ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12.
Определение отношения заряда электрона к массе методом магнетрона.

Цель работы: изучение движения электронов во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях в магнетроне; определение по параметрам этого движения отношения заряда электрона к его массе.

Теоретические основы лабораторной работы.

На движущийся электрон действуют кулоновская и лоренцовская силы:

$$F = e\cdot E + e\cdot[v;B]\,, \tag{1}$$

где e – заряд электрона, v – его скорость, E – напряженность электрического поля, B – магнитная индукция.
Магнетрон – специальная двухэлектродная лампа с коаксиальными цилиндрическими катодом и анодом, помещенная в магнитное поле так, что ось симметрии лампы направлена вдоль магнитного поля. В отсутствие магнитного поля электроны движутся радиально от катода к аноду, при наличии магнитного поля на электроны действует сила Лоренца, направленная перпендикулярно скорости движения электрона, вследствие чего траектория электрона искривляется. При малой магнитной силе электрон долетает до анода. При достижении критического значения поля $B_{кр}$ электрон долетает до анода, но не остается на нем, а возвращается на катод. При превышении критического значения поля все электроны возвращаются на катод, не долетая до анода. Однако в общем случае электроны вылетают с анода с разными скоростями, поэтому некоторые из них все же достигают анода при поле с индукцией выше критической.

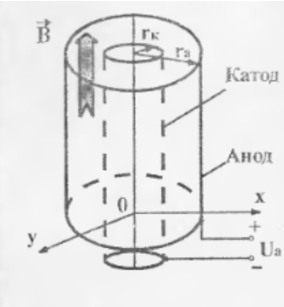


Рис.12.1. Схема магнетрона.

Рис.12.2. Схема движения электрона.

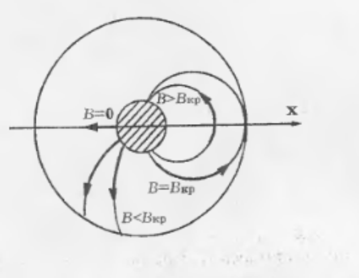


Рис.12.3. Траектория электронов при различных значениях индукции магнитного поля.

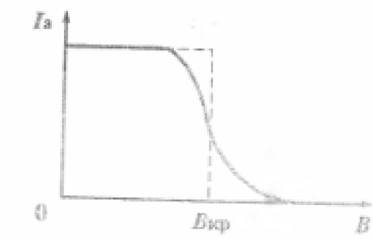


Рис.12.4. Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля.

Пусть $v = \dot{x}\cdot i + \dot{y}\cdot j$, $B = Bk$.

$$\begin{cases} m\cdot\ddot{x} = e\cdot\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} - e\cdot B\cdot\dot{y} \\ m\cdot\ddot{y} = e\cdot\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} - e\cdot B\cdot\dot{x} \end{cases} \tag{2}$$

$$e\cdot v\times B = e\cdot(\dot{y}\cdot B\cdot i - \dot{x}\cdot B\cdot j),\ \vec{E} = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j}\ . \tag{3}$$

С помощью соотношений $\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} = \dfrac{x}{r}\cdot\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}$, $\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} = \dfrac{y}{r}\cdot\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ можно перейти от декартовых координат к полярным:

$$r\cdot\ddot{\theta} + 2\dot{r}\cdot\dot{\theta} = \frac{1}{r}\cdot\frac{d(r^2\cdot\dot{\theta})}{dt} = \omega\frac{dr}{dt}\,, \tag{4}$$

где $\omega = Be/m$. Интегрирование этого уравнения с учетом начальных условий дает:

$$\dot{\theta} = \frac{\omega}{2}(1 - (r_К / r_A)^2)\,, \tag{5}$$

где $r_К$ - радиус катода, $r_А$ - радиус анода.
При $B = B_{кр}$ и $r = r_А$ скорость электрона $v = r_А\cdot\dot{\theta}$. Поскольку электрон движется в потенциальном поле, а сила Лоренца не совершает работы, его полная энергия постоянна.

$$mv^2/2 = eU_А \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{v^2}{2U_А} = \frac{(r_А\cdot\dot{\theta})^2}{2U_А}\,. \tag{6}$$

Подставим (5) в (6):

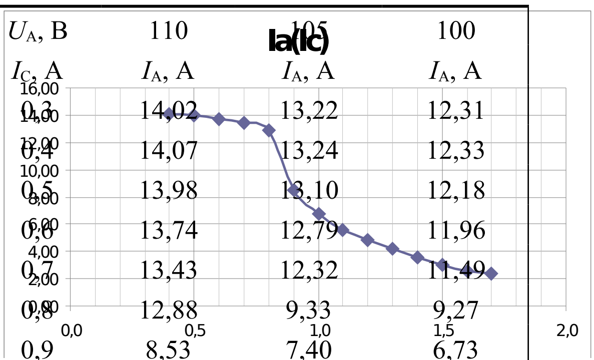
$$\frac{e}{m} = \frac{8U_А}{(r_А\cdot(1-(r_К/r_А)^2)\cdot B_{кр})^2}\,. \tag{7}$$

Магнитное поле создается соленоидом длиной L, диаметром D с N витками.

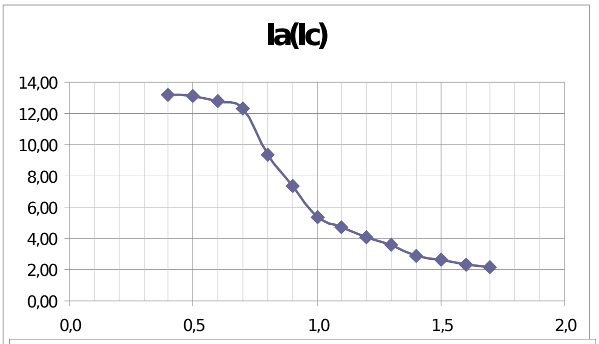
$$B_{кр} = \frac{\mu_0 N I_{кр}}{\sqrt{L^2 + D^2}}\,, \tag{8}$$

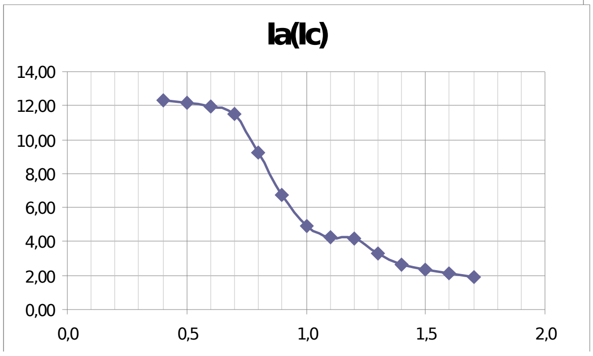
где $I_{кр}$ - значение тока, соответствующее индукции $B_{кр}$.

Результаты измерений и их обработка.



U_A, В	110	105	100
I_C, А	I_A, А	I_A, А	I_A, А
0,3	14,02	13,22	12,31
0,4	14,07	13,24	12,33
0,5	13,98	13,10	12,18
0,6	13,74	12,79	11,96
0,7	13,43	12,32	11,49
0,8	12,88	9,33	9,27
0,9	8,53	7,40	6,73
1,0	6,73	5,35	4,93
1,1	5,56	4,74	4,26
1,2	4,84	4,06	4,16
1,3	4,17	3,57	3,31
1,4	3,60	2,88	2,63
1,5	3,00	2,65	2,38
1,6	2,56	2,31	2,09
1,7	2,36	2,16	1,93
1,8	2,16	2,00	1,80
$I_{кр}$	0,85	0,80	0,80
$B_{кр}$	0,0156	0,0147	0,0147
e/m	1,47E+11	1,59E+11	1,51E+11
$\Delta e/m$	0,62E+11	0,67E+11	0,64E+11





Усредненное e/m = (1,52±0,37)E+11.
Среднеквадратичный разброс e/m равен 0,08E+11.
r_K = (0,5±0,05) мм.
r_A = (5±0,05) мм.

N = 2600.
L = (0,168±0,0005) м.

$D = (0{,}058 \pm 0{,}0005)$ м.
$\Delta I_{кр} = 0{,}05$ А.
$\Delta U_А = 2{,}5$ В.

$$\frac{\Delta e/m}{e/m} = \sqrt{\left(2\frac{\Delta I_{кр}}{I_{кр}}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta r_K}{r_K}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta r_A}{r_A}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_A}{U_A}\right)^2}\,.$$