

파생금융상품론 11주차 강의

2018320161 송대선

November 28, 2020

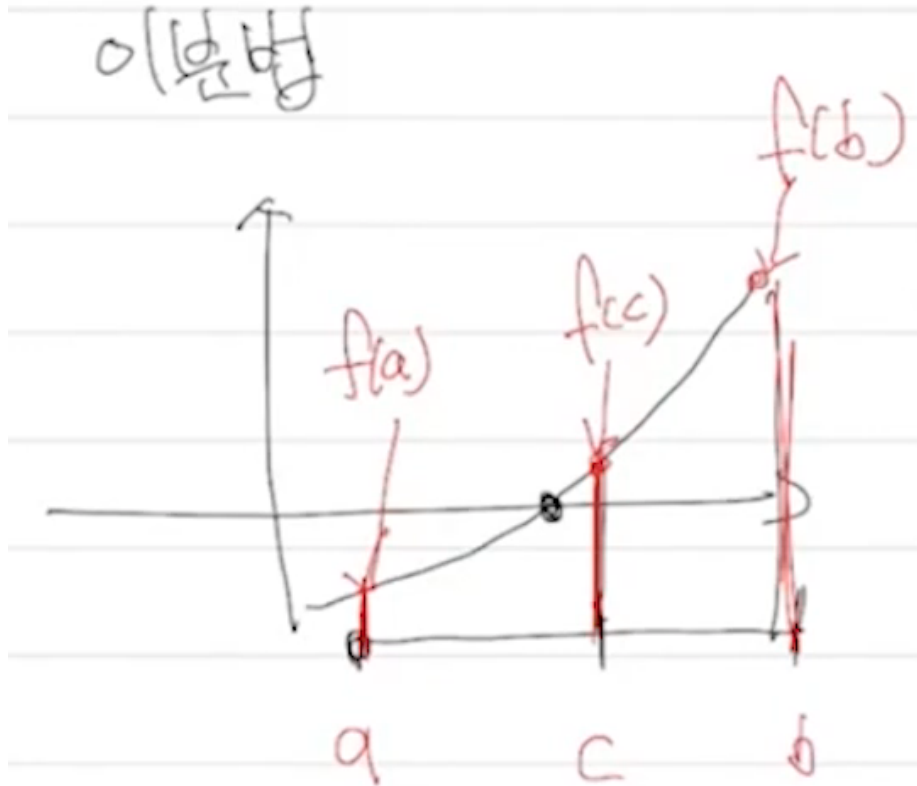
1 Introduction

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\epsilon\sqrt{T}}, \epsilon \sim N(0, 1)$$

Historical Volatility (역사적 변동성) : 과거 데이터로부터 σ 를 추출
Implied Volatility (내재변동성) : 당장 현재의 기세만을 보고 판단

$$f(\sigma) = v_m \rightarrow \sigma = f^{-1}(v_m)$$

2 이분법



1. 폐구간을 이등분 한다.
2. 실근이 있는 구간을 선택
- 1., 2.를 반복

실근이 있는 구간을 어떻게 판단하나?

if $f(a) * f(c) < 0$ 이면 $[a, c]$ 에 해가 존재

if $f(a) * f(c) > 0$ 이면 $[a, c]$ 에 해가 존재하지 않음

3 뉴턴 랩슨법

접선의 기울기 :

$$h(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

위 식은 사실 1차 테일러 급수이기도 하다.

$$h(x_1) = 0 \rightarrow x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4, \quad f'(x) = 2x \\ \Rightarrow x_{n+1} &= x_n - \frac{x_n^2 - 4}{2x_n} = \frac{x_n^2 + 4}{2x_n} \\ x_0 &= 10 \Rightarrow x_1 = \frac{10^2 + 4}{2 \times 10} = \frac{104}{20} = 5.2 \\ \Rightarrow x_2 &= \frac{(5.2)^2 - 4}{2 \times 5.2} = 2.9846 \\ \Rightarrow x_3 &= 2.1624 \\ \Rightarrow x_4 &= 2.0061 \end{aligned}$$

뉴턴 랩슨법은 초기 값이 중요하다.
초기 값이 제대로 되지 않으면 solution을 찾지 못할 수도 있다.

4 변화율과 미분

평균변화율

$$\begin{aligned} & \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \\ &= \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \text{ where } h = b - a \end{aligned}$$

$$= \frac{f(c + h/2) - f(c - h/2)}{h} \text{ where } c = (a + b)/2$$

순간변화율

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

h가 매우 작은 값이면 평균변화율이 순간변화율에 수렴할 것이라 믿으면서 사용한다.