

freexyn 编程实例视频教程系列 14

Matlab 解微分方程

14.0 概述

1.主要内容

1.1 运用 Matlab 求解微分方程

1.2 通过实例体会运用 Matlab 处理微分方程问题的思路

作者：freexyn

14.1 一阶微分方程

1.实例

1.1 齐次微分方程 $y'-y=0$ ，初始条件为 $y(0) = 1$

1.2 非齐次微分方程 $y'-y=x$ ，初始条件为 $y(0) = 1$

2.认识函数

dsolve

3.说明

微分方程

常微分方程 (ODE, ordinary differential equation)

微分方程的解中含有任意常数的个数和方程的阶数相同

通解 定解问题

一阶线性常微分方程

$$y'+P(x)y=Q(x)$$

齐次和非齐次线性方程

一阶常系数线性微分方程

一阶线性微分方程的通解

$$y = Ce^{-\int P(x)dx}$$

$$y = Ce^{-\int P(x)dx} + e^{-\int P(x)dx} \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx$$

14.2 一阶非线性微分方程

1.实例

1.1 非线性微分方程 $(y')^2 - y = 0$ ，初始条件为 $y(0) = 0$

1.2 非线性微分方程 $y' - y^2 = 0$ ，初始条件为 $y(0) = -1$

2.说明

非线性微分方程的解可能有多个

作者：freexyn

14.3 二阶微分方程

1.实例

1.1 微分方程 $y'' - y = 0$ ，初始条件为 $y(0) = 2$ ， $y'(0) = 0$

1.2 微分方程 $x^2 * y'' + x * y' - y = 0$

1.3 $y'' - (1 - y^2)y' + 2y = 0$ ，初始条件为 $y(0) = 2$ ， $y'(0) = 0$

2.说明

二阶常系数线性常微分方程

$$y'' + py' + qy = f(x)$$

特征方程为 $r^2+pr+q=0$

通解形式为

1.两个不相等的实根: $y=C_1e^{r_1x}+C_2e^{r_2x}$

2.两根相等的实根: $y=(C_1+C_2x)e^{rx}$

3.一对共轭复根: $r_1=a+ib, r_2=a-ib$, $y=e^{ax}*(C_1\cos bx+C_2\sin bx)$

14.4 三阶微分方程

1.实例

$y'''-y=0$, 初始条件为 $y(0)=1$, $y'(0)=1$, $y''(0)=1$

$ay'''-by=0$, 初始条件为 $y(0)=c$, $y'(0)=d$, $y''(0)=e$

2.说明

默认的, `dsolve` 函数会应用简化规则以便返回较为简单的结果

简化规则包括但不限于以下情况

$$\ln(a)+\ln(b)=\ln(ab)$$

$$\ln(a^b)=b\ln(a) \quad (\text{若 } a < 0, \text{ 该变换不成立})$$

$$\ln(\exp(x))=x \quad \arcsin(\sin(x))=x$$

应用简化规则并非在数学意义上是严格正确的

设置属性 'IgnoreAnalyticConstraints' 为 `false`, 则不应用简化规则

14.5 解微分方程组

1.实例

$$\begin{cases} x'_t = x + y \\ y'_t = -x + y \end{cases}$$

初始条件为 $x(0) = 0$, $y(0) = 1$

作者: freexyn

14.6 数值解法 ode45

1. 实例

1.1 $y' - y = x$, 初始条件为 $y(0) = 1$;

1.2 $y'' - (1 - y^2)y' + 2y = 0$, 初始条件为 $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$;

2. 认识函数

ode45

3. 说明

3.1 数值解法概念

3.2 微分方程的写法

14.7 计算和扩展解结构体

1. 实例

使用上节的实例计算和扩展;

2. 认识函数

deval

odextend

14.8 刚性问题 ode15s

1. 实例

$y'' - 100(1 - y^2)y' + 2y = 0$, 初始条件为 $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$;

2. 认识函数

ode15s

3. 说明

3.1 刚性问题和刚性求解器

3.2 非刚性问题和非刚性求解器

14.9 完全隐式问题 ode15i

1. 实例

1.1 $y'-y=x$, 初始条件为 $y(0) = 1$

1.2 $y''-(1-y^2)y'+2y=0$, 初始条件为 $y(0) = 2, y'(0) = 0$;

2. 认识函数

ode15i

decic

3. 说明

$F(x, y, y') = 0$

本系列教程结束

欢迎交流和留言

作者/旺旺/微信公众号/UP: freexyn

邮箱: freexyn@163.com (建议、提问、合作、供稿等, 请发邮件)

[点击官方小店 >>试看全部课程<<](#)

End