

Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова

Лабораторная работа №4
по дисциплине «Аппаратура потребителей СРНС»
«Моделирование следящей системы»

Студентка гр. ЭР-15-17

Кусакин П.А.

Вариант 10

Преподаватель:

Корогодин Илья Владимирович

Москва 2021

Цели работы

Учебные цели выполнения лабораторной работы:

- применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- получить опыт моделирования следящей системы (СС);
- развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

1 Постановка задачи

Моделируется следящая система за частотой.

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2 Математические модели

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

где в соответствии с вариантом задания $D_\xi = 7$. Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, \nu_0 = 0.$$

Выражения можно записать в векторном виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \xi_k, \\ \mathbf{x}_k &= \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega} = \tilde{\omega} + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}),$$

$$\hat{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}),$$

$$\tilde{\omega} = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \tilde{\nu}_k = \hat{\nu}_{k-1},$$

инициализационные значения

$$\hat{\omega} = 0, \hat{\nu}_0 = 0,$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf

$$K_1 = \frac{8}{3} \cdot \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \cdot \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{meas,k}$ — поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ \hat{\nu}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}),$$
$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega} \\ \tilde{\nu}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3 Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум и шум наблюдений. Установим полосу СС равной 3 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 3 Гц около 0.67-1.33 секунд.

4 Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели:

main.m:

```
clear all; clc;
```

```
T = 0.05;  
Tmax = 3600;  
t = T:T:Tmax;  
N = length(t);
```

```
G = [0 0;  
0 T];
```

```
F = [1 T;  
0 1];
```

```

Dksi = 7*1; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 12*1; % Дисперсия шумов наблюдений

Band = 0.1:0.1:4; % Полоса СС
Band_for_plot = 3; % Полоса, при которой вывести графики
RMS_Omega = nan(1, length(Band));

for i = 1:length(Band)
    K = nan(2, 1);
    K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
    K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;

    ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего
    шума
    eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов
    наблюдений

    Xest = [0; 0]; % Начальные условия
    Hextr = F*Xest;

    Xist = [0; 0];

    ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
    for k = 1:N
        Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого
        процесса
        omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
        Xest = Hextr + K*(omega_meas - Hextr(1)); % Этап оценивания
        Hextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
        ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
        Omega(k) = Xist(1); % Истинные значения
    end

    if Band(i) == Band_for_plot
        figure(1);
        plot(t, ErrOmega/2/pi);
        xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
        title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
        grid on

        figure(2);
        plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi);
        xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
    end
end

```

```

title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
grid on
end

RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end

if Dksi == 0
    Col = [1 0 0];
elseif Deta == 0
    Col = [0 0.5 0];
else
    Col = [0 0 1];
end

figure(3)
hold on
plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col);
hold off
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');
grid on

```

В качестве тестовых условий сократили время моделирования до 3 секунд:

```
Tmax = 3;
```

приравняли нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений:

```
Dksi = 7*0; % Дисперсия формирующего шума
```

```
Deta = 12*0; % Дисперсия шумов наблюдений
```

начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 5 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния:

```
Xest = [0; 0]; % Начальные условия
```

```
Xist = [5; 0];
```

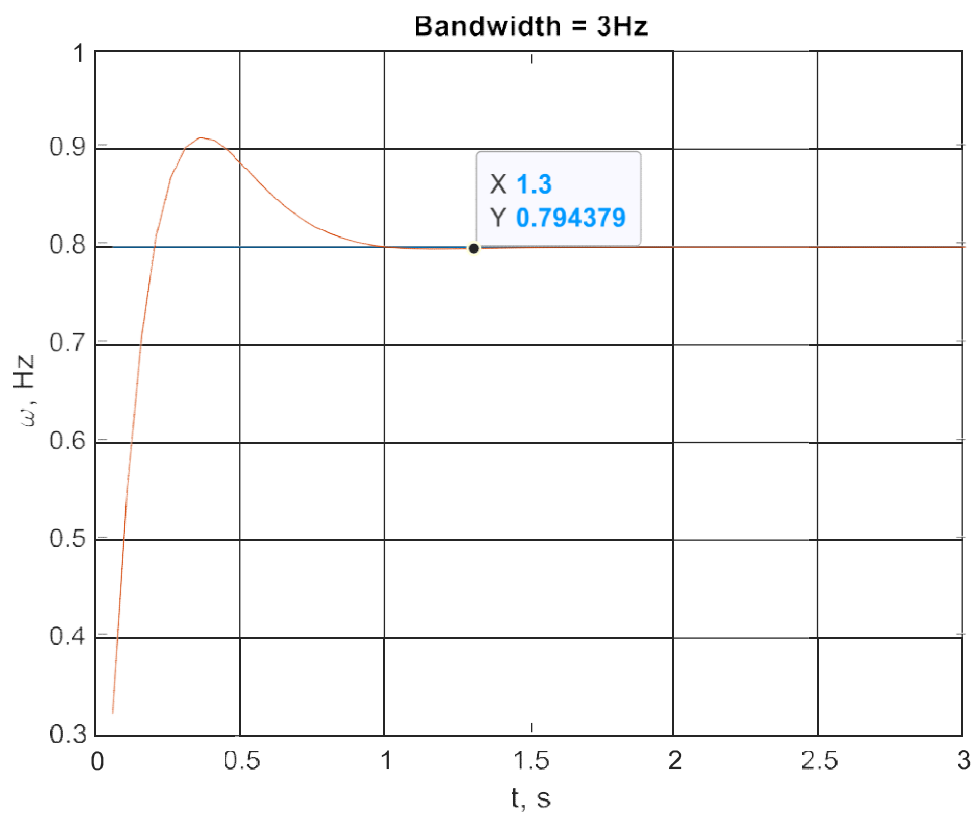


Рисунок 1 – Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

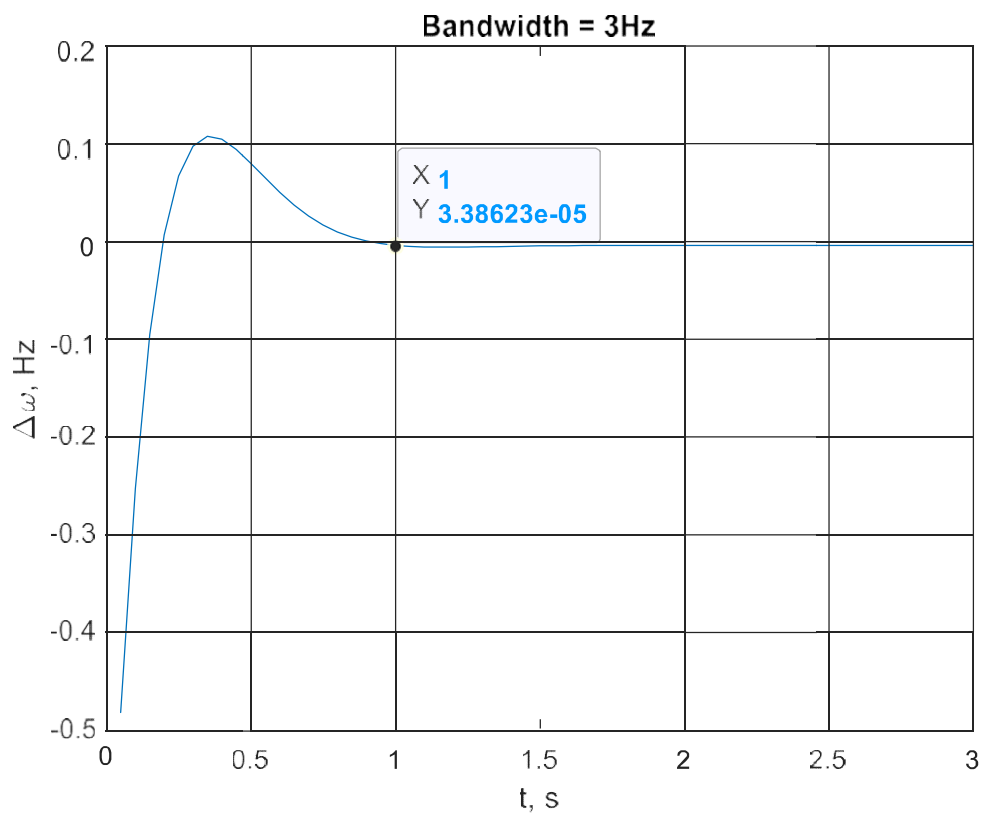


Рисунок 2 – Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2.

Из графиков можно сделать вывод, что система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 3 Гц.

5 Результаты моделирования

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут:

$T_{\max} = 3600;$

начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу:

$X_{est} = [0; 0];$ % Начальные условия

$X_{ist} = [5; 0];$

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (см. рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсию флуктуационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной

$D_{ksi} = 7*1;$ % Дисперсия формирующего шума

$D_{eta} = 12*0;$ % Дисперсия шумов наблюдений

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания:

$D_{ksi} = 7*0;$ % Дисперсия формирующего шума

`Deta = 12*1; % Дисперсия шумов наблюдений`

Результат представлен на рисунке 3 (красный график).

График зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания построен при значениях дисперсий шумов

`Dksi = 7*1; % Дисперсия формирующего шума`

`Deta = 12*1; % Дисперсия шумов наблюдений`

На рисунке 3 он изображен синей линией.

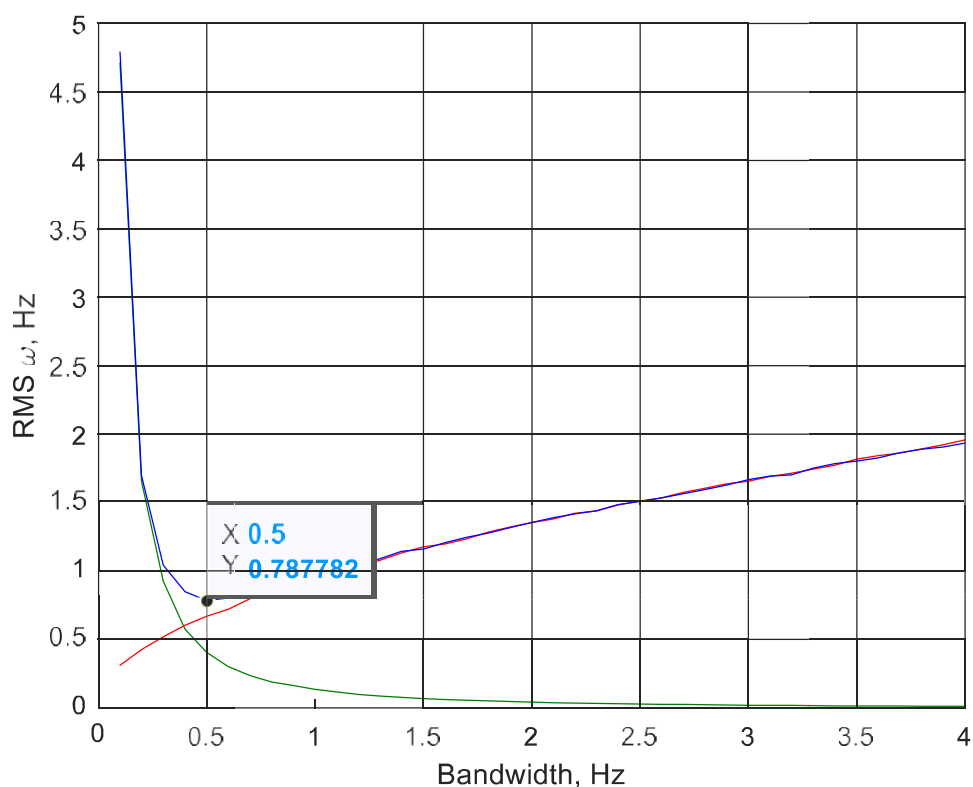


Рисунок 3 – Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

6 Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;

- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожиданиям и общетеоретическим соображениям, а именно:

- определено время переходного процесса – около 1 с, что составляет несколько обратных значений полосы, т.е. характерно для полосы 3 Гц;

- в установившемся режиме наблюдалась нулевая ошибка оценки частоты, что объясняется астатизмом следящей системы за частотой более высокого порядка, чем порядок полинома модели изменения частоты сигнала в виде двух интеграторов белого шума;

- наблюдались характерные зависимости динамической и флуктуационной составляющих ошибки слежения за частотой от ширины полосы следящей системы (более широкая полоса охватывает больше шума и быстрее реагирует на входное воздействие, следовательно система с такой полосой имеет большую флуктуационную и малую динамическую составляющие ошибки слежения, и наоборот, система слежения с узкой полосой не пропустит шум, но будет медленнее реагировать на входное воздействие, т.е. будет иметь большую динамическую и малую флуктуационную составляющие ошибки слежения).

- в силу вышеуказанных противоречивых требований к полосе следящей системы была найдена оптимальная ширина полосы, при которой среднеквадратическая ошибка слежения будет минимальной.

Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.