

KJG

# Równania różniczkowe zwyczajne

OPRACOWANIE ZAGADNIEŃ NA EGZAMIN

WERSJA Z 15 GRUDNIA 2018 R.

## Spis treści

1. Twierdzenia . . . . .	3
1.1. Ciągła zależność od parametru . . . . .	3
1.2. Różniczkowalna zależność od parametrów . . . . .	3
1.3. Rozwiązania przez szeregi potęgowe wokół punktu regularnego . . . . .	3
1.4. Twierdzenie spektralne dla funkcji analitycznych . . . . .	3
1.5. Twierdzenie o asymptotycznym zachowaniu $\ e^{At}\ $ . . . . .	3
1.6. Twierdzenie o minimach funkcji Lapunowa i stabilności . . . . .	3
2. Zagadnienia . . . . .	3
2.1. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań, rozwiązania wysycone . . . . .	3
2.2. Metoda Frobeniusa . . . . .	3
2.3. Rozwiązania układów liniowych jednorodnych . . . . .	3
2.4. Rozwiązanie równań liniowych niejednorodnych . . . . .	3
2.5. Hiperboliczność i stabilność punktów równowagi . . . . .	3
2.6. Zagadnienia brzegowe . . . . .	3
3. Przykłady . . . . .	3
3.1. Rozwiązanie równań metodą szeregów potęgowych . . . . .	3
3.2. Równania na wariację . . . . .	3
3.3. Potoki – policzenie i zastosowanie własności w konkretnych sytuacjach . . . . .	3
3.4. Wzory Liouville’a i Abela . . . . .	3
3.5. Zastosowania twierdzenia spektralnego, macierze spektralne . . . . .	3
3.6. Całki pierwsze, funkcje Lapunowa – zastosowanie do badania stabilności . . . . .	3

## 1. Twierdzenia

- 1.1. Ciągła zależność od parametru
- 1.2. Różniczkowalna zależność od parametrów
- 1.3. Rozwiązania przez szeregi potęgowe wokół punktu regularnego
- 1.4. Twierdzenie spektralne dla funkcji analitycznych
- 1.5. Twierdzenie o asymptotycznym zachowaniu  $\|e^{At}\|$
- 1.6. Twierdzenie o minimach funkcji Lapunowa i stabilności

## 2. Zagadnienia

- 2.1. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań, rozwiązania wysycone

Twierdzenie 2.1.1. Niech  $y' = f(y, t)$  oraz  $y(t_0) = y_0$ . Załóżmy, że funkcja  $f$  jest ciągła na zbiorze  $H = \overline{B}(y_0, b) \times [t_0 - a, t_0 + a]$ , gdzie  $a, b > 0$ . Oznaczmy

$$M = \sup \{ \|f(y, t)\| : (y, t) \in H \}.$$

- 2.2. Metoda Frobeniusa
- 2.3. Rozwiązania układów liniowych jednorodnych
- 2.4. Rozwiązywanie równań liniowych niejednorodnych
- 2.5. Hiperboliczność i stabilność punktów równowagi
- 2.6. Zagadnienia brzegowe

## 3. Przykłady

- 3.1. Rozwiązywanie równań metodą szeregów potęgowych
- 3.2. Równania na wariację
- 3.3. Potoki – policzenie i zastosowanie własności w konkretnych sytuacjach
- 3.4. Wzory Liouville'a i Abela
- 3.5. Zastosowania twierdzenia spektralnego, macierze spektralne
- 3.6. Całki pierwsze, funkcje Lapunowa – zastosowanie do badania stabilności