

Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
Институт Радиотехники и электротехники им В.А. Котельникова

Отчет  
О выполнении лабораторной работы №4  
«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16  
Тасканов В.Е.  
Вариант 13  
Преподаватель:  
Корогодин И.В.

Москва

2020

## **Цель работы:**

- Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- Получить опыт моделирования следящей системы;
- Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

## **1. Постановка задачи**

Моделируется следящая система за частотой

Требуется:

- Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

## 2. Математические модели

Вариант 13, значит значения дисперсии формирующего шума  $D_\xi = 8$ , дисперсия шумов наблюдений  $D_\eta = 11$ .

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \nu_{k-1}T,$$

$$\nu_k = \nu_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0; \nu_0 = 0$$

Выражение в векторном виде:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \tilde{\nu}_k = \tilde{\nu}_{k-1},$$

Инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0; \hat{v}_0 = 0$$

Коэффициенты определяются шумовой полосой системы  $\Delta f$  :

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{meas,k}$  - поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K} (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

### 3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

#### 4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели – приложении 1.

В качестве тестовых условий сократим время моделирования до 5 секунд, также приравняем нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений. Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

Получим графики:

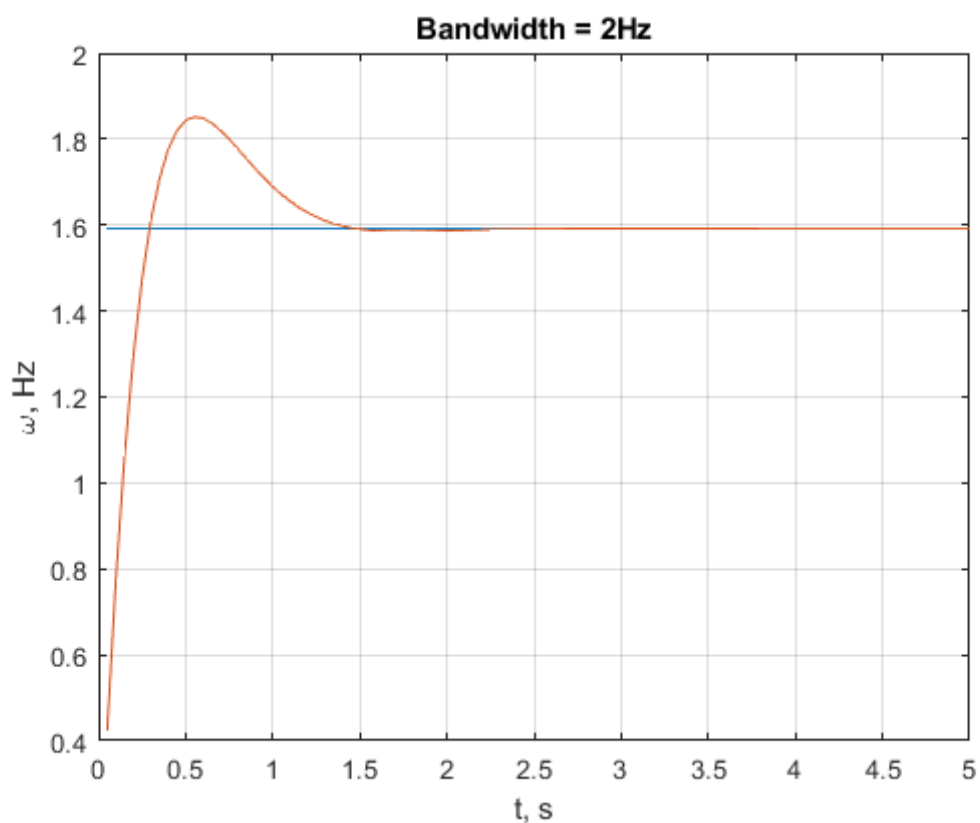


Рисунок 1 — Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

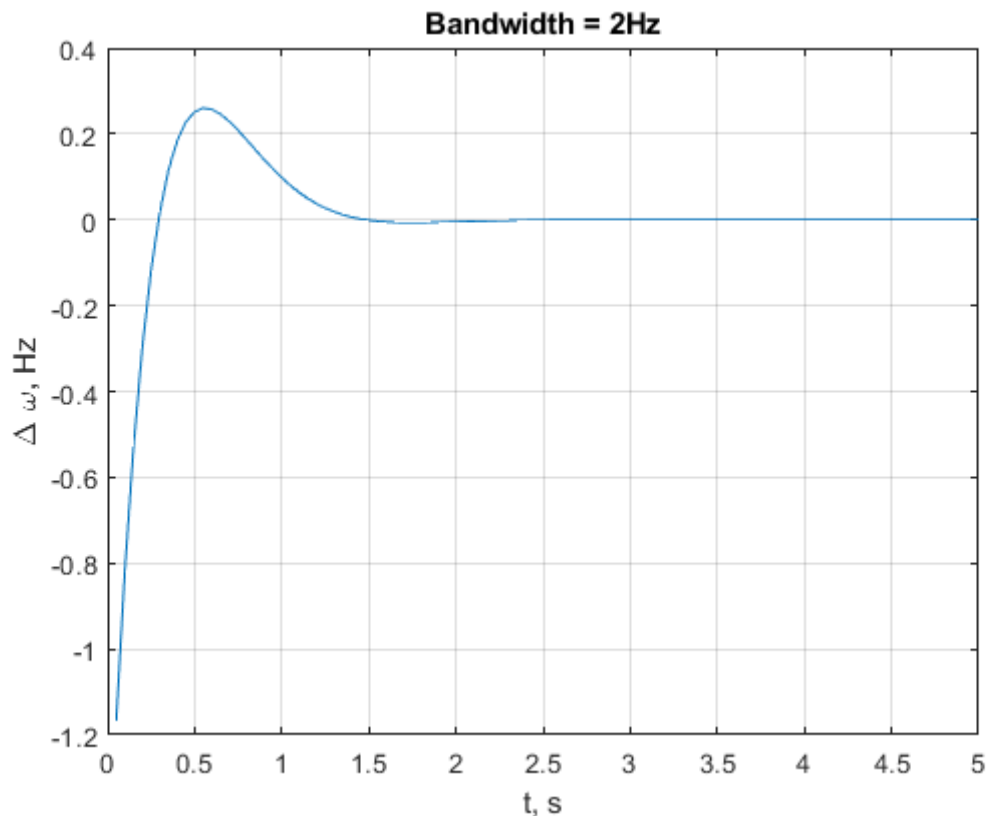


Рисунок 2 — Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2.

Можно сделать вывод: система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

## 5. Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.

Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсия флотационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной ( $D_{\xi} = 8$ ).

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания ( $D_{\eta} = 11$ ) (рисунок 3, красный график).

На третьем этапе построен график (рисунок 3, синий график) зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов ( $D_{\xi} = 8, D_{\eta} = 11$ ).

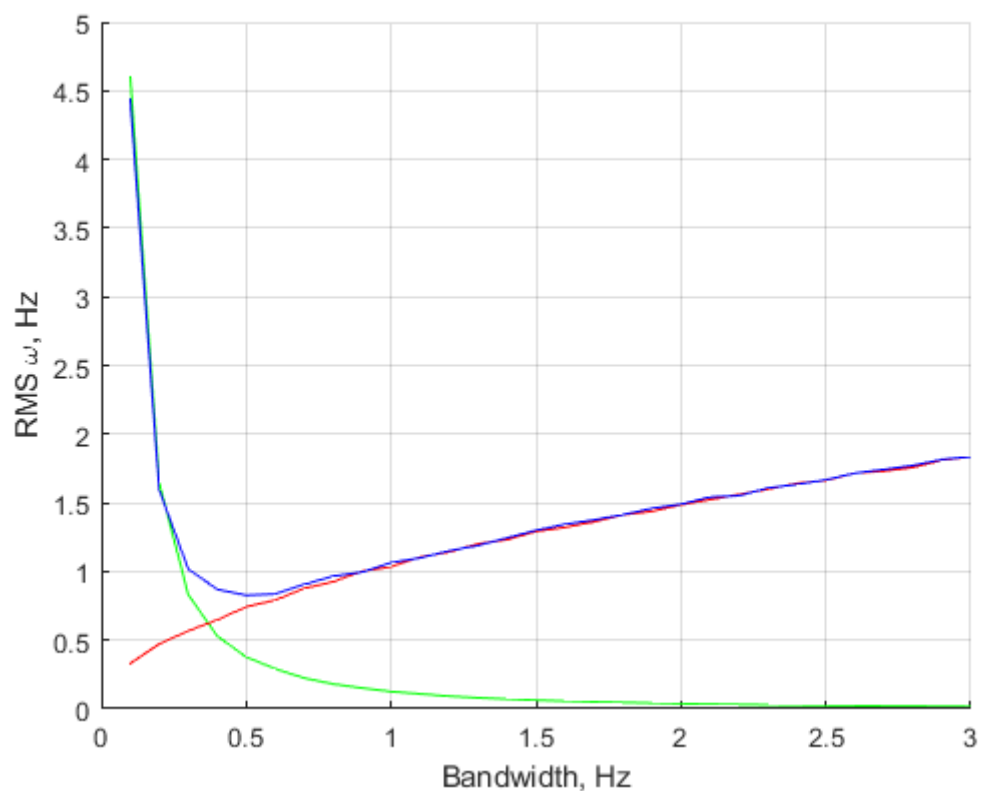


Рисунок 3 — Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

## **6. Анализ результатов моделирования**

Поставленные цели моделирования выполнены:

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результат моделирования соответствует ожидаемому результату. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.



## Приложение 1

lab4.m

```
clear all; clc; close all;

global S;
S = struct('dw',0,'wk',0, 'RMS_Omega',0, 'i',0);

Tmax = 60*60;

tk = 0.05:0.05:Tmax;
T = tk(length(tk))-tk(length(tk)-1);

F = [1 T;
     0 1]
G = [0 0;
     0 T];
Band = 0.1:0.1:3; % 0.05: 0.05 :3 ;%Полоса СС
df = Band;
df_stop=2;
K1 = (8/3)*df*T;
K2 = (32/9)*(df.^2)*T;

Dksi_ist = 8; % 13 8
Dn_ist= 11; % 10 11

Dksi =Dksi_ist*1; %8
Dn = Dn_ist*0;%11

S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
wk = S.wk;
dw= S.dw;
RMS_Omega = S.RMS_Omega;

figure (1);
plot (tk , dw/(2*pi));
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(S.i)) 'Hz']);
grid on;
% xlim= [0:1:5]
figure(2);
plot(tk, [wk; wk + dw]/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(S.i)) 'Hz']);
grid on;

figure(3)
hold on
plot(df, S.RMS_Omega, 'g');

Dksi = Dksi_ist*0;
Dn = Dn_ist*1;
S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
plot(df, S.RMS_Omega, 'r ');

Dksi = Dksi_ist*1;
Dn = Dn_ist*1;
S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
```

```

plot(df, S.RMS_Omega, 'b ');
grid on;
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');

```

raschet.m

```

function S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk)
for i = 1:length(df)
xk = [0 0]';
xest = [0 0]';
xextr = F*xest;
for k=1:length(tk)
    ksi = sqrt(Dksi)*randn(1,1);
    xk = F*xk + G*[0;ksi];
    wk(k) = xk(1); % Истинное значения
    nk = sqrt(Dn)*randn(1,1);
    wmeas = wk(k) + nk;
    xest = xextr + [K1(i);K2(i)] * (wmeas - xextr(1));%wkextr = xetre(1)
    xextr = F*xest;
    dw (k) = xest(1)-wk(k);% Ошибка оценивания
end
if df(i) == df_stop
S.dw = dw;
S.wk = wk;
end
RMS_Omega(i) = sqrt ( mean (dw.^2) );
end
S.RMS_Omega = RMS_Omega;
S.i = i;
end

```