파생금융상품론 14주차 과제

2018320161 송대선

2020년 11월 30일

18.2)

$\Delta_c = 0.7$라는 말은 주가가 조금 변화하였을 때, 옵션의 가격은 주가변화의 약 0.7만큼 변한다는 말이다.
즉, 기초자산이 $ 1만큼 상승하면, 콜옵션 가격이 0.7만큼 상승하고,
기초자산이 $ 1만큼 하락하면, 콜옵션 가격이 0.7만큼 하락한다는 말이다.

call option을 1000개 매도	$\Delta = 0.7 \times (-1000) = -700.0$
기초자산 700.0주 매수	$\Delta = 1 \times (700.0) = 700.0$
π	$\Delta = 0$

call option 1000개 매도 + 기초자산 700.0주 매수를 하여 델타 헷징을 한다.

18.3)

$S_0 = K, T = 0.5, r = 0.1, \sigma = 0.25$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.3712$$

$$\Delta = N[d_1] = N[0.3712] = 0.6448$$

18.10)

$S_0 = 8, K = 8, T = 0.6667, r = 0.12, \sigma = 0.18, n = 1000$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0735$$

$$\Delta_c = e^{-rT} N[d_1] = 0.4873$$

where N[d1] = 0.5293

$$\Delta = -\Delta_c n$$

$$\Delta = -487.316$$

18.14)

$S_0 = 0.8, K = 0.81, T = 0.5833, r = 0.08, rf = 0.05, \sigma = 0.15, n = 1000$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r - rf + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.1016$$

$$d_2 = \frac{ln(S_0/K) + (r - rf - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx -0.013$$

$$\Delta_c = e^{-rT}N[d_1] = 0.5152$$

where N[d1] = 0.5398 where N[d2] = 0.496

$$\theta = rfS_0e^{-rf(T-t)}N[d_1] - rKe^{-r(T-t)}N[d_2] - \frac{\sigma S_0}{2\sqrt{2\pi(T-t)}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

$$\theta = -0.0409$$

$$\Gamma = \frac{1}{\sigma S_0\sqrt{2\pi(T-t)}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}e^{-rf(T-t)}$$

$$\Gamma = 4.2059$$

$$V = S_0\sqrt{\frac{T-t}{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}e^{-rf(T-t)}$$

$$V = 0.2355$$

$$\rho = \frac{\partial c}{\partial r} = KTe^{-rT}N[d_2]$$

$$\rho = 0.2237$$

18.25-a)

$\Delta = 0.6, \Gamma = 1.5$

$$\Delta_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i\Delta_i = -450.0$$

$$\Gamma_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i\Gamma_i = -6000.0$$

$$n_\Gamma \times \Gamma = -\Gamma_{portfolio}$$

$$n_\Gamma = -\Gamma_{portfolio}/\Gamma = 4000.0$$

4000.0개의 옵션을 매수한다.

$$\Delta^*_{portfolio} = \Delta_{portfolio} + n_\Gamma\Delta$$

$$\Delta^*_{portfolio} = 1950.0$$

1950.0주 만큼의 기초자산을 매도한다.
따라서, 4000.0개의 옵션을 매수 + 1950.0주 만큼의 기초자산을 매도한다.

18.25-b)

$\Delta = 0.6, V = 0.8$

$$\Delta_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i \Delta_i = -450.0$$

$$V_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i V_i = -4000.0$$

$$n_V \times V = -V_{portfolio}$$

$$n_V = -V_{portfolio}/V = 5000.0$$

5000.0개의 옵션을 매수한다.

$$\Delta^*_{portfolio} = \Delta_{portfolio} + n_V \Delta$$

$$\Delta^*_{portfolio} = 2550.0$$

2550.0주 만큼의 기초자산을 매도한다.
따라서, 5000.0개의 옵션을 매수 + 2550.0주 만큼의 기초자산을 매도한다.

18.26)

$\Delta_{option1} = 0.6, \Gamma_{option1} = 1.5, V_{option1} = 0.8, \Delta_{option2} = 0.1, \Gamma_{option2} = 0.5, V_{option2} = 0.6$

$$\Delta_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i \Delta_i = -450.0$$

$$\Gamma_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i \Gamma_i = -6000.0$$

$$V_{portfolio} = \sum_{i=0}^{n} w_i V_i = -4000.0$$

$$\Gamma_{option1} w_{option1} + \Gamma_{option2} w_{option2} = -\Gamma_{portfolio}$$

$$V_{option1} w_{option1} + V_{option2} w_{option2} = -V_{portfolio}$$

$$1.5 w_{option1} + 0.5 w_{option2} = 6000.0$$

$$0.8 w_{option1} + 0.6 w_{option2} = 4000.0$$

$$w_{option1} = 3200.0, w_{option2} = 2400.0$$

3200.0개의 옵션1을 매수한다.2400.0개의 옵션2을 매수한다.

$$\Delta^*_{portfolio} = \Delta_{portfolio} + w_{option1}\Delta_{option1} + w_{option2}\Delta_{option2}$$

$$\Delta^*_{portfolio} = 1710.0$$

1710.0주 만큼의 기초자산을 매도한다.
따라서, 3200.0개의 옵션1을 매수 + 2400.0개의 옵션2을 매수 + 1710.0주 만큼의 기초자산을 매도한다.

Lectuere 1)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$\Delta = N[d_1] = N[0.0542] = 0.5216$$

Lectuere 1 - a)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$\Delta = N[d_1] - 1 = N[0.0542] - 1 = -0.4801$$

Lectuere 1 - b)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$\Delta = N[d_1] = N[0.0542] = 0.5199$$

그런데, $Delta_S = 1, \Delta_c = 0.6\ \Delta_c > 0.5199$ 따라서,

call option을 2000개 매도	$\Delta = 0.6 \times (-2000) = -1200.0$
기초자산 1200.0주 매수	$\Delta = 1 \times (1200.0) = 1200.0$
π	$\Delta = 0$

call option 2000개 매도 + 기초자산 1200.0주 매수를 하여 델타 헷징을 한다.

Lectuere 1 - c)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$\Delta = N[d_1] = N[0.0542] = 0.5199$$

그런데, $Delta_S = 1, \Delta_c = 0.5\ \Delta_c < 0.5199$ 따라서,

call option을 2000개 매수	$\Delta = 0.5 \times (2000) = 1000.0$
기초자산 1000.0주 공매도	$\Delta = 1 \times (-1000.0) = -1000.0$
π	$\Delta = 0$

call option 2000개 매수 + 기초자산 1000.0주 공매도를 하여 델타 헷징을 한다.

Lectuere 2)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, t = 0, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$d_2 = \frac{ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx -0.0699$$

$$\theta = \frac{\partial c}{\partial t} = -rKe^{-r(T-t)}N[d_2] - \frac{\sigma S_0}{2\sqrt{2\pi(T-t)}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

where N[d2] = 0.4721

$$\theta = -4.3053$$

Lectuere 2 - 1)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, t = 0, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$d_2 = \frac{ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx -0.0699$$

$$\theta = \frac{\partial c}{\partial t} = -rKe^{-r(T-t)}N[-d_2] - \frac{\sigma S_0}{2\sqrt{2\pi(T-t)}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

where N[-d2] = 0.5279

$$\theta = -4.4421$$

Lectuere 3)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, t = 0, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$\Gamma = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial S^2} = \frac{1}{\sigma S_0\sqrt{2\pi(T-t)}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

$$\Gamma = 0.0655$$

Lectuere 4)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, t = 0, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx 0.0542$$

$$V = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = \frac{\partial p}{\partial \sigma} = S_0\sqrt{\frac{T-t}{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$
$$V = 12.1052$$

Lectuere 5)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_2 = \frac{ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx -0.0699$$

$$\rho = \frac{\partial c}{\partial r} = KTe^{-rT}N[d_2]$$

where N[d2] = 0.4721
$$\rho = 8.9056$$

Lectuere 5 - 1)

$S_0 = 49, K = 50, T = 0.3846, r = 0.05, \sigma = 0.2$

$$d_2 = \frac{ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \approx -0.0699$$

$$\rho = \frac{\partial p}{\partial r} = -KTe^{-rT}N[d_2]$$

where N[d2] = 0.4721
$$\rho = -8.9056$$