

Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
Институт Радиотехники и электроники  
Кафедра радиотехнических систем

ОТЧЕТ  
по лабораторной работе №4  
**"Моделирование следящей системы"**  
по курсу "Аппаратура потребителей СРНС"

Выполнил: Росляков А.Н.  
Группа: ЭР-11м-21  
Бригада: № 1  
Проверил: Корогодин И.В.

Москва 2021

# 1 Цель и ход работы

## Цель работы:

1. Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
2. Получить опыт моделирования следящей системы (СС);
3. Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

## Домашняя подготовка

### 1.1 Постановка задачи

Требуется:

1. Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
2. Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
3. Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
4. Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

1. Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
2. Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

### 1.2 Математические модели

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \nu_{k-1}T$$

$$\nu_k = \nu_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{i,j}$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, \nu_0 = 0$$

Векторный вид:

$$x_k = Fx_{k-1} + G\xi_k$$
$$x = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1 (\omega_{means,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$\omega_{means,k}$  — поступившие на  $k$ -ом шаге измерения частоты

$$\hat{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2 (\omega_{means,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1} T$$

$$\tilde{\nu}_k = \tilde{\nu}_{k-1}$$

Инициализационные значения:

$$\hat{\omega}_0 = 0, \hat{\nu}_0 = 0$$

Коэффициенты  $K$  определяются шумовой полосой системы  $\Delta f$

$$K_1 = \frac{8}{3} \cdot \Delta f T$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \cdot \Delta f^2 T$$

Векторный вид алгоритма:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{\nu}_k \end{bmatrix} = \tilde{x}_k + K (\omega_{means,k} - \tilde{\omega}_k)$$
$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{\nu}_k \end{bmatrix} = F\hat{x}_{k-1}, K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

### 1.3 Тестовое воздействие

Условия:

Исключается формирующий шум и шум наблюдений. Устанавливается полоса СС 3 Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (благодаря астатизму систе-

мы). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, следовательно, около 0.67-1.33 секунд.

## 1.4 Проверка модели в тестовых условиях

### Программа компьютерной модели:

```
1  clc
2  clear all
3  T = 0.05;
4  Tmax = 3600;
5  t = T:T:Tmax;
6  N = length(t);
7  G = [0 0; 0 T];
8  F = [1 T; 0 1];
9  Dksi = 9*1;
10 Deta = 10*1;
11 Band = 0.1:0.1:3;
12 Band_for_plot = 2;
13 RMS_Omega = nan(1, length(Band));
14 for i = 1:length(Band) K = nan(2, 1);
15 K(1) = 8/3 * Band(i) * T;
16 K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;
17 ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N);
18 eta = sqrt(Deta) * randn(1, N);
19 Xest = [0; 0];
20 Xist = [0; 0];
21 Xextr = F*Xest;
22 ErrOmega = nan(1, N);
23 Omega = nan(1, N);
24 for k = 1:N
25 Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)];
26 omega_meas = Xist(1) + eta(k);
27 Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1));
```

```

28 Xextr = F*Xest;
29 ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1);
30 Omega(k) = Xist(1);
31 end
32 if Band(i) == Band_for_plot figure(1);
33 plot(t, ErrOmega/2/pi);
34 xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
35 title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
36 grid on
37 figure(2);
38 plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi);
39 xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
40 title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
41 grid on
42 end
43 RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
44 end
45 if Dksi == 0
46 Col = [1 0 0];
47 elseif Deta == 0
48 Col = [0 0.5 0];
49 else
50 Col = [0 0 1];
51 end
52 figure(3)
53 hold on
54 plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col);
55 hold off
56 xlabel('Bandwidth, Hz');
57 ylabel('RMS \omega, Hz');
58 grid on

```

В качестве тестовых условий сократили время моделирования до 3 секунд:

$$T_{max} = 3;$$

Приравняли нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений:

$Dksi = 9 * 1; Deta = 10 * 1;$  Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 5 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния:

$$X_{est} = [0; 0]; X_{ist} = [5; 0];$$

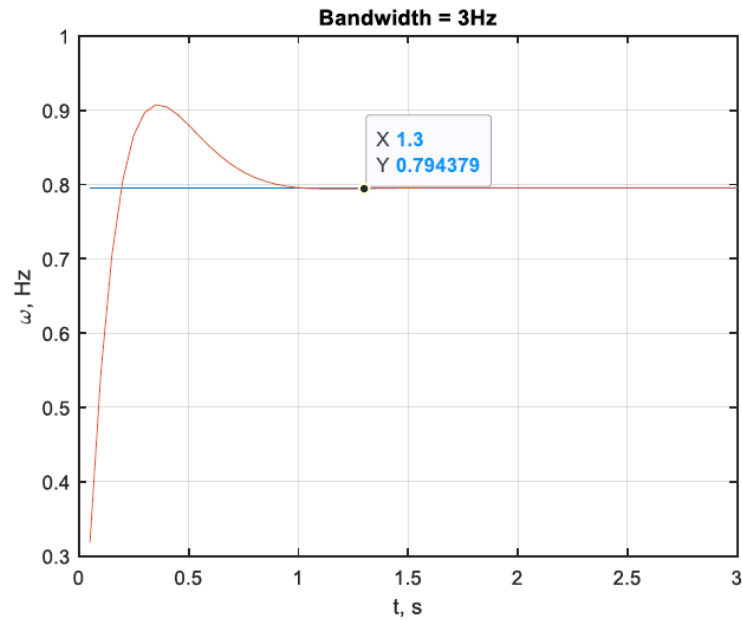


Рисунок 1.1 — Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

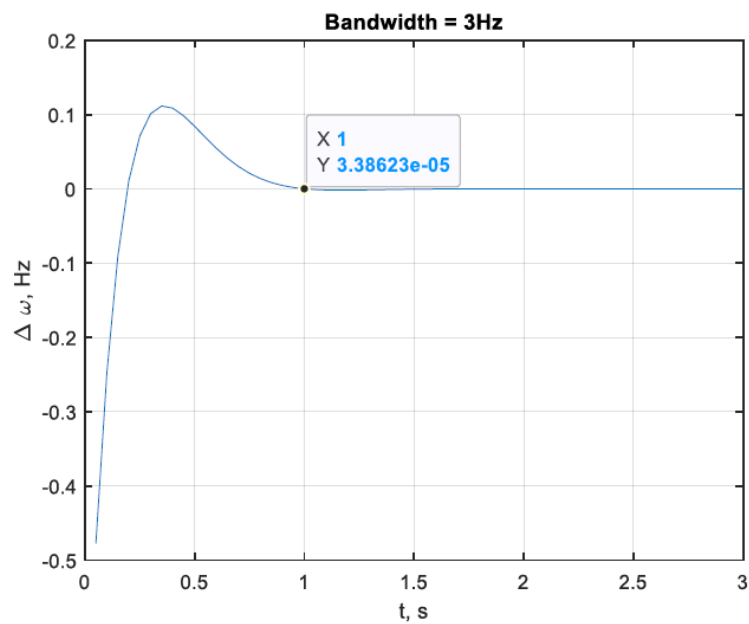


Рисунок 1.2 — Ошибка оценивания частоты

Система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 3 Гц.

## 1.5 Результаты моделирования

### Основная программа моделирования:

Время моделирования:  $T_{max} = 3600$

Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу:  $X_{est} = [0; 0]; X_{ist} = [0; 0];$

Для зеленого графика: дисперсия флуктуационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной —  $Dksi = 9 * 1; Deta = 9 * 0;$

Для красного графика: дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля, а дисперсия шумов наблюдений установлена номинальной —  $Dksi = 9 * 0; Deta = 9 * 1;$

Для синего графика (общая среднеквадратическая ошибка оценивания): дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля, а дисперсия шумов наблюдений установлена номинальной —  $Dksi = 9 * 1; Deta = 9 * 1;$

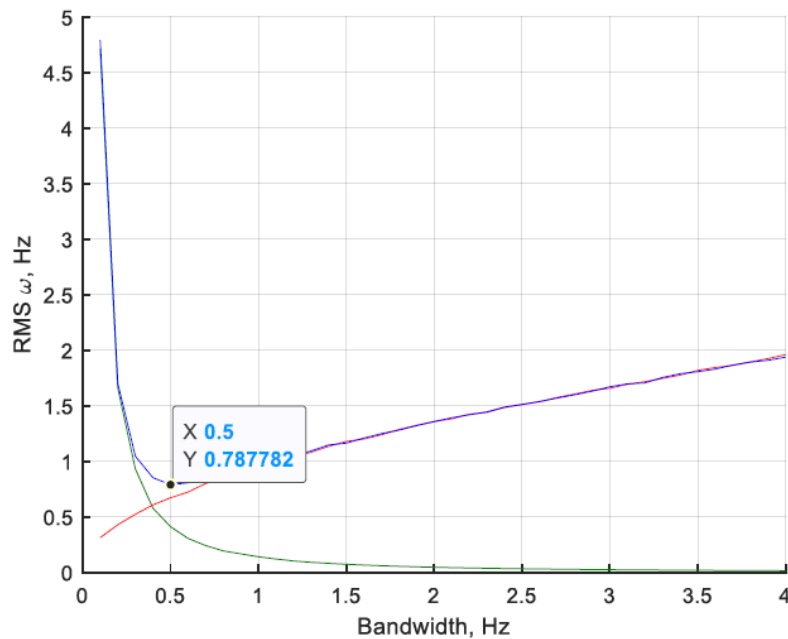


Рисунок 1.3 — Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

**Вывод:** были найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС. Определили полосу СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения. Было измерено время переходного процесса в соответствии с полосой. В установившемся режиме наблюдалась нулевая ошибка оценки частоты, что объясняется астатизмом системы. характерные зависимости динамической и флуктуационной составляющих ошибки слежения за частотой от ширины полосы следящей системы (более широкая полоса охватывает больше шума и быстрее реагирует на входное воздействие, следовательно система с такой полосой имеет большую флуктуационную и малую динамическую составляющие ошибки слежения, и наоборот, система слежения с узкой полосой не пропустит шум, но будет медленнее реагировать на входное воздействие, т.е. будет иметь большую динамическую и малую флуктуационную составляющие ошибки слежения). Пронаблюдали закономерность зависимости динамической и флуктуационной составляющих ошибки слежения за частотой от ширины полосы системы. Убедились в том, что увеличение полосы пропускания увеличивает флуктуационную составляющую, так как в полосу попадает больше шума, но при этом уменьшается динамическая ошибка, так как система быстрее реагирует на входное воздействие. Эта закономерность справедлива и для обратного случая — уменьшение полосы СС приводит к уменьшению попадающих флуктуаций в систему, но увеличивает динамическую составляющую ошибки слежения по причине того, что система медленнее реагирует на изменение входного воздействия.