

# TD1

## Connecteurs logiques, tables de vérité, négations

### A. Assimiler la notion de proposition

#### Exercice 1

Lesquels de ces énoncés sont des propositions ?

1. Le soleil est constitué de jus d'orange.
2.  $2 > 5$
3. Faites la roue.
4. Si vous n'êtes pas une femme, alors vous êtes un homme.
5. Avez-vous un bras ?
6. Si vous n'avez pas de bras, levez la main.
7. 5 est un nombre pair.

### B. Construire et utiliser les tables de vérité

#### Exercice 2

Soient  $p, q$  et  $r$  des propositions. Construire les tables de vérité des propositions suivantes :

1.  $(\text{non } p) \text{ OU } q$
2.  $p \text{ ET } (\text{non } q)$
3.  $(\text{non } p) \Rightarrow q$
4.  $(p \text{ ET } q) \Rightarrow (\text{non } r)$
5.  $(\text{non } p) \Rightarrow ((\text{non } q) \text{ OU } r)$

#### Exercice 3

Dans cet exercice, on démontre les formules de négations données dans le cours p.17 : pour chaque formule, on crée la table de vérité de la partie de gauche, puis celle de la partie de droite, et on montre qu'elles sont égales.

1. Démontrer la formule de la négation de ET, en faisant la table de vérité de  $\text{non}(p \text{ ET } q)$  puis celle de  $(\text{non } p) \text{ OU } (\text{non } q)$ .
2. Démontrer la formule de la négation de OU avec la même méthode.
3. Démontrer la formule de la négation de *implique*  $\Rightarrow$ .
4. Avec la même méthode, démontrer la formule suivante, pour toutes propositions  $p, q$  et  $r$  :

$$p \text{ ET } (q \text{ OU } r) = (p \text{ ET } q) \text{ OU } (p \text{ ET } r)$$

### C. Faire la négation d'une formule ou d'un énoncé

#### Exercice 4

Soient  $a, b, c$  trois propositions. Pour chacune des propositions suivantes, écrire sa négation.

1.  $a \text{ OU } (\text{non } b)$
2.  $a \text{ ET } (\text{non } b)$
3.  $a \text{ OU } (b \text{ ET } c)$
4.  $a \text{ ET } (b \text{ OU } c)$
5.  $a \Rightarrow (\text{non } b)$
6.  $(\text{non}(a \text{ OU } b)) \Rightarrow c$
7.  $(a \text{ ET } (\text{non } b)) \Rightarrow c$
8.  $a \Leftrightarrow b$
9.  $(a \text{ ET } b) \Leftrightarrow (\text{non } c)$
10.  $(a \text{ OU } (\text{non } b)) \Rightarrow (\text{non } c)$

#### Exercice 5

Donner la négation des phrases suivantes :

1. "Si j'ai une moyenne supérieure à 10 dans 4 UE et au-dessus de 8 dans les 6 UE, alors je valide mon année."
2. "Si tu es étudiant.e à Lannion et que tu as les cheveux longs alors tu gagneras au loto ou tu prendras ta retraite avant 50 ans."

### Approfondissement

#### Exercice 6

On introduit un nouveau connecteur logique, noté  $|$  et appelé *barre de Scheffer*, dont l'interprétation est donnée par la table suivante.

p	q	p   q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Montrer que tous les connecteurs standards peuvent être éliminés au profit de la barre de Scheffer. En d'autres termes, pour chacun des énoncés suivants, donnez un énoncé équivalent dans lequel le seul connecteur logique qui apparaît est  $|$  :

$$\text{non } p, \quad p \text{ OU } q, \quad p \text{ ET } q, \quad p \Rightarrow q.$$