

$$\textcircled{1} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{2}x^6 + \frac{3}{2}x^5 + 2x^3 + 5x^2 - 3x$$

$$x \in \left[-\frac{9}{2}, 2\right]$$

$$b) x_0 = 1,5 \quad \alpha = 0,02 \quad \varphi = 0,5$$

$$\nabla f = 3x^5 + 7,5x^4 + 6x^2 + 10x - 3$$

1. Iteration mit  $v_0 = 0$

$$\nabla f(1,5) \approx 86,25$$

$$v_1 = \varphi \cdot v_0 - \alpha \cdot \nabla f(x_0)$$

$$= 0 - 0,02 \cdot 86,25$$

$$= -1,725$$

$$x_1 = x_0 + v_1$$

$$= 1,5 + (-1,725)$$

$$= -0,225$$

2. Iteration mit  $v_1 = -1,725$

$$\nabla f(-0,225) \approx -4,93$$

$$v_2 = \varphi \cdot (-1,725) - 0,02 \cdot (-4,93)$$

$$= -0,76$$

$$x_2 = -0,225 - 0,76$$

$$= -0,985$$

c)

1. Iteration

$$v_1 = \varphi \cdot v_0 - \alpha \cdot \nabla f(x_0 + \varphi \cdot v_0)$$

$$= 0 - 0,02 \cdot 86,25$$

$$= -1,725$$

$$x_1 = -0,225$$

2. Iteration

$$\nabla f(x_1 + \varphi \cdot v_1)$$

$$\Rightarrow \nabla f(-1,09) \approx -0,8$$

$$v_2 = 0,5 \cdot (-1,725) - 0,02 \cdot (-0,8)$$

$$= -0,8465$$

$$x_2 = -0,225 + (-0,8465)$$

$$= -1,0715$$

$$d) \varphi = 0,3 / x_0 = -1,7 / \alpha = 0,02$$

1. Iteration without Nesterov

$$\nabla f(-1,7) = 17,39$$

$$v_1 = 0 - 0,02 \cdot 17,39$$

$$= -0,3478$$

$$x_1 = -1,7 - 0,348$$

$$= -2,048$$

1. Iteration mit Nesterov

2. Iteration without Nesterov

$$\nabla f(-2,048) = 25,54$$

$$v_2 = 0,3 \cdot (-0,3478) - 0,02 \cdot 25,54$$

$$= -0,615$$

$$x_2 = -2,048 - 0,615$$

$$= -2,663$$

2. Iteration mit Nesterov

$$\nabla f(x_1 + \varphi \cdot v_1) \Rightarrow \nabla f(-2,152) = 25,66$$

$$v_2 = 0,3 \cdot (-0,3478) - 0,02 \cdot 25,66$$

$$= -0,618$$

$$x_2 = -2,048 - 0,618$$

$$= -2,666$$

$$\textcircled{2} \quad f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x_1, x_2) \mapsto \left(\frac{3}{2}x_2 - 3\right)^2 + (2x_1 - 2)^2 + x_1 x_2$$

$$x_1, x_2 \in [-4, 4]$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2(2x_1 - 2) \cdot 2 + x_2$$

$$= 4(2x_1 - 2) + x_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 2\left(\frac{3}{2}x_2 - 3\right) \cdot 1,5 + x_1$$

$$= 3\left(\frac{3}{2}x_2 - 3\right) + x_1$$

1. Iteration  $x_0 = (-4, -4)^T$

$$\nabla f = (4(2x_1 - 2) + x_2, 3(\frac{3}{2}x_2 - 3) + x_1)$$

$$\nabla f(x_0) = (-44, -31)^T$$

$$v_1 = 0 - \alpha \cdot \nabla f(x_0)$$

$$= (2, 2, 1, 55)^T$$

$$x_1 = x_0 + v_1$$

$$= (-1, 8; -2, 45)$$

2. Iteration

$$\nabla f(x_1 + p v_1) \quad (-0, 7, -1, 675)$$

$$\nabla f = (-15, 275, -17, 238)$$

$$v_2 = (1, 1; 0, 775)^T - \alpha \cdot (-15, 275, -17, 238)^T$$

$$= (1, 86; 1, 64)$$

$$x_2 = x_1 + v_2$$

$$= (0, 06; -0, 81)$$