

## freexyn 编程实例视频教程系列 22

### Matlab 优化

#### 22.0 概述

##### 1.主要内容

运用 Matlab 编程解决一元/多元函数求最小值/线性/整数/二次规划/最小二乘问题/曲线拟合等优化问题；

作者：freexyn

#### 22.1 一元函数最小值 fminbnd

##### 1.实例

- (1)  $\sin$  函数在区间 $[0, 2\pi]$ 的最小值；
- (2) 二次函数  $x^2 - 2x - 2$  的最小值，并作图；

##### 2.认识函数

fminbnd

##### 3.说明

##### 3.1 问题定义

一元函数最小值问题

$\min f(x)$

st.  $x \in (x_1, x_2)$

关键词：一元/有约束/连续/局部最优解

##### 3.2 算法

黄金分割法/抛物插值法

3.3 寻优过程

## 22.2 多元函数最小值 fminsearch

1.实例

(1) 函数  $(x-1)^2 + y^2 + 5$  最小值;

(2) 函数  $\exp((x+y)^2) + (x-1)^2 + 2*\sin(z)$  最小值;

2.认识函数

fminsearch

3.说明

3.1 问题定义

多元函数最小值问题

$\min f(x)$

关键词：多元/无约束/直接法寻优（非导数法）

3.2 算法

Nelder-Mead simplex direct search algorithm

## 22.3 带约束多元函数最小值 fmincon

1.实例

(1) 函数  $\exp((x+y)^2) + (x-1)^2$  最小值

St.  $x+y \geq 1$     $x+2y=1.5$     $x \geq 0.6$

(2) 函数  $\exp((x+y)^2) + (x-1)^2$  最小值

St.  $x^2+y^2 \geq 1$      $x^2+2y^2=1.5$

## 2.认识函数

fmincon

## 3.说明

### 3.1 问题定义

带约束的多元非线性优化问题

$\min f(x)$

st.

$$\begin{cases} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \\ c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \end{cases}$$

关键词：多元/非线性/有约束/

### 3.2 算法

'interior-point' (default)

'trust-region-reflective'

'sqp'

'sqp-legacy' (optimoptions only)

'active-set'

## 22.4 无约束多元函数最小值 fminunc

### 1.实例

(1) 函数 $(x-1)^2+y^2+5$  最小值;

(2) 函数  $\exp((x+y)^2)+(x-1)^2+2*\sin(z)$ 最小值;

### 2.认识函数

fminunc

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

无约束非线性多元函数优化问题

$\min f(x)$

关键词：无约束/非线性/多元函数

#### 3.2 算法

quasi-newton Algorithm

trust-region Algorithm

## 22.5 半无限约束多元函数最小值 fseminf

### 1.实例

(1)  $\min f(x)=x^2$

st.  $x+2-\exp(t-2)\leq 0$ , 其中  $0\leq t\leq 1$

(2)  $\min f(x,y)=x^2+y^2$

st.  $x+2-\exp(t-2)\leq 0$ ,  $y+2-\sin(t)\leq 0$ , 其中  $0\leq t\leq 1$

### 2.认识函数

fseminf

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

半无限约束多元非线性函数优化问题（带额外参数的约束条件）

$\min f(x)$

st.

$$\left\{ \begin{array}{l} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \\ c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ K(x,t) \leq 0 \end{array} \right.$$

关键词：半无限约束/带额外参数的约束条件

## 22.6 多目标函数最优点达到问题 fgoalattain

### 1.实例

(1) 函数 $[\sin((3\pi/2)x), x^2 + 1]$ ，目标 $[0, 1.5]$ ，权重 $[1, 1]$ ，求  $x$ ；

(2) 函数 $[\sin((3\pi/2)x), (x+y)^2 + \cos(y\pi)]$ ，目标 $[0, 1.5]$ ，权重 $[1, 1]$ ，

st.  $x+y \leq 1$ ，求  $x, y$ ；

### 2.认识函数

fgoalattain

### 3.说明

### 3.1 问题定义

多目标函数最优点达到问题

$\min \beta$

st.

$F(x)\text{-weight} * \beta \leq \text{goal}$

$$\begin{cases} A * x \leq b \\ Aeq * x = beq \\ lb \leq x \leq ub \\ c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \end{cases}$$

关键词：多值函数/给出目标值和权重

### 3.2 算法

algorithm: 'active-set'

## 22.7 多目标函数最大值最小值问题 fminimax

### 1.实例

$\min \max(F(x)), F(x)=[\sin(x)+\cos(x), \sin(x)-\cos(x)]$

### 2.认识函数

fminimax

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

多目标函数最大值的最小值问题

$$\min \max F(x)$$

st.

$$\begin{cases} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \\ c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \end{cases}$$

关键词：多值函数

## 22.8 线性规划 linprog

### 1.实例

$$\text{已知} \begin{cases} 2x-y \leq 2 \\ x-y \geq -1 \\ x+y \geq 1 \end{cases}, \text{则 } z=2x+3y \text{ 的最大值是 } \underline{18}$$

### 2.认识函数

linprog

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

线性规划 (LP, linear programming)

$$\min f^T x$$

st.

$$\begin{cases} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

关键词：目标函数和约束都是线性的

### 3.2 算法

'dual-simplex' (default)

'interior-point-legacy'

'interior-point'

## 22.9 混合整数线性规划 intlinprog

### 1.实例

$$\text{已知} \begin{cases} 5x-11y \geq -22 \\ 2x+3y \geq 9, \text{ 则 } z=x+y \text{ 的最大值是} \_\_\_\_ \\ 2x \leq 11 \end{cases}$$

### 2.认识函数

intlinprog

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

混合整数线性规划 (MILP, Mixed-integer linear programming)

$\min f^T x$

st.



$$\begin{cases} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \\ x(i) \text{ 是整数} \end{cases}$$

关键词：整数约束

## 22.10 二次规划 quadprog

### 1.实例

$$\text{已知} \begin{cases} x \geq 1 \\ x-y+1 \leq 0, \text{ 则 } x^2+y^2 \text{ 的最小值是 } \underline{5} \\ 2x-y-2 \leq 0 \end{cases}$$

### 2.认识函数

quadprog

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

二次规划问题（QP，quadratic programming）

$$\min (1/2)x^THx+f^Tx$$

st.

$$\begin{cases} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

关键词：二次目标函数/线性约束/H 必须正定

### 3.2 算法

interior-point-convex

trust-region-reflective

## 22.11 线性最小二乘问题 lsqlin

### 1.实例

$$(1) \text{ 已知 } \begin{cases} x \geq 1 \\ x-y+1 \leq 0 \\ 2x-y-2 \leq 0 \end{cases}, \text{ 则 } x^2+y^2 \text{ 的最小值是 } \underline{5}$$

### (2) 数据拟合

	X1	X2	X3	Y
1	1	2	3	3
2	-1	1	5	2
3	2	0	4	8

### 2.认识函数

lsqlin

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

线性最小二乘问题

$$\min (1/2)\|Cx-d\|^2$$

st.

$$\begin{cases} A*x \leq b \\ Aeq*x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

关键词：2-范数/线性约束

### 3.2 算法

Trust-Region-Reflective Algorithm

Interior-Point Algorithm

## 22.12 非负线性最小二乘问题 lsqnonneg

### 1.实例

$$(1) \min \|Cx-d\|^2, \text{ st. } x \geq 0$$

$$C=[1 \ 2 \ 3;$$

$$-1 \ 1 \ 5;$$

$$2 \ 0 \ 4];$$

$$d=[3;2;8];$$

$$(2) \min f(x,y,z), \text{ st. } x,y,z \geq 0$$

$$f(x,y,z) = 6*x^2 + 5*y^2 + 50*z^2 + 2*x*y + 12*x*z + 22*y*z - 34*x \\ - 16*y - 102*z + 77$$

### 2.认识函数

lsqnonneg

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

非负线性最小二乘问题

$$\min \|Cx-d\|^2$$

$$\text{st. } x \geq 0$$

关键词：非负/无约束

## 22.13 非线性函数拟合问题 lsqcurvefit

### 1.实例

使用随机数据，拟合函数：

$$f(x)=a_1x^2+a_2x+a_3+a_4\exp(a_5x)$$

### 2.认识函数

lsqcurvefit

### 3.说明

#### 3.1 问题定义

使用最小二乘法求解非线性函数拟合问题

$$\min \|F(a,xdata)-ydata\|^2$$

关键词：曲线拟合/数据拟合/任意形式函数的拟合

#### 3.2 算法

Levenberg-Marquardt

trust-region-reflective

## 22.14 非线性最小二乘问题 lsqnonlin

### 1. 计算最小值

$$\sum_{k=1}^5 (1 + \sin(kx) - e^{ky})^2$$

### 2. 认识函数

lsqnonlin

### 3. 说明

#### 3.1 问题定义

非线性最小二乘问题（非线性数据拟合）

$$\min \|f(x)\|^2$$

关键词：目标函数输入形式/无约束

#### 3.2 算法

Levenberg-Marquardt

trust-region-reflective

本系列教程结束

欢迎交流和留言

作者/旺旺/微信公众号/UP: freexyn

邮箱: freexyn@163.com（建议、提问、合作、供稿等，请发邮件）

[点击 freexyn 官方淘宝小店 >>试看全部课程<<](#)

**End**