

KJG

Równania różniczkowe zwyczajne

Opracowanie zagadnień na egzamin

Wersja z 19 grudnia 2018

Spis treści

1. Twierdzenia	3
1.1. Ciągła zależność od parametru	3
1.2. Różniczkowalna zależność od parametru	3
1.3. Rozwiązania przez szeregi potęgowe wokół punktu regularnego	3
1.4. Twierdzenie spektralne dla funkcji analitycznych	3
1.5. Twierdzenie o asymptotycznym zachowaniu $\ e^{At}\ $	3
1.6. Twierdzenie o minimach funkcji Lapunowa i stabilności	3
2. Zagadnienia	3
2.1. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań, rozwiązania wysycone	3
2.2. Metoda Frobeniusa	3
2.3. Rozwiązania układów liniowych jednorodnych	3
2.4. Rozwiązanie równań liniowych niejednorodnych	3
2.5. Hiperboliczność i stabilność punktów równowagi	3
2.6. Zagadnienia brzegowe	3
3. Przykłady	3
3.1. Rozwiązanie równań metodą szeregów potęgowych	3
3.2. Równania na wariację	3
3.3. Potoki – policzenie i zastosowanie własności w konkretnych sytuacjach	3
3.4. Wzory Liouville’a i Abela	3
3.5. Zastosowania twierdzenia spektralnego, macierze spektralne	3
3.6. Całki pierwsze, funkcje Lapunowa – zastosowanie do badania stabilności	3

1. Twierdzenia

- 1.1. Ciągła zależność od parametru
- 1.2. Różniczkowalna zależność od parametru
- 1.3. Rozwiązania przez szeregi potęgowe wokół punktu regularnego
- 1.4. Twierdzenie spektralne dla funkcji analitycznych
- 1.5. Twierdzenie o asymptotycznym zachowaniu $\|e^{At}\|$
- 1.6. Twierdzenie o minimach funkcji Lapunowa i stabilności

2. Zagadnienia

- 2.1. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań, rozwiązania wysycone

Twierdzenie 2.1.1 (Peano). Niech $y' = f(y, t)$, gdzie $y(t_0) = y_0$ oraz

$$f: H = \overline{B}(y_0, b) \times [t_0 - a, t_0 + a] \longrightarrow \mathbb{R}^m.$$

Założmy, że funkcja f jest ciągła i oznaczmy

$$M = \sup \{ \|f(y, t)\| : (y, t) \in H \}.$$

Wówczas dla $\alpha = \min(a, b/M)$ istnieje rozwiązanie $y(t)$ określone na przedziale $[t_0 - \alpha, t_0 + \alpha]$, spełniające warunek początkowy $y(t_0) = y_0$.

- 2.2. Metoda Frobeniusa
- 2.3. Rozwiązania układów liniowych jednorodnych
- 2.4. Rozwiązywanie równań liniowych niejednorodnych
- 2.5. Hiperboliczność i stabilność punktów równowagi
- 2.6. Zagadnienia brzegowe

3. Przykłady

- 3.1. Rozwiązywanie równań metodą szeregów potęgowych
- 3.2. Równania na wariację
- 3.3. Potoki – policzenie i zastosowanie własności w konkretnych sytuacjach
- 3.4. Wzory Liouville'a i Abela
- 3.5. Zastosowania twierdzenia spektralnego, macierze spektralne
- 3.6. Całki pierwsze, funkcje Lapunowa – zastosowanie do badania stabilności