ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Текст текст текст текст текст

ГЛАВА 1

АНАЛИЗ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ПОТРЕБНОСТЕЙ

Текст текст текст текст текст

1.1 Название подраздела 1

Рисунок 1.1 — Пример вставки изображения

1.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 1.1 — Пример вставки таблицы

ГЛАВА 2

АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ МАРШРУТОВ

2.1 Название подраздела 3

```
int main() {
    return 0;
}
```

Listing 2.1 — Пример вставки кода

ГЛАВА 3

ОБЗОР ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Текст текст текст текст текст

3.1 Название подраздела 1

Рисунок 3.1 — Пример вставки изображения

3.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 3.1 — Пример вставки таблицы

ГЛАВА 4

АРХИТЕКТУРА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

Текст текст текст текст текст

4.1 Название подраздела 1

Рисунок 4.1 — Пример вставки изображения

4.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 4.1 — Пример вставки таблицы

ГЛАВА 5

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

5.1 Теория графов

Теория графов представляет собой обширную область математики, которая изучает структуры, состоящие из вершин и рёбер, а также их свойства. В контексте разработки рекомендательной системы для генерации маршрутов, где необходимо учитывать фиксированную дистанцию, а также пользовательские фильтры, понимание основных концепций теории графов имеет важное значение. Данный раздел представляет обзор ключевых аспектов теории графов и их применение.

Истоки теории графов уходят в XVIII век, когда математики начали исследовать проблемы, связанные с сетями, коммуникациями и транспортными системами. Одним из первых, кто активно развивал теорию графов, был Леонард Эйлер. В 1736 году он опубликовал статью, в которой предложил общий метод решения задач о прохождении мостов, представив карту Кёнигсберга в виде графа. Это и стало началом развития теории графов как самостоятельной математической дисциплины.

С появлением компьютеров и развитием информационных технологий теория графов стала не только важным математическим инструментом, но и активно применяется в практических областях, таких как компьютерные сети, социальные сети, биоинформатика, логистика и другие. Её методы и подходы стали неотъемлемой частью современной науки и техники.

5.1.1 Задача о кёнигсбергских мостах

d

5.1.2 Задача о четырёх красках

d

5.1.3 Основные объекты теории графов

- Граф G: Математически граф представляется как пара $G = (V, E)$, где V - множество вершин (узлов), а E - множество рёбер (связей) между этими вершинами.
- Ориентированный и неориентированный графы: В неориентированном графе рёбра не имеют направления, в то время как в ориентированном каждое ребро имеет направление от одной вершины к другой.
- Связность: Граф называется связным, если между любыми двумя его вершинами существует путь.
- Степень вершины: Для неориентированных графов степень вершины - это количество рёбер, связанных с данной вершиной. В ориентированных графах учитываются входящие и исходящие рёбра.
- Подграф: Подграф графа G - это граф, вершины и рёбра которого являются подмножествами вершин и рёбер графа G.
- Деревья: Дерево - это связный граф без циклов. Каждая вершина в дереве имеет ровно одну входящую связь, за исключением корневой вершины, которая не имеет входящих связей.
- Пути и циклы: Путь - это последовательность вершин, в которой каждая пара соседних вершин соединена ребром. Цикл - это путь, в котором начальная и конечная вершины совпадают.
- Матрица смежности и список смежности: Матрица смежности - это квадратная матрица, где элемент a_{ij} равен 1, если между вершинами i и j есть ребро, и 0 в противном случае. Список смежности представляет граф в виде списка, где каждая вершина сопоставляется со списком вершин, с которыми она связана.

Эти основные концепции теории графов обеспечивают базовый фреймворк для анализа и решения различных задач, связанных с графами. В дальнейшем в диссертации мы будем исследовать более сложные алгоритмы и приложения, использующие графовые структуры.

5.1.4 Основные теоремы и их следствия

- Теорема о связности графа:
  Результат: Граф является связным тогда и только тогда, когда между любыми двумя его вершинами существует путь.
  Применение: Определение связности играет ключевую роль в различных задачах, таких как сетевой маршрутизации, поиск компонент связности в графах и многих других.
- Теорема Эйлера о планарных графах:
  Результат: Планарный граф может быть нарисован на плоскости так, чтобы его рёбра не пересекались.
  Применение: Эта теорема полезна в проектировании схем схемотехники, дорожных сетей и других структур, где важно избегать пересечений.
- Теорема о минимальном остовном дереве (МОД):
  Результат: Для связного неориентированного графа с весами на рёбрах существует уникальный МОД, содержащий все вершины графа и имеющий минимальную сумму весов рёбер.
  Применение: Применяется в задачах оптимизации, таких как минимальное остовное дерево в сетях связи и транспортных сетях.
- Теорема о потоках и разрезах (теорема Форда-Фалкерсона):
  Результат: Для любого потока в графе максимальный поток равен минимальному разрезу.
  Применение: Используется для решения задач максимального потока и минимального разреза в сетях, таких как транспортные сети и сети электропередачи.
- Теорема о четности степеней вершин в неориентированных графах:
  Результат: В неориентированном графе количество вершин нечетной степени всегда четно.
  Применение: Эта теорема используется в различных задачах, включая проверку наличия эйлерова цикла в графе.
- Теорема о цветовой раскраске графа (теорема о четырёх красках):
  Результат: Любой плоский граф может быть правильно раскрашен

с использованием не более четырёх различных цветов.

Применение: Применяется в картографии для раскрашивания карт так, чтобы соседние регионы имели разные цвета, и в различных задачах графического моделирования, требующих минимизации числа используемых цветов.

- Теорема Кёнига о покрытиях в двудольных графах:

  Результат: В каждом двудольном графе количество рёбер в минимальном покрытии равно числу вершин в максимальном паросочетании.

  Применение: Используется в задачах оптимизации, например, в различных алгоритмах для планирования расписания, а также в теории сетей для оптимизации распределения ресурсов.

- Теорема Холла о паросочетаниях:

  Результат: Для любого двудольного графа G с долями X и Y существует паросочетание, покрывающее все вершины X, если и только если для любого подмножества вершин S из X мощность множества соседей $N(S)$ больше или равна мощности S.

  Применение: Используется в задачах, связанных с назначением ресурсов или соединений в сетях, таких как задачи назначения ресурсов и соединений в сетях транспортировки или коммуникаций.

- Теорема Меньгера:

  Результат: В неориентированном графе минимальное количество вершин, разделяющих две заданные вершины s и t, равно максимальному количеству непересекающихся путей между s и t.

  Применение: Используется в задачах нахождения наиболее эффективных маршрутов, например, в транспортной логистике или сетях связи.

- Теорема Дирака о гамильтоновых циклах:

  Результат: Если в графе G с n вершинами каждая вершина имеет степень не менее n/2, то граф содержит гамильтонов цикл.

  Применение: Применяется в задачах, требующих нахождения замкнутых маршрутов, таких как в области транспортировки или проектировании эффективных обходов для механизмов.

- Теорема Мостов Кёнига о деревьях:

  Результат: В любом связном графе с n вершинами $n-1$ ребро является достаточным и необходимым условием для того, чтобы он был деревом.

  Применение: Эта теорема используется для проверки наличия циклов в графах и в задачах поиска минимальных остовных деревьев.
- Теорема Штайнера:

  Результат: Для заданных точек на плоскости (называемых узлами) и некоторого числа дополнительных точек (называемых точками Штайнера) существует граф, содержащий только данные точки и имеющий минимальную длину.

  Применение: Эта теорема используется в различных задачах, таких как проектирование схем коммуникаций или сетей, где нужно минимизировать длину кабелей или стоимость связи.
- Теорема Турана о толстых подграфах:

  Результат: Для любого графа с n вершинами и без треугольников максимальное количество рёбер ограничено сверху.

  Применение: Эта теорема используется в задачах, связанных с поиском плотных подграфов или определением верхней границы количества рёбер в графе.

5.1.5 Приложения теории графов

- Социальные сети: Социальные сети можно представить в виде графов, где узлы представляют пользователей, а рёбра - связи между ними. Анализ графа социальной сети позволяет исследовать структуру сети, выявлять влиятельных пользователей, группы схожих интересов и т. д.
- Маршрутизация в компьютерных сетях: Графы используются для моделирования компьютерных сетей, где узлы представляют маршрутизаторы или узлы сети, а рёбра - связи между ними. Различные алгоритмы маршрутизации, такие как алгоритм Дейкстры или алгоритм Беллмана-Форда, используются для нахождения оптимальных

путей между узлами сети.

- Биоинформатика: Графы используются для моделирования биологических сетей, таких как генетические сети, белковые взаимодействия и др. Анализ таких графов позволяет исследовать сложные взаимодействия в биологических системах и выявлять ключевые элементы.
- Маршрутизация и логистика: В транспортной логистике графы используются для моделирования сетей дорог, железных дорог, авиалиний и т. д. Алгоритмы маршрутизации помогают оптимизировать распределение грузов и пассажирские перевозки, минимизируя время и затраты.
- Финансовая аналитика: Графы могут использоваться для моделирования финансовых сетей, таких как сети финансовых учреждений, банковских транзакций или связей между компаниями. Анализ таких сетей позволяет выявлять системные риски, связанные с финансовыми кризисами и колебаниями на рынке.
- Графовые базы данных: Графовые базы данных используются для хранения и анализа связанных данных, таких как социальные сети, транспортные сети, биологические сети и др. Они предоставляют эффективные методы для выполнения запросов и анализа связанных данных.
- Оптимизация процессов: Графы используются для моделирования процессов в производстве, логистике, телекоммуникациях и других отраслях. Анализ графа позволяет оптимизировать производственные процессы, управлять инвентаризацией, распределением ресурсов и др.
- Робототехника и навигация: Графы используются для моделирования окружающей среды роботов и планирования их движения. Алгоритмы поиска пути и управления роботами основаны на анализе графов для эффективного перемещения в пространстве.

5.1.6 Алгоритмы на графах

Рассмотрим несколько ключевых алгоритмов на графах, которые широко используются в различных областях:

- Алгоритм поиска в ширину (BFS):
  Описание: BFS исследует граф от заданной стартовой вершины, поочередно обходя все ближайшие к ней вершины, затем переходя к следующему уровню. Применение: Используется для поиска кратчайшего пути в невзвешенном графе, определения связности графа, поиска кратчайшего пути в графе, представленном в виде дерева, и др.
- Алгоритм поиска в глубину (DFS):
  Описание: DFS исследует граф до тех пор, пока не достигнет конечной вершины, а затем возвращаетсть назад и продолжает поиск. Применение: Используется для нахождения компонент связности в графе, топологической сортировки, поиска циклов в графе, проверки наличия пути между вершинами и др.
- Алгоритм Дейкстры:
  Описание: Алгоритм Дейкстры находит кратчайший путь от одной вершины графа до всех остальных, при условии, что веса рёбер неотрицательны. Применение: Используется для поиска кратчайших путей в графах с весами, например, в сетях передачи данных, транспортных сетях и т. д.
- Алгоритм Беллмана-Форда:
  Описание: Алгоритм Беллмана-Форда находит кратчайшие пути от одной вершины графа до всех остальных, даже при наличии рёбер с отрицательным весом, но не содержащих отрицательные циклы. Применение: Используется для нахождения кратчайших путей в графах с весами, где могут присутствовать рёбра с отрицательным весом, но нет отрицательных циклов.
- Алгоритм Прима:
  Описание: Алгоритм Прима находит минимальное остовное дерево взвешенного связного графа. Применение: Используется в задачах

минимизации стоимости, таких как проектирование сетей передачи данных, планирование транспортных маршрутов и др.

- Алгоритм Крускала:

  Описание: Алгоритм Крускала также находит минимальное остовное дерево, но он работает не построением дерева, а пошаговым добавлением рёбер с минимальным весом, не образующих цикл.

Применение: Используется в задачах оптимизации, связанных с построением минимальных сетей связи, электропередачи и др. Эти алгоритмы являются лишь некоторыми из множества методов и подходов, применяемых в теории графов для решения различных задач. Каждый из них имеет свои особенности и применяется в зависимости от требований и характеристик конкретной задачи.

5.2 Вероятностные графовые модели

d

ГЛАВА 6

ОБЗОР КЛИЕНТСКОЙ ЧАСТИ

Текст текст текст текст текст

6.1 Название подраздела 1

Рисунок 6.1 — Пример вставки изображения

6.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 6.1 — Пример вставки таблицы

ГЛАВА 7

АНАЛИЗ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ

Текст текст текст текст текст

7.1 Название подраздела 1

Рисунок 7.1 — Пример вставки изображения

7.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 7.1 — Пример вставки таблицы

ГЛАВА 8

ОБЗОР DEVOPS ПРОЦЕССОВ

Текст текст текст текст текст

8.1 Название подраздела 1

Рисунок 8.1 — Пример вставки изображения

8.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 8.1 — Пример вставки таблицы

ГЛАВА 9

НАГРУЗОЧНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ

Текст текст текст текст текст

9.1 Название подраздела 1

Рисунок 9.1 — Пример вставки изображения

9.2 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 9.1 — Пример вставки таблицы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Текст текст текст текст текст

9.3 Название подраздела 1

Рисунок 9.2 — Пример вставки изображения

9.4 Название подраздела 2

A1	B1	C1
A2	B2	C2

Таблица 9.2 — Пример вставки таблицы

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Andrew Ng, Machine Learning from Stanford University. https://www.coursera.org/learn/machine-learning
2. Воронцов К.В., Введение в машинное обучение от НИУ ВШЭ & Yandex School of Data Analysis. https://www.coursera.org/learn/vvedenie-mashinnoe-obuchenie
3. Samuel, Arthur L. Some Studies in Machine Learning Using the Game of Checkers // IBM Journal. - 1959. - №3. - http://www.cs.virginia.edu/ evans/greatworks/samuel1959.pdf

Список иллюстраций

Список таблиц

Список программных листингов