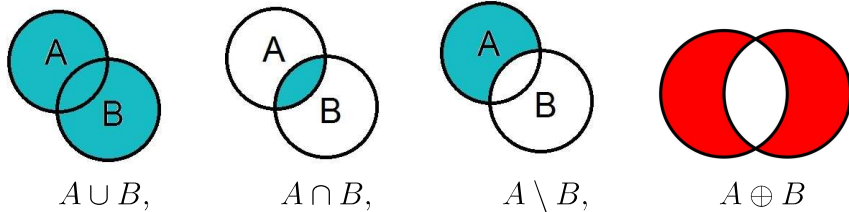


## TD3

### Ensembles

Rappel des principales opérations sur les ensembles :



#### A. Intersection, union, diagrammes

Exercice 1 - Avec des ensembles de nombres

Tracer un diagramme (= comme dessins ci-dessus) des ensembles suivants :  
 $A = \{1, 2, 4, 7, 8\}, \quad B = \{3, 4, 5, 7, 9\}, \quad C = \{2, 4, 5, 6, 7\}.$

Ecrire en extension les ensembles suivants :

- |                  |                                   |  |
|------------------|-----------------------------------|--|
| 1. $B \cap C.$   | 4. $(A \oplus B) \setminus C.$    | 7. $(B \setminus C) \cap (C \setminus B).$ |
| 2. $A \cup B.$   | 5. $A \setminus (B \setminus C).$ | 8. $(A \setminus B) \cap C.$               |
| 3. $A \oplus C.$ | 6. $(A \setminus B) \setminus C.$ | 9. $(A \cap C) \setminus (B \cap C).$      |

Exercice 2 - En français

On s'intéresse à l'ensemble  $E$  des étudiant.e.s du BUT informatique de Lannion. On définit les sous-ensembles de  $E$  suivants :

- $A$  : l'ensemble des étudiant.e.s Analphabètes
- $B$  : l'ensemble des étudiant.e.s Barbu.e.s
- $C$  : l'ensemble des étudiant.e.s Carrément sympas
- $D$  : l'ensemble des étudiant.e.s Décidément sympas

Exprimer les ensembles suivants à l'aide de  $E, A, B, C, D$  et de  $\cap, \cup, \setminus, \oplus$  :

- $E_1$  : l'ensemble des étudiant.e.s qui sont Analphabètes et Barbu.e.s
- $E_2$  : l'ensemble comprenant les étudiant.e.s Analphabètes et ceux qui sont Barbu.e.s
- $E_3$  : l'ensemble des étudiant.e.s pas sympas (ni carrément ni décidément)
- $E_4$  : l'ensemble des étudiant.e.s qui sont soit Décidément sympas, soit Carrément sympas, mais pas les 2 à la fois.

#### B. Ensembles définis en compréhension

Exercice 3 - comprendre

Les ensembles suivants sont définis en compréhension. Pour chacun d'eux, le réécrire en extension.

1.  $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ ET } (n > 3) \text{ ET } (n \leq 7)\}$
2.  $\{2n \mid n \in \mathbb{N} \text{ ET } (n \leq 3)\}$
3.  $\{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N} \text{ ET } 1 < x < 6\}$
4.  $\{y \mid y \in \mathbb{N} \text{ ET } y = y + 1\}$
5.  $\{z \mid z \in \mathbb{N} \text{ ET } z = 2 \times z\}$

Exercice 4 - faire

Définir en compréhension les ensembles suivants :

- $E_1$  : l'ensemble de tous les entiers naturels impairs.
- $E_2$  : l'ensemble de tous les carrés des entiers naturels.
- $E_3$  : l'ensemble de tous les couples à coordonnées entières tels que la somme des deux coordonnées soit inférieure ou égale à 10.

## C. Application en Bases de Données

### Exercice 5

On considère les données suivantes :

Personnes = {Jeanne, Pierre, Claire, Paul, Marie}

Fruits = {pomme, fraise, cerise, banane, citron}

Couleurs = {rouge, jaune, vert}

Variétés = {(pomme,vert),(pomme,rouge),(pomme,jaune),(citron,vert),  
(citron,jaune),(cerise,rouge),(fraise,rouge),(banane,jaune)}

Amateurs = {(Jeanne, pomme),(Claire,fraise),(Claire,cerise)  
(Claire,pomme),(Paul,fraise),(Paul,cerise),(Marie,citron)}

1. Faire un diagramme représentant l'ensemble des Fruits, et entourer sur ce diagramme les ensembles suivants :

$E_r$  : Ensemble des fruits rouges (ils peuvent aussi exister en une autre couleur).

$E_j$  : Ensemble des fruits jaunes (idem)

$E_v$  : Ensemble des fruits verts (idem)

2. Exprimer les ensembles suivants à l'aide de  $E_r, E_j, E_v$ , Fruits, et de  $\cap, \cup, \setminus, \oplus$ . Vos expressions devront marcher même si d'autres fruits et couleurs sont ajoutés à la base.

$E_1$  : Ensemble des fruits rouges ou jaunes (idem).

$E_2$  : Ensemble des fruits rouges et jaunes (idem).

$E_3$  : Ensemble des fruits ni verts ni jaunes.

$E_4$  : Ensemble des fruits soit verts soit jaunes, mais pas les deux.

3. Ecrire en compréhension les ensembles suivants. Vos expressions devront marcher même si d'autres fruits et couleurs sont ajoutés à la base.

$E_r$  : Ensemble des fruits qui existent en rouge.

$E_5$  : Ensemble des fruits que Claire aime.

4. (a) Ecrire en extension le produit cartésien Personnes  $\times$  Couleurs  
(b) L'ensemble Variétés est un sous-ensemble du produit cartésien de 2 autres des ensembles donnés : quel est ce produit cartésien ?  
(c) Même question pour Amateurs.

5. *Plus difficile.* Ecrire les ensembles suivants en compréhension. On pourra utiliser les ensembles  $E_r, E_j$  et  $E_v$  ci-dessus.

$E_6$  : Ensemble des personnes qui n'aiment pas de fruits.

$E_7$  : Ensemble des personnes qui aiment des fruits rouges.

$E_8$  : Ensemble des personnes qui aiment des fruits jaunes et des fruits verts.

$E_9$  : Ensemble des personnes qui aiment tous les fruits rouges.

### Approfondissement

**Indication 1.** Dans les exercices suivants on pourra s'aider si besoin en voyant les ensembles comme les dossiers de votre PC :

- Les éléments du dossier sont des fichiers, mais peuvent aussi être d'autres dossiers
- $\emptyset$  est un dossier vide

**Indication 2.** Signification du symbole  $\subset$  :

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles. On dit que  $E$  est inclus dans  $F$  et on note  $E \subset F$  quand tous les éléments de  $E$  sont aussi des éléments de  $F$ .

### Exercice 6

Soit  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- |                            |                               |  |
|----------------------------|-------------------------------|--|
| 1. $3 \in A$ .             | 5. $\{2\} \subset A$ .        | 9. $\emptyset \in \{\emptyset\}$ .     |
| 2. $3 \subset A$ .         | 6. $\{3, 4\} \subset A$ .     | 10. $\emptyset \in \emptyset$ .        |
| 3. $\emptyset \subset A$ . | 7. $\{\{3, 4\}\} \subset A$ . | 11. $\emptyset \in \{0\}$ .            |
| 4. $\emptyset \in A$ .     | 8. $(\{\{3, 4\}\})=2$         | 12. $\{1, 2, \emptyset\} = \{1, 2\}$ . |

### Exercice 7

Soit  $S = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$ . Lorsque c'est possible, compléter les pointillés à l'aide des symboles  $=, \subset$  ou  $\in$ , de sorte que les propositions soient vraies. S'il y a plusieurs choix possibles, les préciser.

- |  |                                   |                               |
|--|-----------------------------------|-------------------------------|
| 1. $\emptyset \dots \emptyset$ .         | 5. $\{1\} \dots S$ .              | 9. $\{1, \{1\}\} \dots S$ .   |
| 2. $\emptyset \dots \{\emptyset\}$ .     | 6. $\{1, 2\} \dots S$ .           | 10. $\emptyset \dots S$ .     |
| 3. $\{\emptyset\} \dots \{\emptyset\}$ . | 7. $\{1, 2, 3\} \dots S$ .        | 11. $\{\emptyset\} \dots S$ . |
| 4. $1 \dots S$ .                         | 8. $\{1, 2, \{1, 2\}\} \dots S$ . |                               |