

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

Отчет

о выполнении лабораторной работы №4
«Моделирование следящей системы»

Студент группы ЭР-15-16

Лихачёв М.С.

Вариант 7

Преподаватель:

Корогодин И.В.

Москва, 2020

Цель работы:

- Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- Получить опыт моделирования следящей системы;
- Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

1. Постановка задачи

Моделируется следящая система за частотой

Требуется:

- Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2. Математические модели

Вариант 7, значит значения дисперсии формирующего шума $D_{\xi} = 7$
дисперсия шумов наблюдений $D_{\eta} = 9$

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \nu_{k-1}T,$$

$$\nu_k = \nu_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_{\xi})$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_{\xi} \delta_{ij},$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0; \nu_0 = 0$$

Выражение в векторном виде:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1 (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2 (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \tilde{\nu}_k = \tilde{\nu}_{k-1},$$

Инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0; \hat{v}_0 = 0$$

Коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf :

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{meas,k}$ - поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K} (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели – приложении 1.

- В качестве тестовых условий сократим время моделирования до 5 секунд.

- Приравняем к нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений.

- Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

Получим графики:

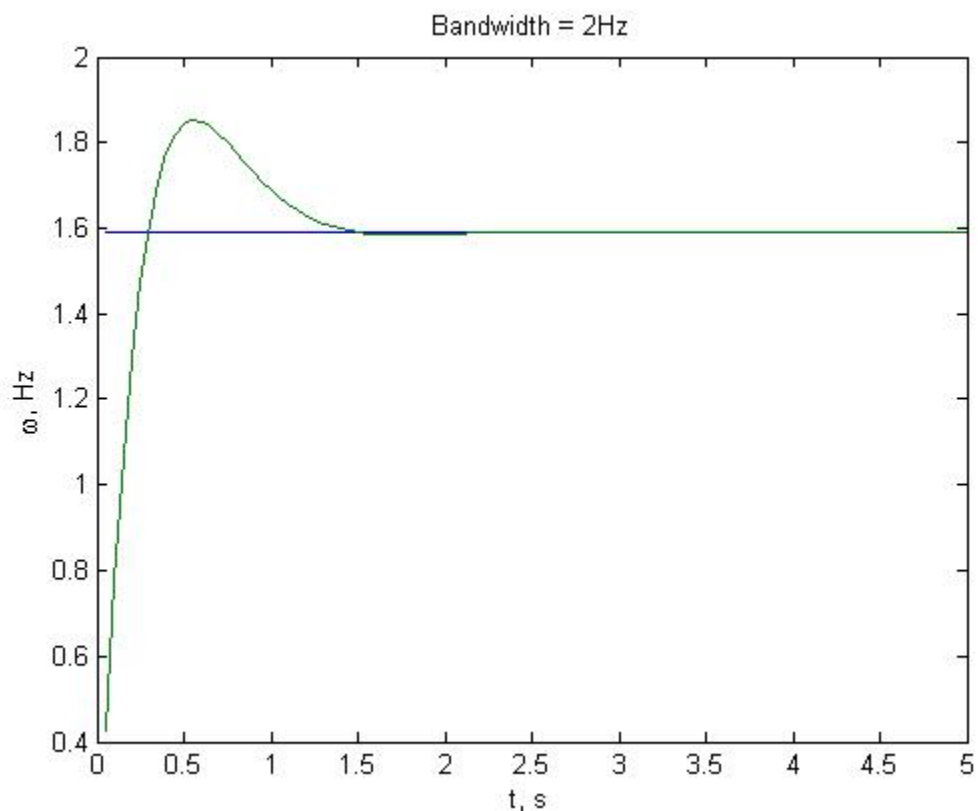


Рисунок 1 — Процесс частоты (синий) и его оценка (зеленый)

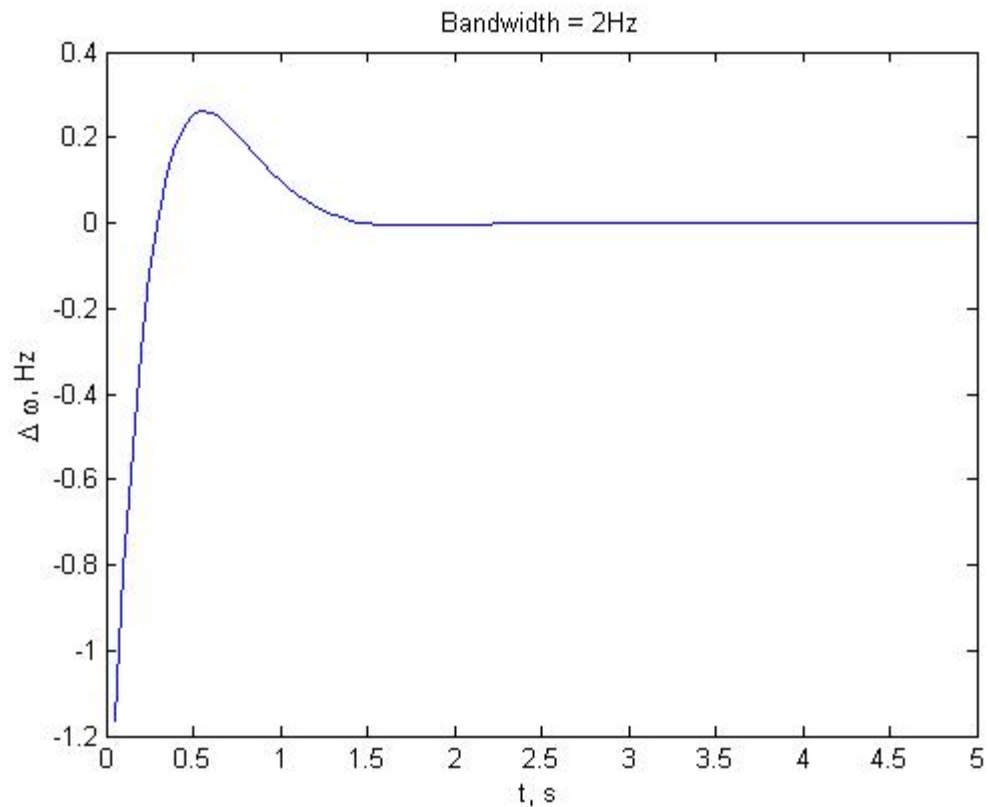


Рисунок 2 — Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2.

Можно сделать вывод: система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

5. Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.

Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсия флотационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной ($D_{\xi} = 7$).

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания ($D_{\eta} = 9$) (рисунок 3, красный график).

На третьем этапе построен график (рисунок 3, синий график) зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов ($D_{\xi} = 7, D_{\eta} = 9$).

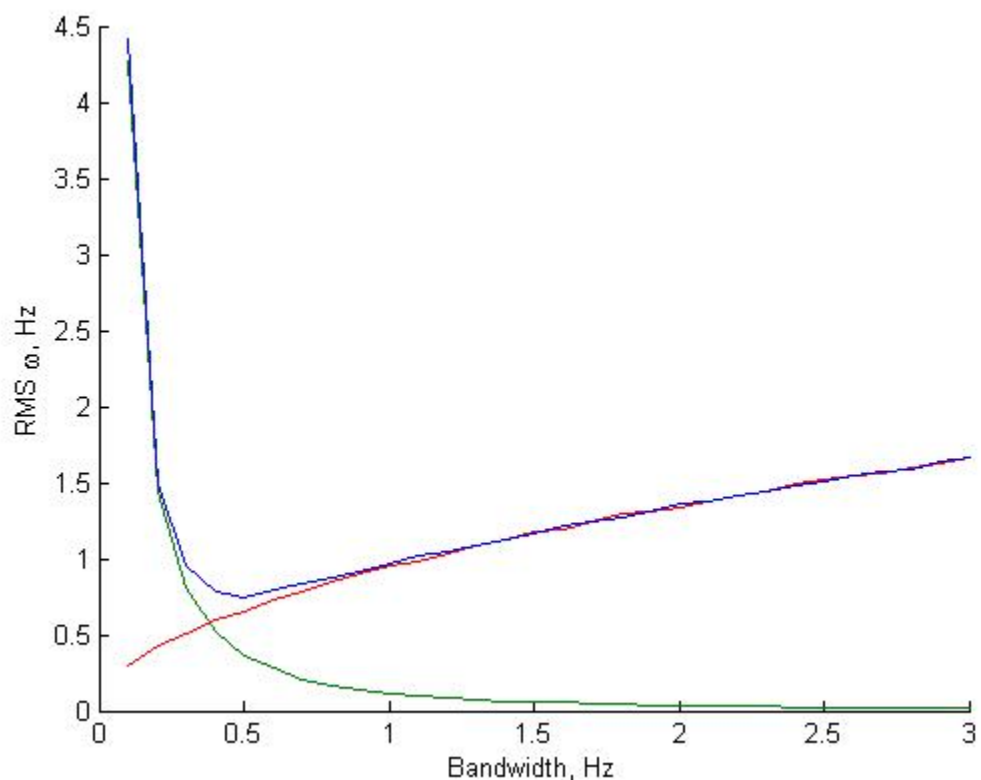


Рисунок 3 — Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

6. Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования выполнены:

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результат моделирования соответствует ожидаемому результату.

Приложение 1

```
clear all; clc;
T = 0.05;
Tmax = 3600;
t = T:T:Tmax;
N = length(t);
G = [0 0;
0 T];
F = [1 T;
0 1];
Dksi = 7*1; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 9*1; % Дисперсия шумов наблюдений
Band = 0.1:0.1:3; % Полоса СС
Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести графики
RMS_Omega = nan(1, length(Band));
for i = 1:length(Band)
K = nan(2, 1);
K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;
ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего шума
eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов наблюдений
Xest = [0; 0]; % Начальные условия
Xextr = F*Xest;
Xist = [0; 0];
ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
for k = 1:N
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого процесса
omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1)); % Этап оценивания
Xextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
Omega(k) = Xist(1); % Истинное значения
end
if Band(i) == Band_for_plot
figure(1);
plot(t, ErrOmega/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
figure(2);
plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
end
RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end
if Dksi == 0
Col = [1 0 0];
elseif Deta == 0
Col = [0 0.5 0];
else
Col = [0 0 1];
end
figure(3)
hold on
plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col);
hold off
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');
```