1)

$k = 20$, $S_0 = 18$, $c = 2$, $S_T = 25$

5월 현재 유로피언 콜 옵션 1개를 5월에 매도하면, 옵션 가격 $2만큼의 수익이 생긴다.
9월 만기시까지 콜 옵션 매도포지션을 유지하면,
9월의 만기 주가 $25가 행사가격 $20보다 높으므로, 콜옵션 매수자는 구매권리를 행사하게 된다.
그렇게 되면 콜 옵션 매도자인 이 투자자는 $25인 주식을 $20에 매도해야하므로, $5의 손해를 보게 된다.
정리하면 5월에 2$만큼, 9월에 -$5만큼의 현금흐름이 발생하여 총 손익은 -$3이 된다.

2)

2020년 4월 만기 생우 선물 1계약에 메도포지션을 취함으로,

2019/10/24 ~ 2019/12 말의 기업이익
= (91.20 - 88.80)x40000
= 96000(센트)
= $960

2019/12 말 ~ 2020/01/21의 기업이익
= (88.80 - 88.30)x40000
= 20000 (센트)
= $200

기업의 총 이익
= ($960 + $200)
= $1160

3)

(a)

$$F = A\left(1+\frac{R}{m}\right)^{m\cdot N}$$

$$R = m\left[\left(\frac{F}{A}\right)^{\frac{1}{m\cdot N}} - 1\right]$$

$$R = 1\cdot\left[\left(\frac{180}{100}\right)^{\frac{1}{1\cdot 1}} - 1\right]$$

$$R = 0.8$$

∴ 연간 수익률은 80%이다.

(b)

$$F = A\left(1+\frac{R}{m}\right)^{m\cdot N}$$

$$R = m\left[\left(\frac{F}{A}\right)^{\frac{1}{m\cdot N}} - 1\right]$$

$$R = 2\left[\left(\frac{180}{100}\right)^{\frac{1}{2\cdot 1}} - 1\right]$$

≈ 0.683282

$= 68.3282\%$

(c)

$$F = A\left(1+\frac{R}{m}\right)^{m\cdot N}$$

$$R = m\left[\left(\frac{F}{A}\right)^{\frac{1}{m\cdot N}} - 1\right]$$

$$R = 12\left[\left(\frac{180}{100}\right)^{\frac{1}{12\cdot 1}} - 1\right]$$

≈ 0.602420

$= 60.2420\%$

(d)

$F = Ae^{R\cdot N}$

$R = \frac{1}{N}\ln\left(\frac{F}{A}\right)$

$= \frac{1}{1}\ln\left(\frac{180}{100}\right)$

≈ 0.587787

$= 58.7787\%$

4)

$$A = A\cdot\frac{C}{2}e^{-0.035\times 0.5} + A\cdot\frac{C}{2}e^{-0.045\times 1.0} + A\cdot\frac{C}{2}e^{-0.050\times 1.5} + A\cdot\frac{C}{2}e^{-0.055\times 2.0} + A\cdot e^{-0.055\times 2.0}$$

$$C = 2\cdot\frac{1 - e^{-0.055\times 2.0}}{e^{-0.035\times 0.5} + e^{-0.045\times 1.0} + e^{-0.05\times 1.5} + e^{-0.055\times 2.0}}$$

$C \approx 0.055375$

$c = 5.5375\%$

액면가 수익률은 약 5.5375%이다.

5)

$$R_F = \frac{R_2T_2 - R_1T_1}{T_2 - T_1}$$

$$= \frac{0.042\cdot 4 - 0.037\cdot 3}{4-3}$$

$$= 0.057$$

이를 연간복리로 변환하면,

$$R_{F_c} = M(e^{\frac{R_F}{m}} - 1)$$

$$= 1\,(e^{\frac{0.057}{1}} - 1)$$

$$\approx e^{0.057} - 1$$

$$V_{FRA} = -L\,(R_{F_c} - R_K)\,(T_2 - T_1)\,e^{-R_2T_2}$$

$$= -1000000\,(e^{0.057} - 1 - 0.06)\,(4-3)\,e^{-0.042\cdot 4}$$

$$\approx 1136.3158$$

FRA의 가치는 약 $1136.3158이다.

6)

액면가(L) : 100

만기(T) : 2년

채권수익율(y) = 0.11

이자(C) = 100 * 0.08 = 8

연당지급횟수(m) = 1

(a)

$$\text{채권가격}(B) = \sum_{i=1}^{T\cdot m} (e^{-y\cdot t_i} + L e^{-y\cdot T}$$

$$= 8e^{-0.11\times 1} + 8e^{-0.11\times 2} + 8e^{-0.11\times 3} + 8e^{-0.11\times 4} + 8e^{-0.11\times 5} + 100\,e^{-0.11\times 5}$$

$$\approx 86.8011$$

채권가격은 약 $86.8011이다.

(b)

$$\text{듀레이션}(D) = \frac{1}{B}\left(\sum_{i=1}^{T\cdot m} C\cdot t_i\, e^{-y\cdot t_i} + L\cdot T\cdot e^{-y\cdot T}\right)$$

$$\approx \frac{1}{86.8011}\left(8\cdot 1 e^{-0.11\cdot 1} + 8\cdot 2\cdot e^{-0.11\cdot 2} + 8\cdot 3\cdot e^{-0.11\cdot 3} + 8\cdot 4\cdot e^{-0.11\cdot 4} + 8\cdot 5 e^{-0.11\cdot 5} + 100\cdot 5\cdot e^{-0.11\cdot 5}\right)$$

$$\approx 4.2560$$

채권의 듀레이션은 약 $4.2560이다.

(c) $\frac{\Delta B}{B} = -D \cdot \Delta y$

$\Delta B = -B \cdot D \cdot \Delta y$

$= -86.8011 \times 4.2560 \times (-0.002)$

≈ 0.7388

$B^* = B + \Delta B$

$= 86.8011 + 0.7388$

$= 87.5399$

듀레이션을 이용한 채권 가격은 약 $87.5399이다

(d)

$y^* = 0.108$

$B^* = \sum_{i=1}^{T \cdot m} (e^{-y^* \cdot t_i} + Le^{-y \cdot T}$

$= 8 \cdot e^{-0.108 \cdot 1} + 8 \cdot e^{-0.108 \cdot 2} + 8e^{-0.108 \cdot 3} + 8e^{-0.108 \cdot 4} + 8e^{-0.108 \cdot 5} + 100 \cdot e^{-0.108 \cdot 5}$

≈ 87.5434

채권 수익률 10.8%를 기준으로 채권 가격을 다시 계산한 값은 약 $87.5434로,
(c)의 답과 완전히 일치하지는 않지만, 어느정도 비슷하다.

7)

액면가(L) : 100

만기(T) : 2년

채권수익율(y) = 0.10

이자(C) = 3

연당지급횟수(m) = 12/4 = 3

채권 상승률 변화(Δy) = 0.001

채권가격(B) $= \sum_{i=1}^{T \cdot m} (e^{-y \cdot t_i} + Le^{-y \cdot T}$

$= 3 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12}} + 3e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \times 2} + 3e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 3} + 3e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 4} + 3e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 5} + 3e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 6} + 100 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 6}$

≈ 97.9169

듀레이션(D) $= \frac{1}{B}\left(\sum_{i=1}^{T \cdot m} C \cdot t_i e^{-y \cdot t_i} + L \cdot T \cdot e^{-y \cdot T}\right)$

$= \frac{1}{97.9169}\left(3 \cdot \frac{4}{12} \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12}} + 3 \cdot \frac{4}{12} \cdot 2 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 2} + 3 \cdot \frac{4}{12} \cdot 3 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 3} + 3 \cdot \frac{4}{12} \cdot 4 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 4}\right.$

$\left. + 3 \cdot \frac{4}{12} \cdot 5 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 5} + 3 \cdot \frac{4}{12} \cdot 6 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 6} + 100 \cdot \frac{4}{12} \cdot 6 \cdot e^{-0.1 \cdot \frac{4}{12} \cdot 6}\right)$

≈ 1.8582

$$\frac{\Delta B}{B} = -D \cdot \Delta y$$

$$\Delta B = -B \cdot D \cdot \Delta y$$
$$= -97.9169 \times 1.8582 \times (0.001)$$
$$\approx -0.1819$$

$$B^* = B + \Delta B$$
$$= 97.9169 - 0.1819$$
$$= 97.7350$$

듀레이션을 이용한 채권 가격은 약 $97.7350이다

8)

$S_0 = 500$

$r = 0.1$

$q = 0.03$

$T = 3/12$

$F_0 = 505$

$$S_0 e^{(r-q)T} = 500 e^{(0.1-0.03)\cdot\frac{3}{12}}$$
$$\approx 508.8270$$

$\therefore F_0 < S_0 e^{(r-q)T}$ 이므로, 기초자산을 공매도하고, T시점에 기초자산을 F_0 에 매수하는 선물계약을 채결하고, S_0 만큼 채권을 매수하는 차익거래기회가 생긴다. 이를 현금흐름으로 나타내면 다음과 같다.

	현재시점	만기시점
기초자산 공매도	$S_0 = 500$	$-S_T$
T시점에 기초자산을 F_0 에 매수하는 선도계약 채결	0	$0 - S_T \rightarrow -F_0 = -505$
S_0 만큼 채권을 매수	$-S_0 = 500$	$S_0 e^{rT} \approx 508.8270$
합계	0	$S_0 e^{rT} - F_0 \approx 3.8270$

9)

스위스 프랑화의 현물가격을 $S_0 = 0.8$
미국의 3개월 이자율을 $r = 0.05$
만기기간을 $T = 3/12 = 1/4$
스위스의 2개월 이자율을 $rf = 0.02$
2개월 뒤 인도가능한 선물계약의 가격을 $F_0 = 0.81$
이라고 하자.

선물가격은 $S_0 e^{(r-rf)T} = 0.8 e^{(0.05-0.02)\frac{1}{4}}$
≈ 0.8060
선물가격은 약 0.8060 달러이다.

$0.81 = F_0 > 0.8060$
3개월 선물환율이 0.8060보다 높은 0.81이라고 하면,
3개월 동안 0.05의 이자율로 1달러의 미국돈을 차입하고,
그 돈을 스위스돈으로 환전하여 스위스의 3개월 이자율 0.02로 채권을 매수하고,
3개월 뒤에 스위스 돈 $1/(0.8)*e^{rf\cdot T} \approx 1.2437$를 단위 1당 0.81에 매도하는 선물계약을 체결한다.

그리하였을 때의 현금흐름은 다음과 같다.

	현재 시점	4개월 뒤
미국돈 차입 (3개월, 0.05 이자율)	1	$-e^{rT} \approx -1.0126$
스위스 채권 매수 (3개월, 0.02 이자율)	$-\frac{1}{0.8} = -1.25$	$\frac{1}{S_0} e^{rf\cdot T} \approx 1.2563$
1.2437을 단위당 0.81에 매도하는 선물계약 (3개월)	0	$\frac{1}{S_0} e^{rf\cdot T} \cdot F_0 \approx 1.0176$
합계	0	$Se^{rf\cdot T} - e^{rf\cdot T}\cdot F_0 =$ 1.2563 - 1.0176 = 0.2387

차익거래기회를 통한 수익은 약 0.2387달러이다.

10)
(a) 1엔당 0.0074달러인 경우, 거래자의 손익은 = (0.008-0.0074)*100000000
= 60000
$60000이다.

(b) 1엔당 0.0091달러인 경우, 거래자의 손익은 = (0.008-0.0091)*100000000
= -110000
-$110000이다.

11)

$$N^* = 1.5 \frac{10\,000\,000}{1180 \times 300}$$

$$\approx 42$$

위험을 최소화하기 위한 헷지비율은 42 계약을 매도하는 것이다.

$$N^* = (1.5 - 0.8) \frac{10\,000\,000}{1180 \times 300}$$

$$\approx 20$$

포트폴리오의 베타를 1.5에서 0.8으로 줄이려면 20 계약을 매도해야 한다.

12)

$\sigma_S = 1.3$ (현물 월간 가격변화의 표준편차)

$\sigma_F = 1.5$ (선물 월간 가격변화의 표준편차)

$\rho = 0.6$ (현물 가격변화와 선물 가격 변화의 상관계수)

$Q_S = 100000$ (헷지할 포지션의 수량)

$Q_F = 20000$ (선물 1계약의 수량)

$$N^* = \rho \cdot \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \cdot \frac{Q_S}{Q_F}$$

$$= 0.6 \frac{1.3}{1.5} \cdot \frac{100000}{20000}$$

$$= 2.6$$

$$\approx 3$$

생우 선물 3계약을 매수한다.

13) $Ke^{-rT} - S_0 = 40e^{-0.05 \cdot 0.5} - 37$

≈ 2.0124

$1 < 2.0124$

$p < Ke^{-rT} - S_0$

$p + S_0 < Ke^{-rT}$

따라서 Ke^{-rT}만큼 채권을 차입하고, 풋옵션 p를 매수하고, 기초자산(S_0)을 매수하고, $Ke^{-rT} - p - S_0$ 만큼 채권을 차입하는 차익거래기회가 발생한다. 이를 현금흐름으로 나타내면 다음과 같다.

	현재시점	만기 $S_T \geq K$	만기 $S_T < K$
Ke^{-rT} 만큼 채권차입	$Ke^{-rT} \approx 39.0124$	$-K = -40$	$-K = -40$
풋옵션(p) 매수	$-p = -1$	0	$K - S_T = -40 - S_T$
기초자산(S_0) 매수	$-S_0 = -37$	S_T	S_T
$(Ke^{-rT} - p - S_0)$만큼 채권차입	$-(Ke^{-rT} - p - S_0) = -1.0124$	$(Ke^{-rT} + p + S_0)e^{rT} \approx 1.0380$	$(Ke^{-rT} + p + S_0)e^{rT} \approx 1.0380$
합계	0	$S_T - 38.9620$	1.0380

최소 $1.0380이상의 수익이 보장된다.

14)

$c + Ke^{-rT} \approx 32.2593$

$p + S_0 = 33.25$

$32.2593 < 33.25$

$c + Ke^{-rT} < p + S_0$

기초자산 공매도, 풋옵션 매도, 콜옵션 매수, Ke^{-rT}만큼 채권 매수, $p+S_0-c-Ke^{-rT}$만큼 채권 매수를 하는 차익거래기회가 발생한다. 이를 현금흐름으로 나타내면 다음과 같다.

	현재	만기 $S_T \geq K$	만기 $S_T < K$
풋옵션 매도	$p = 2.25$	0	$S_T - K = S_T - 30$
기초자산 공매도	$S_0 = 31$	$-S_T$	$-S_T$
콜옵션 매수	$-c = -3$	$S_T - K = S_T - 30$	0
Ke^{-rT}만큼 채권 매수	$-Ke^{-rT} \approx -29.2593$	$K = 30$	$K = 30$
$p+S_0-c-Ke^{-rT}$ 만큼 채권 매수	$-(p+S_0-c-Ke^{-rT}) \approx -0.9907$	$(p+S_0-c-Ke^{-rT})e^{rT} \approx 1.0158$	$(p+S_0-c-Ke^{-rT})e^{rT} = 1.0158$
합계	0	1.0158	1.0158

약 1.0158만큼의 수익이 발생한다.

15)

$c + D_1 e^{-rt_1} + D_2 e^{-rt_2} + Ke^{-rT} = 2 + 0.5e^{-0.1 \cdot \frac{2}{12}} + 0.5e^{-0.1 \cdot \frac{5}{12}} + 30e^{-0.1 \cdot \frac{6}{12}}$

≈ 31.5082

$S_0 + p = 29 + 3$

$= 32$

$31.5082 < 32$

$c + D_1 e^{-rt_1} + D_2 e^{-rt_2} + Ke^{-rT} < S_0 + p$

이 경우에는 기초자산을 공매도하고, 6개월 만기인 풋옵션을 매도하고, 6개월 만기인 콜옵션을 매수하고,
2개월 만기인 채권을 $D_1 e^{-rt_1}$만큼 매수하고, 5개월 만기인 채권을 $D_2 e^{-rt_2}$만큼 매수하고,
6개월 만기인 채권을 $(S_0 + p - c - D_1 e^{-rt_1} - D_2 e^{-rt_2} - Ke^{-rT})$ 만큼 매수하고
6개월 만기인 채권을 Ke^{-rT}만큼 매수하는 차익거래기회가 발생한다.
이를 현금흐름으로 나타내면,

	현재	2개월뒤	5개월뒤
기초자산 공매도	$S_0 = 29$	$-D_1 = -0.5$	$-D_2 = -0.5$
6개월 만기 풋옵션 매도	$p = 3$	0	0
6개월 만기 콜옵션 매수	$-c = -2$	0	0
2개월 만기 채권 $D_1 e^{-rt_1}$ 만큼 매수	$-D_1 e^{-rt_1} \approx -0.4917$	$D_1 = 0.5$	0
5개월 만기 채권 $D_2 e^{-rt_2}$ 만큼 매수	$-D_2 e^{-rt_2} \approx -0.4795$	0	$D_2 = 0.5$
6개월 만기 채권 ke^{-rT} 만큼 매수	$-ke^{-rT} \approx -28.5369$	0	0
6개월 만기 채권 $(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})$ 만큼 매수	$-(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})$ ≈ -0.4918	0	0
합계	0	0	0

	6개월 뒤	
	$S_T \geq K$	$S_T < K$
기초자산 공매도	$-S_T$	$-S_T$
6개월 만기 풋옵션 매도	0	$-(K-S_T) = S_T - 30$
6개월 만기 콜옵션 매수	$S_T - K = S_T - 30$	0
2개월 만기 채권 $D_1 e^{-rt_1}$ 만큼 매수	0	0
5개월 만기 채권 $D_2 e^{-rt_2}$ 만큼 매수	0	0
6개월 만기 채권 ke^{-rT} 만큼 매수	$K = 30$	$K = 30$
6개월 만기 채권 $(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})$ 만큼 매수	$(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})e^{rT}$ ≈ 0.5170	$(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})e^{rT}$ ≈ 0.5170
합계	$(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})e^{rT}$ ≈ 0.5170	$(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})e^{rT}$ ≈ 0.5170

6개월 뒤 $S_T \geq K$, $S_T < K$ 상관 없이

$$(S_0+p-c-D_1e^{-rt_1}-D_2e^{-rt_2}-ke^{-rT})e^{rT} = \left(29+3-2-0.5e^{-0.1\cdot\frac{2}{12}}-0.5e^{-0.1\cdot\frac{5}{12}}-30e^{-0.1\cdot\frac{6}{12}}\right)e^{0.1\cdot\frac{6}{12}}$$
$$\approx 0.5170$$

약 \$0.5170의 수익이 발생한다.

16)

$D = 0$, $C = 4$, $S_0 = 31$, $k = 30$, $T = \frac{3}{12}$, $r = 0.08$

$$S_0 - k \leq C - P \leq S_0 - ke^{-rT}$$
$$31 - 30 \leq 4 - P \leq 31 - 30e^{-0.08\cdot\frac{3}{12}}$$
$$2.4060 \leq P \leq 3$$

아메리칸 풋 옵션 가격의 하한선은 약 \$2.4060,
상한선은 \$3이다.