

Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова
Кафедра радиотехнических систем
Аппаратура потребителей СРНС

Лабораторная работа №4
«Моделирование следящей системы»

Группа: ЭР-15-17
ФИО студента: Цымбал Г.Р.
Вариант: 19
ФИО преподавателя: Корогодин И.В.

Оценка: _____
Дата: _____
Подпись: _____

Москва

2021

Цели работы:

- 1) Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- 2) Получить опыт моделирования следящей системы (СС);
- 3) Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

1 Постановка задачи

Моделируется следящая система за частотой.

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2 Математические модели

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{i,j},$$

где в соответствии с вариантом задания $D_\xi = 9$, $D_\eta = 10$. Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, \nu_0 = 0.$$

Выражения можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}.$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{means,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2(\omega_{means,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \tilde{\nu}_k = \hat{\nu}_{k-1}$$

инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0, \hat{\nu}_0 = 0$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf :

$$K_1 = \frac{8}{3}\Delta f T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9}\Delta f^2 T,$$

$\omega_{means,k}$ – поступившие на k –м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}(\omega_{means,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3 Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум и шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4 Проверка модели в тестовых условиях

Программа компьютерной модели приведена в Приложении А.

В качестве тестовых условий сократим время моделирования до 3 секунд.

секунд, приравняем нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений ($D_\xi = 0$, $D_\eta = 0$), начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния:

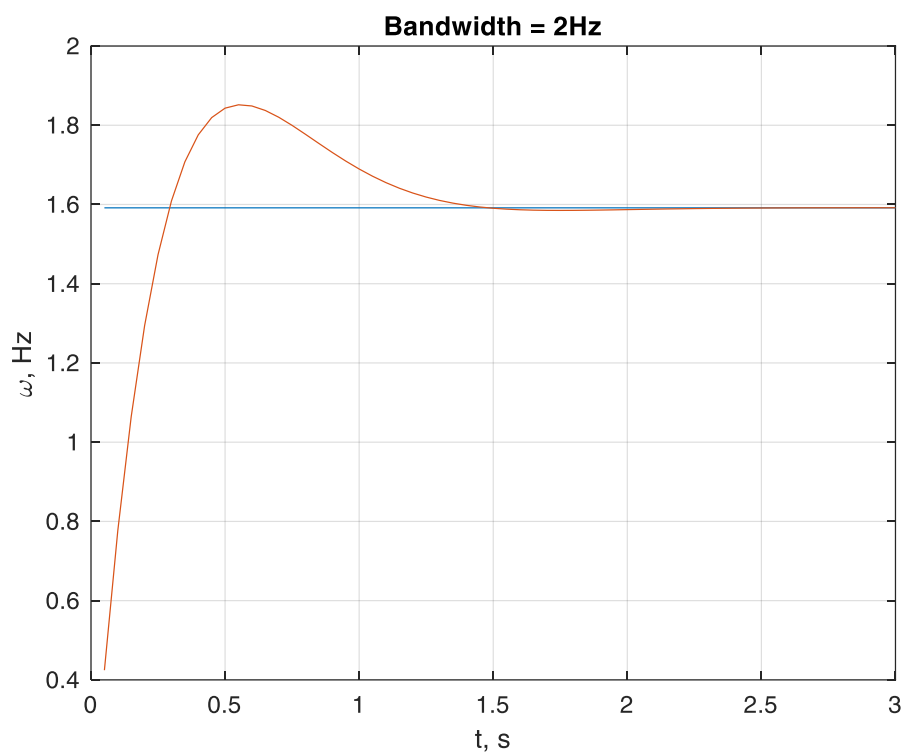


Рисунок 1 – График зависимости истинного процесса частоты (синяя) и оценки частоты (красная) от времени

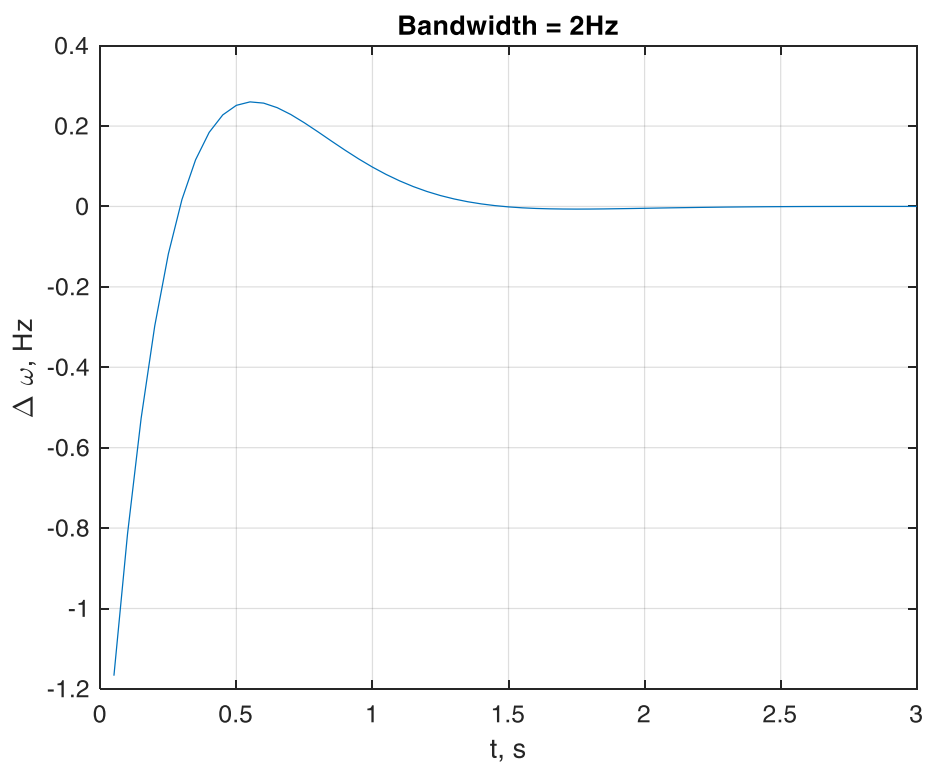


Рисунок 2 – График зависимости изменения ошибки оценки частоты от времени

Комментарий к рис. 1-2:

Можно сделать вывод, что система слежения приходит в установившийся режим примерно через 2 с. В установившемся режиме ошибка слежения равна константе, это связано с условием равенства порядка астатизма системы и порядком полинома входного воздействия ($p = l$) при полосе СС 2 Гц.

5 Результаты моделирования

- 1) После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.
- 2) Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.
- 3) Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построим график динамической ошибки в зависимости от полосы СС. Для этого дисперсию флуктуационных шумов приравняем к нулю, а дисперсию формирующего шума установим в соответствии с исходными данными.

На втором этапе построим график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсию формирующих шумов уменьшим до нуля (частота постоянна), а дисперсию шумов наблюдений выставим в соответствии с вариантом задания.

На третьем этапе построим график зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсий шумов в соответствии с исходными данными.

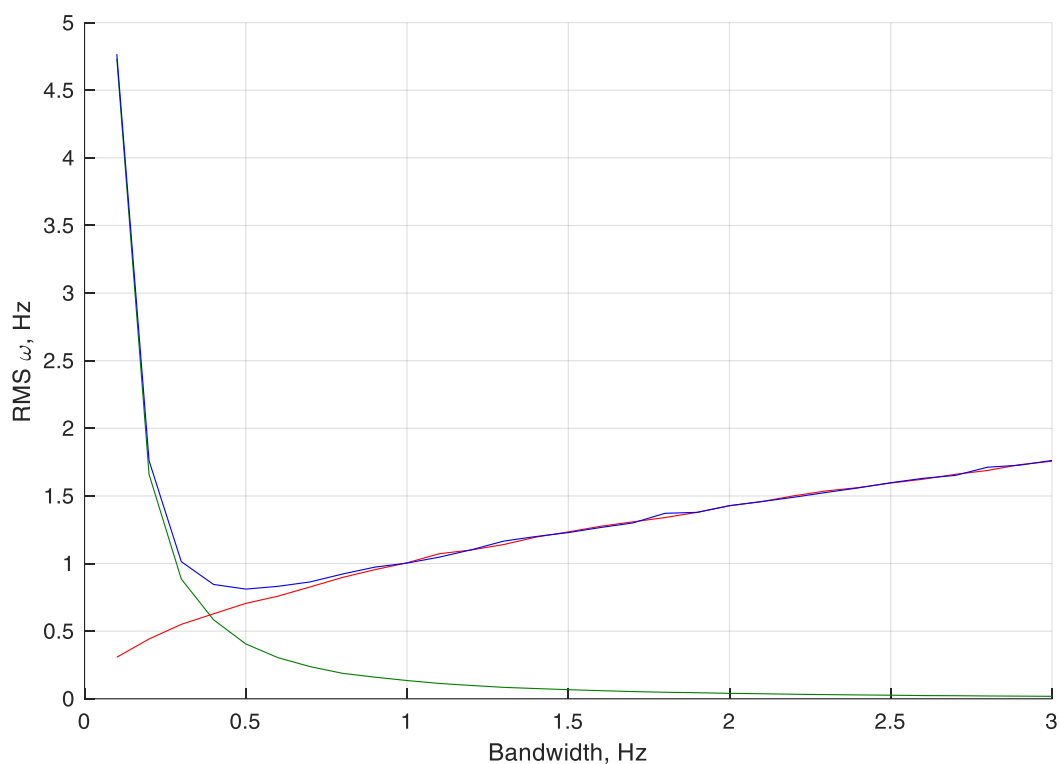


Рисунок 3 – Графики зависимости среднеквадратической ошибки оценивания:
общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Комментарий к рис. 3:

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС примерно равной 0.5 Гц.

6 Анализ результатов моделирования

В ходе работы были получены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС. Также была определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения, она составляет 0.5 Гц.

Можно заметить, что с увеличением полосы СС растёт флуктуационная ошибка, а динамическая уменьшается. Это связано с тем, что с уменьшением астатизма системы расширяется полоса СС, а с увеличением полосы проходит больше шумов с полезным сигналом. Для того, чтобы уменьшить

флуктуационную составляющую ошибки слежения необходимо уменьшить полосу СС, т.е. увеличить астатизм системы, однако есть предел по астатизму, при котором контур СС может самовозбуждаться, также с увеличением астатизма уменьшается помехоустойчивость СС. Отметим, что с увеличением инерционности СС (астатизма) будет увеличиваться динамическая ошибка, т.к. СС будет медленней реагировать на изменение динамического воздействия. Однако, с увеличением отношения сигнал/шум, необходимо увеличить ширину полосы СС, т.к. входное воздействие будет лучше отслеживаться (будет уменьшаться динамическая ошибка), однако будет больше проходить шумовая компонента. С уменьшением отношения сигнал/шум необходимо уменьшить ширину полосы СС, т.к. больший вклад будет вносить шумовая компонента и необходимо её подавить (увеличить астатизм системы), однако, с увеличением инерционности растёт динамическая ошибка и СС становится менее помехоустойчивой.

Приложение А

```
clc
clear all

T = 0.05;
Tmax = 3600;
t = T:T:Tmax;
N = length(t);

G = [0 0;
0 T];

F = [1 T;
0 1];

Dksi = 9*1; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 10*1; % Дисперсия шумов наблюдений

Band = 0.1:0.1:3; % Полоса СС
Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести графики
RMS_Omega = nan(1, length(Band));

for i = 1:length(Band) K = nan(2, 1);
```



```

K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;

ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего
шума
eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов
наблюдений

Xest = [0; 0]; % Начальные условия
Xist = [0; 0];
Xextr = F*Xest;

ErrOmega = nan(1, N);
Omega = nan(1, N);
for k = 1:N
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого
процесса
omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1)); % Этап оценивания
Xextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
Omega(k) = Xist(1); % Истинное значения
end

if Band(i) == Band_for_plot figure(1);
plot(t, ErrOmega/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on

figure(2);
plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on
end

RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end

if Dksi == 0
    Col = [1 0 0];
elseif Deta == 0
    Col = [0 0.5 0];
else
    Col = [0 0 1];

```

```
end

figure(3)
hold on
plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col);
hold off
xlabel('Bandwidth, Hz');
ylabel('RMS \omega, Hz');
grid on
```