$\mathcal{B}$ is a basis. $\mathcal{T} = \{ U \subseteq X \mid \text{if } x \in U \ \exists B \in \mathcal{B} \text{ s.t. } x \in B \subset U \}$

i) $\emptyset \in \mathcal{T}$, $X \in \mathcal{T}$

ii) $\bigcup_{i \in I} U_i$: if $x \in \bigcup U_i$ the x in at least one U_i then B_i s.t. $x \in B_i \subset U_i \subset \bigcup U_i$

iii) $\bigcap_{i=1}^{N} U_i$: if $x \in \bigcap U_i$ then x in all U_i, $1 \leq i \leq N$ then $\exists$ $B \subset \mathcal{B}$ s.t. $x \in B \subset \bigcap_{i=1}^{N} U_i$