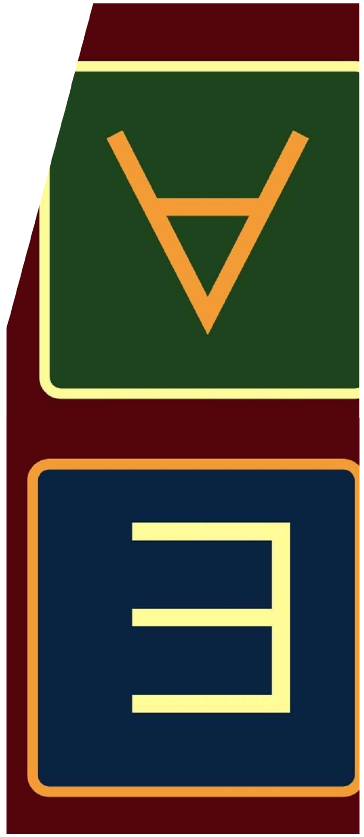
Cours 2

Quantificateurs

Ressource R1.06 - Mathématiques Discrètes

Tiphaine Jézéquel, Mickaël Le Palud

2023-2024



Quantificateur $\forall$

Définition

Le **quantificateur universel** $\forall$ se lit « quel que soit » ou « pour tout » et sert à indiquer qu'une propriété est vraie pour **tous** les éléments de l'ensemble.

Exemples :

- $\forall x \in \mathbb{N},\ x \geq 0$ (dans $\mathbb{N}$ tous les éléments sont positifs).
- $\forall a \in \mathbb{R},\ a \times \frac{1}{a} = 1$.

Exercice : Écrire mathématiquement les phrases suivantes :

1. La valeur absolue d'un nombre réel est toujours positive.
2. Le cosinus d'un nombre réel est compris entre -1 et 1.
3. La somme d'un entier et de son opposé est toujours nulle.

Quantificateur $\exists$

Définition

Le **quantificateur existentiel** $\exists$ se lit « il existe » sert à indiquer qu'une propriété est vraie pour **au moins** un élément de l'ensemble.

Exemples

- $\exists x \in \mathbb{R}, x > 1000$
- Si n est un entier pair : $\exists p \in \mathbb{Z}, n = 2p$.

Exercice : Écrire mathématiquement les phrases suivantes :

1. Il existe un réel compris entre 0.999 et 0.9999.
2. Pour tout nombre réel x, il existe un entier plus grand que x.
3. Les nombres entiers ne sont pas tous divisibles par 5.

Quantificateurs : syntaxe

Syntaxe

La syntaxe pour l'utilisation de $\forall$ et $\exists$ sera toujours de la forme suivante :

- $\forall e \in Ensemble,\ Proposition(e)$
  qui se lit "pour tout élément e de l'ensemble *Ensemble*, la proposition $Proposition(e)$ est vraie".
- $\exists e \in Ensemble,\ Proposition(e)$
  qui se lit "il existe au moins un élément e de l'ensemble *Ensemble* tel que la proposition $Proposition(e)$ est vraie".

Remarque : les quantificateurs $\forall$ et $\exists$ ne s'utilisent que avec cette syntaxe. Ils ne s'utilisent pas pour remplacer "pour tout" ou "il existe" dans n'importe quelle phrase en français.

Quantificateurs : négation

Négation

La négation d'une proposition avec quantificateur s'obtient de la manière suivante :

- $non\,(\forall e \in Ensemble,\ Proposition(e))$
  $= \ldots\ldots\ldots\ldots$
- $non(\exists e \in Ensemble,\ Proposition(e))$
  $= \ldots\ldots\ldots\ldots$