

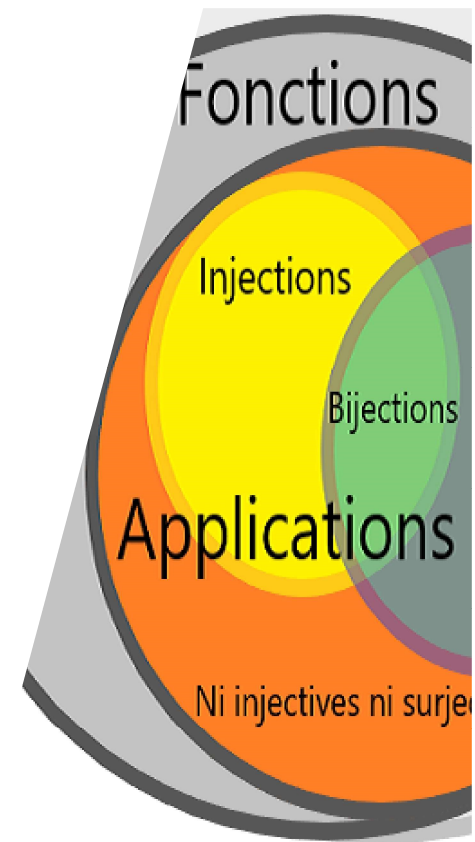
Cours 6

Applications injectives, surjectives, bijectives

Ressource R1.O6 - Mathématiques Discrètes

Tiphaine Jézéquel, Mickaël Le Palud

2023-2024



Plan du cours

- Résumé en diagrammes sagittaux
- ① Application surjective / Surjection
- ② Application surjective / Surjection
- ③ Application bijective / Bijection
- ④ Relation : Colonne(s)-Clé(s) vers Tableau complet
- ⑤ Application : Tableau complet vers Colonne(s)-Clé(s)

1

0. Résumé en diagrammes sagittaux

Résumé de l'épisode précédent (Cours 5)

2

Résumé de l'épisode à venir (Cours 6)

1. Application surjective / Surjection

Définition

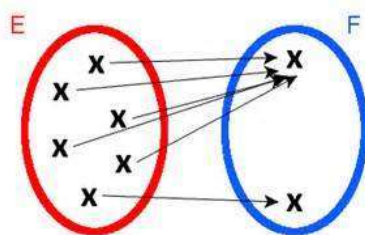
Soient E, F deux ensembles, et $f : E \rightarrow F$ une application.

On dit que l'application f est **surjective**, ou que c'est une **surjection** si tout élément de F admet **au moins un** antécédent (c'est-à-dire **un ou plusieurs**) par f .

Avec les quantificateurs :

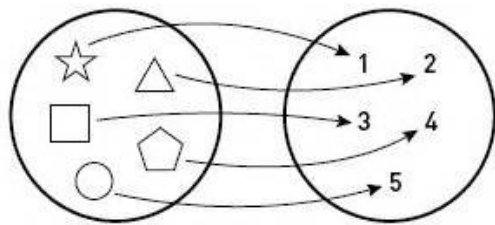
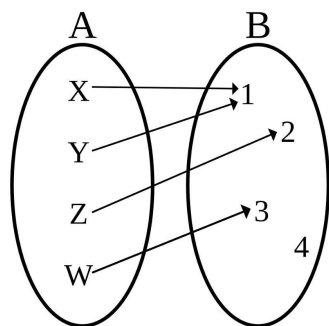
$$\forall y \in F, \exists x \in E, f(x) = y.$$

Exemple :



5

Exercice : les applications suivantes sont-elles des surjections ?



6

2. Application injective / Injection

Définition

Soient E, F deux ensembles, et $f : E \rightarrow F$ une application.

On dit que l'application f est **injective**, ou que c'est une **injection**

- si tout élément de F admet **au plus un** antécédent (c'est-à-dire **un ou aucun** antécédent) par f .

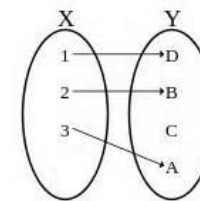
ou (définition équivalente)

- si 2 éléments distincts de E ont toujours des images distinctes dans F .

Avec les quantificateurs :

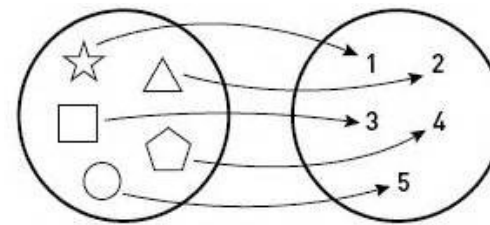
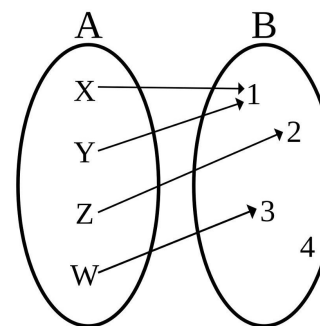
$$\forall (x_1, x_2) \in E^2, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2).$$

Exemple :



7

Exercice : les applications suivantes sont-elles injectives ?



8

3. Application bijective / Bijection

Définition

Soient E, F deux ensembles, et $f : E \rightarrow F$ une application.

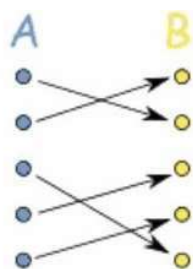
On dit que l'application f est **bijective**, ou que c'est une **bijection**

- si tout élément **de F** admet **exactement un** antécédent par f .
ou (définition équivalente)
- si f est **injective et surjective**.

Avec les quantificateurs :

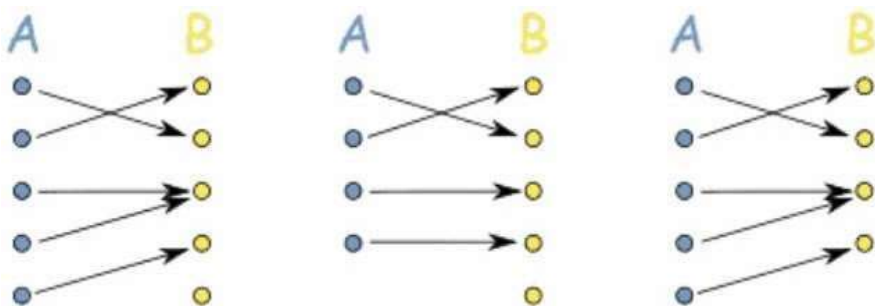
$$\forall y \in F, \exists ! x \in E, f(x) = y.$$

Exemple :



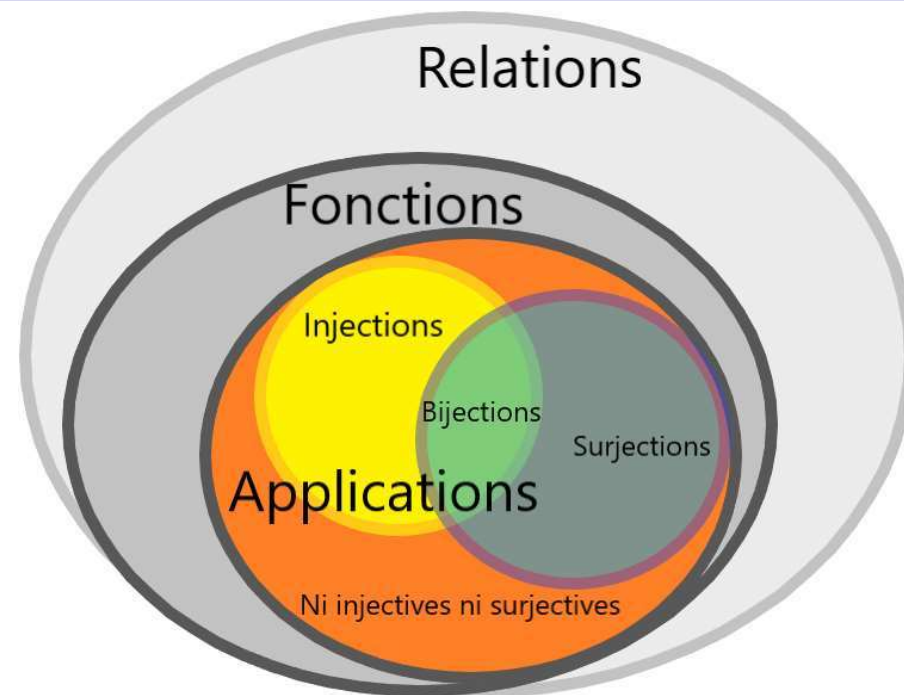
9

Exercice : les applications suivantes sont-elles injectives ?
surjectives ? bijectives ?



10

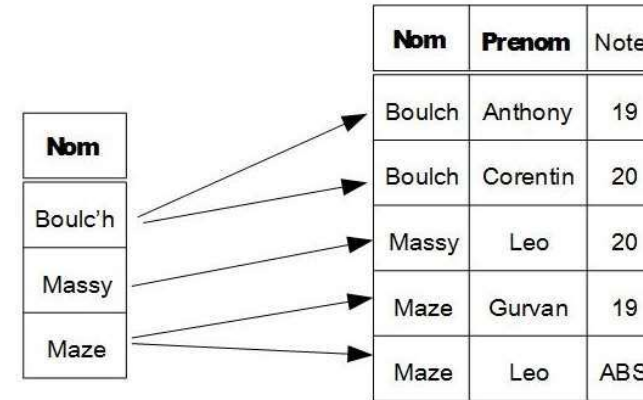
Résumé en patates/diagramme



11

12

4. Relation : Colonne(s)-Clé(s) vers Tableau complet



L'attribut **Nom** n'est pas une clé candidate
 → correspond au fait que cette relation

13

Retour en Bases de Données et notion de **clé candidate**

Nom	Prénom	Note
Boulch	Anthony	19
Boulch	Corentin	20
Massy	Léo	20
Maze	Gurvan	19
Maze	Léo	ABS

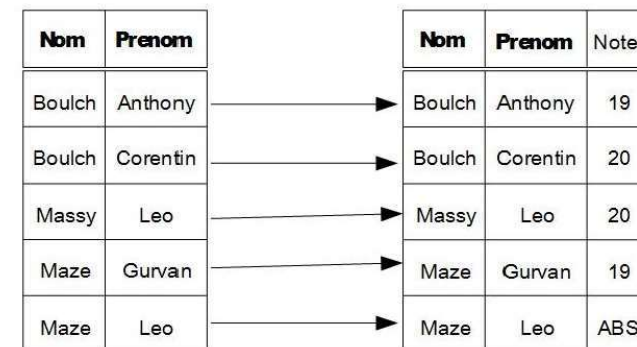
← "attributs"

Définition

Une **clé candidate** pour un tableau de données est un ensemble minimal d'attributs (= les noms des colonnes, ici Nom, Prénom, Note) qui permet d'identifier à coup sûr une ligne du tableau.

14

15



L'attribut (**Nom,Prénom**) est une clé candidate.
 → correspond au fait que cette relation **est une fonction**.
 De plus, comme il n'y a pas de cases vides dans une BDD, cette relation est alors **une application**.

Clé candidate ⇔ la relation de Colonne(s)-Clé(s) vers Tableau complet est une **application**.

16

5. Application : Tableau complet vers Colonne(s)-Clé(s)

... en voyant le problème dans l'autre sens

Nom	Prenom	Note		Nom
Boulch	Anthony	19	→	Boulch
Boulch	Corentin	20	→	Boulch
Massy	Leo	20	→	Massy
Maze	Gurvan	19	→	Maze
Maze	Leo	ABS	→	Maze

Remarque : Quel que soit le choix de colonnes à droite, la relation sera toujours une **application**, et **toujours surjective**. Car toujours exactement une image pour chaque ligne du tableau complet, et que des cases existantes dans la table de droite.

L'attribut **Nom** n'est pas une clé candidate

→ correspond au fait que cette application

17

Nom	Prenom	Note		Nom	Prenom
Boulch	Anthony	19	→	Boulch	Anthony
Boulch	Corentin	20	→	Boulch	Corentin
Massy	Leo	20	→	Massy	Leo
Maze	Gurvan	19	→	Maze	Gurvan
Maze	Leo	ABS	→	Maze	Leo

Clé candidate ⇔ l'application du Tableau complet vers Colonne(s)-Clé(s) est **bijective**.

18

Interro Moodle sur le Cours 6

Test à faire sur Moodle avant lundi 23/10 à 23h59.

Questions du Test sur le Cours 6 :

Pour chaque question, vous aurez l'image du diagramme d'une application

- 1 Dire si l'application représentée est injective ou non.
- 2 Dire si l'application représentée est surjective ou non.

Fin du dernier amphi de Maths Discrètes !



19



- TD de maths discrètes **jusqu'au 10/11**
- **le 10/11**, DS2 sur l'ensemble des TD de maths discrètes.
- **A partir du 4/12**, ressource de maths sur les matrices, organisée par Gwendal Le Bouffant, avec Adib Rahmouni et T. Jézéquel en TP/TD.
- On se retrouve **en avril**, pour une ressource + SAé autour des statistiques et de l'analyse de données.

Entre temps, vous pouvez me contacter :

- tiphaine.jezequel@univ-rennes.fr
- bureau 017 au rez-de-chaussée du bâtiment info.

20