian Blur)  
3. Man entfernt die Hälfte der Reihen & Spalten  
(z.B. wird ein  $100 \times 100$ -Pixel-Bild zu  $50 \times 50$ )

⑥ Describe the key difference between  
a Gaussian-Pyramide & einer Laplacian-Pyramid

- Die Gaussische Pyramide speichert die niedriger -  
frequenten Inhalte eines Bildes in verschiedenen  
Auflösungen

Die Laplacische Pyramide speichert die hochfrequenten Details, die zwischen den Auflösungen verloren gehen, und ist so eine differenzielle Darstellung des Bildes.

⑦ What is the main advantage of using a Laplacian pyramid over a Gaussian pyramid?

Der Hauptvorteil der Laplacischen Pyramide ist ihre Fähigkeit, hochfrequente Details wie Kanten & Texturen hervorzuheben & Bildinformationen effizient für Bearbeitung oder Rekonstruktionen zu nutzen.

- ⑧ Explain the concept of the frequency domain and how it relates to image analysis.

Der Begriff Frequency Domain beschreibt eine Alternative Darstellung von Daten, bei der die Inhalte eines Signals (oder Bildes) nicht im räumlichen Bereich (Spatial Domain), sondern als Summe von Sinus- und Kosinus-Funktionen unterschiedlicher Frequenzen durch die Fourier-Transformation dargestellt werden. Dies ist besonders nützlich für Filterung, Kompression, Rauschunterdrückung und die Analyse von Texten oder Mustern. Sie erweitert die Möglichkeit der Bildanalyse über den direkten Pixelvergleich hinaus.

③ How is convolution in the Spacial Domain related to multiplication in the frequency domain?

Die Convolution (Faltung) im Spacial Domain entspricht der Multiplikation im Frequency Domain. Diese Beziehung macht die Fourier-Transformation zu einem mächtigen Werkzeug für die Bildverarbeitung, da sie komplexe Faltungsoperationen in einfache Multiplikationen umwandelt und somit Rechenaufwand reduziert.

⑩ What are the characteristics of low-pass, high-pass and band-pass filters in the frequency domain?

- Low-Pass:  
↳ Betont große Strukturen und glättet das Bild
- High-Pass: Hebt Kanten und Details hervor
- Band-Pass: Konzentriert sich auf Frequenzbereiche für spezifische Texturen oder Muster

Filtertyp	Durchlassbereich	Sperrbereich	Typische Form im Frequency Domain
Low-Pass	Niedrige Frequenzen	Hohe Frequenzen	Kreis um die Mitte
High-Pass	Hohe Frequenzen	Niedrige Frequenzen	Kreisförmige Blockade in der Mitte
Band-Pass	Mittlere Frequenzen	Sehr niedrige/hohe Frequenzen	Ring um die Mitte

⑪ State the Nyquist-Shannon sampling theorem and its implications for image sampling.

Das Nyquist-Shannon - Theorem garantiert, dass ein Bild korrekt abgetastet werden kann, wenn die Abtastrate mindestens doppelt so hoch ist wie die maximale Frequenz im Bild (die Nyquist-frequenz).

Es ist essentiell, um Aliasing zu vermeiden und sicherzustellen, dass die Bilddetails genau rekonstruiert werden können.

↳ Aliasing tritt auf, wenn die Abtastfrequenz niedriger als  $2 \cdot f_{\max}$  ist. Dadurch werden hohe Frequenzen falsch als niedrigere Frequenzen interpretiert, was zu Verzerrungen führt

⑫ Why is Gaussian-Blurring typically used before Downampling?

-> Gaussian-Blurring wird vor dem Downsampling verwendet, um hohe Frequenzen zu entfernen und Aliasing zu vermeiden. Es stellt sicher, dass die reduzierte Bildauflösung representativ für das ursprüngliche Bild bleibt, ohne Artefakte oder Verzerrungen