老鼠与毒药

大家应该都听说过这个老题目：有 1000 个一模一样的瓶子，其中有 999 瓶是普通的水，有一瓶是毒药。任何喝下毒药的生物都会在一星期之后死亡。现在，你只有 10 只小白鼠和一星期的时间，如何检验出哪个瓶子里有毒药？

    这个问题的答案也堪称经典：把瓶子从 0 到 999 依次编号，然后全部转换为 10 位二进制数。让第一只老鼠喝掉所有二进制数右起第一位是 1 的瓶子，让第二只老鼠喝掉所有二进制数右起第二位是 1 的瓶子，等等。一星期后，如果第一只老鼠死了，就知道毒药瓶子的二进制编号中，右起第一位是 1 ；如果第二只老鼠没死，就知道毒药瓶子的二进制编号中，右起第二位是 0 ⋯⋯每只老鼠的死活都能确定出 10 位二进制数的其中一位，由此便可知道毒药瓶子的编号了。

    现在，有意思的问题来了：如果你有两个星期的时间（换句话说你可以做两轮实验），为了从 1000 个瓶子中找出毒药，你最少需要几只老鼠？注意，在第一轮实验中死掉的老鼠，就无法继续参与第二次实验了。

    答案：7 只老鼠就足够了。事实上，7 只老鼠足以从 37 = 2187 个瓶子中找出毒药来。首先，把所有瓶子从 0 到 2186 编号，然后全部转换为 7 位三进制数。现在，让第一只老鼠喝掉所有三进制数右起第一位是 2 的瓶子，让第二只老鼠喝掉所有三进制数右起第二位是 2 的瓶子，等等。一星期之后，如果第一只老鼠死了，就知道毒药瓶子的三进制编号中，右起第一位是 2 ；如果第二只老鼠没死，就知道毒药瓶子的三进制编号中，右起第二位不是 2，只可能是 0 或者 1 ⋯⋯也就是说，每只死掉的老鼠都用自己的生命确定出了，三进制编号中自己负责的那一位是 2 ；但每只活着的老鼠都只能确定，它所负责的那一位不是 2 。于是，问题就归约到了只剩一个星期时的情况。在第二轮实验里，让每只活着的老鼠继续自己未完成的任务，喝掉它负责的那一位是 1 的所有瓶子。再过一星期，毒药瓶子的三进制编号便能全部揭晓了。

    类似地，我们可以证明， n 只小白鼠 t 周的时间可以从 (t+1)n 个瓶子中检验出毒药来。