4.15)

R'_K 을 0.05 (기간복리, 연간 복리기준),

R_F 를 3년차도 선도이자율 (연속복리 기준),

L을 원금 $1000000라고하면,

$$R_F = \frac{R_2T_2 - R_1T_1}{T_2 - T_1}$$

$$= \frac{0.037\times3 - 0.03\times2}{3 - 2}$$

$$= 0.051$$

R_F은 연속복리기준이므로, 이를 기간복리로 바꾸어주어야 한다. 이를 R'_F이라고 하자

$$R'_F = m(e^{\frac{R_F}{m}} - 1)$$

$$= 1(e^{\frac{0.051}{1}} - 1)$$

$$= e^{0.051} - 1$$

$$V_{FRA} = L(R'_F - R'_K)(T_2 - T_1)e^{-R_2 \cdot T_2}$$

$$= 1000000(e^{0.051} - 1 - 0.05)(3 - 2)e^{-0.037\times3}$$

$$\approx 2078.8472$$

문제에서 제시된 FRA의 가치는 약 $2078.8472이다.

예제응용)

L = 100000000 (원금)

$R'_K = 0.06$

$T_1 = 1$

$R_1 = 0.03$

$T_2 = 4$

$R_2 = 0.05$

m = 1 (연당 지급 횟수)

$$R_F = \frac{R_2T_2 - R_1T_1}{T_2 - T_1}$$

$$= \frac{0.05\times4 - 0.03\times1}{4 - 1}$$

$$\approx 0.0567$$

$$V_{FRA} = L(R'_K - R'_F)(T_2 - T_1)e^{-R_2 \cdot T_2}$$

$$= 100000000(0.06 - (e^{0.0567} - 1))(4 - 1)e^{-0.05\times4}$$

$$\approx 416819.7728$$

문제에서 제시된 FRA의 가치는 약 $416819.7728이다.

예제응용)
액면가(L) : 100
만기 : 3년
채권수익율(y) : 0.12%
이자 5지급
연당 지급횟수 (m) = 12/3 = 4

채권의 가격 (B) : $\sum_{i=1}^{n \cdot m} C e^{-y \cdot t_i} + L e^{-y \cdot n}$

$$
\begin{aligned}
&= 5e^{-0.12 \cdot 0.25} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 0.50} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 0.75} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 1.00} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 1.25} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 1.50} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 1.75} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 2.00} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 2.25} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 2.50} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 2.75} \\
&+ 5e^{-0.12 \cdot 3.00} \\
&+ 100e^{-0.12 * 3.00} \\
&\approx 119.4029
\end{aligned}
$$

i) 듀레이션을 이용하여 채권가격을 계산

듀레이션 (D) : $\frac{1}{B}\left(\sum_{i=1}^{n \cdot m} C t_i e^{-y \cdot t_i} + L n e^{-y \cdot n}\right)$

$$
\begin{aligned}
= \frac{1}{119.4029} \Big(& \\
& 5 \times 0.25 \times e^{-0.12 \cdot 0.25} \\
&+ 5 \times 0.50 \times e^{-0.12 \cdot 0.50} \\
&+ 5 \times 0.75 \times e^{-0.12 \cdot 0.75} \\
&+ 5 \times 1.00 \times e^{-0.12 \cdot 1.00} \\
&+ 5 \times 1.25 \times e^{-0.12 \cdot 1.25} \\
&+ 5 \times 1.50 \times e^{-0.12 \cdot 1.50} \\
&+ 5 \times 1.75 \times e^{-0.12 \cdot 1.75} \\
&+ 5 \times 2.00 \times e^{-0.12 \cdot 2.00} \\
&+ 5 \times 2.25 \times e^{-0.12 \cdot 2.25} \\
&+ 5 \times 2.50 \times e^{-0.12 \cdot 2.50} \\
&+ 5 \times 2.75 \times e^{-0.12 \cdot 2.75} \\
&+ 5 \times 3.00 \times e^{-0.12 \cdot 3.00} \\
&+ 100 \times 3.00 \times e^{-0.12 * 3.00} \\
\Big) & \\
\approx 2.3913 &
\end{aligned}
$$

$$\Delta B = -DB\Delta y$$
$$= -119.4029 * 2.3913 * 0.001$$
$$\approx -0.2855$$

$$B^* = B + \Delta B$$
$$= 119.4029 - 0.2855$$
$$\approx 119.1173$$

ii) 수익율로 할인하여 평가하는 일반적인 방법

채권의 가격 (B) : $\sum_{i=1}^{n \cdot m} C e^{-y \cdot t_i} + L e^{-y \cdot n}$

$$= 5e^{-0.121 \cdot 0.25}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 0.50}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 0.75}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 1.00}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 1.25}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 1.50}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 1.75}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 2.00}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 2.25}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 2.50}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 2.75}$$
$$+ 5e^{-0.121 \cdot 3.00}$$
$$+ 100e^{-0.121 \cdot 3.00}$$
$$\approx 119.1177$$

두개의 서로 다른 방식으로 계산한 채권의 가격은 각각$119.1173, $119.1177이고
그 둘의 차이는 119.1173-119.1177= ($)-0.0004이다.
듀레이션을 이용한 방법이 채권의 가격을 비교적 정확하게 계산했다고 볼 수 있다.