

## freexyn 编程实例视频教程系列 12

### matlab 与基础数学

#### 12.0 概述

##### 1.基本内容

基础数学 (Elementary mathematics)，也称初等数学，是指通常在小学或中学阶段所学的数学内容，与高等数学相对

本系列课程目标在于掌握运用 matlab 解决基础数学范围内的问题，包括四则运算、整数分数、图形、有理数、实数、多项式、基本函数、集合、基本初等函数、二次函数、三角函数、圆锥曲线、数列、复数、概率统计、排列组合、向量、导数等

作者：freexyn

##### 2.实例演示

2.1 一元二次方程  $x.^2+2*x-7$  的图像和零点

2.2 求集合的交集和并集：a=[1 2 3 4]和 b=[3 4 5 6]

2.3 从 a,b,c 三个字母中任取 2 个字母的所有组合和组合数

2.4 求函数  $f(x)=(5*x.^2+5*x+1)/(x.^2-1)$  的渐近线、局部最值和拐点，并作图

#### 12.1 基本数值运算数

从基本的数字及其在 matlab 中的表达讲起

##### 1.数值运算数的创建和运算

运算数也称操作数，即参与运算的数值或变量

matlab 中基本的数值型运算数可以定义为整型或者浮点型

## 2. 整型

matlab 支持整数数据的 1 个，2 个，4 个和 8 个字节的存储

再分为有符号和无符号，总共 8 个整型类别，如表

整型类别	取值范围	函数
有符号的 8 位整数	$-2^7$ 至 $2^7 - 1$	int8
有符号的 16 位整数	$-2^{15}$ 至 $2^{15} - 1$	int16
有符号的 32 位整数	$-2^{31}$ 至 $2^{31} - 1$	int32
有符号的 64 位整数	$-2^{63}$ 至 $2^{63} - 1$	int64
无符号的 8 位整数	0 到 $2^8 - 1$	uint8
无符号的 16 位整数	0 至 $2^{16} - 1$	uint16
无符号的 32 位整数	0 至 $2^{32} - 1$	uint32
无符号的 64 位整数	0 到 $2^{64} - 1$	uint64

## 3. 浮点型

Matlab 中浮点型数据分为双精度浮点型和单精度浮点型

其中双精度浮点型是 matlab 默认的数值类型

浮点型数据是根据 IEEE 浮点数算术标准（IEEE 754）定义的

规定存储为 double 格式的值都需要 64 位，格式如下

位	用法
63	符号（0=正数，1=负数）
62 至 52	指数
51 至 0	小数位（分数位）

规定存储为 single 格式的值都需要 32 位，格式如下：

位	用法
31	符号（0=正数，1=负数）
30 至 23	指数

位	用法
22 至 0	小数位（分数位）

## 12.2 基本运算符

本系列前两节介绍整型、浮点型等数据的数组运算和矩阵运算及其运算符，这部分内容在系列 1 的基础课程中已有讲述，此处只做简单回顾

1.基本运算包括算术运算、关系运算和逻辑运算等

作者：freexyn

2.算术运算

算术运算（arithmetic）主要指加减乘除、幂和舍入等运算

算术运算符汇总表

符号	功能	函数
+	加法	plus
+	一元加法	uplus
-	减法	minus
-	一元减法	uminus
.*	按元素乘法	times
*	矩阵乘法	mtimes
./	按元素右除	rdivide
/	矩阵右除	mrdivide
.\	按元素左除	ldivide
\	矩阵左除（也称为反斜杠）	mldivide
.^	按元素求幂	power
^	矩阵幂	mpower
.'	转置	transpose
'	复共轭转置	ctranspose

3.逻辑运算

逻辑运算(logical)是用数字 1 和 0 分别表示真(true)或假(false)的状态。Matlab 中逻辑运算符如表

符号	功能	函数
&	逻辑与	and
	逻辑或	or
&&	逻辑与（具有短路功能）	Logical Operators: Short-Circuit &&
	逻辑或（具有短路功能）	
~	逻辑非	not

#### 4.关系运算

关系运算（relational）使用“小于”，“大于”和“不等于”等运算符定量地比较运算数，比较的结果是一个逻辑数组，在关系为真的位置显示 1。Matlab 中关系运算符如表

符号	功能	函数
==	等于	eq
~=	不等于	ne
>	大于	gt
>=	大于或等于	ge
<	小于	lt
<=	小于或等于	le

#### 5.运算符的优先级

##### 1.matlab 中各类多种运算符组合使用时的优先运算顺序

##### 2.优先级顺序

可以任意组合使用算术运算符、关系运算符和逻辑运算符等形成的表达式进行运算，matlab 进行运算处理的顺序取决于每个运算符的优先级。在每个优先级中，运算符具有相同的优先级，并从左到右进行处理。matlab 运算符的优先级规则从最高到最低排序如下

1. 括号 ()
2. 转置 (.'), 幂(.^), 复共轭转置 ('), 矩阵的幂(^)
3. 一元减的幂(.^-), 一元加的幂(.^+), 逻辑非的幂(.^~) 一元减的矩阵的幂(^-), 一元加的矩阵的幂(^+), 逻辑非的矩阵的幂 (^~).
4. 一元加(+), 一元减(-), 逻辑非(~)
5. 乘法(\*), 右除(/), 左除(\), 矩阵的乘法(\*), 矩阵的右除(/), 矩阵的左除 (\)
6. 加法 (+), 减法(-)
7. 冒号(:)
8. 关系运算符(<),(<=),(>), (>=), (==), (~=)
9. 逻辑与(&)
10. 逻辑或(||)
11. 短路逻辑与(&&)
12. 短路逻辑或 (|||)

## 12.3 常用函数

1. 介绍一些简单数据计算处理的基本常用函数

作者: freexyn

2. 认识函数

求和 sum

乘积 prod

求余数 mod

舍入到最近的整数 round

向正无穷方向舍入 ceil

向零舍入 fix

向负无穷方向舍入 floor

开方 sqrt

排序 sort

数组左右翻转 fliplr

数组上下翻转 flipud

## 12.4 质因数

1. 质数、质因数分解、阶乘、最大公约数最小公倍数等

2. 认识函数

判断质数 isprime

质因数分解 factor

最大公约数 gcd

最小公倍数 lcm

阶乘 factorial

## 12.5 画简单图形

1. 画简单图形

1.1 长方形：左下角顶点为 (1,1)，长度 2 宽度 1

1.2 圆形：中心点为 (1,1)，半径为 2

### 1.3 等边三角形：左下角顶点为 (1,1)，边长 2

作者：freexyn

#### 2.认识函数

plot

#### 3.思考

等腰三角形、直角三角形、平行四边形和菱形等画法



## 12.6 多项式求值

接下来的四节都是关于多项式的运算和应用

#### 1.求如下多项式的值

$$y=4x^4+3x^3+x+2$$

在  $x=1$  和  $x=[1\ 2;3\ 4]$ 处分别求数组的值和矩阵的值

#### 2. 认识函数

多项式求值 polyval

矩阵多项式求值 polyvalm

### 3.多项式表示方法

matlab 将多项式表示为由多项式系数按降序排列的行向量

例如，多项式  $y = ax^2 + bx + c$  ( $y=ax^2+bx+c$ ) 表示为  $p = [a \ b \ c]$ 。

## 12.7 多项式求根

### 1.如下多项式求根（解）以及根据根求多项式

1.1  $y=x^2-5x+4$

1.2  $-\cos(x)^2-5\sin(x)+5=0$

作者：freexyn

### 2. 认识函数

多项式求根 roots

由根反求多项式 poly

矩阵的特征多项式 poly

### 3.说明

三角函数方程用多项式方法求根，用替代法

## 12.8 多项式积分和求导

### 1.多项式积分和求导（微分）

1.1  $y=x^2-5x+4$  积分和求导

1.2  $y=(x-4)(x-1)$ 求导

1.3  $y=(x-4)/(x-1)$ 求导

### 2. 认识函数



多项式积分 polyint

多项式求导 polyder

多项式相乘 conv

## 12.9 多项式曲线拟合

1.把如下一组样本数据点拟合成 3 次多项式曲线

`x0=[1 2 3 4 5] % 采样点`

`y0=[0.5 3.5 8.8 15.2 28] % 样本值`

2. 认识函数

`polyfit`

3.说明

该函数运用最小二乘法原理进行处理

## 12.10 集合

1.集合的运算 (set operations)

求交集、并集、差集以及集合元素的处理等

2.认识函数

交集 `intersect`

并集 `union`

差集 `setdiff`

异或 `setxor`

不重复 `unique`

## 12.11 指数和对数

1.指数、对数、幂和开方等

作者: freexyn

2. 认识函数（或命令）

幂  $^$   $.^$

开方 sqrt

开 n 次方 nthroot

以自然常数为底的指数 exp

以自然常数 e 为底的对数 log

以 10 为底的对数 log10

## 12.12 均值方差

1.计算样本数据的均值、中位数、方差、标准差和相关系数等

2.认识函数

均值 mean

中位数 median

方差 var

标准差 std

协方差 cov

相关系数 corrcoef

## 12.13 均匀分布和正态分布

### 1.模拟服从均匀分布和正态分布的随机数

作者: freexyn

### 2.认识函数

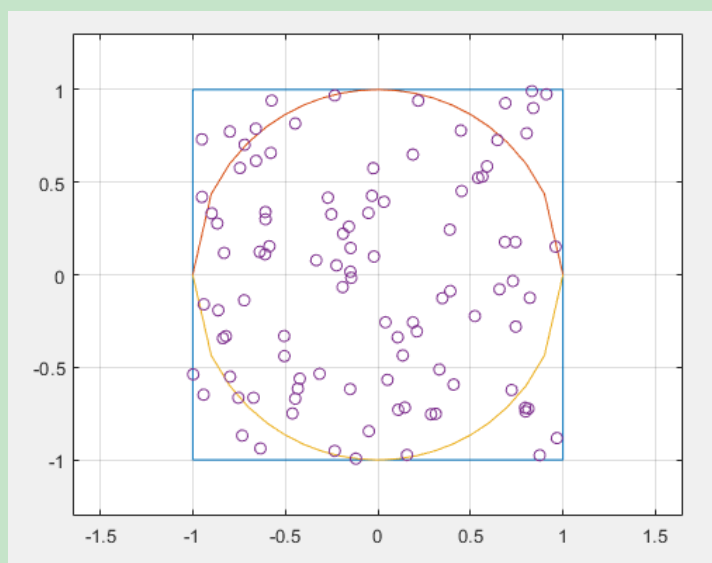
均匀分布 rand

正态分布 randn

随机整数 randi

### 3.应用实例

运用计算机随机数模拟概率，求半径为 1 的圆的面积



## 12.14 直方图和条形图

### 1.绘制直方图、条形图

### 2.认识函数

直方图 histogram

条形图 bar

## 12.15 饼图和茎叶图

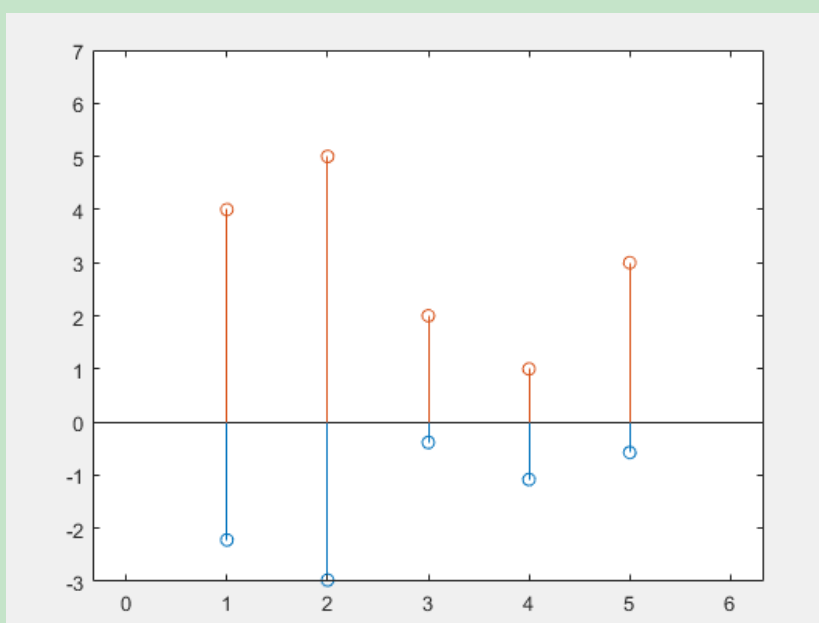
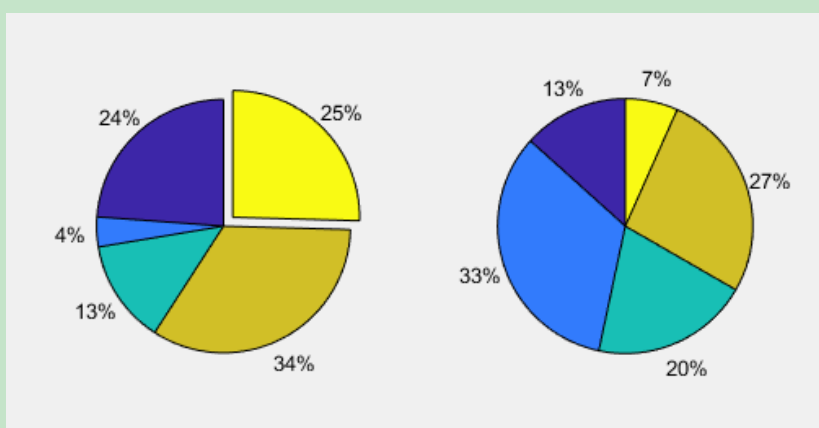
### 1. 绘制饼图和茎叶图

### 2. 认识函数

饼图 pie

茎叶图 stem

### 3. 示例



## 12.16 线性回归分析

### 1. 求线性回归方程

分析身高与体重两组数据的关系，首先画出散点图

然后建立一元线性回归方程，求出回归系数

身高：143 145 146 147 149 150 153 154 155 156 157 158 159 160

162 164

体重：88 85 88 91 92 93 93 95 96 98 97 96 98 99 100 102

## 2.认识函数

线性回归 regress

散点图 scatter

残差图 rcoplot

## 3.说明

统计和机器学习工具箱 (Statistics and Machine Learning Toolbox)

该工具箱还提供以下多种数据回归方法

线性回归 (最小二乘法的思路)

多项式回归 (前面讲过多项式拟合)

非线性回归

逐步回归

## 12.17 三角函数

### 1.计算三角函数

正弦和反正弦函数、余弦和反余弦函数，正切和余切，弧度和角度的转换，求斜边长等

作者：freexyn

## 2.认识函数

正弦函数 `sin`

余弦函数 `cos`

正切函数 `tan`

余切函数 `cot`

以度数为参数的正弦函数 `sind`

反正弦函数 `asin`

## 12.18 坐标系转换

### 1.直角坐标、极坐标和球坐标的转换

#### 2.认识函数

直角坐标转极坐标 `cart2pol`

极坐标转直角坐标 `pol2cart`

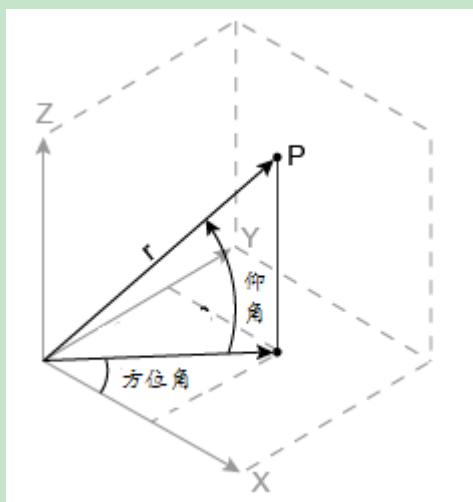
直角坐标转球坐标 `cart2sph`

球坐标转直角坐标 `sph2cart`

#### 3.说明

三维直角坐标  $(x, y, z)$

到球坐标（方位角  $a$ ，仰角  $b$ ，半径  $r$ ）的转换



## 12.19 图像和零点

1.求二次函数  $y=x^2+2x-7$  的图像和零点

作者: freexyn

2.认识

匿名函数  $f=@(x)x+1$

作图 plot、fplot

查找零点 fzero

## 12.20 提取分子和分母

接下来的几节使用符号数学工具箱进行处理

1. 提取有理表达式的分子和分母

1.1  $1/10$

1.2  $(x^2 + y^2)/(x^2 - y^2)$

1.3  $(x + y)/(x^2 - y^2)$

1.4  $x/y + y$

## 1.5 希尔伯特矩阵

## 2.认识函数

numden

## 3.说明

该函数首先把表达式处理成单个分式的形式

并化简为分子和分母的最大公约数为 1，然后返回分子和分母

使用符号数学工具箱的进行运算，不能用 double 作为输入

## 4.符号数学工具箱（Symbolic Math Toolbox）

符号数学工具箱引入了一种特殊的数据类型：符号对象

matlab 使用符号解析式进行处理，而不是数值上的计算

符号计算是精确的，不容易出现舍入误差

可以创建符号数值和变量、符号表达式、符号函数和符号矩阵

可以进行符号变量的代入和计算

系列 1：基础入门有详细讲述

## 12.21 展开表达式

### 1. 展开表达式

1.1 展开多项式  $(x - 1)*(x - 2)*(x - 3)$

1.2 展开指数函数  $\exp(x + y)*(x + \exp(x - y))$

1.3 展开三角函数  $\sin(x + y)$

1.4 展开  $\exp(x + y)*(x + \exp(x - y))$ 但不展开  $\exp(x + y)$

## 2.认识函数



expand

### 3.说明

尤其为多项式的展开提供了有效方法

## 12.22 因式分解

### 1.因式分解

1.1  $x^3 - 10x^2 + 31x - 30$  多项式分解

1.2  $x^6 + 1$  分别在有理数和复数域分解

1.3  $(\log(x)^2 - 1)/(\cos(x)^2 - \sin(x)^2)$  因式分解

1.4 分解 289170 的质因数

### 2.认识函数

factor

### 3.说明

可用于符号表达式和符号数值的分解

默认的，分解后的因子保持有理数形式

如果表达式在有理数范围内不可分解，那么返回原始形式

通过设置分解模式选项，实现用复数域的分解

分解符号数值，是进行质因数分解，例如 10 分解出 2,5

## 12.23 分式分解

### 1.有理分式的分解

$(5x^3 - 14x^2 - 42x - 29) / (x^3 - 3x^2 - 9x - 5)$

作者: freexyn

## 2.认识函数

partfrac

## 3.说明

有理分式分解是把一个复杂的有理表达式

分解成多个简单有理表达式的和的形式

其中每项的分子的阶数都小于分母的阶数

## 12.24 嵌套形式

### 1.计算多项式的嵌套形式

把表达式  $x^3 - 10x^2 + 31x - 30$

变换成嵌套形式  $x*(x*(x - 10) + 31) - 30$

### 2.认识函数

horner

## 12.25 化简

### 1. 化简表达式

1.1 化简多项式  $(1 - x^2)/(1 - x)$

1.2 化简三角函数  $\cos(x)*\cos(y)-\sin(x)*\sin(y)$

1.3 化简指数对数  $(\exp(x) - 1)/(\exp(x/2) + 1)+\log(x) + \log(\text{sym}(5))$

1.4 化简函数  $f(x,y) = \exp(x)*\exp(y)$

1.5 化简表达式  $\log(x^2)$

## 2.认识函数

simplify

### 12.26 使用假设

#### 1.使用假设

1.1 分别当  $x>0$  和  $x<0$ ，化简  $\sqrt{x^2}$

1.2 当  $n$  为整数时，化简  $\sin(2*n*\pi+\pi/2)$

#### 2.认识函数

设置假设 assume

显示假设 assumptions

#### 3.说明

假设和变量的存储区不同，运算完成后要注意清除假设

### 12.27 重写表达式

#### 1.表达式的重写和变换

1.1 sin 函数分别用 tan 函数和指数函数重写

1.2 反三角函数用对数函数重写

#### 2.认识函数

rewrite

### 12.28 合并同类项

#### 1.合并同类项

$x*y^3 + x^2*y^2 + x^3*y + x^2 + y^2 + x + y$

按 x 和 y 降幂形式分别计算

## 2.认识函数

collect

## 3.说明

该函数将原始表达式视为指定未知数的多项式

并把它们的系数以相等的幂进行加和分组

## 12.29 合并项

### 1.合并或化简以下表达式

1.1  $y1=5*\cos(x) - 20*\cos(x)^3 + 16*\cos(x)^5$

1.2  $y2= \sqrt{x}*\sqrt{y}$

作者：freexyn

## 2.认识函数

combine

## 3.说明

合并相同代数结构的项，需要指定的数学标识

如果不指定，那么合并指数表达式使用以下默认标识

$a^b*a^c=a^{(b+c)}$ ,  $a^c*b^c=(a*b)^c$ ,  $(a^b)^c=a^{(b*c)}$

前提是这些默认标识有效

## 12.30 提取表达式

### 1.从表达式中提取子表达式

从表达式  $\log(y)*x^2 + \exp(5*y)*x^2$  中提取  $x^2$ 、 $\exp(5*y)$ 、5

## 2. 认识函数

children

## 3. 说明

重复使用 children 可以进一步提取子表达式

当输入是向量时，输出用元胞数组表示

## 4. 重塑表达式（讲完本节程序后再说）

重塑表达式包括提取、分解、化简、重写和合并等多种方法

必要时，通过设定假设帮助重塑表达式

以化简为例，化简数学表达式并不是一个明确定义的主题

关于哪种形式的表达最简单，没有普遍的概念

对于一个问题来说最简单的数学表达式

对于另一个问题可能变得复杂甚至不适用

$(x + 1)(x + 2)$  通过展开 expand，方便在积分和求导方面应用

$x^2 + 3x + 2$  通过分解 factor，方便在求根处理中应用

所以要学会具体问题具体分析

综合运用这几节所学内容选择合适方法重塑表达式以辅助运算

## 12.31 数列求和

### 1. 求下面数列的和

1.1 求  $1/(n*(n+1))$  前  $n$  项和

1.2 求  $n*2^n$  前  $n$  项和

1.3 求  $(-1)^{(n-1)}*(4*n-3)$  前 100 项和

1.4 求  $\sin(1^\circ)^2 + \sin(2^\circ)^2 + \dots + \sin(89^\circ)^2$  的值

作者: freexyn

2.认识函数

symsum

3.说明

必要时使用一些化简求值的命令辅助获取合理的运算结果

## 12.32 等差和等比数列

1.推导求和公式并计算

1.1 由等差数列通项公式推导前  $n$  项和的公式

1.2 当  $a_1=5$ ,  $d=5$ , 求等差数列前 5 项的和

1.3 由等比数列通项公式推导前  $n$  项和的公式

1.4 当  $a_1=5$ ,  $q=5$ , 求等比数列前 5 项的和

## 12.33 圆锥曲线和方程

1.圆锥曲线和方程

1.1 画出抛物线  $y^2 = 2*p*x$ , 当  $p=2$  的图像

1.2 画出椭圆  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ , 当  $a^2=6$ ,  $b^2=2$  的图像

1.3 双曲线  $x^2/4 - y^2/12 = 1$  的渐近线

2.认识函数

绘图 ezplot、fimplicit

## 12.34 复数

1. 复数创建方法和相关运算的用法

2. 认识函数

虚数单位  $i$  或  $j$

创建 complex

实部 real

虚部 imag

绝对值 abs

相位角 angle

共轭复数 conj

3.说明

复数由实部和虚部组成

基本的虚数单位  $i$  等于-1 的平方根

在 matlab 中通过两种字母表示:  $i$  或  $j$

## 12.35 排列组合

1.求解排列组合问题

1.1 从 1,2,3,4 四个数字任取 3 个数字的所有组合和组合数

1.2 从 a,b,c 三个字母中任取 2 个字母的所有组合和组合数

1.3 三个数字 1,2,3 的全排列和排列数

1.4 三个字母 a,b,c 的全排列和排列数

2.认识函数

组合 nchoosek

全排列 perms

### 3.说明

在数学里，二项式系数是定义为形如 $(1 + x)^n$ 展开后  $x$  的系数

其中  $n$  为自然数， $k$  为整数

其值等于组合数， $n!/((n - k)! k!)$

## 12.36 向量

### 1.向量计算

1.1 计算向量  $x=[a1 \ a2 \ a3]$ 和  $y=[b1 \ b2 \ b3]$ 的数量积和向量积

1.2 已知  $a=(-3,2)$ ， $b=(1,2)$ ，求 $|a+b|$ ， $(2a-b)^2$

1.3 已知  $A(2,-2)$ ， $B(5,1)$ ， $C(1,4)$ ，求  $\cos(BAC)$

1.4 已知  $a=(-1,3)$ ， $b=(2,-1)$ ，且 $(ka+b)$ 垂直于 $(a-2b)$ ，求  $k$

### 2.认识函数

点积 dot

向量积 cross

绝对值 abs

范数 norm

求解方程 solve

## 12.37 特殊函数

### 1.介绍一些特殊函数的用法



作者: freexyn

## 2.认识函数

伽马函数 gamma

贝塔函数 beta

## 3.特殊函数

### 2.1 伽马函数

伽玛函数 (Gamma 函数), 也叫欧拉第二积分

是阶乘函数在实数与复数上扩展的一类函数

在实数域和复数域的分别定义为

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

### 2.2 贝塔函数

贝塔函数又称 Beta 函数, 或 B 函数

定义为, 对于任意实数,  $P, Q > 0$ , 有

$$B(P, Q) = \int_0^1 x^{P-1} (1-x)^{Q-1} dx$$

## 12.38 量纲和单位

### 1.认识和使用单位并进行运算

## 2.认识函数

单位系统 symunit (ISO)

## 3.说明

属于符号数学工具箱的功能

基本上包含了目前所有的物理单位

单位以符号表达式的形式表达和应用

可以应用到常规的运算和函数中

不同单位运算结果不会自动化简

支持常规的单位名称替代，不支持复数

## 12.39 单位的转换

### 1.单位的运算

1.1 把 1 米换算成英寸

1.2 用公式  $E=(1/2)mv^2$  推导能量的单位

1.3 用公式  $F=ma$  推导力的单位

## 2.认识函数

单位转换 rewrite

分离 separateUnits

## 12.40 实例 判断符号

从这节开始讲一些具体的应用实例

1.判断三角函数表达式的符号

theta 在第二象限内, 判断  $\sin(\cos(\theta)) * \cos(\sin(\theta))$  的符号

2.说明

用两种方法求解该问题

### 12.41 实例 计算最大值

1.求三角函数  $y = \cos(x) + \cos(x + \pi/3)$  的最大值

作者: freexyn

答案:  $\sqrt{3}$

### 12.42 实例 判断图像

1.判断函数  $y = x + \sin(|x|)$  的在区间  $[-\pi, \pi]$  大致图像

### 12.43 实例 查找渐近线极值点和拐点

1.求以下函数的渐近线、局部最值和拐点

$$f(x) = (5x^2 + 5x + 1)/(x^2 - 1)$$

作者: freexyn

2.认识函数

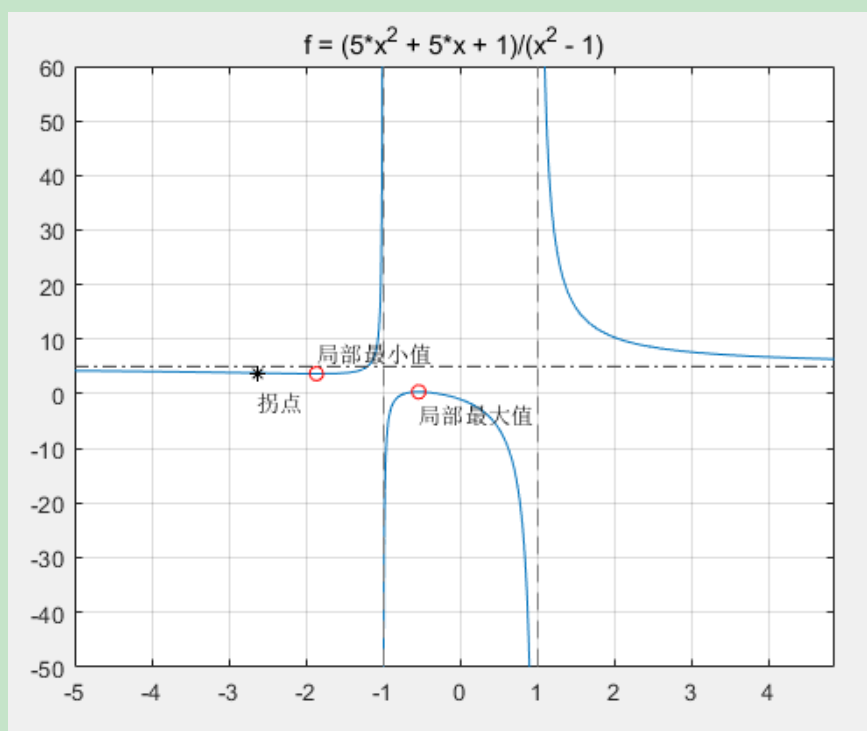
求极限 limit

求导数 diff

添加文字 text

### 3.说明

本节实例是对多个系列所学函数和方法的综合运用



本系列教程结束

欢迎交流和留言

作者/旺旺/微信公众号/UP: freexyn

邮箱: freexyn@163.com (建议、提问、合作、供稿等, 请发邮件)

[点击官方小店](#) >> [试看全部课程](#) <<

**End**