

Национальный исследовательский университет

Московский Энергетический Институт

Кафедра Радиотехнических систем

Отчет

о выполнении лабораторной работы №4

«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-17

Капитонов Александр Ильич

Вариант: 7

Преподаватель:

Корогодин И.В.

Москва, 2021

Цели работы:

- 1) Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- 2) Получить опыт моделирования следящей системы;
- 3) Развить навыки обработки данных статистических экспериментов

1) Постановка задачи

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2) Математические модели

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

где в соответствии с вариантом задания $D_\xi = 7$. Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, v_0 = 0.$$

Выражения можно записать в векторном виде

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ v_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}.$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{v}_k = \tilde{v}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{v}_{k-1}T, \tilde{v}_k = \hat{v}_{k-1}$$

инициализационные значения

$$\hat{\omega}_0 = 0, \hat{v}_0 = 0$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 T,$$

$\omega_{meas,k}$ — поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\hat{x}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{x}_k + K(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\hat{x}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = F\tilde{x}_{k-1}, K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3) Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4) Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели (Приложение 1)

В качестве тестовых условий сократили время моделирования до 5 секунд.

Приравняли нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений.

Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

Вариант задания (номер студента по журналу – 2): $D_\xi = 7$, $D_\eta = 9$.

Получили графики:

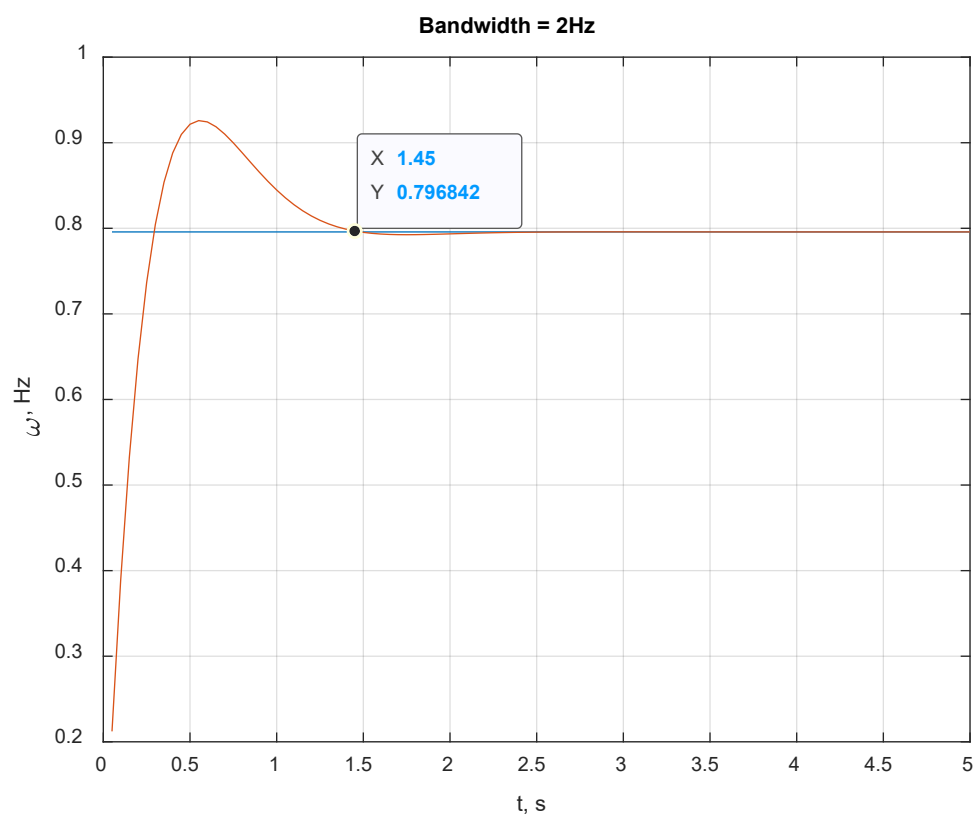


Рисунок 1 –Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

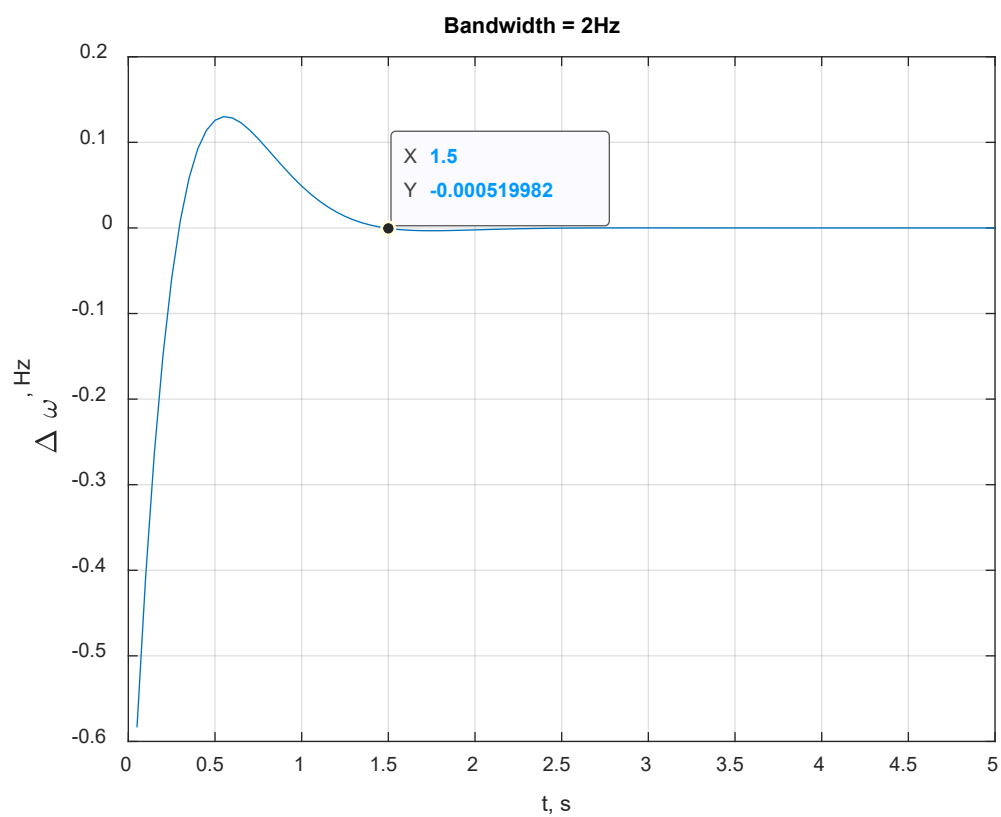


Рисунок 2 –Ошибка оценивания частоты

Как можно заметить, СС успешно отрабатывает ошибку (рисунок 2). Время переходного процесса составляет чуть меньше, чем 1,5 секунды (знач. Оси X на рисунке 2).

5) Результаты моделирования

- После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

- Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут ($T_{\max} = 3600$ секунд).

- Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС. Для этого дисперсия шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной.

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания $D_{\eta} = 9$.

На третьем этапе построен график зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов.

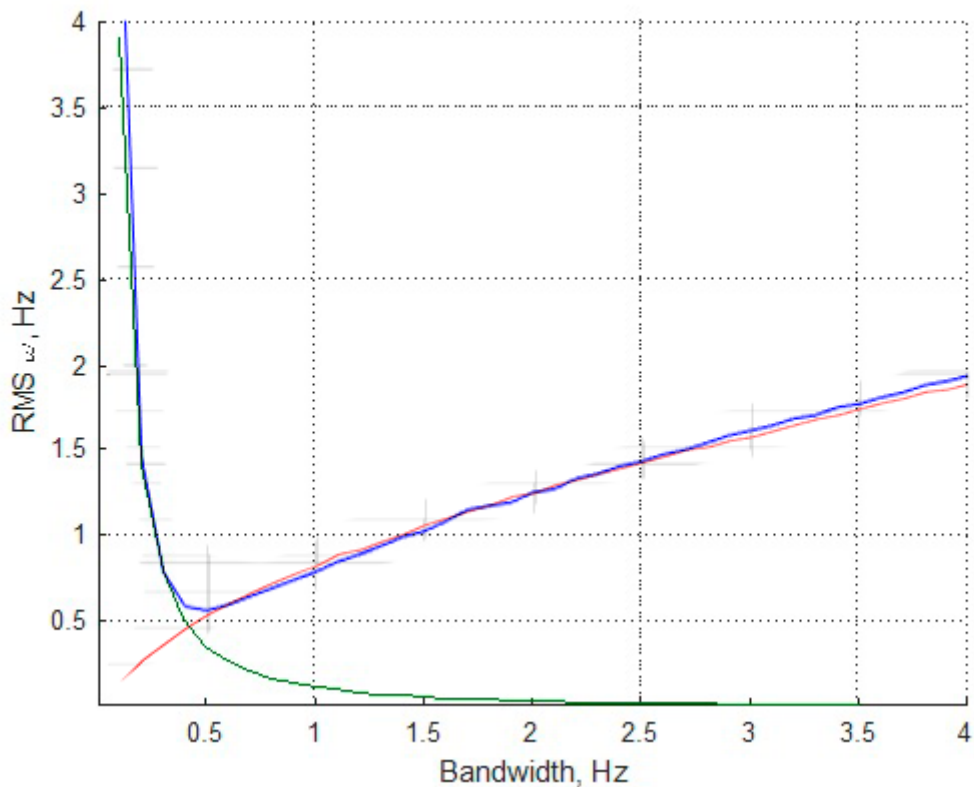


Рисунок 3 – Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный), ($D_{\xi} = 7$)

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- Найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- Определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила примерно 0.5 Гц.

6) Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;

- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожиданиям и общетеоретическим соображениям, а именно:

- определено время переходного процесса – около 1,5 с, что составляет несколько обратных значений полосы, т.е. характерно для полосы 2 Гц;

- в установившемся режиме наблюдалась нулевая ошибка оценки частоты, что объясняется астатизмом следящей системы за частотой более высокого порядка, чем порядок полинома модели изменения частоты сигнала в виде двух интеграторов белого шума;

- наблюдались характерные зависимости динамической и флуктуационной составляющих ошибки слежения за частотой от ширины полосы следящей системы (более широкая полоса охватывает больше шума и быстрее реагирует на входное воздействие, следовательно система с такой полосой имеет большую флуктуационную и малую динамическую составляющие ошибки слежения, и наоборот, система слежения с узкой полосой не пропустит шум, но будет медленнее реагировать на входное воздействие, т.е. будет иметь большую динамическую и малую флуктуационную составляющие ошибки слежения).

- в силу вышеуказанных противоречивых требований к полосе следящей системы была найдена оптимальная ширина полосы, при которой среднеквадратическая ошибка слежения будет минимальной.

Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

Код программы

```
clear all; clc;
T = 0.05;
Tmax = 3600;
t = T:T:Tmax;
N = length(t);
G = [0 0;
0 T];
F = [1 T;
0 1];
Dksi = 7*1; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 9*1; % Дисперсия шумов наблюдений
Band = 0.1:0.1:4; % Полоса СС
Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести графики
RMS_Omega = nan(1, length(Band));
for i = 1:length(Band)
K = nan(2, 1);
K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;
ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего шума
eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов наблюдений
Xest = [0; 0]; % Начальные условия
Xextr = F*Xest;
Xist = [0; 0];
ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
for k = 1:N
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого процесса
omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1)); % Этап оценивания
Xextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
Omega(k) = Xist(1); % Истинное значения
end
if Band(i) == Band_for_plot
figure(1);
plot(t, ErrOmega/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on
figure(2);
plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on
end
RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end
if Dksi == 0
Col = [1 0 0];
elseif Deta == 0
Col = [0 0.5 0];
else
Col = [0 0 1];
end
figure(3)
hold on
plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col);
hold off
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');
grid on
```