

Fisica III - A.A. 2024-5
Argomenti a scelta per gli esami

Versione del 30 agosto 2024

Sono possibili correzioni di refusi o piccoli aggiustamenti. Si prega di inviare segnalazioni di errori o richieste di chiarimenti ad uno dei docenti

Attenzione! Selezionare due temi da gruppi differenti. Gli svolgimenti, che andranno caricati sul sito e-learning del corso nei tempi indicati sul sito esami, dovranno essere in formato pdf o jpeg, di volume inferiore a 10MB, e composti da un massimo di 6 facciate formato A4. Se nello svolgimento saranno inseriti risultati ottenuti con un programma su un proprio laptop, questo dovrà essere portato all'esame in modo da poter effettuare una dimostrazione del funzionamento del programma.

Gruppo A: Indagine della materia con onde elettromagnetiche

- A.1 Consideriamo una spira puramente resistiva in cui sia stato inserito un diodo ideale (resistenza nulla in polarizzazione diretta e resistenza infinita in polarizzazione inversa) ed investito da un'onda e.m. di bassa frequenza. Dimostrare che vengono irradiate onde con tutte le frequenze multiple della frequenza dell'onda incidente fino ad una frequenza pari al reciproco del tempo che impiega il diodo a passare dalla polarizzazione diretta a quella inversa.
- A.2 Un'onda e.m. di lunghezza d'onda $\lambda = 0.5\mu\text{m}$ incide perpendicolarmente sul piano opaco $z = 0$ in cui si trovano due aperture nelle regioni $-D/2 < x < -a/2$ e $a/2 < x < D/2$. Scegliere valori per D ed R in modo che il primo massimo della figura di diffrazione sia ben visibile su uno schermo posto a distanza R . Calcolare sia il fattore di forma del sistema, ed applicare il teorema ottico al sistema stesso.
- A.3 A partire dai campi di radiazione dimostrare che $\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 |\ddot{x}|^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^5}$ è la potenza (MKSA) irradiata da una carica accelerata in un moto rettilineo. Applicare il risultato ad una specifica situazione realizzabile sperimentalmente (per esempio trovata in letteratura o su internet) e corredata da valutazioni numeriche. Valutare, anche se in modo approssimato, le frequenze della radiazione emessa, indicando i possibili effetti che tale radiazione può produrre interagendo su differenti materiali.
- A.4 Effettuare una stima del valore tipico della frequenza emessa da un elettrone relativistico in moto circolare uniforme su un'orbita di raggio R (problema della "radiazione di sincrotrone"). Applicare il risultato ottenuto a dati sui fasci di luce di sincrotrone, che potete cercare su internet o in letteratura, indicando i possibili utilizzi di tale radiazione.
- A.5 Calcolare la "resistenza di irraggiamento" di un circuito quadrato di lato l , piccolo rispetto alla lunghezza d'onda λ della radiazione irradiata. Il circuito è di tipo RC , ed il condensatore è piano con area A e distanza d fra le piastre. Calcolare la sezione d'urto di assorbimento e la sezione d'urto elastica se esso viene investito da un'onda incidente piana e monocromatica, polarizzata linearmente con il campo magnetico perpendicolare al piano del circuito e avente modulo massimo B_0 . Calcolare sia il fattore di forma del sistema, ed applicare il teorema ottico al sistema stesso.
- A.6 Individuare le frequenze emesse da una carica elettrica che oscilla su una linea retta con frequenza ω_0 con una velocità che sia piccola, ma non trascurabile, rispetto alla velocità della luce. Scegliere i dati numerici del problema e indicare gli effetti che la radiazione prodotta potrebbe avere incidendo su due materiali, sempre a vostra scelta.
- A.7 Un elettrone parte da fermo ed in un tratto di lunghezza R raggiunge una energia cinetica T con accelerazione che ipotizziamo costante. Si determini, eventualmente usando un programma al calcolatore, lo spettro in energia della radiazione emessa imponendo come valori numerici per R il raggio nucleare e per T il Q-valore di un decadimento beta a vostra scelta.
- A.8 Discutere lo scattering di un'onda elettromagnetica su un cristallo, calcolando il fattore di forma ed indicando almeno una applicazione della radiazione scatterata.

Gruppo B: Metodi di indagine tramite processi di urto o tramite decadimenti spontanei

- B.1 Produrre, utilizzando la formula semiempirica di massa ed eventualmente tramite calcolatore, il grafico unidimensionale delle masse atomiche in funzione di Z , selezionando un valore di A a vostra scelta. Ripetere l'operazione per il valore $A + 1$. Confrontare la previsione del modello con i dati sperimentali reperibili sul web.
- B.2 Cercare (per esempio su internet) e spiegare il ciclo CNO (Carbonio-Azoto-Ossigeno). Nota: individuare le correlazioni con gli argomenti trattati nel corso, come per esempio i tempi caratteristici di reazioni o decadimenti facenti parte del ciclo.
- B.3 Calcolare e disegnare tramite calcolatore nel piano $s_{23} - s_{13}$ il contorno di un Dalitz plot per il processo in cui una particella di massa a vostra scelta decade in tre particelle, e prepararsi a discutere un caso proposto dai docenti.
- B.4 Usare la tecnica del "fattore di forma" per dimostrare l'andamento $1/E^2$ per lo scattering Rayleigh ad alta energia. Correlare inoltre i dati delle sezioni d'urto Rayleigh su C e su Pb (forniti negli appunti o disponibili in database pubblici) con i raggi atomici.
- B.5 Spiegare l'utilizzo dell'effetto Mossbauer nell'esperimento di Pound e Rebka effettuando le opportune valutazioni quantitative e spiegando il metodo di misura.
- B.6 Ipotizzando che nel decadimento di una particella in tre particelle, di cui due di massa nulla ed una di massa non trascurabile, lo spazio delle fasi sia piatto nelle variabili s_{12} ed s_{23} , si calcoli tramite computer la distribuzione in energia di ognuna delle tre particelle.
- B.7 Dimostrare che il raggio nucleare si può ricavare tramite la misura del fattore di forma elettromagnetico di un nucleo utilizzando elettroni veloci. Indicare quali angoli di scattering devono essere coperti dalla strumentazione nel caso di elettroni di energia 2 GeV su nucleo di Piombo.
- B.8 Utilizzando le apposite tabelle che forniscono le masse dei nuclei, determinare il Q -valore o l'energia di soglia dei seguenti processi, in cui la seconda particella è inizialmente a riposo. Si utilizzi il modello "a goccia" dei nuclei e si valuti l'eventuale ruolo dell'interazione coulombiana nello stato iniziale, trascurando la possibilità di un "effetto tunnel":
- $p + {}^{40}\text{Ar} \rightarrow p + {}^{39}\text{Ar} + n$
 - ${}^4\text{He} + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{17}\text{O} + p$
 - $p + {}^{198}\text{Hg} \rightarrow {}^{197}\text{Au} + p + p$
- B.9 Utilizzando le apposite tabelle che forniscono le masse dei nuclei, determinare il Q -valore o l'energia di soglia dei seguenti processi, in cui la seconda particella è inizialmente a riposo. Si utilizzi il modello "a goccia" dei nuclei e si valuti l'eventuale ruolo dell'interazione coulombiana nello stato iniziale, trascurando la possibilità di un "effetto tunnel":
- $p + {}^{14}\text{N} \rightarrow X + n$
 - $n + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{14}\text{C} + p$
- B.10 A basse energie (inferiori a 100 KeV) la sezione d'urto Compton su un singolo elettrone libero coincide praticamente con la sezione d'urto Thomson: $\frac{d\sigma_C}{d\Omega} \simeq \frac{r_e^2}{2}(1 + \cos^2 \theta)$, per cui la sezione d'urto totale è indipendente dall'energia del fotone e vale circa 0.66 b. Tuttavia i dati sperimentali su Piombo e Carbonio (i grafici sono nelle dispense e i dati precisi sono comunque reperibili nei database consigliati) mostrano che diminuendo l'energia la sezione d'urto diminuisce e tende a zero.
- Si ipotizzi un semplice modello nel quale lo scattering Compton su un elettrone atomico avviene solo se il fotone trasferisce all'elettrone (ipotizzato libero) una energia superiore all'energia di ionizzazione I e si mostri che questo modello va nella direzione giusta per spiegare i dati sperimentali. Suggerimento: si inizi calcolando l'energia trasferita all'elettrone in funzione dell'angolo di scattering.
- B.11 Utilizzate l'espressione per la sezione d'urto differenziale Compton $\frac{d\sigma_C}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left(\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta \right)$ per calcolare – tramite computer – il grafico di $d\sigma_C/d\theta$. Dimostrare che la precedente sezione d'urto differenziale tende alla sezione d'urto Thomson per $\omega \ll m_e$. Calcolare la sezione d'urto totale effettuando una integrazione numerica; infine produrre il grafico della sezione d'urto totale in funzione dell'energia del fotone incidente.
- B.12 Utilizzare la sezione d'urto Mott per calcolare il valore medio dell'energia e dell'impulso trasferiti al nucleo nello scattering elastico di un elettrone di energia 5 GeV su ${}^{16}\text{O}$. Nota: si limiti il parametro di impatto al valore del raggio atomico. Si discutano, per quanto possibile ed utilizzando eventualmente un calcolatore, le fluttuazioni dell'energia trasferita.
- B.13 Utilizzare la sezione d'urto Rutherford per calcolare il valore medio dell'energia e dell'impulso trasferiti al nucleo nello scattering elastico di una particella α di energia 10 MeV su Au . Nota: si limiti il parametro di impatto al valore del raggio atomico. Si discutano, per quanto possibile ed utilizzando eventualmente un calcolatore, le fluttuazioni dell'energia trasferita.

Gruppo C: Interazione fra particelle cariche e la materia stabile

- C.1 A partire dall'espressione $\frac{dI_\omega}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi^2 c} \left| \int \frac{\hat{n} \wedge [(\hat{n} - \vec{\beta}) \wedge \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \hat{n} \cdot \vec{\beta})^2} e^{i\omega(t' - \hat{n} \cdot \vec{r}'/c)} dt' \right|^2$ dimostrare la formula della radiazione Cherenkov: $\frac{d^2 N_\gamma}{dE_\gamma dx} = z^2 \frac{\alpha}{\hbar c} \sin^2 \theta_c$. Applicare il risultato al funzionamento di un rivelatore Cherenkov a vostra scelta, citando la referenza da cui avete attinto l'informazione. In particolare si valutino il numero di fotoni Cherenkov prodotti nei mezzi radianti.
- C.2 Determinare le condizioni su velocità (β) ed indice di rifrazione (n) affinché la radiazione Cherenkov emessa da una particella, che incide perpendicolarmente su una lastra di materiale trasparente con indice di rifrazione $n = 1.5$, possa restare contenuta all'interno del mezzo. Scrivere un semplice programma al calcolatore per calcolare la frazione della luce che resta confinata nel mezzo in funzione dell'angolo di incidenza. La velocità della particella sia a vostra scelta.
- C.3 Dimostrare, a partire dalla espressione $I_\omega(b) = \begin{cases} \frac{8z^4 Z^2 \alpha \hbar c^2}{3\pi} \left(\frac{m_e}{M}\right)^2 \frac{r_e^2}{V^2 b^2} & \text{per } \omega < V/b \\ 0 & \text{per } \omega > V/b \end{cases}$ inerente la perdita di energia per irraggiamento in una singola collisione non relativistica, che sotto opportune ipotesi l'energia E di un elettrone nell'attraversare uno spessore x di materiale si può approssimare con $E = E_0 e^{-x/X_0}$. Calcolare, per un materiale a vostra scelta e per una energia iniziale di un elettrone sempre a vostra scelta, lo spettro in energia dei fotoni emessi e, qualitativamente, l'effetto che questi fotoni produrranno nel materiale stesso.
- C.4 Calcolare l'energia di un elettrone per la quale la perdita di energia per irraggiamento è paragonabile a quella per collisioni. Determinarne anche il valore numerico nel Piombo o in aria a temperatura e pressione normali.
- C.5 Si consideri una particella che attraversa una regione di lunghezza $l = 1m$ di aria a pressione e temperatura normali. Nel materiale è presente un campo magnetico, perpendicolare alla traiettoria della particella, di intensità $B = 1T$. Calcolare la deflessione angolare dovuta sia al campo magnetico che al multiplo scattering, se la particella è un pione carico di quantità di moto pari a $10 \text{ GeV}/c$.
- C.6 Un fascio di 10^8 particelle/s è composto da K^+ da π^+ di impulso $3 \text{ GeV}/c$. Individuare un rivelatore per distinguere i K^+ dai π^+ . Valutare l'energia persa dalle particelle, il multiplo scattering ed il segnale ottenibile (per esempio il numero di fotoni prodotti).
- C.7 Utilizzando le tabelle che forniscono le sezioni d'urto di fotoni su C e Pb in funzione dell'energia, determinare l'energia ottimale ed il numero minimo di fotoni per misurare con una precisione del 1% il numero di atomi (N_{Pb}) di Piombo in una lamina di grafite di spessore 1 mm ed area 1 cm^2 . Fornire la risposta in funzione del numero di atomi di Pb, ipotizzando che siano in numero molto minore degli atomi di Carbonio (che quindi può essere considerato un numero fissato e pari agli atomi contenuti nel volume dato).
- C.8 Calcolare la differenza di energia persa per collisioni da parte di particelle di massa diversa, ma di stessa energia, ultrarelativistiche. Spiegare come questo possa essere utilizzato per individuare la massa di una particella. Cercare in letteratura o sul web un esempio reale (registrate la referenza).
- C.9 Dimostrare l'espressione approssimata per l'angolo quadratico medio di multiplo scattering (proiezione su un piano) $\theta_0 = z \frac{\text{const.}}{P\beta c} \sqrt{\frac{L}{X_0}}$ e confrontare il valore della costante ottenuta con la formula contenuta nel PDG.
- C.10 Un muone di energia 2 GeV incide perpendicolarmente, su una lastra di Ferro di 5 cm di spessore in cui è presente un campo magnetico di $1T$. Calcolare il valore numerico del rapporto fra la deflessione angolare dovuta al campo magnetico e la dispersione quadratica media dovuta al multiplo scattering. Come sarà la funzione di distribuzione dell'angolo in uscita?
- C.11 Calcolare il numero di elettroni, di energia cinetica superiore a 5 KeV , che vengono prodotti da un protone di energia 10 GeV che attraversa 2 mm di Silicio.
- C.12 Recuperando nel sito <https://pdg.lbl.gov/2020/hadronic-xsections/hadron.html> le tabelle interattive delle sezioni d'urto, considerando anche la perdita di energia per collisioni, calcolare la distanza media che un π^- percorre in idrogeno liquido o in ferro prima di effettuare una interazione forte. Considerare impulsi di $1 \text{ GeV}/c$, $10 \text{ GeV}/c$, $100 \text{ GeV}/c$.
- C.13 Utilizzando la sezione d'urto Mott, provare a ricavare la curva di Bethe-Bloch.

Gruppo D: Applicazioni oppure ricerche individuali (per queste ultime si consiglia di contattare prima uno dei docenti)

- D.1 Un qualunque esercizio a vostra scelta, purchè abbia, anche parzialmente, una attinenza con gli argomenti del corso. A titolo di esempio, può essere una vostra rielaborazione o approfondimento di una delle domande a , b oppure c ; un aspetto trovato nel corso o in articolo scientifico di vostro interesse; una informazione trovata sul web che volete discutere criticamente; etc... Nota: in caso di dubbi sulla scelta, non esitate a contattare in anticipo uno dei docenti.
- D.2 Selezionate e preparate una breve relazione su alcune pagine - a vostra scelta ma non più di 5 - tratte dalle lezioni di E.Fermi del 1945 sulla 'Fisica dei neutroni' e reperibili nella pagina web:
https://www.scienzaatscuola.it/fermi/materiali/neutroni_fermi.pdf
- D.3 Spiegare in modo quantitativo, e nelle varie ipotesi citate nell'articolo, il valore dell'energia di soglia di produzione degli antiprotoni osservata nell'esperimento di Segrè et al. Calcolare esplicitamente l'impulso trasferito al bersaglio nelle varie ipotesi fatte.
- D.4 Spiegare, con le valutazioni numeriche (quantitative) opportune, i metodi di separazione degli antiprotoni dal fondo di pioni nell'esperimento di Segrè et al. ed in particolare perchè sia necessaria sia una identificazione tramite contatori Cherenkov che con il tempo di volo. Calcolare in particolare la variazione di velocità degli antiprotoni nell'attraversare i contatori (Cherenkov o a scintillazione).
- D.5 Nell'appendice dell'articolo del 2011 "Measurements of Cross Sections and Charged Pion Spectra in proton-carbon Interactions at 31 GeV/c" (reperibile all'indirizzo <https://arxiv.org/pdf/1102.0983.pdf>) si trovano, tabulati, i valori della sezione d'urto inclusiva $d^2\sigma/d\theta dP$ del processo $p + C \rightarrow \pi^+ + X$ in cui θ è l'angolo di emissione del π^+ e P è il modulo del suo impulso. Utilizzare alcuni dei dati in un programma scritto da voi per produrre altri risultati, come per esempio la funzione di distribuzione (sezione d'urto) in un altro sistema di riferimento.
Nota: per chiarimenti o in caso di dubbi, non esitate a contattare in anticipo uno dei docenti.
- D.6 Una ipotetica galassia è composta da stelle, tutte aventi stessa massa e raggio del Sole, con una densità di 1 stella per anno luce al cubo. Una stella, di massa M , entra nella galassia con velocità di 3000 km/s (molto maggiore della velocità delle altre stelle, che può essere posta uguale a zero). Calcolare il percorso dopo il quale la velocità della stella si ridurrebbe del 1% e la sua deflessione angolare quadratica media in tale tratto. Discutere una fra le varie possibilità: $M \ll M_{Sole}$, $M = M_{Sole}$, $M \gg M_{Sole}$. Nota: sicuramente occorre considerare la legge di gravitazione di Newton. Valutare però anche la possibilità che la stella effettui una collisione inelastica se essa 'colpisce' una delle altre stelle: in questo caso si ipotizzi che il volume della stella sia proporzionale alla sua massa.
- D.7 Progettare un semplice apparato, di vostra scelta, per distinguere il processo $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ dal processo $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ in cui nello stato iniziale un positrone di energia 200 GeV incide su un elettrone fermo.
- D.8 Progettare un semplice apparato, di vostra scelta, per identificare il π^0 nella (ipotetica) reazione $\pi^- + {}^{56}\text{Fe} \rightarrow \pi^0 + {}^{56}\text{Mn}^-$ in cui il pione incidente ha energia 2 GeV ed il Ferro è fermo. Si selezionino i π^0 nella regione cinematica in cui è minima l'energia del nucleo uscente.
- D.9 Un fascio di 10^8 particelle/s è composto da K^+ di energia 5 GeV. Descrivete, con le opportune valutazioni quantitative, un metodo di misura della vita media del mesone K^+ utilizzando il canale di decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$.
- D.10 Un fascio di 10^8 particelle/s è composto da π^- di energia 100 GeV. Descrivete, con le opportune valutazioni quantitative, un metodo di misura del fattore di forma del mesone π^- utilizzando come bersaglio gli elettroni atomici in una targhetta sottile.
- D.11 Calcolare in funzione del tempo t il campo elettrico, generato da una particella in moto rettilineo uniforme veloce, in un punto a distanza b dalla sua traiettoria, ed effettuarne la trasformata di Fourier. Informazioni possono essere trovare, per esempio, sul libro di Jackson alla voce 'metodo dei quanti virtuali' di Weizsacker-Williams.
- D.12 Scegliere almeno 3 decadimenti α nucleari e riportare per ognuno di essi un punto nel piano $T-Q$, dove T è il tempo di dimezzamento e Q è il Q -valore. Confrontare i dati ottenuti con il modello di Gamow.
- D.13 Determinare la probabilità che nel decadimento α di un elemento inglobato in una lastra di grafite si produca un neutrone. Cercare su internet o chiedere al docente i dati per la sezione d'urto del processo $\alpha + C \rightarrow n + X$.
- D.14 Una sorgente è costituita da Berillio in cui sono inglobati atomi di ${}^{241}\text{Am}$. Scegliete una geometria del sistema e le possibili concentrazioni di ${}^{241}\text{Am}$ a vostra scelta, poi determinate il flusso di neutroni uscenti e la loro distribuzione in energia.