## Московский авиационный институт национальный исследовательский университет

# Факультет информационных технологий и прикладной математики Кафедра компьютерных методов в математическом моделировании сложных систем

Курсовая работа по Эконометрике на тему: регрессионный анализ

> Студент: Королев Егор Владимирович Преподаватель: Платонов Евгений Николаевич

Группа: М8О-401Б-18

Москва, 2021

## Содержание

1	Зад	ание
	1.1	Теоретическая часть
	1.2	Практическая часть
		1.2.1 Модельная часть
		1.2.2 Метод наименьших квадратов
		1.2.3 Полиномиальная регрессия
		1.2.4 Регрессия для наблюдений с выбросами
		1.2.5 Квантильная регрессия
$oldsymbol{2}{3}$		есовская регрессия
J		
	3.1	Модельная часть
	3.2	Метод наименьших квадратов
	3.3	Полиномиальная регрессия
	3.4	Регрессия для наблюдений с выбросами
	3.5	Квантильная регрессия
4	Вы	воды

#### 1 Задание

#### 1.1 Теоретическая часть

Написать эссе по Байесовской регрессии.

#### 1.2 Практическая часть

#### 1.2.1 Модельная часть

Смоделировать данные:

$$X_k = f(h_k) + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1,60},$$

где  $f(h) = h - 2 - \frac{1}{2h}$ ,  $\varepsilon_k$  – независимый случайные величины с распределением  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . Точки внутри носителя для h выбираются равномерно.

Смоделировать тестовую выборку объема 40, половина значений правее наблюдаемых значений, половина левее

#### 1.2.2 Метод наименьших квадратов

Для регрессии вида:

$$X_k = \theta_0 + \theta_1 h_k + \varepsilon_k, k = \overline{1,60}$$

- 1 Найти МНК-оценки неизвестных параметров;
- 2 построить график, на котором отобразить наблюдения, исходную функцию и линию регрессии;
- 3 вычислить коэффициент детерминации и найти оценку ковариационной матрицы МНКоценки;
- 4 найти значения информационных критериев;
- 5 с помощью критерия Фишера проверить гипотезу:  $\theta_0 = \theta_1 = 0$ ;
- 6 построить доверительный интервал надежности 0.95 и 0.8 для полезного сигнала  $X=\theta_0+\theta_1 h$  при h из исходного носителя  $\pm 50\%$ ;
- 7 построить оценку метода наименьших модулей, отобразить ее на графике;
- 8 оценить качество построенных регрессий на тестовой выборке.

Для остатков  $\hat{e_k} = X_k - \hat{X_k}$ :

- 1 построить гистограмму;
- 2 на графике изобразить ядерную оценку плотности распределения;
- $3\,$  по остаткам проверить гипотезу, что  $\hat{\varepsilon}$  имеет гауссово распределение с помощью одного из критериев:
  - критерий Шапиро-Уилка
  - критерий D'Agostino  $K^2$ ;
  - критерий Зарке-Бера;
- 4 проверить наличие автокорреляции с помощью критерия Дарбина-Уотсона;
- 5 проверить наличие гетероскедастичности с помощью одного из критериев;

#### 1.2.3 Полиномиальная регрессия

Построить следующие регрессии с помощью МНК:

$$X = \sum_{i=0}^{p} \theta_i h^i$$

Порядок полинома р подобрать несколькими способами:

- 1 по значению среднеквадратичной погрешности МНК-оценки (на обучающей и/или тестовой);
- 2 по значению статистики критерия Фишера для гипотезы  $\theta_p = 0;$
- 3 по MSE на тестовой выборке;
- 4 другим способом;

Для выбранного значения p:

- провести анализ остатков по схеме из пункта 2.2;
- построить график, на котором отобразить наблюдения, исходную функцию и линию регрессии;
- проверить для подобранной модели является ли матрица  $H^TH$  мультиколлинеарной, если да, то построить оценку параметров с помощью метода редукции (ридж-оценка);

#### 1.2.4 Регрессия для наблюдений с выбросами

Смоделировать ошибки для модели регрессии  $X_k = \theta_0 + \theta_1 h_k + \varepsilon_k$  с помощью распределения Тьюки, приняв долю выбросов  $\delta = 0.08$ , номинальную регрессию  $\sigma_0^2 = \sigma^2$ , дисперсию аномальных наблюдений  $\sigma_1^2 = 100\sigma^2$ .

Построить МНК-оценку неизвестных параметров модели и оценить ее качество.

Провести анализ остатков по схеме их пункта 2.2.

Построить график, на котором отобразить наблюдения, исходную функцию и линию регрессии.

Провести отбраковку выбросов, пересчитать МНК-оценку и оценить качество оценки.

После отбраковки построить новый график, на котором отобразить наблюдения, исходную функцию и линию регрессии.

Провести анализ остатков по схеме их пункта 2.2.

Построить оценку метода наименьших модулей.

Построить график, на котором отобразить наблюдения, исходную функцию и линию регрессии метода наименьших модулей.

Провести анализ остатков по схеме их пункта 2.2.

Дополнительно: построить робастную оценку Хубера.

#### 1.2.5 Квантильная регрессия

Смоделировать несимметричные ошибки для исходных данных, заменив у 90% отрицательных ошибок знак с минуса на плюс.

Построить МНК и МНМ оценки для получившихся наблюдений и регрессии.

Построить несколько квантильных регрессий (для различных значений параметра  $\alpha$ ) и оценить их качество.

Построить график, на котором отобразить наблюдения, исходную функцию и линии регрессий.

### 2 Байесовская регрессия

Байесовская регрессия

- 3 Практическая часть
- 3.1 Модельная часть
- 3.2 Метод наименьших квадратов
- 3.3 Полиномиальная регрессия
- 3.4 Регрессия для наблюдений с выбросами
- 3.5 Квантильная регрессия
- 4 Выводы