

Национальный исследовательский университет  
«МЭИ»

## КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

«Разработка модуля расчёта координат спутника Beidou»

Группа: ЭР-15-16

Студент: Карнаухов А.А.

Преподаватель: Корогодин И.В.

Москва

2021

## **ВВЕДЕНИЕ**

Цель проекта - добавление в программное обеспечение приемника функции расчета положения спутника Beidou на заданное время по данным его эфемерид.

Требования к разрабатываемому программному модулю:

- требования назначения;
- отсутствие утечек памяти;
- малое время выполнения;
- низкий расход памяти;
- корректное выполнение при аномальных входных данных.

Для достижения цели выполняется ряд задач, соответствующих этапам проекта и контрольным мероприятиям:

- обработка данных от приемника, работа со сторонними сервисами для подготовки входных и проверочных данных для разрабатываемого модуля;
- моделирование модуля в Matlab/Python;
- реализация программного модуля на C/C++, включая юнит-тестирование в Check.

Конечная цель всего курсового проекта - получить библиотеку функций на Си++, позволяющую рассчитывать положение спутника Beidou по его эфемеридам.

**Исходные данные:** PRN спутника Beidou – C09

## Этап 1. Использование сторонних средств

### Описание этапа

На первом этапе подготовим вспомогательные данные для разработки: эфемериды и оценки положения спутника от сторонних сервисов (чтобы было с чем сравниваться на след. этапах).

На крыше корпуса Е МЭИ установлена трехдиапазонная антенна Narxон НХ-СХ601А. Она через 50-метровый кабель, сплиттер, bias-tee и усилитель подключена к трем навигационным приемникам:

- Javad Lexion LGDD,
- SwiftNavigation Piksi Multi,
- Clonicus разработки ЛНС МЭИ.

Эти приемники осуществляют первичную обработку сигналов Beidou B1I, выдавая по интерфейсам соответствующие потоки данных - наблюдения псевдодальностей и эфемериды спутников. Данные от приемника Clonicus, записанные вечером 16 февраля 2021 года

Определим какому спутнику соответствует выданный PRN спутника.

9	Компас IGSO-4	C09	26.07.2011 21:44	CZ-3A	2011-038A	37763	Геосинхронная, накл. 55°; 95° в. д.	действующий
---	---------------	-----	------------------	-------	-----------	-------	----------------------------------------	-------------

Рисунок 1 — Состав орбитальной группировки космической навигационной системы Beidou на 10 марта 2020 года [1]

Номер спутника C09 соответствует спутнику Компас IGSO-4, номер по спутниковому каталогу НОРАД (или SCN) равен 37763. Для проверки этой информации обратимся к ресурсу «Информационно-аналитического центра координатно-временного и навигационного обеспечения» [2].

C09	37763	IGSO-4	BDS-2	27.07.11	3515	Используется по ЦН
-----	-------	--------	-------	----------	------	--------------------

Рисунок 2 — Данные о состоянии космических аппаратов Beidou на 02.03.21 (источник «Информационно-аналитического центра координатно-временного и навигационного обеспечения»)

По рисункам 1 и 2 можно увидеть, что данные совпадают.

### 1.1. Определение формы орбиты и положения спутника

Определим формы орбиты и положения спутника на ней на начало рассматриваемого интервала времени по данным сервиса Celestrak: общий вид + положение спутника на 18:00 МСК 16 февраля 2021, так, чтобы было видно подспутниковую точку и время.

18:00 по МСК соответствует 15:00 по UTC (UTC +3). Так как сервис Celestrak работает в формате времени UTC, установим время 15:00 UTC 16 февраля 2021.

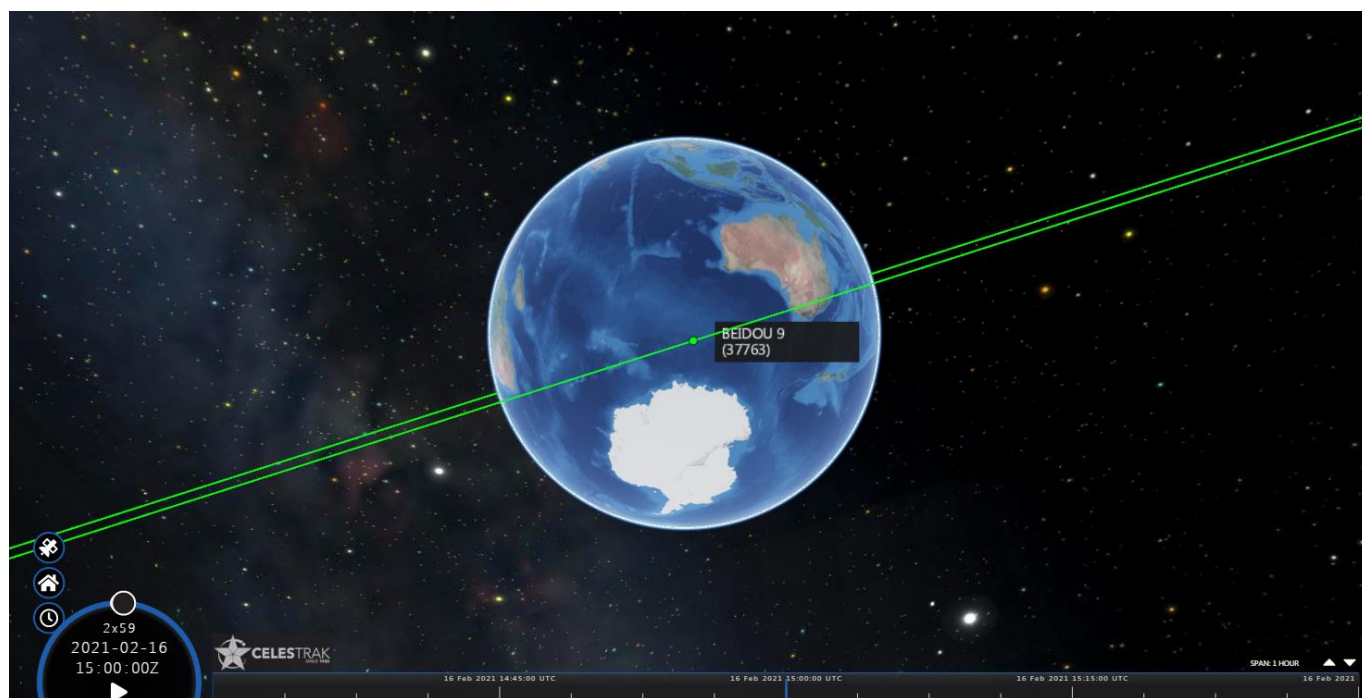


Рисунок 3 — Модель сервиса Celestrak, видно подспутниковую точку и время

## 1.2. Расчет графика угла места собственного спутника от времени

Рассчитаем график угла места собственного спутника от времени по данным Trimble GNSS Planning Online на интервал времени с 18:00 МСК 16 февраля до 06:00 МСК 17 февраля 2021 года.

Установили приблизительные координаты местоположения антенны и границы времени, также выбрали спутник C09.

Рисунок 4 — Экран настроек Trimble GNSS Planning Online

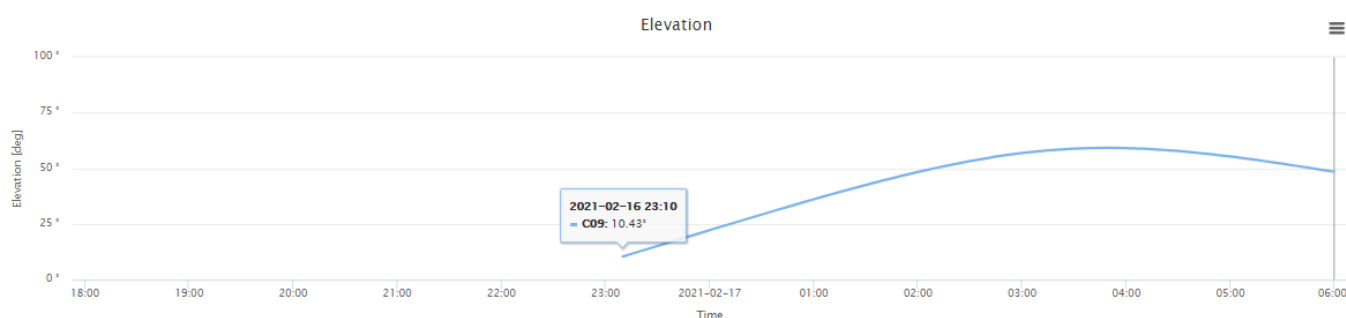


Рисунок 5 — График угла места спутника C09 от времени

По рисунку 5 видно, что спутник находился в зоне видимости в промежутке времени с 23:10 до 6:00.

### 1.3. Расчет диаграммы угла места и азимута спутника

Рассчитаем диаграммы угла места и азимута спутника (SkyView, он же SkyPlot) по данным Trimble GNSS Planning Online на интервал времени с 18:00 МСК 16 февраля до 06:00 МСК 17 февраля 2021 года.

Пронаблюдаем траекторию движения спутника.

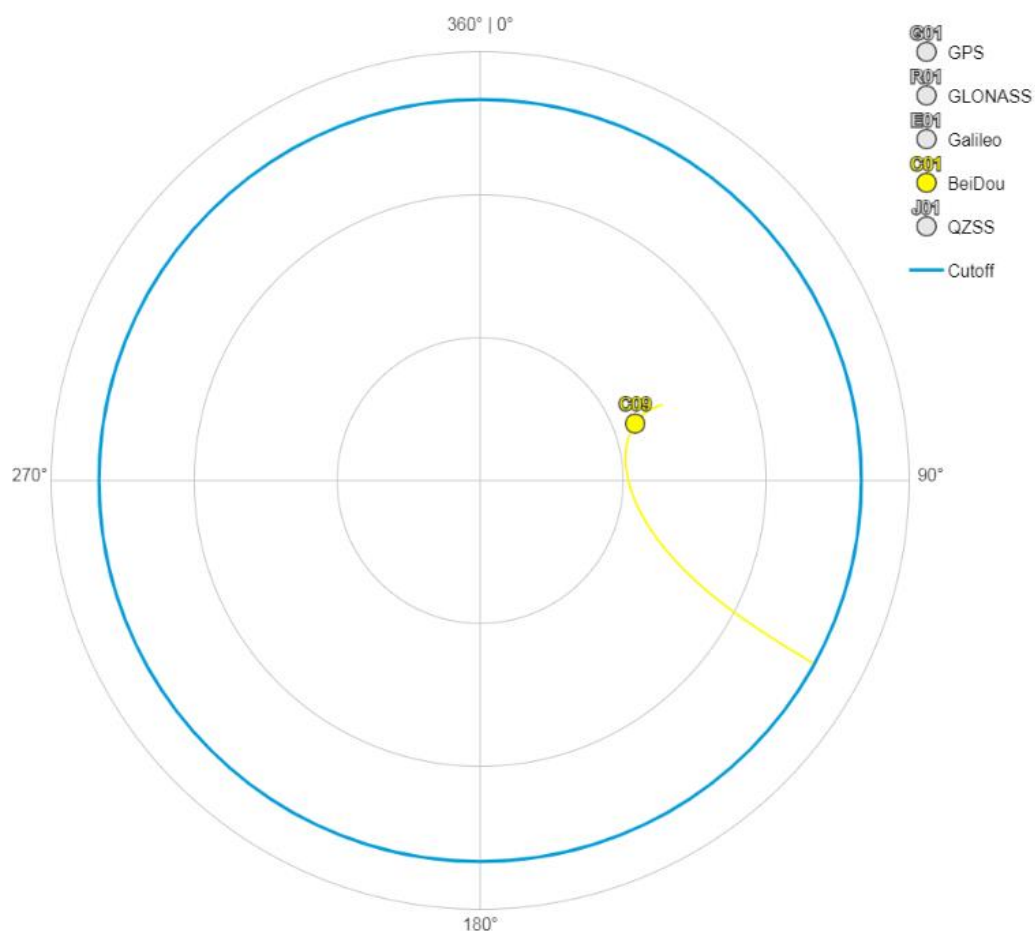


Рисунок 6 — Траектория движения спутника C09, построенная с помощью SkyPlot.

По рисунку 6 видно, что в конце наблюдаемого интервала времени спутник C09 все еще находился в зоне видимости.

## 1.4. Формирование списка и описание параметров

Сформируем список и описание параметров, входящих в состав эфемерид в сигнале B1I Beidou. Сформируем список эфемерид [3]:

Таблица 1 — Описание параметров эфемерид

Параметры	Определение
$t_{oe}$	Исходное время эфемерид
$\sqrt{A}$	Квадратный корень из большой полуоси
$e$	Эксцентриситет
$\omega$	Аргумент перигея
$\square n$	Среднее отклонение движения от расчетного значения
$M_0$	Средняя аномалия в исходное время
$\Omega_0$	Долгота восходящего узла орбитальной плоскости, вычисленная по исходному времени
$\dot{\Omega}$	Скорость прямого восхождения
$i_0$	Угол наклона в исходное время
$IDOT$	Скорость угла наклона
$C_{uc}$	Амплитуда косинусного гармонического корректирующего члена к аргументу широты
$C_{us}$	Амплитуда синусного гармонического корректирующего члена к аргументу широты
$C_{rc}$	Амплитуда косинусного гармонического корректирующего члена к радиусу орбиты
$C_{rs}$	Амплитуда синусного гармонического корректирующего члена к радиусу орбиты
$C_{ic}$	Амплитуда косинусного гармонического корректирующего члена к углу наклона
$C_{is}$	Амплитуда синусного гармонического корректирующего члена к углу наклона

Таблица 2 — Значения параметров эфемерид спутника C09

Параметр	Обозначение	Значение	Размерность
SatNum	PRN	9	-
toe	$t_{oe}$	244800000.000	мс
Crs	$C_{rc}$	-4.9843750000000000e+01	рад
Dn	$\nabla n$	7.87532799390033844e-13	рад/мс
M0	$M_0$	2.34731910518265385e+00	рад
Cuc	$C_{uc}$	-1.24704092741012573e-06	рад
e	$e$	7.69855396356433630e-03	-
Cus	$C_{us}$	2.29864381253719330e-05	рад
sqrtA	$\sqrt{A}$	6.49307452583312988e+03	м <sup>1/2</sup>
Cic	$C_{ic}$	-6.98491930961608887e-08	рад
Omega0	$\Omega_0$	6.79084253670661386e-01	рад
Cis	$C_{is}$	8.84756445884704590e-08	рад
i0	$i_0$	9.50974837701972997e-01	рад
Crc	$C_{rc}$	-4.67468750000000000e+02	рад
omega	$\omega$	-2.38950527529739887e+00	рад
OmegaDot	$\dot{\Omega}$	-1.75185868623179542e-12	рад/мс
iDot	$\dot{I}$	6.78599694972560970e-15	рад/с
Tgd	$T_{GD}$	2.0900000000000000e+05	мс
toc	$t_{oc}$	2.4480000000000000e+08	мс
af2	$a_{f2}$	0.0000000000000000e+00	мс/мс <sup>2</sup>
af1	$a_{f1}$	-2.67101896156418661e-11	мс/мс
af0	$a_{f0}$	7.28702425956726074e-01	мс
URA	-	0	-
IODE	-	257	-
IODC	-	0	-
codeL2	-	0	-
L2P	-	0	-
WN	-	789	-



## **Этап 2. Моделирование**

### **Описание этапа**

Эфемериды - параметры некоторой модели движения спутника. В разных ГНСС эти модели разные, а значит отличается и формат эфемерид, и алгоритмы расчета положения спутника.

Одна из самых простых и удобных моделей - в системе GPS. Beidou наследует данную модель.

Требуется реализовать на языке Matlab или Python функцию расчета положения спутника Beidou на заданный момент по шкале времени UTC. В качестве эфемерид использовать данные, полученные на предыдущем этапе.

Построить трехмерные графики множества положений спутника Beidou с системным номером, соответствующим номеру студента по списку. Положения должны соответствовать временному интервалу с 18:00 МСК 16 февраля до 06:00 МСК 17 февраля 2021 года. Допускается использовать одни и те же эфемериды на весь рассматриваемый интервал.

Построить SkyView за указанный временной интервал и сравнить результат с Trimble GNSS Planning Online, полученный на прошлом этапе.

Приведём таблицу эфемерид, используемых в данном этапе:

Таблица 3 — Значения параметров эфемерид спутника C09

Параметр	Обозначение	Значение	Размерность
SatNum	PRN	9	-
toe	$t_{oe}$	244800000.000	мс
Crs	$C_{rc}$	-4.9843750000000000e+01	рад
Dn	$\dot{n}$	7.87532799390033844e-13	рад/мс
M0	$M_0$	2.34731910518265385e+00	рад
Cuc	$C_{uc}$	-1.24704092741012573e-06	рад
e	$e$	7.69855396356433630e-03	-
Cus	$C_{us}$	2.29864381253719330e-05	рад
sqrtA	$\sqrt{A}$	6.49307452583312988e+03	м <sup>1/2</sup>
Cic	$C_{ic}$	-6.98491930961608887e-08	рад
Omega0	$\Omega_0$	6.79084253670661386e-01	рад
Cis	$C_{is}$	8.84756445884704590e-08	рад
i0	$i_0$	9.50974837701972997e-01	рад
Crc	$C_{rc}$	-4.6746875000000000e+02	рад
omega	$\omega$	-2.38950527529739887e+00	рад
OmegaDot	$\dot{\Omega}$	-1.75185868623179542e-12	рад/мс
iDot	$\dot{I}$	6.78599694972560970e-15	рад/с
Tgd	$T_{GD}$	2.0900000000000000e+05	мс
toc	$t_{oc}$	2.4480000000000000e+08	мс
af2	$a_{f2}$	0.0000000000000000e+00	мс/мс <sup>2</sup>
af1	$a_{f1}$	-2.67101896156418661e-11	мс/мс
af0	$a_{f0}$	7.28702425956726074e-01	мс
URA	-	0	-
IODE	-	257	-
IODC	-	0	-
codeL2	-	0	-

L2P	-	0	-
WN	-	789	-

## 2.1. Алгоритм расчёта

В таблице 3 приведены параметры эфемерид вещания Beidou для вычисления их спутниковых координат в любую эпоху наблюдения. Эти параметры периодически обновляются и не должны использоваться вне установленного времени (около четырех часов), поскольку ошибка экстраполяции экспоненциально растет за пределами срока ее действия.

Для вычисления спутниковых координат, по навигационному сообщению, необходимо использовать следующий алгоритм.

Вычислим время  $t_k$  из исходного времени эфемерид  $t_{oe}$  ( $t$  и  $t_{oe}$  выражаются в секундах в неделе GPS):

$$t_k = t - t_{oe}$$

Если  $t_k > 302400$  секунд, вычитаем 604 800 секунд из  $t_k$ . Если  $t_k < -302400$  секунд, то добавляем 604800 секунд.

Вычислим среднюю аномалию для  $t_k$ ,

$$M_k = M_0 + \left( \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{a^3}} + \Delta n \right) t_k$$

Решим (итеративно) уравнение Кеплера для аномалии эксцентриситета  $E_k$ :

$$M_k = E_k - e \sin(E_k)$$

Вычислим истинную аномалию  $\nu_k$ :

$$\nu_k = \arctan \left( \frac{\sqrt{1-e^2} \sin(E_k)}{\cos(E_k - e)} \right)$$

Вычислим аргумент широты  $u_k$  из аргумента перигея  $\omega$ , истинной аномалии  $v_k$  и поправок  $C_{uc}$  и  $C_{us}$ :

$$u_k = \omega + v_k + C_{uc} \cos(2(\omega + v_k)) + C_{us} \sin(2(\omega + v_k))$$

Вычислим радиально расстояние  $r_k$  с учётом поправок  $C_{rc}$  и  $C_{rs}$ :

$$r_k = a(1 - e \cos(E_k)) + C_{rc} \cos(2(\omega + v_k)) + C_{rs} \sin(2(\omega + v_k))$$

Вычислим наклон  $i_k$  орбитальной плоскости по наклону  $i_o$  в исходное время  $t_{oe}$  и поправкам  $C_{ic}$  и  $C_{is}$ :

$$i_k = i_o + IDOT \cdot t_k + C_{ic} \cos(2(\omega + v_k)) + C_{is} \sin(2(\omega + v_k))$$

Вычислим долготу восходящего узла  $\lambda_k$  (относительно Гринвича). В этом расчете используется долгота восходящего узла по исходному времени ( $\Omega_o$ ), поправка от видимого изменения звездного времени по Гринвичу между началом недели и опорным временем  $t_k = t - t_{oe}$ , а также изменение долготы восходящего узла по сравнению с исходным моментом  $t_{oe}$ :

$$\lambda_k = \Omega_o + (\dot{\Omega} - \omega_E) t_k - \omega_E t_{oe}$$

$\omega_E = 7.2921151467 \cdot 10^{-5}$  - скорость вращения Земли

Расчетные положения спутников в орбитальной плоскости:

$$\begin{cases} x_k = r_k \cos(u_k) \\ y_k = r_k \sin(u_k) \end{cases}$$

Расчетные GEO / MEO / IGSO координаты спутника в BDCS:

$$\begin{cases} X_k = x_k \cos(\lambda_k) - y_k \cos(i_k) \sin(\lambda_k) \\ Y_k = x_k \sin(\lambda_k) + y_k \cos(i_k) \cos(\lambda_k) \\ Z_k = y_k \sin(i_k) \end{cases}$$

Построим трехмерный график множества положений заданного спутника Beidou:

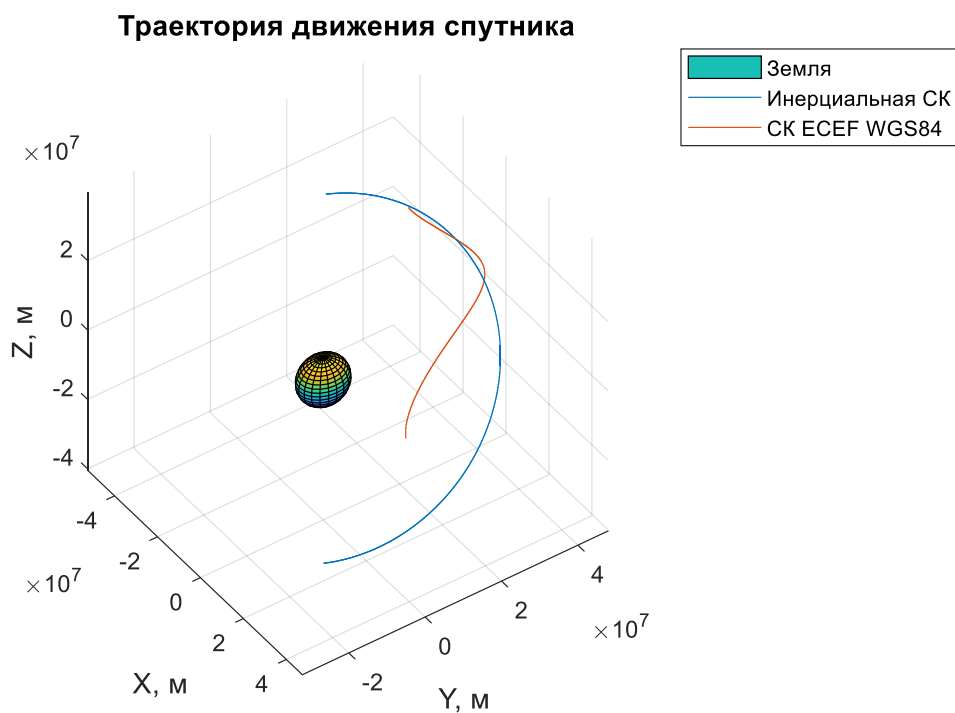


Рисунок 7 – Траектория движения спутника

Построим SkyView за интервал времени с 18:00 МСК 16 февраля до 06:00 МСК 17 февраля 2021 года:

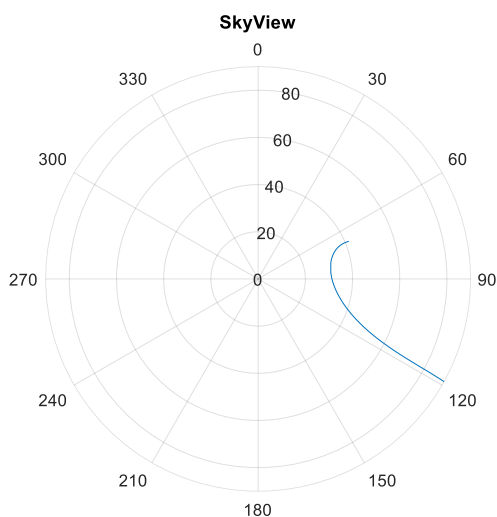


Рисунок 8 — Модель SkyView

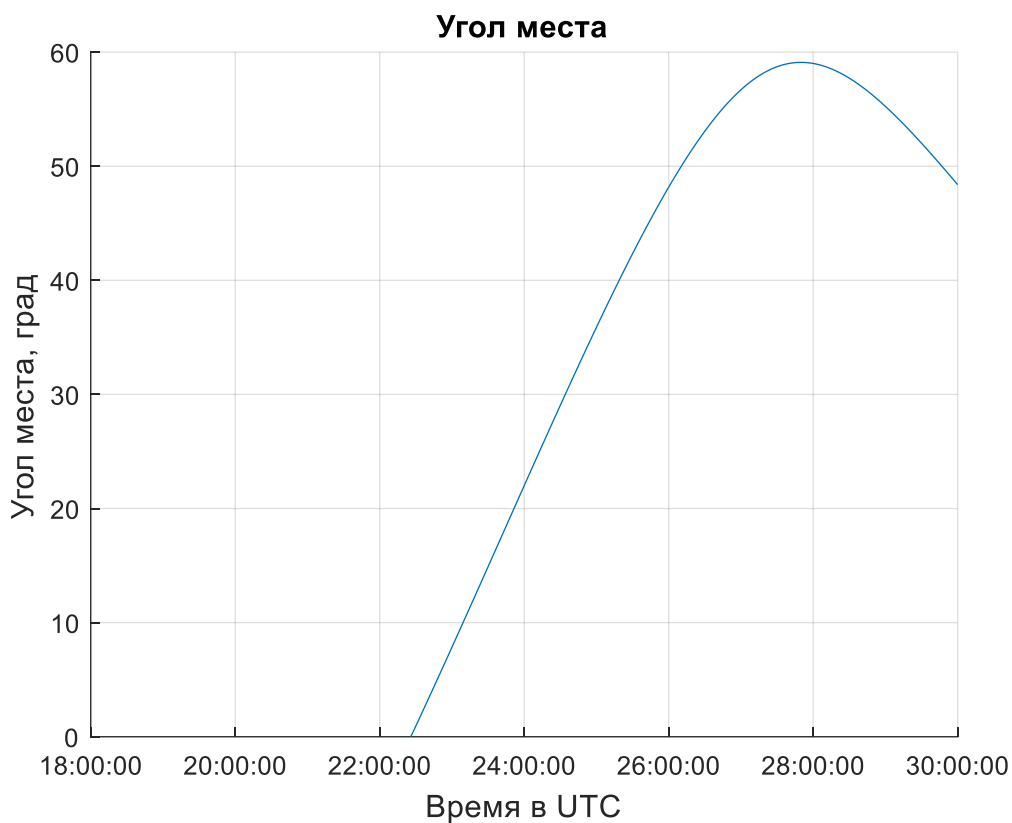


Рисунок 9 — График угла места

При сравнении рисунков, полученных на 2 этапе, с рисунками, полученными на 1 этапе, видно, что они практически совпадают. Однако, имеется погрешность, связанная с тем, что мы используем параметры эфемерид в установленном промежутке времени (около четырех часов).

Код программы приведен в приложении 1.

### **Список литературы и источников**

1. Википедия. Бэйдоу - [https://ru.wikipedia.org/wiki/Бэйдоу#Список\\_спутников](https://ru.wikipedia.org/wiki/Бэйдоу#Список_спутников)
2. «Информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения» - <https://www.glonass-iac.ru/BEIDOU/>
3. BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document Open Service Signal B1I (Version 3.0) - China Satellite Navigation Office February 2019

## Приложение 1

```

clear all;
clc;
close all;
a=(6.49307452583312988e+03)^2;
toe = 244800000.000 * 10^-3;
M0 =2.34731910518265385e+00 ;
dn = (7.87532799390033844e-13)/10^-3;
w= -2.38950527529739887e+00;
Cuc =-1.24704092741012573e-06;
Crc =-4.674687500000000000e+02;
Crs = -4.984375000000000000e+01;
Cic =-6.98491930961608887e-08;
Cis =8.84756445884704590e-08;
Cus =2.29864381253719330e-05;
i0 = 9.50974837701972997e-01;
IDOT =6.78599694972560970e-15;
Omega0 =6.79084253670661386e-01;
OmegaDot = -1.75185868623179542e-12;
e= 7.69855396356433630e-03;
n = 3.986004418e+14;
OMEGA_e = 7.2921151467*10^-5; %%
omegaE=OMEGA_e;%%
tstart = (24*2 + 18 - 3)*60*60;
tstop = (24*3 + 6 - 3)*60*60;
t_arr = tstart:1:tstop;
%
dt = 12*60*60;
for i = 1:1:length(t_arr)
coord(:, i) = CoordGPS(t_arr(i),toe, M0,e, n, a, dn,w, Cuc, Cus, Crc, Crs,Cic,
Cis,i0, IDOT, Omega0,OmegaDot, omegaE );
coord_eci_x(i)= coord(i).ECI(1);
coord_eci_y(i)=coord(i).ECI(2);
coord_eci_z(i) = coord(i).ECI(3);
coord_ecef_x(i) = coord(i).ECEF(1);
coord_ecef_y(i) = coord(i).ECEF(2);
coord_ecef_z(i) = coord(i).ECEF(3);
coord_eci(1,i) = coord(i).ECI(1);
coord_eci(2,i) = coord(i).ECI(2);
coord_eci(3,i) = coord(i).ECI(3);
coord_ecef(1,i) = coord(i).ECEF(1);
coord_ecef(2,i) = coord(i).ECEF(2);
coord_ecef(3,i) = coord(i).ECEF(3);
end
%
ppb = 1e-9;
mas = 1e-3/206264.8; % [рад]
MATRIX_WGS_84 = [-3*ppb -353*mas -4*mas;
353*mas -3*ppb 19*mas;
4*mas -19*mas -3*ppb];
crd_WGS_84 = [coord_ecef_x; coord_ecef_y; coord_ecef_z];
for i = 1:length(crd_WGS_84(1,:))
crd_WGS_84(:,i) = crd_WGS_84(:,i) + MATRIX_WGS_84 * crd_WGS_84(:,i) + [0.07; -0;
-0.77];
end
crd_WGS_84 = crd_WGS_84.'
figure (1)
E = wgs84Ellipsoid;
ellipsoid(0,0,0,E.SemimajorAxis, E.SemimajorAxis, E.SemiminorAxis);
hold on;
plot3(coord_eci_x, coord_eci_y,coord_eci_z);

```



```

hold on;
plot3(crd_WGS_84(:,1), crd_WGS_84(:,2), crd_WGS_84(:,3))
title('Траектория движения спутника', 'FontSize',12)
xlabel('X, м', 'FontSize',12)
ylabel('Y, м', 'FontSize',12)
zlabel('Z, м', 'FontSize',12)
lgd = legend('Земля', 'Инерциальная СК', 'СК ECEF WGS84');
% Географические координаты корпуса Е и их перевод в систему WGS-84
% Lantitude
N_gr = 55;
N_min = 45;
N_sec = 23.8178;
N = N_gr*pi/180 + N_min/3437.747 + N_sec/206264.8; % широта [рад]
% Longitude
E_gr = 37;
E_min = 42;
E_sec = 12.2608;
E = E_gr*pi/180 + E_min/3437.747 + E_sec/206264.8; % долгота [рад]
H = 150; % высота [м]
llh = [N E H];
crd_PRM = llh2xyz(llh);
% Построение SkyPlot
for i = 1:length(crd_WGS_84(:,1))
    [X(i) Y(i) Z(i)] =
ecef2enu(crd_WGS_84(i,1),crd_WGS_84(i,2),crd_WGS_84(i,3),N,E,H,wgs84Ellipsoid, 'radian
s');
    if Z(i) > 0
        r(i) = sqrt(X(i)^2 + Y(i)^2 + Z(i)^2);
        teta(i) = acos(Z(i)/r(i));
        if X(i) > 0
            phi(i) = -atan(Y(i)/X(i))+pi/2;
        elseif (X(i)<0)&&(Y(i)>0)
            phi(i) = -atan(Y(i)/X(i))+3*pi/2;
        elseif (X(i)<0)&&(Y(i)<0)
            phi(i) = -atan(Y(i)/X(i))-pi/2;
        end
    else teta(i) = NaN;
        r(i) = NaN;
        phi(i) = NaN;
    end
end
% Skyplot
figure (2)
ax = polaraxes;
polarplot(ax,phi,teta*180/pi)
ax.ThetaDir = 'clockwise';
ax.ThetaZeroLocation = 'top';
title('SkyView')
% Угол места
th = hours(t_arr/60/60 - 2*24+3); % Перевод временной оси в формат hh:mm:ss
figure (3)
grid on
hold on
plot(th, (-teta)*180/pi+90, 'DurationTickFormat', 'hh:mm:ss')
xlim([th(1) th(end)])
title('Угол места', 'FontSize',12)
xlabel('Время в UTC', 'FontSize',12)
ylabel('Угол места, град', 'FontSize',12)

```