

Национальный исследовательский университет
Московский Энергетический Институт
Кафедра Радиотехнических систем

Лабораторная работа №4
«Моделирование следящей системы»

Студент: Дворецкий И.А.

Группа: ЭР-15-16

Вариант: 1

Москва

2020

1. Постановка задачи

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2. Математические модели

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

где в соответствии с вариантом задания $D_\xi = 13$. Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, v_0 = 0.$$

Выражения можно записать в векторном виде

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ v_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}.$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{v}_k = \tilde{v}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{v}_{k-1}T, \tilde{v}_k = \hat{v}_{k-1}$$

инициализационные значения

$$\hat{\omega}_0 = 0, \hat{v}_0 = 0$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 T,$$

$\omega_{meas,k}$ – поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\hat{x}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{x}_k + K(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{x}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = F \tilde{x}_{k-1}, K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели (Приложение 1)

В качестве тестовых условий сократили время моделирования до 5 секунд.

Приравняли нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений.

Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

Получили графики:

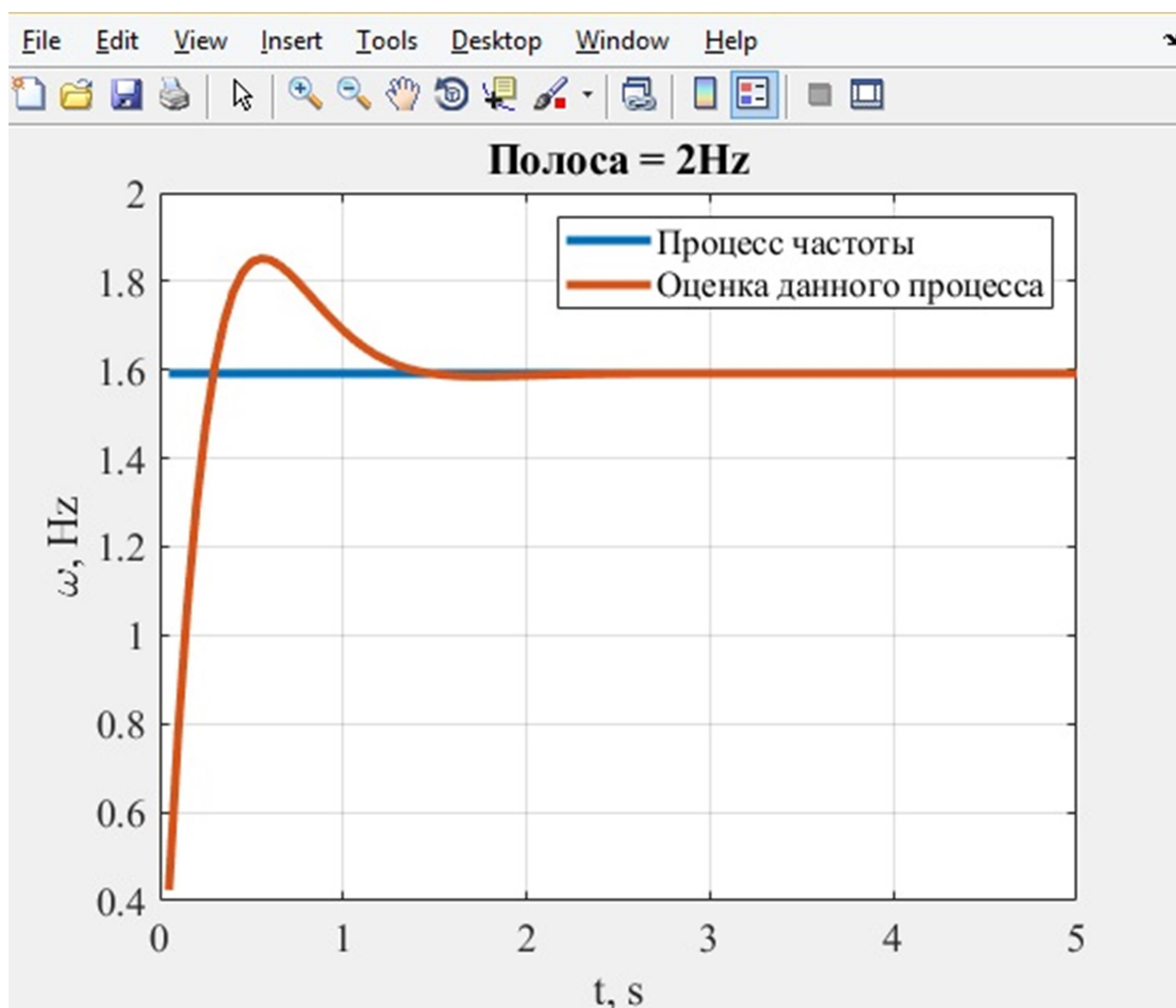


Рисунок 1 – Процесс частоты (синяя) и его оценка(красная)

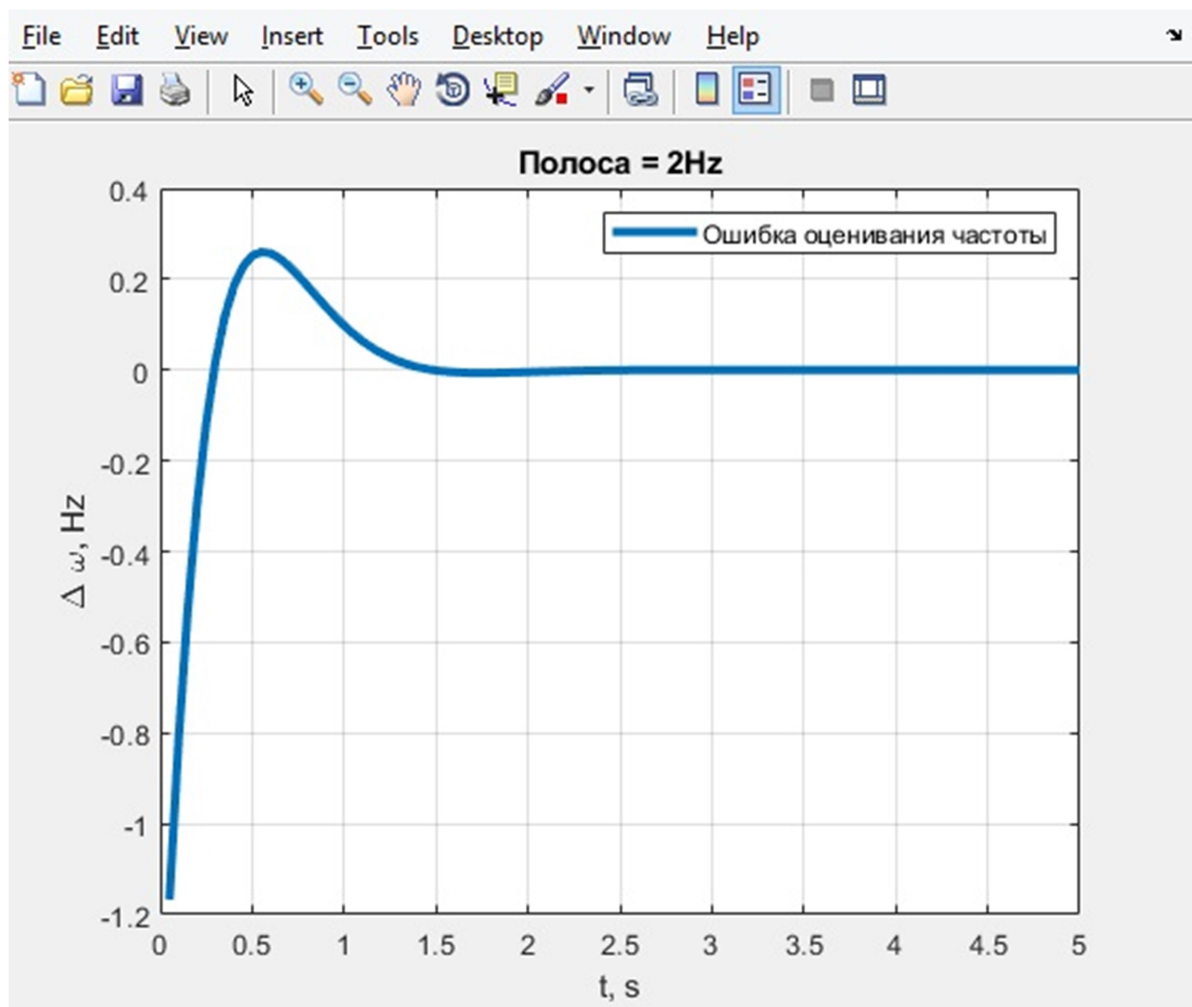


Рисунок 2 – Ошибка оценивания частоты

На рисунке 1 изображен график истинного процесса частоты и оценки частоты, на рисунке 2 - график ошибки оценивания частоты.

Система слежения успешно обрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

5. Результаты моделирования

- После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.
- Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.

- Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС. Для этого дисперсия шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной.

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания

На третьем этапе построен график зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов.

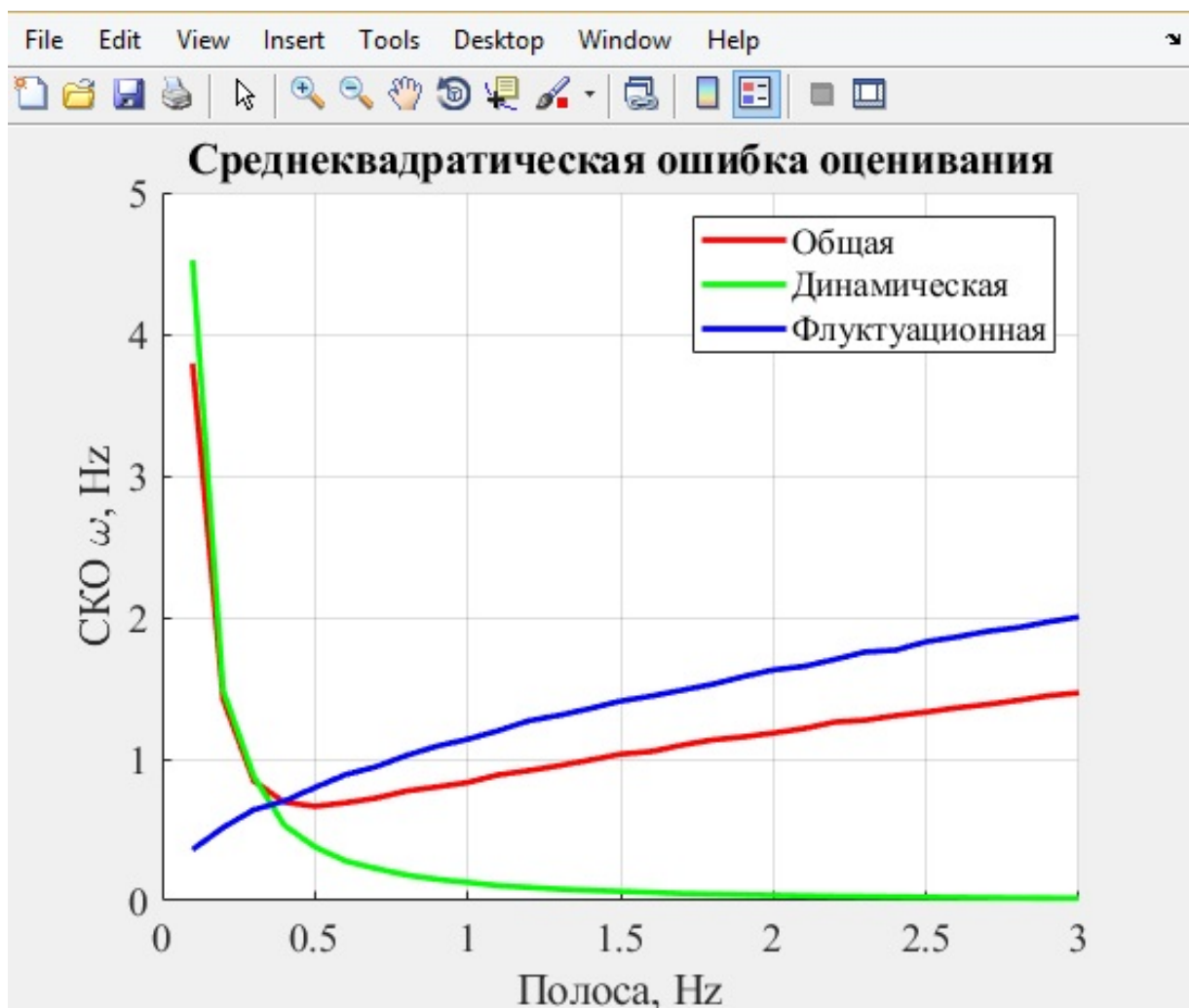


Рисунок 3 – Среднеквадратическая ошибка оценивания

6. Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- Найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- Определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожидаемым результатам. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

Приложение 1

```
clear ALL;  
  
clc;  
  
close all;  
  
T = 0.05;  
  
Tmax = 3600;  
  
t = T:T:Tmax;  
  
N = length(t);  
  
  
G = [0 0;  
     0 T];  
  
F = [1 T;  
     0 1];
```



```

Dksi = 6*1; % Дисперсия формирующего шума

Deta = 7*1; % Дисперсия шумов наблюдений


Band = 0.1:0.1:3; % Полоса СС

Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести
графики

RMS_Omega = nan(1, length(Band));

for i = 1:length(Band)

K = nan(2, 1);

K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС

K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;

ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация
формирующего шума

eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов
наблюдений

Xest = [0; 0]; % Начальные условия

Xist = [0; 0];


Xextr = F*Xest;


ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);

for k = 1:N

```

```

Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие
оцениваемого процесса

omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения

Xest = Hextr + K*(omega_meas - Hextr(1)); % Этап
оценивания

Hextr = F*Xest; % Этап экстраполяции

ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка
оценивания

Omega(k) = Xist(1); % Истинное значения

end

if Band(i) == Band_for_plot
figure(1);

plot(t, ErrOmega/2/pi, 'LineWidth', 3);

grid on;

set(0,'DefaultAxesFontSize',14,'DefaultAxesFontName',
'Times New Roman');

set(0,'DefaultTextFontSize',14,'DefaultTextFontName',
'Times New Roman');

xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');

title(['Полоса = ' num2str(Band(i)) ' Hz']);

legend('Ошибка оценивания частоты');

figure(2);

```

```

        plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi,
'LineWidth', 3);

        grid on;

        set(0,'DefaultAxesFontSize',14,'DefaultAxesFontName
','Times New Roman');

        set(0,'DefaultTextFontSize',14,'DefaultTextFontName
','Times New Roman');

        xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');

        title(['Полоса = ' num2str(Band(i)) ' Hz']);

        legend('Процесс частоты','Оценка данного
процесса');

        end

        RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));

        end

        figure(3)

        hold on;

        grid on;

        plot(Band, RMS_Omega, 'r', 'LineWidth', 2);

        Dksi = 6*1;

        Deta = 7*0;

        for i = 1:length(Band)

```

```

K = nan(2, 1);

K(1) = 8/3 * Band(i) * T;

K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;


ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N);

eta = sqrt(Deta) * randn(1, N);


Xest = [0; 0];

Xist = [0; 0];

Xextr = F*Xest;


ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);

for k = 1:N

Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)];

omega_meas = Xist(1) + eta(k);

Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1));

Xextr = F*Xest;

ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1);

Omega(k) = Xist(1);

end


RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));

end

```

```

plot(Band, RMS_Omega, 'g', 'LineWidth', 2);

Dksi = 6*0;

Deta = 7*1;

for i = 1:length(Band)

K = nan(2, 1);

K(1) = 8/3 * Band(i) * T;

K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;


ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N);

eta = sqrt(Deta) * randn(1, N);


Xest = [0; 0];

Xist = [0; 0];

Xextr = F*Xest;


ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);

for k = 1:N

Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)];

omega_meas = Xist(1) + eta(k);

Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1));

Xextr = F*Xest;

```

```

ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1);

Omega(k) = Xist(1);

end

RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));

end

plot(Band, RMS_Omega, 'b', 'LineWidth', 2);

xlabel('Полоса, Hz'); ylabel('СКО \omega, Hz');

set(0, 'DefaultAxesFontSize', 14, 'DefaultAxesFontName', 'Times New Roman');

set(0, 'DefaultTextFontSize', 14, 'DefaultTextFontName', 'Times New Roman');

title('Среднеквадратическая ошибка оценивания');

legend('Общая', 'Динамическая', 'Флуктуационная');

hold off

```