

Projektová dokumentace  
**T8: Celulární automat v dopravě**  
IMS - Modelování a simulace

# Obsah

<b>1</b>	<b>Použité metody a prameny</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Návrh modelu</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Simulační program</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Experimenty a výstupy</b>	<b>5</b>
4.1	Rychlost aut . . . . .	6
4.2	Plynulost provozu . . . . .	7
4.3	Chování kolony . . . . .	8
4.4	Maximální rychlost . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Závěr</b>	<b>13</b>

# Úvod

## Zadání práce

Zvolte si problém v dopravě, který se dá efektivně modelovat celulárním automatem (dále jen CA). Pozor: jsou zcela zakázány modely pohybu osob (evakuace osob). Systém modelujte a na experimentech ukažte jeho dynamiku.

## Výběr tématu

Plynulost dopravy na dálnici je ovlivněna mnoha faktory - ať už se jedná o nehody, změnu počasí, či povolenou maximální rychlost.

Cílem této simulace je ukázat dynamiku dopravy na víceproudové dálnici pro různě definované faktory pomocí CA. Zaměřuje se především na situaci, kdy auta jedou různou rychlostí a snaží se přejet do druhého pruhu, pokud jsou splněny určité podmínky. Pokud nejsou splněny, auto začne brzdit, tím pádem je při rušnějším provozu vysoká pravděpodobnost, že se doprava značně zpomalí. Existuje i možnost simulace nehod.

Jedná se o vícedimenzionální automat simulující víceproudovou dálnici. Vycházíme z několika teoretických modelů definovaných v historii (blíže specifikováno v kapitole 1).

Výhodou této simulace je, že chování aut je na všech dálnicích (dvou- a víceproudových) velmi podobné, tudíž není výslovně nutné použít data z konkrétních míst.

# 1 Použité metody a prameny

Projekt vychází v první řadě ze základní definice CA pro dvoudimenzionální pole jako síť polí, každé obsahující hodnotu 1 nebo 0. Tyto hodnoty jsou poté aktualizovány v diskrétním čase v závislosti na matematických pravidlech s ohledem na sousední buňky. [2] Simulace využívá převážně von Neumannův algoritmus sdílených sousedů, jelikož je třeba kontrolovat v našem případě pouze buňky „před autem“ a boční pruh „vedle auta“.

Dále projekt vychází z několika teoretických modelů dopravní situace, například z aplikace CA v dálničním provozu [1]. Tento model definuje dálnici jako jednodimenzionální pole (CA) o dvou stavech; auto na dálnici a prázdná dálnice. Dále je definováno hned několik kritérií vycházejících ze zásad bezpečnosti a očekávaného chování řidiče:

- zrychlení - pokud je rychlost auta  $v$  menší než maximální rychlost  $v_{max}$  a vzdálenost před dalším autem je větší než  $v + 1$ , rychlost se zvýší právě o 1 ( $v \rightarrow v + 1$ );
- zpomalení (způsobeno jinými auty) - pokud auto na poli  $i$  vidí další auto na poli  $i + j$  (přičemž  $j \leq v$ ), pak sníží svou rychlost na  $j - 1$  ( $v \rightarrow j - 1$ );
- náhodné zpomalení - s pravděpodobností  $p$  ( $p > 0$ ) se rychlost auta sníží právě o 1 ( $v \rightarrow v - 1$ );
- pohyb - s každým krokem se auto posune právě o  $v$  polí kupředu.

Přestože se jedná o velmi jednoduchý automat, již tak ukazuje velmi realistické chování. Řidič v zásadě chce jet co nejrychleji a co nejbližší k maximální rychlosti, proto první krok. Druhý krok simuluje snahu řidiče o nějakou míru bezpečí. Třetí krok simuluje nedokonalost lidského řidiče a poslední krok samotný život na dálnici. Právě zmíněná nedokonalost lidského řidiče je příčinou většiny dopravních zácp a nucených zpomalení [3].

Dále model definuje tzv. hustotu ( $\rho$ ) a plynulost ( $q$ ) provozu na daném rozsahu polí. Hustotou provozu chápeme počet polí, na kterém je auto ( $N$ ), vydělený počtem všech polí ( $L$ ) a plynulost jako množství aut, které přejelo daný konkrétní bod (odtud můžeme spočítat průměrnou propustnost), vydělené časem [1]. Tedy:

$$\rho = \frac{N}{L}$$

Pokud je hustota malá, probíhá doprava zcela nepřerušovaně, což ale v realitě není běžné. Proto využíváme hustotu (obsazenost) na daných polích  $i$  v časové periodě  $T$  ...

$$\bar{\rho}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_i(t)$$

... kde  $n_i(t)$  je rovno 0, když je pole prázdné, a 1, když je na poli auto v čase  $t$ . Pro velká  $T$  platí:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \bar{\rho}^T = \rho$$

Mezi dvěma body  $i$  a  $i + 1$  je tedy definována plynulost dopravy takto:

$$\bar{q}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_{i,i+1}(t)$$

... kde  $n_{i,i+1}(t) = 1$ , pokud byl zaznamenán pohyb auta mezi těmito body.

S takto definovanými parametry můžeme provádět mnoho simulací a získat hodnotná data. Náš model ovšem rozšíříme o možnost více proudů, to však podrobněji rozebereme v další kapitole.

## 2 Návrh modelu

Navrhovaný model je vícedimenzionální celulární automat o  $n$  stavech; první stav (bude znázorněn jako „.“) určuje prázdnou dálnici bez auta. Další stav znázorněn jako „X“ symbolizuje havarované auto nebo jinou libovolnou událost, která zamezuje pohybu auta. Následujících  $n - 2$  stavů určuje rychlost auta, každé auto je tedy reprezentováno číselnou hodnotou od 0 po  $v_{max}$ . Pole je indexováno od nuly, proměnná  $i$  určuje pruh a  $j$  vzdálenost od „začátku dálnice“. Příklad takové mapy může vypadat například takto:

```
1000...2...3...4...1...2...2...2...1...1...2...3...2...10...0...1...3...4...5...00...1...10...3...1...20000000X...2...2...3...1...2...1...2...
...2...1...2...2...3...2...1...2...2...2...3...00...2...1...0...1...1...2...2...3...4...5...2...1...20000...3...4...5...3...1...10000...1...2...3000X...
```

Obrázek 1: Příklad stavu automatu

Model se dále řídí postupně těmito pravidly:

1. zrychlení - pokud je rychlost auta  $v$  menší než maximální rychlost  $v_{max}$  a vzdálenost před dalším autem je větší než  $v + 1$ , zvýš rychlost právě o 1 ( $v \rightarrow v + 1$ );
2. nebezpečná vzdálenost - pokud je rychlost auta větší nebo rovna vzdálenosti dalšího auta (tedy  $v_{current} \geq j_{next\_car} - j_{current}$ ), proveď ohlédnutí, jinak pokračuj na pravidlo číslo 7;
3. ohlédnutí - pokud je jakékoliv pole „po boku“ auta volné (tedy  $i_{current} \pm 1 = 0$ ), přejdi na další pravidlo, jinak pokračuj na pravidlo číslo 7;
4. ohlédnutí vpřed - pokud by vzdálenost dalšího auta **po přejezdu** byla menší než vzdálenost dalšího auta na momentálním pruhu, zůstaň na daném pruhu;
5. ohlédnutí zpět - pokud by vzdálenost auta předešlého **po přejezdu** byla menší než rychlost daného předešlého auta, zůstaň v momentálním pruhu;
6. přejezd - pokud byla splněna pravidla všech ohlédnutí (3, 4, 5), přejed' na daný pruh (tedy  $i = i \pm 1$ ), ale upřednostni levý pruh;
7. zpomalení - pokud auto na poli  $j$  vidí další auto na poli  $j + k$  (přičemž  $k \leq v$ ), sniž svou rychlost na  $k - 1$  ( $v \rightarrow k - 1$ );
8. náhodné zpomalení a náhodná nehoda - s pravděpodobností  $p$  ( $p > 0$ ) se rychlost auta sníží právě o 1 ( $v \rightarrow v - 1$ ) a s pravděpodobností  $a$  ( $a \geq 0$ ) se rychlost auta sníží na 0 a bude na zvolený počet cyklů nehybné;
9. pohyb - s každým krokem se auto posune právě o  $v$  polí kupředu.

### 3 Simulační program

Pro účely vizualizace dopravní situace a výpočty byl vytvořen simulační program, který lze přeložit pomocí příkazu *make* v kořenovém adresáři projektu. Následně lze simulaci spustit následujícím způsobem:

```
bin/./ims [-l lanes] [-p traffic] [-s slowdown] [-a accident] [-g speed of simulation] [-v velocity] [-c] [- -log]
```

kde

- -l určuje počet zvolených pruhů (minimálně 1 a maximálně 5)
- -p určuje zvolenou hustotu provozu ze začátku (minimálně 0 a maximálně 1)
- -s určuje pravděpodobnost zpomalení každého auta v každém jednom cyklu (minimálně 0 % a maximálně 80 %)
- -a určuje pravděpodobnost vzniku nehody (minimálně 0 ‰ a maximálně 10 ‰)
- -g určuje rychlost simulace (v ms)
- -v určuje maximální rychlost auta (minimálně 1 a maximálně 9)
- -c vypíná přejíždění aut do jiných pruhů
- - -log zapíše výstupy různých sledovaných hodnot do adresáře output, nevypisuje stavy mapy

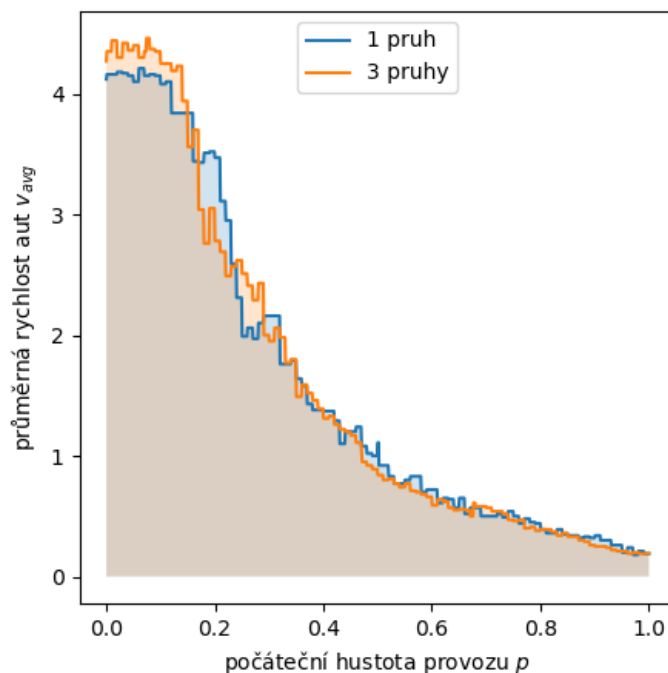
Na standardní výstup se poté postupně tisknou stavy mapy a do souborů output/flow.txt a output/speed.txt se v případě zvolení logovacího módu tisknou výstupní logy.

### 4 Experimenty a výstupy

Na výše popsané simulaci bylo provedeno několik experimentů. Budou rozděleny do několika podkategorií. Pokud není řečeno jinak, simulace byly prováděny s maximální rychlostí  $v_{max} = 5$ , pravděpodobností zpomalení na hodnotě 20 % (což reprezentuje pouze mírnou chybovost řidičů), pravděpodobností nehody na hodnotě 0 ‰ a v časovém horizontu 100 kroků.

## 4.1 Rychlost aut

Ze simulace je patrné, že zvolená hustota i počet zvolených pruhů velmi výrazně ovlivňují průměrnou rychlost aut. Získané údaje lze dobře znázornit v následujícím grafu:

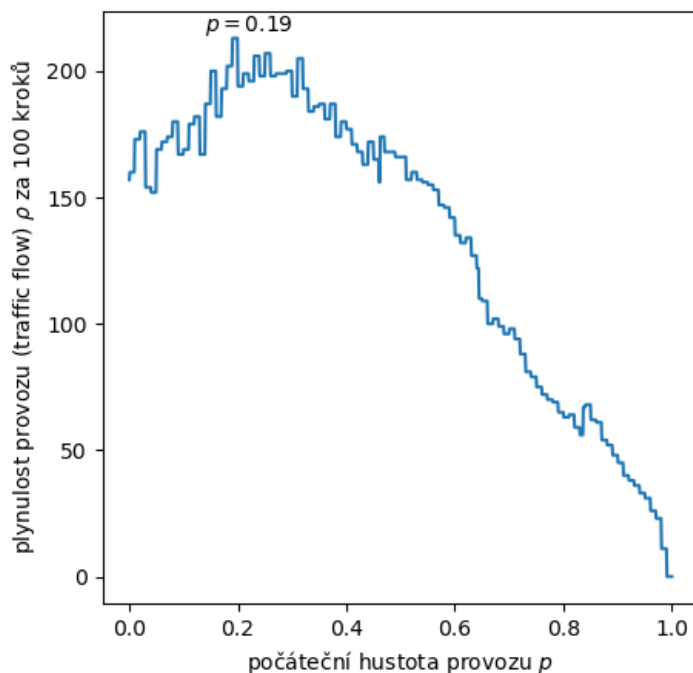


Obrázek 2: Graf průměrné rychlosti

Simulace byla spuštěna pro 1 a 3 pruhy. Křivky grafu se víceméně přibližují modelu definovanému v [1]. Tedy můžeme konstatovat, že se zvyšující se hustotou provozu rychlost aut exponenciálně klesá. Také nám ale výsledky poskytují zajímavé srovnání při použití různého množství pruhů. Pokud měla dálnice pruhů více, byla méně náchylná k rychlostním výkyvům, což lze vysvětlit možností řidiče přejet do jiného pruhu a tím si zachovat rychlost.

## 4.2 Plynulost provozu

Z výstupů simulace je zřetelné, že čím vyšší hustota provozu, tím méně aut projede. Je to způsobené častým zpomalováním aut jedoucími těsně za sebou.



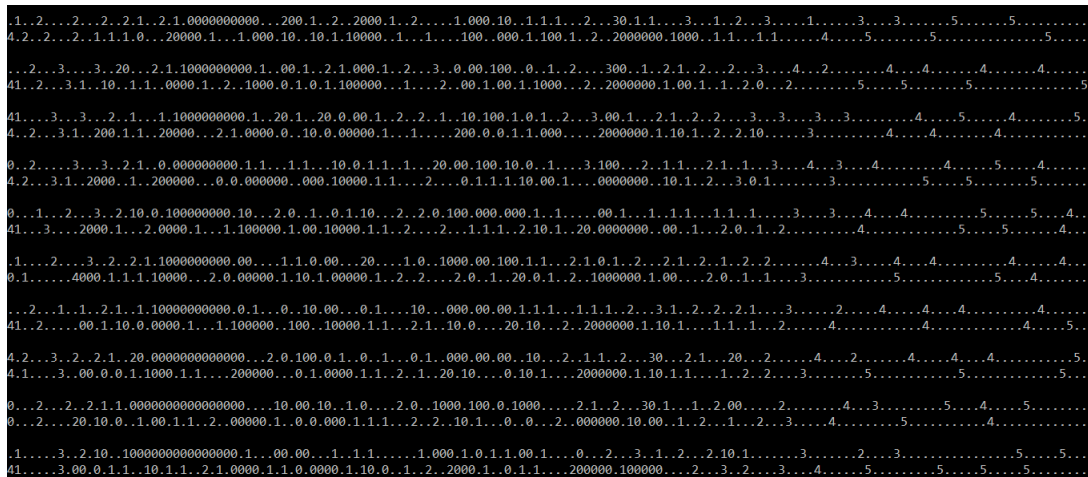
Obrázek 3: Graf plynulosti provozu

Tato data byla získána ze simulace 4proudové dálnice. Graf se oproti modelům v [3] a v [1] odlišuje zejména na začátku do „bodu zlomu“ ve zvolené hustotě provozu  $p = 0.19$ . Je to způsobeno zejména tím, že simulace poměrně pravidelně generuje nová auta, tudíž se původní slabá hustota rychle vyrovnává. Zároveň je nutné zmínit, že oproti modelu v [3] bylo vrcholu dosaženo „až“ v hodnotě  $p = 0.19$ , zatímco ve zmíněném modelu to bylo blízko hodnotě  $p = 0.1$ . To lze opět vysvětlit možností řidičů přejet do dalšího pruhu a tím tak nesnižovat plynulost zpomalením.



### 4.3 Chování kolony

Pozornost jsme také věnovali chování kolon. Z několik simulací lze usoudit, že chování kolon na dálnicích s více pruhy je velmi podobné jednoproudovým cestám, jak jest popsáno v [1]. Následující simulaci jsme spustili s počáteční hustotou  $p = 0.5$  a dvěma pruhy.

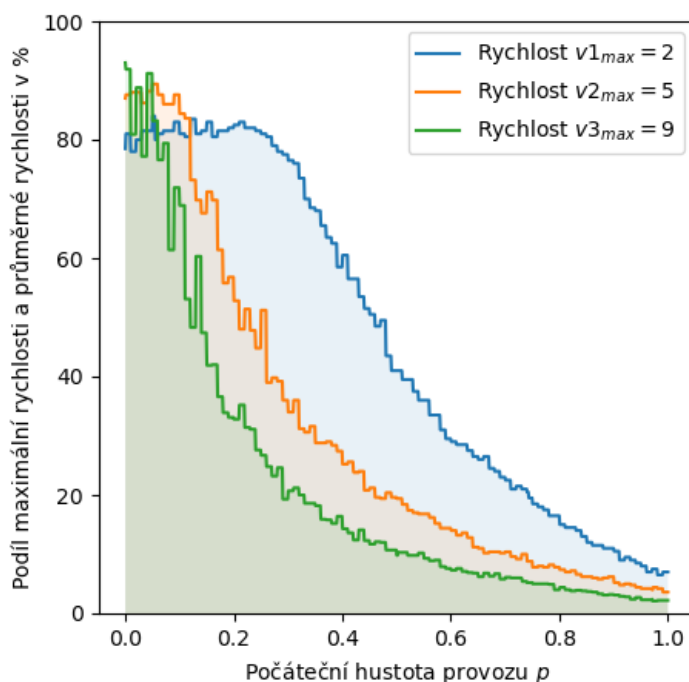


Obrázek 4: Znázornění dynamiky kolony

Na obrázku 4 je jednoznačně vidět posun kolony proti směru jízdy. Oproti jednoproudovým dálnicím ale není tak extrémně náchylná na růst takovéto kolony, jelikož řidiči mají možnost přejet.

## 4.4 Maximální rychlost

Zde se bude projekt zabývat vlivem maximální rychlosti na průměrné rychlosti a také hustoty provozu a plynulosti provozu. Další experiment byl spuštěn na 3proudové dálnici s různými maximálními rychlostmi na hodnotách  $v_{1max} = 2$ ,  $v_{2max} = 5$  a  $v_{3max} = 9$ .

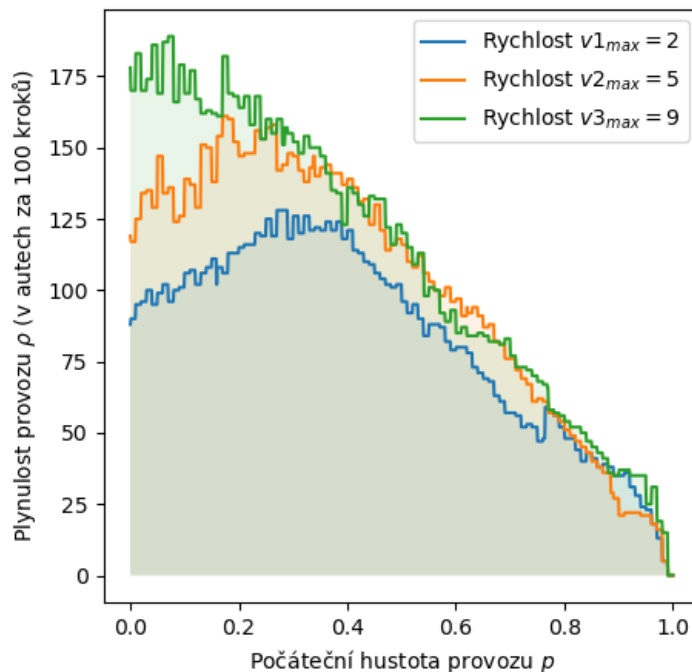


Obrázek 5: Graf proměnlivých maximálních rychlostí

Z grafu lze vyvodit, že maximální rychlost ovlivňuje celkovou stabilitu provozu. Při pohledu na samotný začátek grafu za prakticky nulové hustoty provozu lze konstatovat, že pomalá maximální rychlost více odhaluje chyby řidičů, kteří tak musí pravidelněji brzdit kvůli mnohem menšímu rozestupu. Rozdíl oproti vyšším rychlostem dosahuje až 10 procentních bodů.

Zvyšování hustoty ale již odhalí výhody pomalejší rychlosti. Graf dokazuje, že čím vyšší rychlost, tím jsou jak výkyvy rychlosti, tak nucená zpomalení častější.

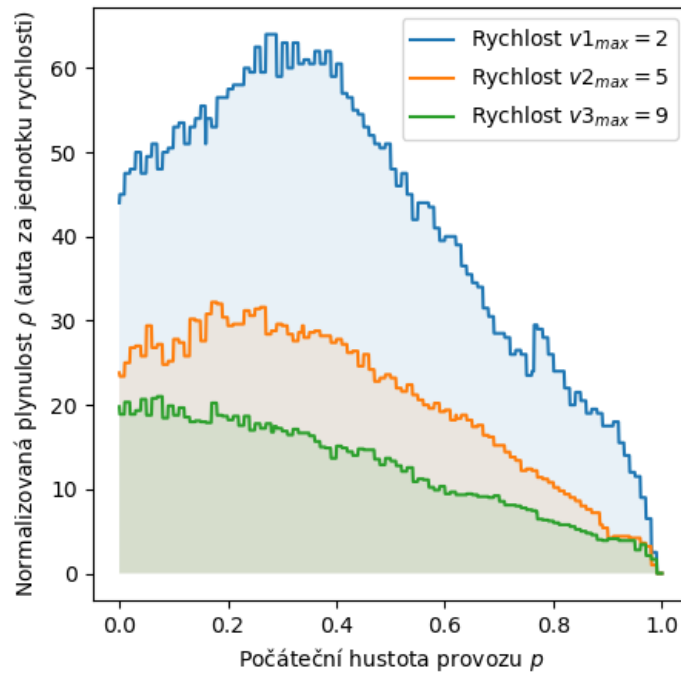
Na dalším grafu porovnáme rychlosti oproti plynulosti provozu.



Obrázek 6: Graf proměnlivých rychlostí pro plynulost

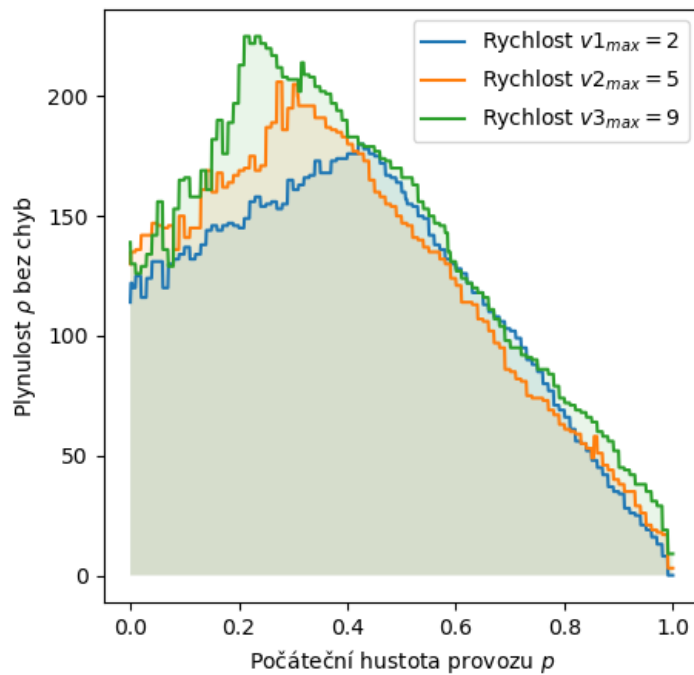
Na první pohled lze říci, že plynulost od nějakého bodu klesá shodně a to téměř lineárně ve vztahu k roustoucí hustotě. Rozdíl lze spatřit pouze za menší hustoty, což je způsobeno počtem aut, která „stihnou“ projet sledovaným bodem. Za vyšší rychlosti to bude ve slabém provozu aut více.

Je třeba si ale uvědomit, že nejmenší zvolená rychlost je téměř pětkrát menší než rychlost nejvyšší (tedy 2 a 9). V tomto kontextu má graf již jinou vypovídající hodnotu. Lze tedy vyvodit, že přestože je nejmenší rychlost velmi výrazně menší, na plynulost to zas tak velký vliv nemá. Při téměř nulové hustotě je plynulost „jen“ asi poloviční. Proto nyní graf bude upraven, aby reflektoval nejvyšší zvolenou rychlost.



Obrázek 7: Normalizovaný graf pro plynulost

Po upravení je zmiňovaná skutečnost již mnohem lépe vidět. Normalizací v tomto případě chápeme převod plynulosti na plynulost za jednotku rychlosti (tedy plynulost je vydělena maximální rychlostí aut). Snižující tendence se nemění, ta je prakticky totožná s grafem obecné plynulosti 3. Co se však mění výrazně je efektivita využití dálnice při různých rychlostech. Podle grafu 6 je pro osobní užitek výhodné mít rychlost co nejvyšší, pro celkový přesun osob jako takových je ale efektivnější rychlost snížit. Je však nutné podotknout, že graf nikdy nebude stejný, protože hraje roli pravděpodobnost zpomalení simulující chybovost řidiče. Odchyly jsou ale v tomto případě zanedbatelné do té chvíle, než nastavíme chybovost na hodnoty blíží se k nule (tedy bezchybní řidiči).



Obrázek 8: Graf proměnlivých rychlostí pro plynulost s bezchybnými řidiči

Experiment byl tentokrát spuštěn s faktorem chybovosti na hodnotě 0 %. Podle očekávání jsou v grafu minimální výkyvy a grafy jsou velmi podobné prakticky ve všech ohledech. Jedná se ale pouze o doplnění celkového kontextu. Nulová chybovost řidičů je nereálné prostředí.

## 5 Závěr

V projektu byl vytvořen program pro simulaci provozu na dálnici. Simulace se řídila modelem navrženým v této práci. Tento model vycházel z několika již existujících jednodušších modelů převážně pro jednoproudovou dálnici. Všechny tyto modely jsou ale vystaveny na bázi celulárního automatu.

Simulace je ovlivněna mnoha faktory jako rychlost aut, hustota provozu, pravděpodobnost chyby řidiče apod. Následně program umožňuje spočítat některé sledované hodnoty, které byly znázorněny v grafech.

Práce na grafech ukazuje vztah hustoty provozu s maximální rychlostí, plynulostí provozu, průměrnou rychlostí apod. Chování provozu na dálnicích s více pruhy, což bylo taktéž cílem této práce, se liší od jednoproudové v mnoha ohledech, ať už se jedná o stabilitu, efektivitu či rychlost provozu. Tyto rozdíly ale nejsou velké, na reálné dálnici by ale byly znatelné až omezující.

Nejdůležitější pro práci byl vztah hustoty provozu a jeho plynulosti vyjádřené v počtech aut, který projela sledovaným (dvoj)bodem. Z výsledků práce lze konstatovat, že zpočátku plynulost aut je velmi malá až nulová, což je způsobeno příliš malým počtem aut, aby vůbec byla zaznamenána na chtěném bodě. Následně v závislosti na počtu pruhů plynulost prudce stoupá až do jisté hodnoty. Tato hodnota hustoty provozu se s počtem pruhů zvyšuje, což je způsobeno schopností řidičů změnit pruh a tím tak „oddálit“ začátek komplikací s velkým provozem. Od tohoto bodu následně plynulost prudce klesá.

Práce se zaměřila i na rychlost řidičů. Z výsledků lze vyvodit, že dálnice je náchylnější na výkyvy rychlosti s klesajícím počtem pruhů. To lze vysvětlit tím, že řidiče nepostihne výkyv rychlosti, když má možnost změnit pruh a rychlost si zachovat.

Výstupem práce byl taktéž výzkum chování případné kolony na dálnici. Ve všech grafech lze spatřit mnoho výkyvů a od všeobecného trendu (například prudký pád a následně návrat plynulosti), což lze vysvětlit náhodnými (skoro až „bezduvodnými“) kolonami, které vznikají na základě chybovosti řidičů. Vzniklá kolona má následně tendenci se posouvat proti směru jízdy a narůstat.

Následně se práce více soustředila na vliv maximální zvolené rychlosti na provoz. Podíl průměrné rychlosti na maximální rychlosti se zvyšuje se snižující se maximální rychlostí s výjimkou hustoty blížící se k nule. To je způsobeno malým rozestupem řidičů posíleným jejich chybovostí.

Bylo zjištěno, že pro většinu rozsahu hustot provozu je plynulost vyšší nebo stejná se zvyšující se maximální rychlostí. V kontextu efektivity se ale situace mění. Přestože se v simulacích porovnávaly rychlosti až pětikrát menší, plynulost se snižovala podstatně méně. Při zohlednění zvolené maximální rychlosti je plynulost za jednotku rychlosti dokonce výrazně vyšší pro nižší zvolené maximální rychlosti.

## Literatura

- [1] K. Nagel, M. S.: A cellular automaton model for freeway traffic. 1992, mathematisches Institut, Universität zu Köln, Institut für Theoretische Physik, Universität zu Köln,.
- [2] Wolfram, S.: Cellular automata as models of complexity. 1984, the Institute for Advanced Study.
- [3] Wright, P.: Investigating Traffic Flow in The Nagel-Schreckenber Model. [online], 26. dubna 2013, vid. 29. listopadu 2023, School of Physics and Astronomy, University of Southampton.  
URL [http://www.faculty.luther.edu/~bernatzr/Courses/CS150/ProjectNotes/Nagel-Schreckenberg\\_Wright.pdf](http://www.faculty.luther.edu/~bernatzr/Courses/CS150/ProjectNotes/Nagel-Schreckenberg_Wright.pdf)