3.7) $V_A = 20000000$ (주식포트폴리오의 현재가치)

$\beta : 1.2 \rightarrow 0.6$ (주식 포트폴리오의 베타가 변한다)

S&P 지수 = 1080, S&P 선물 1계약 지수 = 250

최적 선물계약 수(N^*) $1.2 \times \dfrac{20000000}{1080 \times 250}$

$\simeq 88.8889$

$\simeq 89$

$\therefore N^* = 89$.

$N^* = h^* \cdot \dfrac{V_A}{V_F}$

$h^* = N^* \dfrac{V_F}{V_A}$ (최적 헷지 비율)

$h^* = 89 \cdot \dfrac{1080 \times 250}{20000000}$

$= 1.2015$

주식 포트폴리오의 베타를 1.2에서 0.6으로 줄이려면,

$(1.2 - 0.6) \dfrac{20000000}{1080 \times 250}$

$\simeq 44.4444$

$\simeq 44$

44계약을 매도해야 한다.

3.16) $\sigma_S = 1.2$ (현물 월간 가격변화의 표준편차)

$\sigma_F = 1.4$ (선물 월간 가격변화의 표준편차)

$\rho = 0.7$ (현물 가격 변화와 선물 가격 변화의 상관계수)

$Q_S = 20\ 0000$ (헷지할 포지션의 수량)

$Q_F = 40000$ (선물 1계약 크기)

$$N^* = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \cdot \frac{Q_S}{Q_F}$$

$$= 0.7 \frac{1.2}{1.4} \cdot \frac{200000}{40000}$$

$$= 3$$

생우 선물 3계약을 매수해야 한다.

3.18) V_A (주식 포트폴리오의 현재가치)

$= 50000 \times 30$

$= 1500000$

V_F (미니 S&P 지수 선물 1계약의 가치)

$= 1500 \times 50$

$= 75000$

(주식의 베타) $\beta = 1.3$

N^* (최적 선물 계약 수)

$= \beta \cdot \dfrac{V_A}{V_F}$

$= 1.3 \cdot \dfrac{1500000}{75000}$

$= 26$

26계약을 매도하는 전략을 취해야 한다.

이 전략은 2개월 뒤의 지수 가격이 선물 가격보다 낮을 때 이익을 얻을 수 있다.

예제 1)

$C=3,\ S_0=20,\ T=1,\ r=0.1,\ K=18,\ D=0,$

$S_0 - Ke^{-rT} = 20 - 18 \cdot e^{-0.1\times 1}$

≈ 3.7129

$C=3,$

$3 < 3.7124$

$C < S_0 - Ke^{-rT}$, 따라서, Ke^{-rT}만큼 채권을 매수하고 기초자산을 공매도하고, 콜옵션을 매수 하는 차익거래기회가 발생한다. 이에 대하여 현금흐름을 작성하면,

	현재	만기 $S_T \geq K$	만기 $S_T < K$
기초자산 공매도	S_0	$-S_T$	$-S_T$
콜옵션 매수	$-C$	$S_T - K$	0
Ke^{-rT}만큼 채권매수	$-Ke^{-rT}$	K	K
$S_0 - C - Ke^{-rT}$만큼 채권 매수	$-(S_0 - C - Ke^{-rT})$	$S_0e^{rT} - Ce^{rT} - K$	$S_0e^{rT} - Ce^{rT} - K$
합계	0	$S_0e^{rT} - Ce^{rT} - K$	$S_0e^{rT} - Ce^{rT} - S_T$

(S_T는 만기시점의 기초자산 가격)

$S_T \geq 18$ 이면, $S_0e^{rT} - Ce^{rT} - K$

$= 20e^{0.1\times1} - 3e^{0.1\times1} - 18$

$\doteqdot 0.7879$ 만큼의 이익을 보고,

$S_T < 18$ 이면, $S_0e^{rT} - Ce^{rT} - S_T$

$= 20e^{0.1\times1} - 3e^{0.1\times1} - S_T$

$\doteqdot 18.7879 - S_T$ 만큼의 이익을 본다.

따라서, 최소한 0.7879 만큼의 수익이 보장된다.

예제2) $P=1, S_0=37, t=0.5, r=0.05, K=40, D=0$

$$Ke^{-rT}-S_0 = 40e^{-0.05\cdot 0.5}-37$$
$$2.0124$$

$1 < 2.024$

$P < Ke^{-rT}-S_0$, $P+S_0 < Ke^{-rT}$

따라서) Ke^{-rT}을 을 차입 하고,
풋옵션 P를 매수하고, 기초자산 (S_0)을 매수하는 차익 거래 기회가 발생한다.
이를 현금 흐름으로 나타내면

	현재	만기 $K>S_T$	만기 $K\le S_T$
Ke^{-rT}만큼 차입	Ke^{-rT}	$-K$	$-K$
풋옵션 P 매수	$-P$	$K-S_T$	0
기초자산 S_0 매수	$-S_0$	S_T	S_T
$(Ke^{-rT}-P-S_0)$만큼 채권매수	$-(Ke^{-rT}-P-S_0)$	$(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$	$(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$
합계	0	$(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$	$S_T-K+(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$

(S_T는 만기시 기초자산의 가격)

만약 $K>S_T$ 이면, $(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$
$$=(40e^{-0.05\cdot0.5}-1-37)e^{0.05\cdot0.5}$$
≈ 1.0380만큼의 수익을,

$K\le S_T$ 이면, $S_T-K+(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$
$$=S_T-40+(Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$$
$$\approx S_T-38.9620$$

$\therefore$ 따라서 최소 1.0380 이상의 수익이 보장 된다.

예제3)

(1) $C=3$, $S_0=31$, $T=0.25$, $r=0.1$, $K=30$, $D=0$, $P=2.25$

$C+Ke^{-rT} \approx 32.2593$

$P+S_0 = 33.25$

$32.2593 < 33.25$

$C+Ke^{-rT} < P+S_0$

기초자산 (S_0) 공매도, 풋옵션 (P) 매도, 콜옵션 (C) 매수, Ke^{-rT}만큼 채권 매수를 하는 차익거래 기회가 발생한다. 이에 대한 현금 흐름은 다음과 같다

	현재	만기 $S_T \geq K$	만기 $S_T < K$
풋옵션 매도	P	0	S_T-K
기초자산 공매도	S_0	$-S_T$	$-S_T$
콜옵션 매수	$-C$	S_T-K	0
Ke^{-rT}만큼 채권 매수	$-Ke^{-rT}$	K	K
$(P+S_0-C-Ke^{-rT})$만큼 채권매수	$-(P+S_0-C-Ke^{-rT})$	$(P+S_0-C-Ke^{-rT})e^{rT}$	$(P+S_0-C-Ke^{-rT})e^{rT}$
합계	0	$(P+S_0-C-Ke^{-rT})e^{rT}$	$(P+S_0-C-Ke^{-rT})e^{rT}$

$S_T \geq K$, $S_T < K$ 두 경우 모두,
$(P+S_0-C-Ke^{-rT})e^{rT}$
≈ 1.0158 만큼의 수익이 발생한다.

예제3)

(2) $c=3$, $S_0=31$, $T=0.25$, $r=0.1$, $K=30$, $D=0$, $P=1$

$c+Ke^{-rT} \approx 32.2593$

$P+S_0=32$

$32.2593 > 32$

$c+Ke^{-rT} > P+S_0$

따라서 콜옵션을 매도하고, Ke^{-rT}만큼 채권을 차입하고
풋옵션을 매수하고, 기초자산을 매수하는 차익거래기회가 발생한다.

	현재	만기 $S_T \geq K$	만기 $S_T < K$
콜옵션 매도	c	$-(S_T-K)$	0
Ke^{-rT}만큼 채권 차입	Ke^{-rT}	K	K
풋옵션 매수	$-P$	0	$K-S_T$
기초자산 매수	$-S_0$	S_T	S_T
$(c+Ke^{-rT}-P-S_0)$만큼 채권매수	$-(c+Ke^{-rT}-P-S_0)$	$(c+Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$	$(c+Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$

$S_T \geq K$, $S_T < K$ 모든 경우,

$(c+Ke^{-rT}-P-S_0)e^{rT}$

$=(3+30e^{-0.1 \cdot 0.25}-1-31)e^{0.1 \times 0.25}$

≈ 0.2659 만큼의 수익이 발생한다.