Convexity-preserving operations on convex sets

어떤 set이 convex하다는 것을 어떻게 알아내는가?

1. 정의를 사용한다.

$x_1, x_2 \in C,\ 0 \le \theta \le 1 \Rightarrow \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$

2. Convexity-preserving operations을 사용한다.

   A. Intersection:

   If C1,C2 is convex, then C1∩C2 is also convex ⇐ try to show this!

   → 아주 중요하다!

   → Polyhedra은 교집합들을 이용한 것이다.
   그렇기에 Polyhedra도 convex set이다.

   B. Scaling:

   If C is convex, $aC \equiv \{ax \mid x \in C\}$ is also convex.

   → 확장시키고 멀리 보내는 것이다.

   C. Translation:

   If C is convex, $a + C \equiv \{a + x \mid x \in C\}$ is also convex.

   → a는 벡터이다. a만큼 그 set을 옮기는 것이다.

   D. Minkowski addition:

   defined by the operator ⊕ such that

   $A \oplus B \equiv \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$.

   If C1 and C2 are convex, C1 ⊕ C2 is also convex.

   → A라는 점들 하나하나에 대해서 B의 모양을
   일일이 뒤집어 씌운다고 생각하라.

Affine sets, convex cone, convex sets and subspaces

Consider a set A and n points $x_1, x_2, \ldots, x_n \in A$

A is __________ if $\sum_{i=1}^{n} \theta_i x_i \in A$

where θ_i, i = 1,...,n are any numbers which satisfy _______.

Subspace,	if $\theta_i \in \mathbb{R}$
Affine,	if $\theta_i \in \mathbb{R},\ \sum_i \theta_i = 1$
Convex cone,	if $\theta_i \in \mathbb{R},\ \theta_i \ge 0$
Convex,	if $\theta_i \in \mathbb{R},\ \sum_i \theta_i = 1,\ \theta_i \ge 0$