

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»**

Отчет

о выполнении лабораторной работы №4
«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16

Казанцев Кирилл Олегович

Вариант 3

Преподаватель:

Корогодин Илья Владимирович

Москва, 2020

Цели работы

- Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- Получить опыт моделирования следящей системы (СС);
- Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

1 Постановка задачи

Моделируется следящая система за частотой.

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2 Математические модели

По условию: $D_\xi = 6$; $D_\eta = 9$.

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

Начальные значения: $\omega_0 = 0, v_0 = 0$.

Выражения можно записать в векторном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k, \\ \mathbf{x}_k &= \begin{bmatrix} \omega_k \\ v_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_k &= \tilde{\omega}_k + K_1 (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k), \\ \hat{v}_k &= \tilde{v}_k + K_2 (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k), \\ \tilde{\omega}_k &= \hat{\omega}_{k-1} + \hat{v}_{k-1}T, \tilde{v}_k = \hat{v}_{k-1}, \end{aligned}$$

инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0, \hat{v}_0 = 0,$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{8}{3} \cdot \Delta f \cdot T, \\ K_2 &= \frac{32}{9} \cdot \Delta f^2 \cdot T, \end{aligned}$$

$\omega_{meas, k}$ – поступившие на k -м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K} (\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k), \\ \tilde{\mathbf{x}}_k &= \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

3 Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум и шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4 Проверка модели в тестовых условиях

Полный код программы для пунктов 4,5 компьютерной модели, основанный на примере из лабораторной работы, можно увидеть в приложении.

В качестве тестовых условий сократили время моделирования до 3 секунд: $T_{\max} = 3$;

Приравняли нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений:

```
Dksi = 0; % Дисперсия формирующего шума  
Deta = 0; % Дисперсия шумов наблюдений
```

Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния:

```
Xest = [0; 0]; % Начальные условия  
Xist = [10; 0];
```

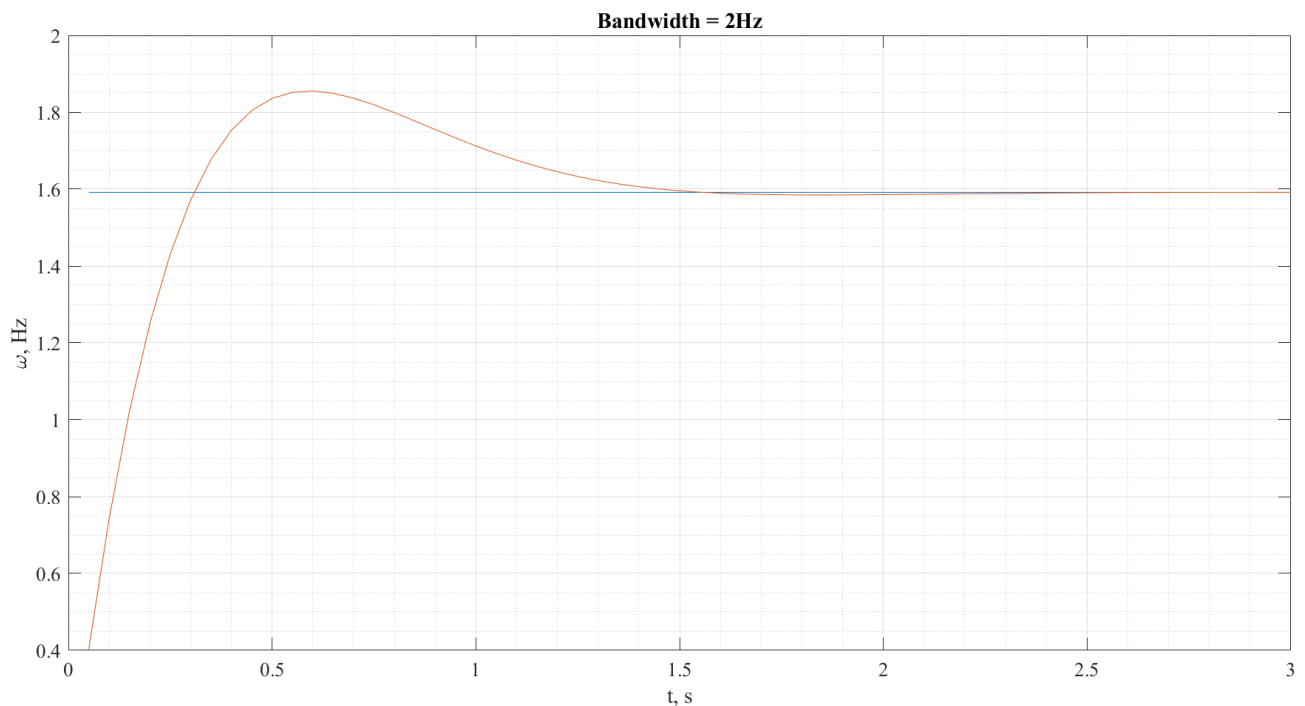


Рисунок 1 – Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

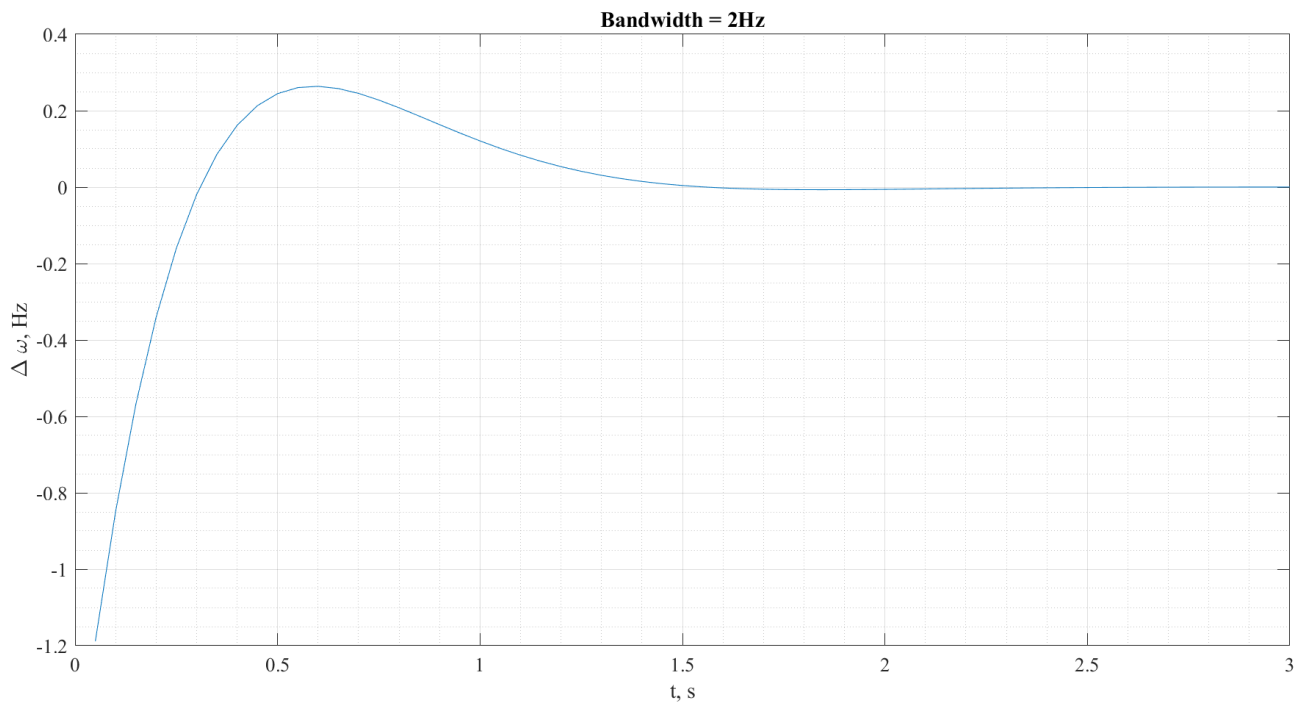


Рисунок 2 – Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2. Из графиков можно сделать вывод, что система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – чуть больше 1.5 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

5 Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования. Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60-ти минут:

```
Tmax = 3600;
```

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (см. рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсия флуктуационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной:

```
if g == 1
Dkzi = 6; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 0; % Дисперсия шумов наблюдений
```

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания:

```
if g == 2
Dksi = 0; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 9; % Дисперсия шумов наблюдений
```

Результат представлен на рисунке 3 (красный график).

График зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания построен при значениях дисперсий шумов 6 и 9 соответственно. На рисунке 3 он изображен синей линией.

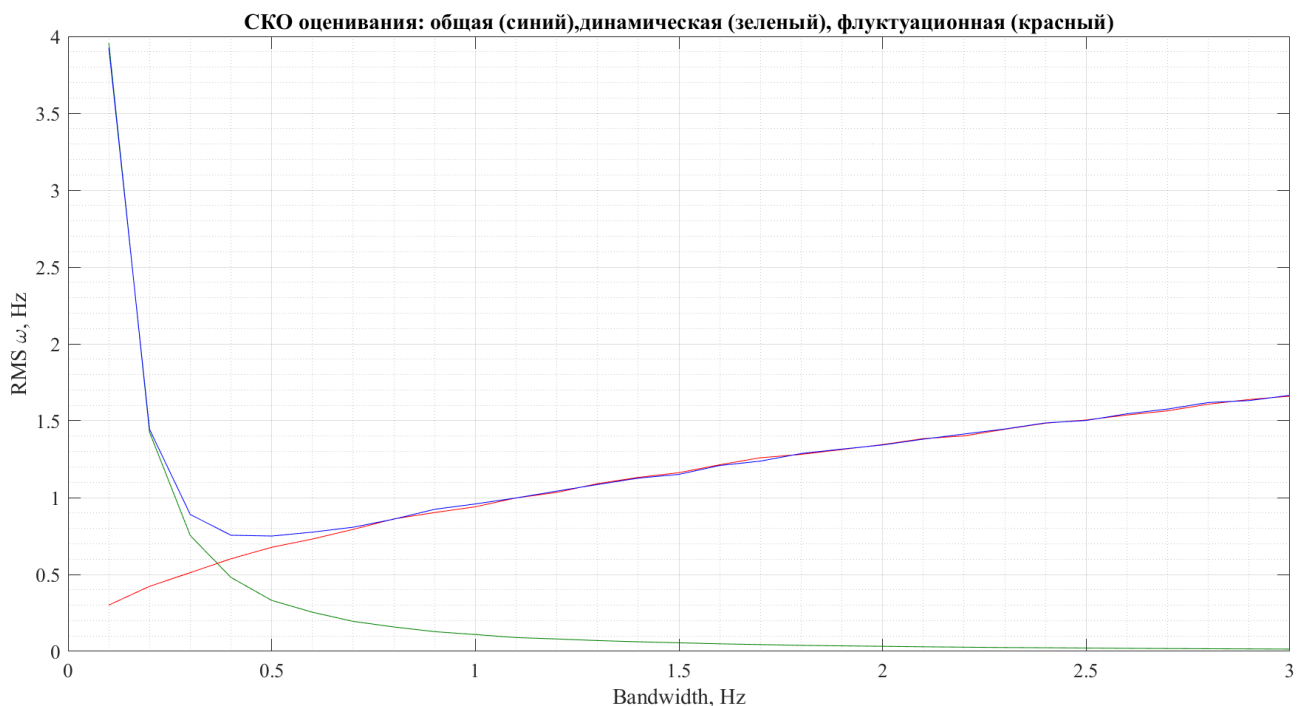


Рисунок 3 – Среднеквадратическая ошибка оценивания

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях:

СКО_{min} =

0.76 Гц;

при полосе СС:

F_{СКО_{min}} =

0.40 Гц

6 Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.4 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожиданиям и общетеоретическим соображениям. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

7 Приложение

Полный код матлаб для пунктов 4,5:

% Пункт 4

clear all;

T = 0.05;

Tmax = 3;

t = T:T:Tmax;

N = length(t);

G = [0 0; 0 T];

F = [1 T; 0 1];

Dksi = 0; % Дисперсия формирующего шума

Deta = 0; % Дисперсия шумов наблюдений

Band = 0.1:0.1:3; % Полоса СС

Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести графики

K = nan(2, 1);

x1 = sqrt(Dksi);

i = 1;

K1 = 8/3;

K2 = 32/9;

set(0,'DefaultAxesFontSize',13,'DefaultAxesFontName','Times New Roman');

while Band(i) ~= Band_for_plot

K(1) = K1 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС

K(2) = K2 * Band(i)^2 * T;

Xest = [0; 0]; % Начальные условия

Xist = [10; 0];

Xextr = F*Xest;

for k = 1:N


```

Xist = F*Xist; % Развитие оцениваемого процесса
omega_meas = Xist(1); % Наблюдения
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1)); % Этап оценивания
Xextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
Omega(k) = Xist(1); % Истинное значения
end
i = i+1;
end
% Построение графиков
ErrOmega = ErrOmega/2/pi;
figure(1);
plot(t, ErrOmega);
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on; grid minor;
Omega = Omega/2/pi;
figure(2);
plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on; grid minor;

%Пункт 5
Tmax = 3600;
t = T:T:Tmax;
N = length(t);
P = length(Band);
for g = 1:3
    if g == 1

```

```

Dksi = 6; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 0; % Дисперсия шумов наблюдений
    end

    if g == 2
Dksi = 0; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 9; % Дисперсия шумов наблюдений
    end

    if g == 3
Dksi = 6; % Дисперсия формирующего шума
    end

    for i = 1:P
K(1) = K1 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
K(2) = K2 * Band(i)^2 * T;

ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего шума
eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов наблюдений

Xest = [0; 0]; % Начальные условия
Hextr = F*Xest;

Xist = [0; 0];

for k = 1:N
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого процесса
omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
Xest = Hextr + K*(omega_meas - Hextr(1)); % Этап оценивания
Hextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
Omega(k) = Xist(1); % Истинное значения
end

```

```

RMS_Omega(g,i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
    end
    end

% Поиск минимального значения по осям
CKO_min = min(RMS_Omega(3,:));
i = 1;
while RMS_Omega(3,i) ~= CKO_min
    i = i+1;
end
F_CKO_min = Band(i);

%Построение графиков
figure(3)
Col2 = [1 0 0];
Col1 = [0 0.5 0];
Col3 = [0 0 1];
plot(Band, RMS_Omega(1,:), 'Color', Col1);
hold on;
plot(Band, RMS_Omega(2,:), 'Color', Col2);
hold on;
plot(Band, RMS_Omega(3,:), 'Color', Col3);
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');
grid on; grid minor;
title('СКО оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)');
format bank;
CKO_min
F_CKO_min

```