

## 파생금융상품론 9주차 과제

2018320161 송대선

2020년 11월 01일

12.1)

$$S_0 = 40, S_u = 42, S_d = 38, T = 1/12, r = 0.08, K = 39$$

$$f_u = \max(S_u - K, 0), f_u = 3$$

$$f_d = \max(S_d - K, 0), f_d = 0$$

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}$$

$$\Delta = \frac{3 - 0}{42 - 38}$$

$$\Delta = 0.75$$

$$f = S_0 \Delta - (S_u * \Delta - f_u) e^{-rT}$$

$$f = 40 * 0.75 - (42 * 0.75 - 3) e^{-0.08 * 1/12}$$

$$f \approx 1.6894$$

따라서 유로피언 콜 옵션의 가격은 약 \$1.6894이다.

12.4)

$$S_0 = 50, S_u = 55, S_d = 45, T = 6/12, r = 0.1, K = 50$$

$$f_u = \max(K - S_u, 0), f_u = 0$$

$$f_d = \max(K - S_d, 0), f_d = 5$$

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}$$

$$\Delta = \frac{0 - 5}{55 - 45}$$

$$\Delta = -0.5$$

$$f = S_0 \Delta - (S_u * \Delta - f_u) e^{-rT}$$

$$f = 50 * (-0.5) - (55 * (-0.5) - 0) e^{-0.1 * 6/12}$$

$$f \approx 1.1588$$

따라서 유로피언 풋 옵션의 가격은 약 \$1.1588이다.  
**12.5)**

$$S_0 = 100, u = 1.1, d = 0.9, N = 2, \Delta t = 6/12, T = 12/12, r = 0.08, K = 100$$

$$S_{uu} = S_0 * u * u, S_{uu} = 121.0$$

$$S_{ud} = S_0 * u * d, S_{ud} = 99.0$$

$$S_{dd} = S_0 * d * d, S_{dd} = 81.0$$

$$f_{uu} = \max(S_{uu} - K, 0), f_{uu} = 21.0$$

$$f_{ud} = \max(S_{ud} - K, 0), f_{ud} = 0$$

$$f_{dd} = \max(S_{dd} - K, 0), f_{dd} = 0$$

$$p = \frac{e^{r * \Delta t} - d}{u - d}$$

$$p = \frac{e^{0.08 * 6/12} - 0.9}{1.1 - 0.9}$$

$$p \approx 0.7041$$

$$f = e^{-rT} (p^2 f_{uu} + p(1-p) f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd})$$

$$f = e^{-0.08 * 12/12} (0.7041^2 21.0 + 0.7041(1 - 0.7041) 0 + (1 - 0.7041)^2 0)$$

$$f \approx 9.6105$$

따라서 유로피언 콜 옵션의 가격은 약 \$9.6105이다.  
**추가문제1)**

$$S_0 = 20, S_u = 22, S_d = 18, T = 3/12, r = 0.12, K = 21$$

$$f_u = \max(S_u - K, 0), f_u = 1$$

$$f_d = \max(S_d - K, 0), f_d = 0$$

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}$$

$$\Delta = \frac{1 - 0}{22 - 18}$$

$$\Delta = 0.25$$

$$f_0 = S_0\Delta - (S_u * \Delta - f_u)e^{-rT}$$

$$f_0 = 20 * 0.25 - (22 * 0.25 - 1)e^{-0.12*3/12}$$

$$f_0 \approx 0.633$$

따라서 유로피언 콜 옵션의 가격은 약 \$0.633이다.  $f = 0.6 < f_0 = 0.633$  따라서 차익거래 전략은

1.  $(S_0\Delta - f_0)$ 만큼 채권 매수,
2. 콜옵션을  $f$ 에 매수,
3. 기초자산을  $\Delta$ 주를  $S_0$ 에 공매도,
4.  $(f_0 - f)$ 만큼 채권을 매수하는 전략이다.

| 전략                           | 현재시점                 | 만기 시점             |                   |
|------------------------------|----------------------|-------------------|-------------------|
|                              | 현재시점                 | $S_T = S_u$       | $S_T = S_d$       |
| $(S_0\Delta - f_0)$ 만큼 채권 매수 | $-(S_0\Delta - f_0)$ | $S_u\Delta - f_u$ | $S_d\Delta - f_d$ |
| 콜옵션을 $f$ 에 매수                | -f                   | $S_u - K = f_u$   | $0 = f_d$         |
| 기초자산 $\Delta$ 주를 $S_0$ 에 공매도 | $S_0\Delta$          | $-S_u\Delta$      | $-S_d\Delta$      |
| $(f_0 - f)$ 만큼 채권 매수         | $-(f_0 - f)$         | $(f_0 - f)e^{rT}$ | $(f_0 - f)e^{rT}$ |
| 합계                           | 0                    | $(f_0 - f)e^{rT}$ | $(f_0 - f)e^{rT}$ |

값들을 대입하면

| 전략                  | 현재시점   | 만기 시점      |            |
|---------------------|--------|------------|------------|
|                     | 현재시점   | $S_T = 22$ | $S_T = 18$ |
| 4.367만큼 채권 매수       | -4.367 | 4.5        | 4.5        |
| 콜옵션을 0.6에 매수        | -0.6   | 1          | 0          |
| 기초자산 0.25주를 20에 공매도 | 5.0    | -5.5       | -4.5       |
| 0.033만큼 채권 매수       | -0.033 | 0.034      | 0.034      |
| 합계                  | 0      | 0.034      | 0.034      |

추가문제2)

$$S_0 = 50, K = 52, \sigma = 0.3, r = 0.05, \Delta t = 12/12, T = 24/12, q = 0.0$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, u = 1.3499$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, d = 0.7408$$

$$S_u = S_0 * u, S_u = 67.4929$$

$$S_d = S_0 * d, S_d = 37.0409$$

$$S_{uu} = S_0 * u * u, S_{uu} = 91.1059$$

$$S_{ud} = S_0 * u * d, S_{ud} = 50.0$$

$$S_{dd} = S_0 * d * d, S_{dd} = 27.4406$$

$$f_{uu} = \max(K - S_{uu}, 0), f_{uu} = 0$$

$$f_{ud} = \max(K - S_{ud}, 0), f_{ud} = 2.0$$

$$f_{dd} = \max(K - S_{dd}, 0), f_{dd} = 24.5594$$

$$p = \frac{e^{(r-q)*\Delta t} - d}{u - d}$$

$$p = \frac{e^{(0.05-0.0)*12/12} - 0.7408}{1.3499 - 0.7408}$$

$$p \approx 0.5097$$

$$f_u = \max(e^{-(r-q)\Delta t}(pf_{uu} + (1-p)f_{ud}), K - S_u)$$

$$f_u = \max(0.9327, -15.4929)$$

$$f_u = 0.9327$$

$$f_d = \max(e^{-(r-q)\Delta t}(pf_{ud} + (1-p)f_{dd}), K - S_d)$$

$$f_d = \max(12.423, 14.9591)$$

$$f_d = 14.9591$$

$$\begin{aligned}
f &= \max(e^{-(r-q)\Delta t}(pf_u + (1-p)f_d), K - S_0) \\
f &= \max(7.4284, 2) \\
f &= 7.4284
\end{aligned}$$

따라서 아메리칸 콜 옵션의 가격은 약 \$7.4284이다.

**추가문제3)**

$$S_0 = 810, K = 800, \sigma = 0.2, r = 0.05, \Delta t = 3/12, T = 6/12, q = 0.02$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, u = 1.1052$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, d = 0.9048$$

$$S_{uu} = S_0 * u * u, S_{uu} = 989.3362$$

$$S_{ud} = S_0 * u * d, S_{ud} = 810.0$$

$$S_{dd} = S_0 * d * d, S_{dd} = 663.1719$$

$$f_{uu} = \max(S_{uu} - K, 0), f_{uu} = 189.3362$$

$$f_{ud} = \max(S_{ud} - K, 0), f_{ud} = 10.0$$

$$f_{dd} = \max(S_{dd} - K, 0), f_{dd} = 0$$

$$p = \frac{e^{(r-q)*\Delta t} - d}{u - d}$$

$$p = \frac{e^{(0.05-0.02)*3/12} - 0.9048}{1.1052 - 0.9048}$$

$$p \approx 0.5126$$

$$f = e^{-(r-q)T}(p^2 f_{uu} + p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd})$$

$$f = e^{-(0.05-0.02)*6/12}(0.5126^2 189.3362 + 0.5126(1-0.5126)10.0 + (1-0.5126)^2 0)$$

$$f \approx 53.9313$$

따라서 유로피언 콜 옵션의 가격은 약 \$53.9313이다.